શ્રીહીરા હેમપાળ ગ્રંથાવલી નં ૩ જો

મનોરંજક ગણિત



લેખક

[illegible]

કીંમત રૂ. ૧-૦-૦

ખીએરા-ક્ષેત્રપાળ ગ્રંથાવલી નંબર ૩ જો.

મનોરંજક ગણિત

: : લેખક અને પ્રકાશક : :
મૂળજી જેઠુ જોશી : H. A.
(સબ આ. સરજ્યન ક્લાસ સીનીયર ગ્રેડ)
: : કચ્છ કોટડી : કચ્છ. : :

કિંમત રૂ. ૨-૦-૦
(ટપાલ ખર્ચ જૂદું)

આવૃત્તિ ૧ લી
પ્રત ૧૧૦૦
*
સંવત ૧૯૮૪
સને ૧૯૨૮

: મુદ્રણસ્થાન :
આદિત્ય મુદ્રણાલય
રાયખડ : અમદાવાદ
: મુદ્રક :
ગજાનન વિ. પાઠક.

ખીમજી ક્ષેત્રપાળ ગ્રંથાવલી ૧ અને ૨

આ ગ્રંથકર્તાનાં પુસ્તકો

૧ મહારાજા સિમ્બેલાઈન	હાલ સિલકમાં નથી
૨ અજબ ગણિત	,, ,, ,,

અર્પણ પત્રિકા

માનવંતા મુરબ્બી શેઠજી પ્રેમજીભાઇ ચંદા ઠક્કર

શુભ નિવાસસ્થાન **કોટડી** (મહાદેવપુરી) કચ્છ.

આપણાં પ્રાતઃસ્મરણીય શ્રીમદ્ ગીતાજીમાં ભગવાન શ્રી કૃષ્ણે શ્રીમુખે અર્જુનને કહેલું છે કે "જ્યારે જ્યારે ધર્મનો નાશ થાય છે અને પાપનું બળ વધે છે, ત્યારે ત્યારે હું જન્મ ધારણ કરી, ભૂમિનો ભાર ઉતારી સાધુપુરુષોનું કલ્યાણ કરૂં છું." આ મહાવાક્ય ઉપર આપને અચળ શ્રદ્ધા છે. શ્રી નિરંજન નિરાકાર પ્રભુ સાકાર રૂપે જન્મ લે છે અને પોતે આ બ્રહ્માંડમાં મધ્યબિંદુ તરીકે રહી, પોતાની બીજી શક્તિઓને દેશના આચાર્યો રૂપે જન્મ લેવા પ્રેરે છે.

આ બધા પોતાનું સંગઠ્ઠન કરી અધોગતિએ લઇ જનારા સમાજના આચરણો સમાજમાંથી નાબૂદ થાય અને સૌનું ભાવિ શ્રેય થાય, એવા શુભ મનોરથો અને આચરણોનો સમાજમાં સ્વીકાર થાય, એ માટે યુક્તિ પ્રયુક્તિથી પાત્રાનુંસાર બોધ આપી રસ્તે ચડાવે છે. આ મહાન આચાર્યો તે આપણા વંદનીય ઋષિ-મુનિઓ અને એમના વંશજો અમો સરસ્વતીના પુત્રો-બ્રાહ્મણો પ્રત્યે આપને અપૂર્વ માન છે. અમો અમારા વડીલોપાર્જીત ઉચ્ચપદે સ્થિર રહીએ, તે માટે અમો સદા સર્વદા સદ્‌વિદ્યાનું પઠન પાઠન કર્યા કરીએ અને ઉચ્ચ આચાર વિચાર પાળીએ એ જોતા અને જાણવા અને અમને ઉત્સાહ આપી એ દિશાએ ખંત અને ખાળથી વળવાની પ્રેરણા કર્યા કરવા આપ હમેશાં આતુર રહો છો. એ માટે આપ તન, મન, ધન અને વખતનો ભોગ આપી રહ્યા છો.

શ્રી પરમાત્માની કૃપાથી આપને ગૃહસ્થાશ્રમનાં ચાર સુખો સાંપડ્યાં છે છતાં આપ નિરાભિમાની રહ્યા છો. આપના આ બધા સદ્‌ગુણોથી આકર્ષાઇ આ **મનોરંજક ગણિત** આપને માનપૂર્વક અર્પણ કરૂં છું તે કૃપા કરી સ્વીકારશો.

લી: આપનો સદાનો આભારી

મૂળજી જેઠુ જોશી-ગ્રંથકર્તા

પ્રસ્તાવના

(લખનારઃ—મહેરબાન પ્રોફેસર સાહેબ જેઠાલાલભાઇ ચીમનલાલ સ્વામીનારાયણ*. એમ૦. એ૦. એમ૦. એલ૦. સી૦. (મેમ્બર ઓફ ધી લેજીસ્લેટીવ કાઉન્સીલ.)

કોટડી—મહાદેવપુરી (કચ્છ) ના રા. મુળજી જેઠુ જોશીએ ઘણો પ્રયાસ કરી **“ મનોરંજક ગણિત ”** બહાર પાડયું છે. તે પુસ્તક છપાતું હતું ત્યારે તેના ઘણા ખરા ફરમા મ્હારા વાંચવા સારૂ મોકલાવવામાં આવ્યા હતા. તે વાંચી જતાં મ્હને ઘણો આનન્દ થયો.

હિન્દુસ્થાનમાં રાત્રિના વખતે વાળુ પછી બધા ભેગા થયા હોય તે વખતે કોયડા પુછવાનો રિવાજ હોય છે. કોયડા છોડવાથી બાળકોની શક્તિની કસોટી થાય છે. હુશીયાર છોકરાંઓને કોયડા છોડવાનો બહુ શોખ હોય છે. ઘરના વડીલને જે બે ચાર કોયડા આવડતા હોય તે કોયડા ખલાસ થઈ રહે તો પણ જે છોકરાંઓને રસ પડયો હોય તે છોકરાંઓ વધુ કોયડા પુછાવવાની વારંવાર હઠ લેછે, અર્થાત, ચંચળ બાળકોને કોયડા છોડવાની ખૂબ ગમ્મત અને મજા પડે છે. તેથી ઘણા ખરા પ્રચલિત કોયડાઓનો સંગ્રહ એક પુસ્તકમાં આપવાની તજવીજ કરવા માટે રા૦ મુળજીભાઇને ધન્યવાદ ઘટે છે.

પરદેશમાં પણ ગમ્મત ખાતર ગણિતના કોયડાઓ તેવા જ પ્રકારના હોય છે. ઇંગ્રેજી ભાષામાં પણ મી. બોલે (Mathematical recreations) ગણિત ગમ્મતો એવું પુસ્તક લખેલું છે. ઇંગ્રેજીમાં અને આપણામાં ઘણા કોયડાઓ એક જ સરખા હોય છે. ૨૫૦ મા પાને નદી ઓળંગવાનો જે કોયડો આપ્યો છે, તેમાં બકરી, વાઘ, અને ઘાસનો પુળો આપ્યાં છે, તેને બદલે ઇંગ્રેજીમાં બકરી,

* પ્રસિદ્ધ ગણિતશાસ્ત્રી.

વરૂ અને ઘાસનેા પુળેા આપ્યાં હેાય છે; એટલે બન્ને કેાયડા એકજ સરખા છે. એવી રીતે ઘણા કેાયડાએા ગુજરાતી અને ઇંગ્રેજીમાં એક સરખા હેાય છે.

“ **મનેારંજક ગણિત** ” માં ખુબી એટલી છે કે કેાયડાએાને ગમે તેમ નિયમ વિના ભેળશેળ ગેાઠવી દેવાને બદલે ગણિત શ્રેઢી, ભૂમિતિ શ્રેઢી, લઘુતમ સાધારણ ભાજ્ય વગેરે ગણિતની રીતિએા મુજબ જેમાં જેમાં જેનેા સમાવેશ થાય તેમાં તેમાં તે કેાયડાને મુકવામાં આવ્યેા છે. વળી દરેક કેાયડાને છેાડવાની રીતેા સવિસ્તર સમજાવવામાં આવી છે.

ગણિતના નિયમ વગરના કેાયડાએા જેવા કે નવમાં શું ઉમેરીએ તેા છ થાય. એવાં ઉદાહરણેા આનન્દ પમાડે એવાં છે. નવને રેામન લિપિમાં લખતાં IX લખાય છે તેમાં S શરૂઆતમાં લખીએ તેા SIX સીક્સ, એટલે, છ થાય. આવાં આનન્દ પમાડનારાં જેટલાં પ્રચલિત ઉદાહરણેા જડી આવ્યાં તેટલાં દાખલ કર્યાં છે.

આંકડાએાની ગમ્મતેા પણ આકર્ષક રીતે તેમનાં ઉચિત સ્થળેાએ આપવામાં આવી છે. જવાબમાં બે એકડા, ત્રણ એકડા, સાત એકડા, લાવવાની તરકીબેા ઘણી સુંદર રીતે ગેાઠવવામાં આવી છે. એકથી નવ સુધીના આંકડાએાને જુદી જુદી રીતે ગેાઠવી જવાબમાં ૧૦૦ લાવવાનાં ઉદાહરણેા રમુજી રીતે આપ્યાં છે.

કેટલાક કેાયડાએા ઘણી સુન્દર રીતે વાર્તાના રૂપમાં પુછવામાં આવ્યાં છે. ત્રિવેણી નદીના કિનારા ઉપરના ગામમાં પૂર આવવાથી માણસેા ટાઉન હેાલમાં ભરાયાં અને તે મકાનના જુદા જુદા માળેામાં વજન વધી જવાથી માણસેાની ફેરફારી કરતાં છેવટે સરખી સંખ્યાના માણસેા દરેક માળમાંથી નીકળ્યાં. આવી રીતે દાખલેા વાંચતાં ગમ્મત પડે અને વાંચનારને તે દાખલેા છેાડવામાં મજા પડે તેવી રીતે ઉદાહરણેા ગેાઠવવામાં આવ્યાં છે.

જુના સમયમાં લીથોગ્રાફથી છપાયેલી ચોપડીઓ, જેવી કે સંસાર વ્યવહારની ચોપડી, વગેરેમાં કેટલાક કોયડાઓ આપવામાં આવતા પણ આવી જાતનો સઘળા પ્રચલિત કોયડાઓનો સંગ્રહ જેમાં રીતોનાં કારણો આપવામાં આવ્યાં હોય તેવો સંગ્રહ ઘણો આવકારદાયક છે. લેખકે ઊંચી કેળવણી લીધેલી નહી હોવા છતાં અને હોસ્પિટલ આસિસ્ટંટ (ડોક્ટર) નો ધંધો, જેમાં ગણિતની જરૂર ન પડે તેવો ધંધો કરવા છતાં ગણિતના શોખને લીધે, આટલી મહેનત કરી આવો સુન્દર સંગ્રહ "**મનોરંજક ગણિત**" એવા નામાભિધાનવાળો પ્રસિદ્ધ કર્યો છે, તે ઘણો જ આવકાર કરવા યોગ્ય છે. ગુજરાતી પ્રજા તેમના પ્રયાસનો યોગ્ય સત્કાર કરશે એવી શુભેચ્છા સાથે મ્હારી પ્રસ્તાવનાને વિરામું છું.

અમદાવાદ : કડવાપોળ
તા. ૭–૨–૨૮ } (સહી) **જે. ચી. સ્વામીનારાયણ**





શ્રીમાન શેઠ પ્રેમજીભાઈ ચંદા

કોટડી (મહાદેવપુરી) કચ્છ

શ્રીમાન શેઠ પ્રેમજીભાઇ ચંદાનું ટુંક જીવનચરિત્ર.

શ્રી સરસ્વતી માતને.

વિણા ધારી વિશુદ્ધ ગાન કરતી, જે શ્વેતવર્ણી સદા;
હસ્તે પુસ્તક ભદ્રરૂપ મયૂરે, આરૂઢ છે જે મુદા.
સત્તાથી નિજ સુત્રધાર રૂપ જે, વિશ્વોન્નતિમાં ખરે;
એવી દેવી સરસ્વતી જગતમાં, કલ્યાણ સૌનું કરે.

શેઠ પ્રેમજીભાઇ ચંદા નથી કોઈ મહાન રાજદ્વારી પુરૂષ કે નથી કોઇ કાશીથી પાસ થઇ આવેલા ધુરંધર પંડિત, શાસ્ત્રી, વેદીઆ કે કર્મ કાંડી, તેમ નથી કોઇ શાળા પાઠશાળાની ઉપાધિ ડીગ્રી મેળવેલ ગ્રેજ્યુએટ, કે નથી સરકાર માબાપ તરફથી માનચાંદ પામેલા રાવ સાહેબ કે સર નાઇટ. તેઓ તો છે માત્ર એક સામાન્ય કોટિના માબાપના પેટે જન્મ લઈ, ગરીબાઈમાં ઉછરી, આત્મબળ અને શ્રી પ્રભુની કૃપા મેળવી, આગળ ધસી વૈભવ મેળવવા ભાગ્યશાળી થએલ એક ગૃહસ્થ.

ગરીબ માબાપના પેટે જન્મેલ એક છોકરાને જે કાંઇ મુસ્કેલીઓ શરૂઆતમાં ભોગવવી પડે છે, તે બધી તેમણે ધીરજથી સહન કરી છે. આ ઉપરથી એમના જીવનમાંથી ઘણું જોવાનું. જાણવાનું, અને અનુસરવાનું મળે એમ છે.

જન્મઃ-શ્રી કચ્છ કોટડી (મહાદેવપુરી) મધે એમનો જન્મ સંવત ૧૯૨૫ ના ચૈત્ર સુદ ૧૫ ને રોજ થયો હતો. ન્નાતે રઘુવંશીય કચ્છી લોહાણા છે. એમના જન્મ વખતે મોહમાયામાં બદ્ધ થએલા જીવો, સ્વયંવમાની લીધેલ સુખ શય્યામાં નિદ્રાધીન થએલા હતા. અને “ રાત રહે જ્યારે પાછલી ખટ ઘડી, સાધુ પુરૂષને સૂઇ ન

રહેવું." એ સુત્રાનુસાર ઉચ્ચ કોટિના જીવો, જેઓ જલ કમલવત્ આ સંસારમાં આચારણ કરનાર યોગ ભ્રષ્ટ જેવા હતા, તેઓ જાગ્રત થઈ ઈશ-સ્મરણ કરવાના કાર્યમાં એક ધ્યાન થઈ ગયા હતા. આ વખતે શ્રી ઠાકોરજીના મંદિરમાં શુભ ચોઘડીએ (ઉત્થાપનનો) ઘંટ વાગી રહ્યો હતો. એમના પિતાશ્રી ચંદા ટોસાણીને આ પુત્ર રત્નની પ્રાપ્તી પહેલાં ત્રણ બીજા પુત્રો અને એક પુત્રી સાંપડયાં હતાં. તેમનો ક્રમ (૧) કેશવજીભાઈ (૨) સુંદરજીભાઈ (૩) પુત્રી મમીબાઈ અને (૪) ભીમજીભાઈ, એ પ્રમાણે હતો.

આ સૌથી નાના પ્રેમજીભાઈના જન્મ વખતે ભાગ્યે જ કોઈએ આગાહી કરી હશે કે આ બાળક આગળ જતાં કુળદીપક અને કુળ તારણહાર બની, ધર્મપારાયણ જીવન ગાળી, ભાગ્યશાળી નીવડશે. ઉલટું એમનો જન્મ પુનમને રોજ થયો હતો, તેથી "ચોથ, ચૌદશનો ચોપાયો, હાણ કરે પુનમનો જાયો." એ લોકવાયકા અનુસાર ઘણાંની માન્યતા એવી હતી કે આ બાળક સારે ટાણે જન્મ્યો નથી, જેથી જરૂર એના માબાપને અથવા પોતાને કાંઈ પણ હાનિ થવાની. ખેર ! શ્રી સમર્થ પ્રભુની કૃતિની અગાઉથી કોઈને કાંઈ પણ ખબર પડતી હોય એવું માનવાને સબળ પૂરાવા મળતા સાંભળ્યા કે અનુભવ્યા નથી. કારણ પ્રારબ્ધની ગતિ જ કાંઈક એવી છે. "ન જાણ્યું જાનકી નાથે પ્રભાતે શું થવાનું છે." (Man proposes, God disposes—મન ધારે છે કાંઈક વિધાતા અન્ય રચે છે.

એક કવિનું કથન છે કેઃ—

રામ હિ ન જાણ્યો, રાવણ હરેંગો સીત,
રાવણ હિ ન જાણ્યો, કચ્છુ લંકા ઉડ જાએંગી;
પાંડવ હિ ન જાણ્યો, કચ્છુ જુગટે મેં જૂઠ હય,
ગાંધારી ન જાણ્યો, રેન અધારી મેં અંધ કેસો;

ઇંદ્ર હિ ન જાણ્યો, ગુરૂ ગૌતમ ઘેર જાત હય,
ગુરૂ ગૌતમ ન જાણ્યો, કરશુ કુકડે મેં કુડ હય;
દેવે ન જાણી બાત, માનવી કોન બિસાત.
હોત ન સિ હોત બાત, હોનારી સો હોત હય.

બાળલીલા:—કાંઈ પણ જાણવા જોગ પ્રસંગ બન્યો નથી. પરંતુ ગરીબ માબાપના કારણે એમને જંગલમાં ખેતરો ઉપર કામ કરવા વાસ્તે જવું આવવું પડતું, તેથી ખુલ્લી હવા, અને કસરતનો એમને અણધાર્યો અલભ્ય લાભ મળતો. અત્યારે તેઓ વયમાં વન અને પનની હદ ઓળંગી ગયા છે, છતાં અત્યારના માઈ કાંગલા યુવાનોને એમનામાં સ્ફુરાયમાન થતી તન્દુરસ્તીની ચપળતાનો ધડો લેવા જેવું છે. નવ વરસની ઉમરે એમને શીળી માતા નીકળ્યાં હતાં.

વિદ્યાભ્યાસ:—તેમણે ગામડી નિશાળમાં અપાતું શિક્ષણ સાધારણ રીતે મેળવ્યું. એમના વખતમાં "સંસાર ચોપડી" નામનું પુસ્તક ગામડી નિશાળમાં બહુ ભાગે શીખવાતું. એ પુસ્તકનો અભ્યાસ એક સાધારણ વિદ્યાર્થી તરીકે તેમણે પૂરો કર્યો. અત્યારે એમનો અનુભવ એટલો છે કે ધંધાને લગતા તારો પોતે બરાબર વાંચી અને સમજી શકે છે. ઉપરાંત સાધારણ રીતે અંગ્રેજીમાં વાતચીત પણ કરી શકે છે અને સમજી પણ શકે છે. ગણિતની કેટલીક ચાવીઓ, એમની પાસે એવી છે કે વેપારના અંગે સારા ભણેલાને પણ કાન પકડાવી દે. તત્ત્વ જ્ઞાનના ઉચ્ચ કોટિના પુસ્તકો વાંચી સમજી શકે છે. અને ધાર્મિક ગ્રંથોની સંસ્કૃત ભાષા કામ પૂરતી વાંચી સમજી શકે છે. વ્રજભાષા ઉપરે એમને સારી રૂચી છે. આ બધું તેઓ આ દુનિયાની ગણતરશાળામાં શીખ્યા છે. અને હજુ પણ આ ગણતર શાળામાં એક વિદ્યાર્થી જેવું જીવન ગાળે છે.

વ્યાવહારિક જીવન:—એમની ૧૪ વરસની ઉમરે એમના પિતાશ્રી ચંદાભાઇ ડોશાણી પોતાની ૫૧ વરસની ઉંમરે દેવલોક થયા.

ચંદા બાપાશ્રી કોટડી ગામના ફટાયા ભાયાત જાડેજા નોંઘણજી માલાજીના કારભારી હતા. અસલવાર કુટુંબ એટલે સાદી ગમીએ સગાં સંબંધીમાં વ્યવહાર સાચવતાં, કણકતર બચ્ચાંવાળાં ઘરમાં સારી રીતે ત્રેવડ રાખવા છતાં, આવક લગભગ ખર્ચાઇ જતી. કારભારી એટલે નામ મોટું. ધર્મ પરાયણ જીવન ગાળનાર ચંદા બાપાને પૈસા સંબંધી થોડી થોડી ચિંતા હમેશાં રહ્યા કરતી. છોકરાઓ હજુ બધા ઉપડના હતા. ચાર ચાર છોકરાઓનો કારભારી બાપ ગરીબ ન કહેવાય, આવી આવી દલીલો કેટલાક લોકો તરફથી રજુ થતાં, ચંદા બાપાના પરોજણ નિમિતે ગજા ઉપરાંત ખરચમાં એમના કુટુંબને ઉતરવું પડયું.

હીરાંમા:—શેઠ પ્રેમજીભાઇનાં માતાજીનું નામ હીરબાઇ હતું. કાંઇ પૂર્વના શુભ સંસ્કારના લીધે એમનામાં બચપણથીજ હરિ નામની લેહ લાગી હતી. ૨૨ વરસની ઉમર થતાં, એ ધૂન સ્પષ્ટપણે એમનામાં દેખાવા લાગી. ઘણીવાર એવું બને છે કે ઇશ્વર પરાયણ ભાવનાવાળા જીવોનું વલણ ગૃહસ્થાશ્રમમાં ચોંટતું નથી. જેના પરિણામે, એવા જીવો વ્યવહારિક બાબતમાં કાચા નીવડે છે, જો કે પરિણામે સત્યનોજ જય થાય છે. માતાજી હીરાંમાની બાબતમાં કાંઇક નવુંજ જોવામાં આવતું. તેઓ નિર્લેપપણે, વિદેહીની પેઠે, વ્યવહારિક કાર્ય એટલી કુશળતાથી કરતા કે વખતો વખત સગાં–સંબંધીઓની વયોવૃદ્ધ સ્ત્રીઓ એમની સલાહ લેતી. હીરાંમા વખતોવખત પોતાના પતિદેવને ઘણાજ વિનયથી અને પોતાના સંતાનોને વાત્સલ્યભાવથી એક કુશળ વેપારીને શોભે, એવી સલાહ વેપાર રોજગારમાં આપતા એમની સલાહ ઉપર અપીલજ નહોતી. બ્રહ્મ જ્ઞાન અને વ્યવહારિક જ્ઞાનમાં એક સરખાં પાવરધાં હતાં. આથી કેટલીકવાર ઘણાને શંકા થતી કે હીરામાને સાધ્વી માનવાં કે પક્કાં ગૃહસ્થાશ્રમી માનવાં. આ રીતે હીરામાની છાપ દરેકના અંતઃકરણમાં વ્યક્તિગત એવી તો

પડતી કે જે કોઇ એમના પ્રસંગમાં આવતું, તે દરેક જણ એમનામાં રહેલ ઉચ્ચ આત્માને ખરા હૃદયથી માન આપતું. એઓનું હેતાળ હૃદય બીજાઓનાં સંકટ જોઇ દ્રવી જતું. આના પરિણામે તેમને આંગણે આવતા અતીથિ, ભિક્ષુક કે બ્રાહ્મણનો સત્કાર તેમના હાથે યથાશક્તિ વિદુરજીની ભાજી માફક થતો હતો, એઓ હમેશાં એમજ કહેતાં હતાં કેઃ—

"તુલસી યે સંસારમેં, સબસેં હિલમિલ ધ્યાઓ,
ક્યા જાને ક્યા રૂપમેં, નારાયણ મિલ જાઓ."

અને આ મહાવાક્યને આચારમાં ઉતારતાં. ચુલામાંથી ચાલવ કરવાની આવડતવાલાં હીરામા, ઘર આગળ પુષ્કળ દુજાણું રાખતાં. જાત મહેનત, ખંત, કરકસર, સાદું જીવન અને ઉચ્ચ ચિંતવનથી એક રસ (દૂધ)માંથી અનેક રસ બનાવી, શ્રીમંતાઇને છાજે એવી રીતે કુટુંબનું પોષણ કરતાં. એઓ આખો દિવસ ખડે પગ ઉભાં રહી, છાશ જેવી જીવન ટકાવી રાખનાર અમુલ્ય ચીજ, ઘર આગળ આવી માગનારને આખો દિવસ પ્રેમથી આપતાં. આ અને એવું બધું ઘર આગળ ચોક્સપણે એકાગ્રચિતથી સાંજના ૪ વાગ્યા સુધીમાં આટોપી લેતાં. અને ત્યાર પછી એકાદ કલાક સુધી શ્રીહરિની કથા શ્રવણના ઉત્સવમાં જોડાઇ જતાં. આ કામમાં ક્વચિત જ ભંગ થતો હતો. ફરી પાછા સાંજના ૫ વાગ્યાના શુમારે ગૃહકાર્યમાં જોડાઇ જતાં. રાતના ૮ાાના શુમારે તેમના જ ઘર આગળ સ્ત્રીસમાજ એકઠો થતો અને ભજનકીર્તનની ધુન ચાલતી. આ રીતે સ્ત્રીસમાજ ઉચ્ચ અભિલાષ સેવવાનો પાઠ હીરાંમા પાસેથી શીખતો. એના બદલામાં સૌ કોઇ હીરામાને આશિષ આપતાં. એ આશીર્વાદની અસર અત્યારે પ્રેમજીભાઇના કુટુંબમાં દૃશ્યમાન થાય છે.

સવારના ૪ વાગ્યાના શુમારે હીરાંમા પથારીમાંથી છૂટા થઇ જતા અને પ્રભાતના ઘર કામ વખતે સુસ્વરથી પ્રભાતીઆં ગાતા.

અને વલોણાં વલોવતી વખતે તેમાંથી નીકળતા કર્ણપ્રીય ધ્વનીની સાથે પોતાના મીઠા સ્વરની લય પૂરી એવી તો જમાવટ કરતાં કે પથારીમાં સુતે સુતે એમનાં છોકરાંઓનાં શરીરમાં ખુશાલીના લીધે શેર લોહી ચઢતું. આ રીતે બચ્ચાઓનાં કુમળાં અંતઃકરણમાં અણ-ધારી રીતે પ્રભુ લગનીનાં બીજ વવાતાં ગયાં.

સંવત ૧૯૬૮માં ફાગણમાસ દરમ્યાન હીરામાનું શરીર નબળું પડવા માંડયું. એથી પ્રેમજીભાઇને ચટગામથી બોલાવી લેવામાં આવ્યાં. બીમારીના પ્રસંગે માતાજી પાસે દરરોજ સત્સંગી બાઇઓ એકેક કલાક સુધી ભજનકીર્તન કરી જતી. માતાજી હીરામાના સત્સંગનો પ્રતાપ એવો પડતો કે માને સૌ અન્નપૂર્ણા દેવી જેવા માનતા.

એકવાર એવું બન્યું કે શ્રી હમલાપુરીના સાધુ લોકો સુથરી જતા હતા તે વખતે રસ્તામાં માતાજીને દર્શનનો લાભ આપવા માટે કોટડી આવી એમની તબીયતના ખુશખબર પૂછ્યા. જવાબમાં માતાજીએ કહ્યું કે " આ શરીર ક્ષણભંગુર છે અને આવતા પુરૂષોત્તમમાસમાં (પ્રથમ અશાડ) મારે આંહીથી ત્યાં (સ્વર્ગે) જવાનું છે. જેથી આપ જેવા સાધુપુરૂષોના દર્શન મને યોગ્ય વખતે થયા. હવે મને સંતોષ થયો છે. એકાદ બે દિવસ અમારી પાસે રહી કાંઇક હરિના નામની લેહ લગાડો. "

માતાજીની ભાવના પ્રમાણે પુરૂષોત્તમ માસ બેઠો. એવા ખબર એમના મોટા પુત્ર કેશવજીભાઇના ધર્મપત્નીએ સંભળાવ્યા કે તરત માતાજી જાણે શ્રી પ્રભુના ધામમાં જવાની તૈયારી કરતા હોય એવું દેખાયું. સૌ પુત્રોને પોતાની પાસે બોલાવી તરત જમી લેવાની આજ્ઞા આપી દીધી, ઘર આગળ વહુરોને પણ ફરમાવી દીધું કે તેઓ ઘર કામમાંથી તરત પરવારી લે. આ વખતે સૌથી નાના પ્રેમજીભાઇને વધુ લાગી આવે એ સ્વાભાવિક હતું. તરત તેઓ માતાજી પાસે આવી, પાય લાગી ગદ્દગદ્દ કંઠે વિનવવા લાગ્યા, કે " માજી તમારી ઓથ વગર અમને કેમ ચાલશે ? " માતાજીએ મીઠી નજર કરી

પ્રેમજીભાઈના માથા અને પીઠ ઉપર હાથ ફેરવી વાત્સલ્યભાવથી બોલ્યા "દીકરા તમારે ગભરાવું નહીં. મને તમો જ્યારે યાદ કરશો ત્યારે હું તમારી પાસે ત્યાંથી રજા લઈ જરૂર આવીશ. માટે હવે આ વખતે મારામાં જરાય મોહ ન રાખવો. મને મારૂં કલ્યાણ સાધવા દ્યો." તરત જ પ્રેમજીભાઈએ માતાજીના પગે કેશર લગાડી મલમલના લુગડામાં પગલાં લીધાં. પ્રદક્ષિણા કરી. આરતી ઉતારી. સાષ્ટાંગ દંડવત્ પ્રણામ કર્યા. માતાજીએ સૌને ફરીથી આશીર્વાદ આપ્યા. સૌએ તરત જ ઘર કામમાંથી પરવારી લઈ, હરિ નામની ધૂન લગાવી દીધી અને ધૂનમાં ને ધૂનમાં ૧૦ વાગે માતાજીનું સ્થૂલ શરીર આંહી પડયું અને સૂક્ષ્મ દેહ પોતાના નિયત થએલા ધામમાં સીધાવ્યો.

માતાજીનું પરોજણ તેરમે દિવસે કરવામાં આવ્યું. પ્રથમ અશાડ સુદ ૧૧ને દિવસે આખા ગામના તમામ બ્રાહ્મણોને ફળાહાર કરાવવામાં આવ્યો અને બારસ, તેરસ, ચૌદસ અને પુનેમ એમ ચાર દિવસ સુધી તમામ જ્ઞાતિબંધુઓને જમાડવામાં આવ્યા. અને છેલ્લે પંદરમે દિવસે આખા ગામને ધૂવાંબંધ જમાડવામાં આવ્યા. એ વખત દુકાળનો હતો. ગામ ધૂવાંબંધ અમુક તારીખે થશે, એવી ખબર અગાઉથી વાણાંઓને મળી હતી, જેથી તે દિવસે ધાર્યા કરતાં હજારો માણસો વધુ પ્રમાણમાં એકઠાં થઇ ગયાં. જમાડવાની વ્યવસ્થા ઠકર કુંવરજીભાઇ રાઘવજીના કપાસના આદમાં ગામની આથમણી તરફ કરવામાં આવી હતી. તેની આજુબાજુના ચાર વાડાની વાડો કઢાવી નાંખી વિશાળ મેદાન તૈયાર કરવામાં આવ્યું હતું. બરાબર વખત ઉપર ગામના ઠકરાઇ-ગરાસીઆઓ, દરબારી મેનેજર સાહેબ અને ગામના પ્રતિષ્ઠિત આગેવાનો સૌ પાટ ઉપર બેસવા આવ્યા. જમવા આવનાર માણસોનો ભરાવો જોઇ, સૌ કોઇને ભીતિ લાગી કે કદાચ તૈયાર કરેલ રસોઇ પૂરી નહીં થાય. આ બાબતની સૂચના પ્રેમજી-ભાઇને કરવામાં આવી. પ્રેમજીભાઇએ વિનય અને દૃઢતાથી કહ્યું કે અમારા માતાજીના સત્સંગના પ્રતાપે અને ઇશ્વરની દયાથી કોઇપણ

જાતની અડચણ નહીં આવે. અને કદાચ જરૂર પડશે તો અમારી પાસે વધારે સામાનની જોગવાઇ છે જેથી એક કલાકની અંદર જરૂર પડતી સામગ્રી તૈયાર કરી લેશું. તે વખતે અંદાજ કરતાં લગભગ ૧૦૦૦૦) દશ હજારથી પણ વધુ સંખ્યા હશે એમ જણાયું હતું. આટલા મોટા સમુદાયને પીરસવાનું કામ મુશ્કેલ જણાયું હતું. આ વખતે સમયસૂચકતા વાપરી ઠક્કર ખટાઉભાઇ કુંવરજીએ પીરસવાની આગેવાની લઇ, ગામના બીજા લોકોની મદદથી સર્વે કામ મનવાંચ્છિત રીતે, પૂરૂં કરી આપ્યું. આ વખતે એક પ્રસંગ એવો બન્યો કે ગરીબ વર્ગના કેટલાક લોકોએ જમવા ઉપરાંત વધારાનો ખોરાક પોતા પાસે છુપાવી રાખ્યો હતો તે સૂર્યાસ્ત થઇ જાય તો તેઓ છુપીથી લઇ જઇ શકે એ ઇરાદાથી વખત ગત કરાવવા યુક્તિઓ રચ્યા કરતા હતા. આ વાતની ખબર પ્રેમજીભાઇને પડી. તેમણે મોટું મન રાખી એ લોકોને ધીરજ આપી કે તેમની પાસે જે માલ છે તે પાછો લેવામાં નહીં આવે માટે ખાલી વખત ગત ન કરતાં જેમને ઉઠવું હોય તેઓ સુખેથી ઉઠી ચાલ્યા જાય. આ જાહેરાત સાંભળી સૌ જયઘોષ કરી ઉઠયા અને હરખાતા હરખાતા પોતાને સ્થળે રવાને થઇ ગયા. આ રીતે જમવાનું કામ પતી ગયું. આગેવાનોએ રસોડામાં આવી જોયું તો લગભગ ત્રીજા ભાગનો વધારો જોવામાં આવ્યો. સૌ વિસમય થઇ બોલ્યા કે ખરેખર સત્સંગનો પ્રતાપ તે આનું નામ. રસોઇનો વધારો બે દિવસ સુધી આજુબાજુના ગામડામાં ગરીબોને, ગાયોને અને કુતરાને વહેંચી આપવામાં આવ્યો.

જાહેર જીવનઃ—માતાજી હીરામા અને વડીલ બંધુ સુંદરજીભાઇની પ્રેરણાથી પ્રેમજીભાઇને ૧૪ વરસની ઉમરે પોતાની નેસ્તીની દુકાને બેસાડવામાં આવ્યા. આટલી નાની વયમાં રોટલા મેળવવાનો શ્રમ તેઓએ ખુશીથી સ્વીકાર્યો અને જે કામ કરતા તે બધું તેમના માતાજી હીરામાને અને વડીલ બંધુ સુંદરજીભાઇને પ્રસન્ન કરવા કાજે કરતા. નેસ્તીનો સામાન એક કોથળામાં ભરી

આજુબાજુના ગામડાઓમાં વેચાણ કરવા એકલા લઇ જતા. એમનો નિખાલસ સ્વભાવ, ગ્રાહકો તરફ માનભર્યું વર્તન અને પરિશ્રમ વેઠી સોંપાયલું કાર્ય પૂરૂં કરી દેખાડવાની ખંત, એ સઘળાં ગુણો જોઇ પરીક્ષક વૃત્તિવાળા એમના વડીલ બંધુ અને ગંગાસ્વરૂપ માતાજીના જીવમાં ટાઢક વળતી. અને જેમ મહારાજા જરાસંઘની સાથે દિવસના ભાગમાં યુદ્ધ કરી આવી શ્રમિત થએલા ભીમને, શ્રીકૃષ્ણ રાત્રે અંગ-મર્દન કરી શારીરિક શ્રમ અને ઉત્સાહ પ્રેરક બોધ આપી માનસિક શ્રમનું નિવારણ કરતા; તેવીજ રીતે આ બાળક પ્રેમજીભાઇને માતાજી પોતાની વાત્સલ્ય પૂર્ણ ગોદમાં લઇ, એમનો ઉત્સાહ, પ્રમાણિકપણું અને ખંતને સુરસ્તે આગળ વધારવાનું કાર્ય કરતાં. ગરીબાઇના લીધે મળતા સાત્વિક અને પૌષ્ટિક ખોરાકથી, રોજની રોજી મેળવવા આજુબાજુના ગામોમાં જતાં ખુલ્લી હવામાં કામ કરવાથી અને ધર્મ-પરાયણ માતાજીના સાન્ત્વનથી એમના શરીર અને મનમાં ઉત્તરો-ત્તર નવું ચૈતન્ય આવતું ગયું. એમના લાસીઆર યુવાન ચહેરા ઉપર સૌમ્યતા યુક્ત નિર્દોષ યુવાનીનું નૂર પ્રકાશવા લાગ્યું. એમની ૧૮ વરસની ઉમરે સંવત ૧૯૪૩ની સાલમાં ગામ શ્રી લોકલીઆના લાવાણા ઠક્કર જેઠમલ ફકીરની પુત્રી કુંવરબાઇ વેરે લગ્ન થયું.

આ રીતે હવે પ્રેમજીભાઈ એકમાંથી બે થયા. એથી એમના મનમાં કાંઇક વધુ પ્રવૃત્તિમાં જોડાવાની ઇચ્છા થઇ. આ કારણે પગાર ઠરાવ્યા વગર પોતાનાં વડીલ કાકાશ્રી ભવાનજીભાઈની વગથી પ્રેમજીભાઇ શેઠ ધારસી નાનજીની કંપનીમાં નોકરીએ રહ્યા. કંપની તરફથી તેમને આટલી નાની વયે કામઠી, નાગપુર, હિંગન-ઘાટ વગેરે વગેરે ગામોમાં માલની ખરીદી માટે મોકલવામાં આવ્યા. આ રીતે દેશાવરમાં અજાણ્યા પ્રદેશમાં યુવાવસ્થાએ સ્વતંત્રપણે વિચરવાનો પ્રસંગ પ્રાપ્ત થયો. ડાહ્યા માણસોનું એવું માનવું છે કે જીંદગીની શરૂઆતમાં ગરીબાઈ હોવી, એ પણ શ્રી પ્રભુનો આશીર્વાદ માનવો: કારણ તેથી મન ઉપર સંયમ રાખ-

વાની સહેજ સ્વભાવે ટેવ બંધાઈ જાય છે. પ્રેમજીભાઈ જ્યાં જ્યાં જતા ત્યાં ત્યાં પોતાના આરાધ્ય દેવ તરીકે માતાજી હીરામાની મૂર્તિનું ધ્યાન ધરતા. જેથી વ્યવહારમાં સહેજ મુશ્કેલીનું ભાન થતાં, એમનામાં નવું બળ આવતું. આવી રીતે શારીરિક અને માનસિક લપસાણના પ્રસંગ વખતે પણ એમને માતાજીનું આત્મબળ બચાવી લેતું. એમને માતાજી તરફથી મળેલ ઉપદેશ "પરધન પત્થર જાણીએ, પરસ્ત્રી માત સમાન એ તે પર પ્રભુ ના મીલે તો તુલસીદાસ જમાન." તેઓ પરદેશમા રહી હૃદયમાં પચાવતા. આવા કારણે તેઓ પરદેશમાં આટલી નાની ઉમરે રહી સારૂં કામ કરી કુંપનીની કૃપા મેળવી શક્યા. જો કે પ્રેમજીભાઇ કુંપનીમાં પગાર ઠરાવ્યા વગર રહ્યા હતા, છતાં વરસ આખરે કુંપનીએ એમના પ્રમાણમાં સારી જેવી રકમ માંડી આપી યોગ્ય વ્યક્તિની યોગ્ય કદર કરી.

"એક ઘડી, આધી ઘડી; આધીમેં પણ આધ, તુલસી સંગત સાધુકી કટે કોટિ અપરાધ." આવો જ પ્રસંગ પરદેશ ખેડવાના મંગળાચરણમાં શ્રી પ્રભુ કૃપાથી પ્રેમજીભાઇને મળ્યો. એ વખતે શેઠ બંશીલાલ અંબીરચંદનું મુબારક નામ શ્રી કામઠીમાં મશહુર હતું. રાજા મહારાજાને વરે એવી કીર્તિ આ પ્રારબ્ધવાન પુરૂષને વરી હતી. એમના સ્ટાફના કારભારીઓ બહુજ બાહોશ હતા. એમની પાસે ચાર મોટા વેપારીઓની આડત હતી. તેમની સાથેનો શેઠ બંશીલાલનો સંબંધ ચાર છ વરસનો જૂનો હતો. છતાં પ્રેમજીભાઇની કામ કરવાની આવડત અને બીજા અનુકરણીય સદ્‌ગુણોથી આકર્ષાઇ બંશીલાલ શેઠના મોટા મુનીમ, પ્રેમજીભાઇને પોતાના નાનાભાઇ જેટલું માન આપી ચહાના બતાવતા, તે એટલે સુધી કે સાંજરે પ્રેમજીભાઇને પોતાની સાથે બે ઘોડાની ગાડીમાં ફેરવવા લઈ જતા અને ક્યારે ક્યારે પોતાની પાસે બેસાડી પ્રેમથી જમાડતા. આ જ્ઞાનવૃદ્ધ, વયોવૃદ્ધ મુનીમે પ્રેમજી-ભાઇને વેપારમાં ગુરૂજ્ઞાન આપ્યું. પ્રેમજીભાઈ અત્યારે શ્રી પ્રભુ કૃપાથી વેપારમાં જે પ્રવીણતા મેળવી, જે વૈભવ ભોગવે છે, તે બધું તે

ામશ્રીના ગુરૂ ઉપદેશને આભારી છે; એમ પ્રેમજીભાઈ દઢતાપૂર્વક ાતા હોય એમ લાગે છે.

આપણા આ ચારિત્રનાયક પ્રેમજીભાઇ ગામ શ્રી કોટડી મધ્યે ાીની દુકાન રૂપી હાઈસ્કૂલમાં અભ્યાસ શરૂ કરી, વ્યવહારિક ાકની કલાસમાં પાસ થઈ, ચાર વરસ સુધી શેઠ ધારસી નાનજીની ાીરૂપી કોલેજમાં અભ્યાસ કરી વ્યવહારિક જ્ઞાનના ગ્રેજ્યુએટ દેશમાં વળી આવ્યા અને કુટુંબ સાથે ભળી સ્નેહનો વિનિમય ા લાગ્યા.

સંવત ૧૯૪૯ ની સાલમાં ગામશ્રી કોટડી મધ્યે તેમણે ાકર જી રાઘવજી અને શા. લાલજી ડુંગરશી સાથે ભાગીદારીમાં કપા- આડ કર્યો. એ સાલમાં શ્રી પ્રભુની કૃપાથી એમને કોરી ૨૦૦૦૦, હજારનો લાભ થયો. અને ફરી સંવત ૧૯૫૦ ની સાલમાં ભાટીઆ લાલજી ખીમજી સાથે ભાગીદારીમાં આડ કર્યો. આ વખતે આગલી સાલની માફક તેમને મન માન્યો સારો લાભ મળ્યો.

આમ બે વરસ સુધી તેમણે કપાશના આડનું કામ કર્યું. આ ાીરીના લીધે તેમને ગામડામાં ફરવાનું મળ્યું, જેથી દેશના ઘણા ના સહવાસમાં આવ્યા. આ પછી તેમણે પોતાની નેસ્તીની દુકાન . એમના સહવાસમાં આવેલા પંચ કોશીના લોકો તેમની દુકાનેથીજ લેવા લાગ્યા. ગામના જાગીરદાર ટિલાતશ્રી અને અન્ય ભાયાત પણ એમની જ દુકાનેથી માલ ખરીદવા લાગ્યા. હળવે હળવે ી દુકાનના લીધે કોટડીને છોટી માંડવીની ઉપમા મળવા લાગી. ા આવા ગામડા ગામમાં કોરી ૩૦૦ થી ૪૦૦ નો વકરો લાગ્યો. પંચકોશીવાળા પોતાને ત્યાં આવેલ મોટા ખરચના માટે માલ આંહીથી જ લેતા. આ કારણે એમને માલનો સંગ્રહ બહુ ા પડતો. કામનું દબાણ અને બીજી કેટલીક રોકાણના લીધે ાા રોજમેળ સ્પષ્ટ રીતે નીકળી શકતો નહીં. આ બે સાલ

જતાં કુટુંબની પ્રાતમાં ૧૦,૦૦૦ થી ૧૨૦૦૦ ની મૂડી દેખાઇ. આવી રીતે આ કુટુંબ પોતાનો કારભાર શાન્ત રીતે ચલાવતું હતું.

આ રીતે આ ચારિત્રનાયક પ્રેમજીભાઇ જે જે કાર્ય હાથમાં લેતા ગયા તે તે કાર્યમાં એમને યશ અને અર્થનો લાભ મળતો ગયો. આ રીતે શ્રી પ્રભુની તેમના ઉપર કૃપા ઉતરવી શરૂ થવા લાગી. એના ફળરૂપી લાભ એ થયો જે શ્રી પિતૃઋણમાંથી એઓ મુક્ત થએલા ગણાય એ રીતે એમને ત્યાં કુળ દીપક પુત્રનો જન્મ સંવત ૧૯૫૦ ના માગશર સુદ ૨ ને રોજ થયો.

આ પુત્ર તે ગર્ભશ્રીમંત શેઠ જયરામભાઈ, મોરના ઇંડાને ચીતરવાની જરૂર રહેતી નથી, તેવી જ રીતે શેઠ જયરામભાઇના માટે સમજી લેવું.

જે લોકો આ જયરામભાઇના પરિચયમાં નથી આવ્યા, તેમના મનની તૃપ્તિ માટે અત્ર કહેવું જોઇએ કે મુંબઇ, રંગુન, ચિટગામ વગેરે વગેરે સ્થળે. જે મેશર્સ રણછોડદાસ જયરામ એન્ડ સન્સની પેઢીનું નામ જગજાહેર છે, તે નામવાળા જયરામભાઇ તે આ પ્રેમજીભાઇના ગર્ભશ્રીમંત પુત્ર શેઠ જયરામભાઇનો જન્મ એવા શુભ મુહૂર્તે થયો કે ત્યાર પછી શેઠ પ્રેમજીભાઇનો સિતારો વધુ ચળકવો શરૂ થયો. પ્રારબ્ધનો આ શુભ ફેરફાર સૌ સ્નેહીઓ પારખી શકયા. પુત્રનાં લક્ષણ પારણામાંથી જ જણાય તે નિયમે આ બાળશેઠ બચપણથી જ પોતાના વડીલો અને શુભેચ્છુઓને ભાવિની સારી આશા આપનારી બાળલીલાઓ કરવા લાગ્યા. ધર્મપરાયણ માબાપની અનુકરણીય રહેણી કહેણીનો વારસો આ બાળશેઠ જયરામભાઈમાં બરાબર ઉતરતો દેખાવો શરૂ થયો, અને અત્યારે એમને પીછાનનારા સૌ કોઇ મુક્તકણ્ઠે પ્રશંસા કરે છે. કારણ એક કવિનું કથન છે કે:—

ધન યૌવન ને રાજ મદ, એ ચોખા દારૂ ચાર:
કેફ જીરવે તેહને, ધન ધન વાર હજાર.

વૈભવ, તન્દુરસ્ત અવસ્થા, ગુણીયલ ભર્યા, અને દેશ પરદેશના રાજ દરબારમાં સારી પ્રતિષ્ઠા પામેલ છતાં, અભિમાનરૂપી કેફ જીરવી શકયા છે, અર્થાત આટલી બધી જાહેાજલાલી છે છતાં જયરામભાઇ નિરાભીમાની રહી સૌના સાથે નિર્મળ મનથી વરતયા જાય છે, એ માટે એમને ખરેખર હજારેાવાર ધન્યવાદ ઘટે છે. શ્રી પ્રભુની કૃપાથી સુખી ગૃહસ્થાશ્રમના ફળ રૂપે એમને ત્યાં બે પુત્રેા અને ત્રણ પુત્રીએા છે. કર્મના અંતરાયે કરી આટલી નાની ઉમરમાં શેઠ જયરામભાઇ બે વાર વિધુર થયા. અત્યારે ત્રીજીવાર પરણ્યા છે.

શ્રી કચ્છ—રેાહાવાળા—કેાટડાના રહીશ જગમશહુર પ્રાતઃસ્મરણીય દાનેશ્વરી શેઠ ચંદાભાઇ રામજી તે આપણા પ્રેમજીભાઇના માસીઆઇ ભાઇ થાય. સંવત ૧૯૫૧ ની સાલમાં શેઠ ચંદાભાઇ રામજી નાદુરસ્ત તબીયતના કારણે શ્રી કાશી પાસે ચરણાગઢ ગામે શ્રી મહાપ્રભુજીની બેઠકમાં હવા ફેર માટે રેાકાયા હતા. એમની સેવા સુશ્રૂષા કરવા માટે માતાજી હીરામા અને પ્રેમજીભાઇના મેાટાભાઈ કેશવજીભાઇ સહકુટુંબ ત્યાંજ હતા. જેવી રીતે રણ ક્ષેત્રમાં બાણુશયા પર પેાઢેલા ભીષ્મપિતા મહે અર્જુનને યાદ કર્યા, તેવી રીતે ધર્મની ધ્વજા બાંધનાર આ વીર નર ચંદાભાઇએ, પ્રેમજીભાઇને યાદ કરી, પેાતા પાસે દેશથી તેડાવી લીધા. સજ્જન પુરૂષેાની વિભુતી હર હમેશાં બીજાએાના હિતાર્થે હેાય છે. આવું સમજી, ત્યાં આવતા યાત્રાળુએા માટે, હજુ એક વધારાની ધર્મશાળાની અનિવાર્ય જરૂર છે, તેા તે તરત પૂરી પડવી જોઇએ, એમ ધારી, પ્રેમજીભાઇએ એ વાતનેા પ્રસ્તાવ શેઠ ચંદાભાઇ પાસે મૂકયેા. શેઠ ચંદાભાઇએ તરત એ વાતની મંજુરી આપી. ધર્મશાળા તૈયાર થઇ. "કીર્તિ કેરાં કેાટડાં પાડયાં નવ પડંત "ના નિયમાનુસાર આ ધર્મશાળાનું મકાન અત્યારે પણ શેઠ ચંદાભાઈની કીર્તિની એક વધુ શાક્ષી પુરી રહ્યું છે.

પવિત્ર તીર્થસ્થળેાના દર્શન થાય, જૂદા જૂદા પ્રદેશના આબેાહવાનેા અલભ્ય લાભ મળે તેા ધર્મપરાયણ શેઠ ચંદાભાઈની નબળી

તબીયતમાં સુધારો થાય, એ ઇરાદાથી પૂજ્ય ગુસાઇ મહારાજ શ્રી ગોપાલ લાલજી મહારાજના નેતૃત્વ નીચે ૧૨૫ માણસોના રસાલા સહીત યાત્રાર્થે ચાલવા શેઠ ચંદાભાઇને પ્રેમજીભાઇએ વિનતિ કરી. મહારાજશ્રી સાથે બીજા ગુસાંઇજીના બાળકો, વહુજીઓ, અને બેટીજીઓ વગેરે હતાં. શેઠ ચંદાભાઇ પોતે પણ સહકુટુંબ સહપરિવાર સાથેજ હતા. એ જમાનો બેલગાડી અને ઘોડાઓનો હતો. રસ્તામાં આ સંઘ સુરક્ષીત રહે, તે માટે પોલીસ પાર્ટીનો પાકો બંદોબસ્ત હતો. આખા સંઘે શ્રી કાશી, શ્રી મથુરા, શ્રી કાકરોલી, શ્રી દેલવાડા વગેરે વગેરે પ્રસિદ્ધ સ્થળે જઇ, ત્યાંથી દ્વારકાધિશની ઝાંખી કરી, શ્રી નાથજીના છપ્પનભોગના દર્શન કર્યા. આ રીતે દેવ દર્શન કરી સૌ પોતપોતાને કૃતાર્થ માનવા લાગ્યા. આખા સંઘની વ્યવસ્થા એટલી સરસ રીતે પ્રેમજીભાઇએ કરી કે જેથી શેઠ ચંદાભાઇ તેમની ઉપર બહુજ પ્રસન્ન થયા અને સૌની રૂબરૂ મુક્ત કણ્ઠે પ્રેમજીભાઇને ધન્યવાદ આપ્યો, એટલુંજ નહીં પણ મુંબઈ ચાલી પોતાનો સઘળો વહીવટ પ્રેમજીભાઇને સોંપવા પોતાની ખાસ ઇચ્છા બતાવી.

આ વખતે જરૂરી કારણે પ્રેમજીભાઇએ શેઠ પાસેથી એક માસની રજા માગી મુંબઈ થઇ દેશમાં આવ્યા. શેઠ ચંદાભાઈ રામજી જેવા ભાગ્યવાન પુરૂષનો સઘળો વહીવટ સાચવવાનું કાર્ય પોતાને સોંપાય તો પોતાનું અહોભાગ્ય લેખાય, એમ તે વખતે પ્રેમજીભાઇને જણાયું. પરંતુ કોઈના નામ પછવાડે પ્રેમજીભાઇ જાહેરમાં પ્રસિદ્ધ થાએ, એ વાત પ્રેમજીભાઇની ભાગ્યદેવીને ન રૂચી હોય એમ દેખાયું કારણ એ ભાગ્યદેવી પ્રેમજીભાઈને જગતની નજર આગળ ઉચ્ચાસને લઇ આવવાની પેરવી બીજી રીતે કરી રહી હતી. એ કારણે એ ભાગ્યદેવીએ પ્રેમજીભાઇને દેશમાંજ એક માસ ઉપરાંત રોકી રાખ્યા. પ્રસંગ એવો બન્યો કે એમનાથી મોટા એમના ભાઇ ભીમજી બહુ નાની અવસ્થાએ ગુજરી ગયા. એમનાં બચ્ચાંઓને તેડી પ્રેમજીભાઇ દેશાવરથી કોટડી આવ્યા. આંહી એમના બીજા મોટાભાઈ સુંદરજી-

ભાઇના જમાઇ ગુજરી ગયા. આ રીતે સુંદરજીભાઇની એક પુત્રી પરણ્યા પછી એકજ વરસમાં વિધવા થઇ. આથી સુંદરજીભાઇના હૃદયને સખ્ત આઘાત થયેા. પરિણામે સુંદરજીભાઈ પેાતાની વિવેક બુદ્ધિ ખેાઇ બેઠા અને એમનામાં ઘેલચ્છાના ચિન્હ દેખાવા લાગ્યા. આ રીતે કુટુંબમાં ઉપરાઉપરી આધિ, વ્યાધિ, ઉપાધિના પ્રસંગેા બનવાથી, પ્રેમજીભાઈને દેશમાંજ રેાકાઇ રહેવું પડયું. સંવત ૧૯૫૧ ની સાલમાંજ શેઠ ચંદાભાઇ, પેાતાના કરેલ સુકૃત્યનેા લહાવેા લેવા સ્વર્ગે સંચર્યા. વખત ઉપર પ્રેમજીભાઈ મુંબઇ હાજર ન થઈ શક્યા જેથી પ્રેમજીભાઇને શેઠ ચંદાભાઇનેા કારભાર ન મળ્યેા.

દેશમાં રહી જવાનું હતું, તેથી પ્રેમજીભાઈ ફરી પેાતાની ચાલુ નેસ્તીની દુકાન ઉપર બેઠા. સંવત ૧૯૫૩ ની સાલમાં આંહીની દક-રાઇમાં વિવાહનેા પ્રસંગ ઉપસ્થિત થયેા. એ કારણે સરસમાન લેવા પ્રેમજીભાઇને માંડવી જવું પડયું. પેાતાની દુકાનમાં માલ ચીકાર હતેા. માંડવીમાં દલાલ મળ્યેા. પેાતાને જો કે માલ લેવાની જરાભી જરૂર નહેાતી છતાં ૮૦૦ મણ ગેાળના લાટનેા સેાદેા મણ ૧ ની કેારી ૮ લેખે કર્યો. ગાડાં તૈયાર કરી બીજા માલ સાથે આ પેાતાનેા માલ ચડાવી ૩૫ ગાડાની હેડ કેાટડી રવાને કરી. સામાનના ગાડાં જોઇ વડીલ બંધુ ગભરાયા કારણ માલ રાખવાની જગ્યા ન મળે, તેમજ પૈસા સંબંધી તે વખતે ભીડ ચાલતી હતી. આ બધી મુસ્કેલીએા વિચારી મેાટા ભાઇ બહુજ ગુસ્સે થયા. મેાટાભાઈ પેાતાના વડીલ છે, તેમની અદબ નજ તેાડવી, એમ વિચારી પ્રેમજીભાઇ મૌન સેવી રહ્યા અને જીવને શાન્ત રાખી, પેાતાના ચાલુ નિત્ય નિયમના કાર્યમાં લાગી ગયા. ત્રીજે દિવસે માંડવીથી દલાલનેા કાગળ આવ્યેા કે ગેાળનેા બજાર હાલમાં ચડવાનેા છે માટે ગેાળનેા સ્ટેાક સાચવી રાખજો. બીજા ચાર દિવસ રહીને ખબર મળ્યા કે માંડવીમાં ઉંદરેા મરવા શરૂ થયા છે અને પ્લેગ શરૂ થઇ ચૂકયેા છે. આ પ્રસંગ પહેલ વહેલેા હતેા, જેથી પ્લેગનું નામ સાંભળતા માણસેાના મનમાં ભય પેસી

ગયેા. માંડવીનેા ચેપ કેાટડીને ન લાગે તે માટે ગામ ધણી તરફથી સખ્ત બંદોબસ્ત રાખવામાં આવ્યેા. માંડવીથી આવનારા માટે ક્વારન્ટાઈનની સખ્ત ગેાઠવણ કરવામાં આવી. આ રીતે માંડવીનેા સંબંધ બંધ રહ્યો; માંડવીમાં ગેાળનેા બજાર વધીને મણ ૧ ની કેારી ૧૩ાા થી ૧૪ થઈ અને કેાટડીમાં કેારી ૧૪ાા થી ૧૫ બેાલાઈ. ધંધાની આવડત, કરકસરની ટેવ, કામ કરવામાં ઉત્સાહ અને અનુકુળ સંયેાગના લીધે તેમને ધંધામાં ૧૫ થી ૨૦ હજારનેા લાભ થયેા.

પ્રેમજીભાઈ નસીબદાર છે. આવેા કાંઇક ભાસ થતાં, હવેથી કુટુંબમાં તેમનું વજન વધારે પડવા લાગ્યું. પેાતે સૌથી નાના માટે "નાનક નાના હેા રહીએ જેસી નાની ધૂબ ઘાસ ગુસ સબ સુક ગયે ધૂબ ખુબકી ખુબ" આ સુત્રાનુસાર પ્રેમજીભાઈ વરતતા. આ દુકાનમાં તેઓ સંવત ૧૯૫૬ ની સાલ સુધી રહ્યા.

સંવત ૧૯૫૬ ની સાલે કાળેા કેર વરતાયેા. તે દુષ્કાળના વખત માટે લખવા બેસીએ તેા મેાટું પુસ્તક લખાય. આ ત્રાસદાયક વખતનું સ્મરણ કરતાં અત્યારે પણ હૃદય ધ્રુજી ઉઠે છે. શ્રી પ્રભુ આવેા કષ્ટદાયક વખત ફરીને કેાઈને કયારે પણ ન બતાવે, એવી દીન ભાવે શ્રી પ્રભુ પાસે યાચના છે. છપનીઆ દુષ્કાળનું ભીષણ સ્વરૂપ જોઇ એમનું હૃદય દ્રવી ગયું. પડેાશમાંથી હમેશાં માણસેા પેાતાની દુઝણી ગાયેા ભેંસેા માટે કપાશીઆ લેવા પ્રેમજીભાઇ પાસે આવતા. આવા લેાકેાની સ્થિતિ આ ટાંણે બહુ કઢંગી દેખાવા લાગી. કારણ નવી સાલની આવક કાંઈ પણ આવવાની વકી નહેાતી, એવું ચેાકસ પણે જાણવામાં આવી ગયું. વડીલભાઇ તરફથી એમને કહેવામાં આવ્યું કે પૈસા રેાકડા લીધા વગર કેાઈને પણ કપાશીઆ આપવા નહીં; છતાં દયાના લીધે પ્રેમજીભાઈ છૂપી રીતે આવા લેાકેાને સારી જેવી આર્થિક મદદ આપ્યા જતા હતા અને એ રકમ એમને ખાતે ઉધારતા નહેાતા. છૂપી રીતે એમની સાથે એવી સરત કરતા કે જયારે તેમની પાસે પૈસાની જોગવાઇ થાય ત્યારે આ રકમ આપી જવી.

આ રીતે જીંદગીની શરૂઆતમાંજ ગુપ્તદાન કરવાની ટેવની શરૂઆત થવા લાગી. જે ટેવ અત્યારે પણ તેમના નીકટના સહવાસમાં આવનારને જાણમાં આવી જાય છે. આવું કેટલાક દિવસ સુધી ચાલ્યું. પોતે કાંઇ મોટા આસામી નહીં, તેમજ પોતે વ્યવહારમાં સ્વતંત્ર પણ નહીં; તેથી આવું આવું વધુ વખત નભી શકશે નહીં, એવું પોતાને જણાયું. હવે બન્ને ધર્મ સચવાય તો ઠીક, એવો રસ્તો શોધવા લાગ્યા. પરિણામે આડોસી પાડોસી ગામડાના ગરાસીઆ લોકોની ગાયોને માંડવીની પાંજરા પોળમાં રખાવી દેવાની સગવડ કરાવી આપી અને એ લોકોમાંથી કેટલાકને એ પાંજરા પોળમાં નોકરીએ રખાવી દીધા, અને વરસાદ થાય ત્યારે તેવા દરેક જણને બબે ગાયો એમના બચ્ચાંઓને દૂધ પીવા માટે એજ સંસ્થામાંથી બક્ષીસ મળે એવી ગોઠવણ પણ કરી અપાવી.

આ છપનીઆ દુષ્કાળમાં ખર્ચમાં તણાઇ જવાશે, નવી આવક કાંઇ પણ નહીં આવે અને પૂરેપૂરી પાયમાલી થઇ જશે. આવું આવું સમજી પ્રેમજીભાઇએ પરદેશ જવાનું નક્કી કર્યું. મોટા ભાઇએ તેમને પરદેશ ન જવા માટે દાખલા દલીલથી ખુબ સમજાવ્યા, અને એકલે હાથે પોતાથી દુકાનનું કામ નહીં ચાલી શકે અને જો પ્રેમજીભાઇ પરદેશ જવાનો હઠ ન મૂકે તો સૌ ભાઇઓએ સંયુકત કુટુંબમાંથી જૂદા થઇ જવું. આખરે સૌ ભાઇઓ જૂદા થઇ જવાના નિર્ણય ઉપર આવ્યા. આ વખતે કોરી ૨૫૦૦૦ ની ઉગરાણી હતી. તેમાંથી કોરી ૫૦૦૦ પણ હાલે મળે એમ નહોતું. વહેંચણીના ફાળા કર્યા. સોરતીની રીતે આવેલ ફાડા સૌએ સ્વીકાર્યા. બાલાન્સમાં રહેલ ૮૦૦ મણ કપાશ સૌથી મોટા ભાઇ કેશવજીભાઇને મણની કોરી ૨૨ ના ભાવે આપ્યા. ચાર માસ પછી એ કપાશ કેશવજીભાઇએ મણની કોરી ૪૨ ના ભાવે વેચ્યો. આ રીતે સુલેહ શાન્તિથી સૌ ભાઇઓ જૂદા થયા અને પ્રેમજીભાઇ પરદેશ સીધાવ્યા.

રોહાવાળા કોટડાના શેઠ દેવચંદભાઈ બટાઉના વતી એમને વાર્ષીક રૂપીઆ ૫૦૧ ના પગારની રંગુન જવાનું કર્યું. ત્યા જવા પહેલાં પ્રેમજીભાઇએ શ્રી નાથજીની ઝાંખી કરી અને ત્યાંથી કલકતે આવી, શ્રી નાથજીના અન્ન કોટના દર્શન કરી પ્રસાદ ખાઇ પછી રંગુન તરફ રવાને થયા. રંગુનમાં એમના પોબાર પડવા શરૂ થયા. શેઠશ્રીએ દિવાળી આખરે રૂ. ૫૦૧ ના બદલામાં રૂ. ૮૦૧ ભરી આપ્યા. આ પ્રમાણે વગર માગે, પોતાની કદર થઈ એટલે "મિલ ગયા સો દૂધ બરાબર" સમજી શેઠનો પ્રેમજીભાઇએ ઉપકાર માન્યો. પ્રેમજીભાઇના ઉચ્ચ મનોરથથી શ્રી પ્રભુ પ્રસન્ન થતા હોય એવો બીજો પ્રસંગ એ બન્યો કે દિવાળીના દિવસે એક મારવાડીએ રૂ. ૪૦૦) ચારસોની હેમની સાંકળીની સોરતી કાઢી. દરેક ટીકીટ રૂપીઆ ૧૦) દશની હતી. આ સોરતી પ્રેમજીભાઈને મળી. આ સ્થળે પ્રેમજીભાઈ લગભગ દોઢેક વરસ રહ્યા.

સંવત ૧૯૫૭ ના ફાગણમાસમાં ભાગ્યશાળી શેઠ ધારસી નાનજીની કુંપનીમાં પ્રેમજીભાઇ જોડાયા. પ્રેમજીભાઇને અને એમના ભાયાત શેઠ શિવજીભાઈ રાઘવજીને, દરેકને ત્રણ ત્રણ આનાનો ભાગ કરાવીને કુંપનીની નવી શાખા ખોલવા માટે રંગુન મોકલવામાં આવ્યા.

આ વખતે રંગુનમાં શેઠ અમરચંદ માધવજી અને એવા બીજા પ્રસિદ્ધ મોટા વેપારીઓ ત્યાં જુના અને જામેલા હતા. તેવાઓની સ્પર્ધામાં રહીને કામ કરવાનું હતું. જો કે કુંપનીની કીર્તિ હિંદુસ્થાનમાં બહુ સારી જામેલી હતી, પરંતુ રંગુનમાં બધું નવેસરથી કરવાનું હતું. કુંપની તરફથી રંગુનની શાખાને રૂ. ૧ થી ૧॥ લાખની છૂટ આપવામાં આવી હતી. બન્ને ભાઇઓએ સમયસૂચકતા વાપરી અને પ્રેમજી-ભાઇએ ખાસ વગસગ ચલાવી એક વહોરા કુંપની પાસેથી મિત્ર ભાવે ૩ માસ ફ્રી જગ્યા પેઢી માટે મેળવી લીધી. એ ભલા માણસોએ પેઢીના ઘરનું તમામ ફરનીચર પણ એટલી મુદત માટે પૂરૂં પાડ્યું.

આ ત્રણ માસની મુદતમાં ઇશ્વર કૃપાથી કુંપનીને હજારો રૂપીઆનો નફો થયો. જ્યાં આવા ધર્મપરાયણ નસીબદાર ભાગીદાર હોય તો કું૦ નો સિતારો સિકંદર થાય તેમાં શું નવાઇ ? આ પછી તપાસના અંતે અનુકૂળ વખત મળતાં એક સારી જેવી જગ્યા, જેમાં પેઢીના ઘરનું તમામ જાતનું ફરનીચર ગોઠવેલું હતું અને જેની કિંમત તે વખતે આસરે રૂ. ૫૦૦૦)ની જરૂર અંકાય તે જગ્યા બહુજ કીફાયત ભાવે મળી ગઇ. આવી રીતે તેઓ હવે કુંપનીની પોતાની જગ્યામાં બેઠા.

સંવત ૧૯૫૯ ની સાલમાં એમના પૂજ્ય કાકા ભવાનજીભાઇને હિંદુસ્થાનમાં તેમના ઘરૂ વેપારે યારી ન આપી, જેથી તેમને તે સ્થળેથી મૂકત કરી, કુંપનીમાં ૧ આનાના ભાગથી રખાવી દીધા. કુંપનીના મુખ્ય નેતાઓ જ્યારે જ્યારે કુંપનીમાં બીજા નવા ભાગીદારો ગોઠવવા ઇચ્છતા ત્યારે ત્યારે એકવાર ખાનગીમાં આ બે ભાઇઓની સલાહ લેતા. સંવત ૧૯૬૫ ની સાલમાં ત્રણ દોકડાના ભાગથી શા માનસંગભાઇ કચરા (ભુજવાળા) ને, જોશી પ્રધાનભાઇ દામજી (ગઢસીસાવાળા) ને અને શા લધાભાઇ કચરા માવજી (હાલાપુરવાળા) ને ભાગીદારીમાં લેવામાં આવ્યા. આ ત્રણે જણા અત્યારે કચ્છના સાચા પુત્રો તરીકે ઓળખાય છે. એમના હાથેથી થતી સારી જેવી સખાવતો જાહેરમાં આવતી જાય છે. ધન્ય છે એમને. સંવત ૧૯૬૮ ની સાલમાં બીજા ભાગીદારો લેવામાં આવ્યા. એમાં મૂખ્ય શા મણશીભાઇ જેઠા, શા ઉવરાજભાઇ પુંજા, અને શા વેલજીભાઈ મૂળજી વગેરે હતા. હળવે હળવે કુંપની જેમ જેમ ધંધો રોજગાર વધારતી ગઈ, તેમ તેમ કચ્છમાંથી ચૂંટી ચૂંટી કર્તવ્યપરાયણ અને વેપારી કુનેહવાળા ભાગીદારો તેમાં ગોઠવાતા ગયા. છેવટે લગભગ ૨૦ થી ૨૫ નાના મોટા ભાગીદારો થયા હતા.

આ કુંપનીમાંથી જેમને જેમને જ્યારે જ્યારે છૂટો થવાનો

વખત આવ્યો ત્યારે ત્યારે દરેકના ફાળે સારી જેવી રકમ આવી. જે રકમ લઇ કુંપનીમાંથી છૂટા થએલા આસામીઓ પોત પોતાની નવી પ્રવૃત્તિમાં જોડાયા. છૂટા થતી વખતે મળેલ મૂડીથી દરેક જણ લક્ષાધિપતિ કહેવાવા લાગ્યા. આ કુંપની માટે અત્યારે પણ એમ કહેવાય છે કે આ કુંપનીનો એક દોકડાનો ભાગીદાર છૂટો થતી વખતે પોતાના ભાગમાં હજારો બલકે લાખો રૂપીઆ મેળવી શકતો. આવી સ્થિતિમાં કુંપનીના વૈભવ માટે શું પૂછવું હોય? ધન્ય છે એ નામ કીર્તિને. કુંપનીના નેતાઓની જેટલી પ્રશંસા કરીએ એટલી થોડી. અત્યારે આ કુંપનીનો વહીવટ શેઠ ઠકર લાલજીભાઇ મૂળજી વાંકુવાળા અને શેઠ શાખીમજીભાઇ શામજી ગઢસીસાવાળા ચલાવે છે. આ કુંપનીમાંથી છૂટા થએલા ભાગીદારો અત્યારે પણ એ કુંપનીના મૂખ્ય નેતાઓને અંતઃકરણ પૂર્વક માન આપે છે. ધન્ય છે ઉભય પક્ષવાળાઓને!

સંવત ૧૯૬૨ થી ૧૯૬૬ સુધી કુંપની તરફથી પ્રેમજીભાઇ ચટગામ (Ghittagong) માં રહ્યા. ત્યાં શરૂઆતમાં જે ભાડાની જગ્યામાં કુંપનીની પેઢી ખોલવામાં આવી હતી, તે જગ્યા અઘાટ હમીરાવાર લઇ ત્યાં નવેસરથી સારી બિલ્ડીંગ બંધાવી તેમાં બેસી, વહીવટ ચલાવી કુંપનીના નામની બરાબર જમાવટ કરી. ત્યાં પોતાના મોટા ભાઇ કેશવજીભાઇને ૪ દોકડાનો ભાગ કરાવી આપી ત્યાં રાખ્યા અને પોતે પાછા રંગુન ગયા.

સંવત ૧૯૬૮ ની સાલમાં પ્રેમજીભાઇએ પેગુની મીલ રૂ. ૬૫૦૦ માં લીલામમાંથી લીધી. બીજેજ દિવસે તેમને એ મીલના રૂ. ૮૦ હજાર મળવા લાગ્યા. એમણે એ મીલ કુંપની ખાતે રાખી લીધી. નવેસરથી તે ઉપર હજારો રૂપીઆ ખર્ચી મન માનતો સારો સુધારો કરાવ્યો. હવેથી પેગુની મીલ કામ કરવામાં સૌનું ધ્યાન પોતા તરફ ખેંચવા લાગી. જેથી એકજ વરસમાં ખર્ચેલ પૈસા લગભગ વસુલ થઇ આવ્યા. સંવત ૧૯૭૦ ની સાલમાં નાનલીનની મીલ રૂ. ૨૫૦૦૦ પચીસ હજારમાં લીધી.

સંવત ૧૯૭૬ ની સાલમાં માંડવી મુકામે શ્રી લોહાણા જ્ઞાતિની પંચમ પરિષદ ભરાણી તે વખતે કુંપની તરફથી શેઠ પ્રેમજીભાઇને પરિષદમાં ભાગ લેવા માટે મોકલવામાં આવ્યા. કુંપનીની ફરમાશ અને કુંપનીના એક મુખ્ય નેતા શેઠ હીરજીભાઇ મૂળજી વાંકુવાળાની ખાસ પ્રેરણાથી પ્રેમજીભાઈ એકવાર શેઠ હીરજીભાઇ મૂળજીને મળવા વાંકુ ગયા. એ બન્ને વચ્ચે જ્ઞાતિહિતની બાબતો માટે સારી રીતે મંત્રણા ચાલી. પ્રાતઃસ્મરણીય શેઠ હીરજીભાઇ ચુસ્ત રીતે સનાતન ધર્મને માનતા અને એના રહસ્ય આચારમાં અને વિચારમાં ઉતારતા. એમના ભવ્ય મકાનમાં (જેને તેઓ હમેશાં સુદામાની ઝુંપડી કહેતા) વખતો વખત ધુરંધર વિદ્વાનોની સભાઓ ભરાતી જૂદે જૂદે સ્થળેથી ખાસ મહાન આચાર્યોને આમંત્રણ આપી બોલાવી લેવામાં આવતા. અને સનાતન ધર્મના રહસ્યો માટે જૂદા જૂદા દૃષ્ટિ બિંદુએથી ચર્ચા ચાલતી. આવા બધા સત્સંગના પ્રતાપે અને શેઠ શ્રી હીરજીભાઇ મૂળજીના પ્રેમજીભાઇ જેવા હંસ અને સારસ જેવા મિત્રોના સહવાસ અને સૂચના ઉપરથી પરિષદ વખતે શેઠ હીરજીભાઇ તરફથી જ્ઞાતિ હિતાર્થે સારી જેવી રકમ વાપરવાનો સંકલ્પ પ્રેમજીભાઇ મારફતજ જાહેર કરવામાં આવ્યો. આના પરિણામે અત્યારે ગામ શ્રી વાંકુ મધે એક ભવ્ય ઇમારત બાલાશ્રમ માટે બાંધવામાં આવી છે. આ મકાનની ભવ્યતા અને બાંધણી જોવા માટે દૂર દૂરના મુસાફરો આવે છે. આ બાલાશ્રમમાં અનુકરણીય શિક્ષણ અપાય છે અને છોકરાઓની કાળજી-પૂર્વક સંભાળ લેવામાં આવે છે. ધન્ય છે એવા નર રત્નોને અને ધન્ય છે એવા નર રત્નોના હંસ અને સારસની પેઠે સલાહ આપનાર સખાઓને. સ્વ. શેઠ હીરજીભાઇ ખરેખર બુદ્ધિશાળી હતા. અને સનાતન ધર્મની ઊંડી ફીલસુફી (તત્ત્વ જ્ઞાન) બરાબર સમજી શકતા અને બીજાઓને સમજાવી શકતા. પરિષદ વખતે શેઠ પ્રેમજીભાઇએ પણ જૂદા જૂદા ખાતાઓમાં સારી જેવી રકમો મંડાવી ભરી આપી.

શેઠ ધારસી નાનજીની કુંપનીમાં પ્રેમજીભાઇ સંવત ૧૯૭૬

સુધી રહ્યા. ત્યાર પછી તેમણે મેસર્સ રણછોડદાસ જયરામ એન્ડ કુંપનીના નામથી નવેસર વેપાર શરૂ કર્યો. ભાઇ રણછોડદાસભાઇ તે શેઠ પ્રેમજીભાઇના ભાણેજ અને સ્વ. શેઠ પુરૂશોત્તમભાઇના નાના ભાઇ અને જયરામભાઇ તે શેઠશ્રીના સુપુત્ર શેઠ રણછોડદાસભાઇ જેઠમલ સાચા વૈશ્નવ છે અને ખાનદાન કુટુંબના ફરજંદને શોભે એવા સદ્‌ગુણો એમનામાં દશ્યમાન થાય છે, સ્વભાવે દયાળુ, નમ્ર, પરોપકારી, ઉદાર હોઇ ઇશ્વરપરાયણ જીવન ગાળે છે. પોતાના મુરબ્બી મામા પ્રેમજીભાઇને વડીલ સમજી એમની સલાહને માન આપે છે. એ કુંપનીમાં બીજા કેટલાક કુટુમ્બીઓ ભાગીદાર હતા, તેઓ સંવત ૧૯૮૨ સુધી આ કુંપનીમાં રહ્યા અને દરેકને સારો લાભ મળ્યો. એન્ડ કો. માંથી કેટલાક કુટુમ્બીઓ છૂટા થઇ ગયા જેથી એન્ડ કુંપનીનું નામ બદલાવી મેસર્સ રણછોડદાસ જયરામ એન્ડ સન્સનું નામ ચાલુ કર્યું. આ કુંપની પોતાની જુની કીર્તિ જાળવી રાખી કામ કર્યા કરે છે. અત્યારે બજારમાં ઇશ્વર કૃપાથી એમની ક્રેડીટ બહુ સારી જામેલી છે. આ કુંપનીની હેડ ઓફિસ અત્યારે માંડવી—ભાત બજાર મુંબઇમાં છે તે ઉપરાંત બીજી પેઢીઓ રંગુન, ચિનાગોંગ, ઓકો, નાટલીન, અને પેગુમાં છે. એમનો મુખ્ય વેપાર ચોખાનો અને થોડા ભાગે નીમકનો છે.

આ ધંધામાં સરળતા થાય તે માટે તેઓએ બર્મામાં ચોખા સાફ કરવાની ત્રણ મીલો ઉભી કરી છે. ઉપરાંત તેમની પાસે રંગુનમાં બે બગીચા, અને ઓકોમાં એક બગીચો; એમ કુલ ૩ બગીચા છે.

ભાઇ પ્રેમજીભાઇ જ્યારે ૧૪ વરસના હતા, તે વખતે ત્રાંબાના ગઢ રૂપી એમના શિરછત્ર પિતાશ્રી ચંદાભાઈ ગુજરી ગયા. એ આપણે જાણીએ છીએ. માતાજી હીરામાના સત્સંગના પ્રતાપે કુમળી વયના આપણા આ ચારિત્ર નાયકના નિર્મળ હૃદયમાં ધર્મની એવી છાપ પડી કે જેના લીધે, એ અત્યારે ભૂખ્યાને અન્ન, વસ્ત્રની જરૂરીઆતવાળાને વસ્ત્ર અને જે કોઈ સવાલી એમના બારણે આવે છે, તેને

યથાશક્તિ "ફુલ નહીં ને ફુલની પાંખડી" એ નિયમે પ્રેમ ભાવે સત્કાર કર્યા જાય છે. આ રીતે તેઓ પોતાના માટે આગળના ભત્થાની તૈયારી કરી રહ્યા છે. સન્માર્ગે ખરચેલ ધન, હમેશાં સવાઇના રૂપમાં રહે છે. આ મહા વાકય પ્રમાણે પ્રેમજીભાઇને હમેશાં આર્થિક લાભ મળ્યાજ કરે છે.

ડાહ્યા માણસો એમ કહે છે કે આ જગતમાં જે જે મહાન પુરૂષો થઇ ગયા, તેઓ શેખશલ્લીના પેઠે છૂમંતરથી એકજ પ્રયત્ને ઉચ્ચ સ્થિતિએ પહોંચ્યા નથી. સામાન્ય કોટિના બીજા મનુષ્યો જ્યારે અહંભાવ સેવી વખતનો દુરૂપયોગ કરતા હોય છે ત્યારે ઉચ્ચ કોટિના જીવો અહર્નીશ શ્રી પ્રભુ ઉપર આસ્થા રાખી, પોતાની ફરજ અદા કરવા એકાગ્ર ચિત્તે મંડયા રહે છે.

વૈભવ મેળવવાના રસ્તામાં ડગલે ને પગલે લપસાણવાળી જમીનમાં કાંટા પાથર્યા હોય છે. તેવે રસ્તેથી પસાર થતાં, આશા નિરાશાના જબ્બર પ્રવાહમાં તણાતાં પછડાતાં આગળને આગળ ધકેલાયા જઇએ છીએ. આવે વખતે મૂળ ધ્યેયની સંભાળ રાખી આગળ વધવાનું હોય છે. આવી રીતે આપણા આ ચરિત્ર નાયક પ્રેમજીભાઇને જૂદા જૂદા કડવા અનુભવમાંથી પસાર થવું પડયું છે. કારણ માલની ખરીદી માટે હિંદુસ્થાનમાં જાદા જાદા રાજ્યોની હદમાં જવું પડતું, ત્યાં તેમના વિરૂદ્ધ બીજાઓ તરફથી સ્વસ્વાર્થ સાધવાના હેતુ માટે જૂદી જૂદી જાતની ખટપટો ઉભી કરવામાં આવતી. પ્રેમજીભાઇની નજીવી ભૂલોને મોટું રૂપ આપી, તેમના જીવનમાં હમેશની કાળી ટીલી આવી જાય એવી બાજી ગોઠવાતી. રસ્તામાં ચોરો, ઠગો, લૂંટારા અને ફાડી ખાનારા જાનવરોના ભય આવી ઉભા રહેતા. એ પ્રસંગે પૂરતી સંભાળ રાખ્યા છતાં મામલો કટોકટીનો આવીને ઉભો રહેતો. તે વખતે પ્રેમજીભાઇની ઇશ્વર ઉપર પૂરણ શ્રદ્ધા અને તેના લીધે તેમનામાં સ્ફુરી આવતી હિંમત અને કુનેહથી આવેલી આફતો ટળી જતી.

ઘણી વખતે છતે ધાને ખાવા પીવાની પૂરતી સગવડ ન સચવાતી. આ કારણે યુવાનીમાં જ સંગ્રહણીના જીવલેણ રોગે એમના શરીરમાં દેખાવ દીધો. એ રોગના નિવારણ માટે બહુએ પ્રયત્નો કરવામાં આવ્યા છતાં રોગે મચક ન આપી. આથી કંટાળી તેઓ શ્રી જગન્નાથપુરીમાં શ્રીજીના દર્શન કરવા ગયા. ત્યાં એક મહાત્માશ્રીની પ્રસાદીથી તેમને આરામ થઈ ગયો. આવી આવી અનેક બાબતો બધી ક્રમવાર ગોઠવી વિગતવાર લખવા બેસીએ તો શેઠ પ્રેમજીભાઈના સાહસ કામના વર્ણનનું જ્ઞાન સાથે ગમ્મત આપી આશ્ચર્ય કરનારૂં પુસ્તક લખી શકાય એમ છે. અને તેમાંથી ઘણુંએ જોવાનું અને જાણવાનું મળે એમ છે. શ્રી પ્રભુની કૃપા થશે તો બીજા પ્રસંગે તે લખવા પ્રયત્ન કરીશ.

આ સંસાર અસાર છે, માયાવી છે, ઋણ સંબંધે સૌ આવી મળે છે. ઋણ સંબંધ પૂરો થતાં સૌ સૌને પંથે પડયા જાય છે. બધો વૈભવ આંહી જ રહી જવાનો. એક સોય જેટલી ચીજ સાથે નથી આવવાની. શુદ્ધ હૃદયથી નિરાભિમાન વૃત્તિ સેવી, શ્રી પ્રભુ અર્થે જે કાંઈ કર્યું હશે તે જ સાથે આવવાનું અને એવાં સુકૃત્યને લીધે, જીવન-મુક્ત થવાશે. આવું બધું જ્ઞાન પ્રેમજીભાઇને માતાજી હીરાંમા તરફથી મળ્યું હતું. હળવે હળવે એ જ્ઞાન તેઓ પચાવતા ગયા. આવી ભાવનાની કસોટી કરવા કુદરતે તેમના માટે અસહ્ય પ્રસંગો લાવી મૂકયા. એકવાર એવું બન્યું કે એમનો મોટો પૌત્ર (શેઠ જયરામભાઇનો સૌથી મોટા પુત્ર) ઉમર વરસ ૭ આસરેનો અણધારી સહેજ માંદગી ભોગવી સ્વર્ગે સીધાવ્યો. આ વ્યાજરૂપી બાળક ઉપર સ્વાભાવિક રીતે પિતા મહને પ્રેમ હોય જ, તેમાં પણ વળી સંસ્કારી વાત્સલ્ય ભાવ પૂર્ણ હૃદયવાળા શેઠ પ્રેમજીભાઇને અધિક પ્રેમ હોય એમાં કાંઇ વિશેષ ન કહેવાય. એ બાળ–પૌત્રની દરેક કાળજી પોતેજ રાખતા, યોગ ભ્રષ્ટ જીવો હમેશાં ઉચ્ચકોટિના માબાપના પેટે જન્મ લેછે. તેથી શરૂઆતમાંજ તેમની બાળલીલા કાંઇક અલૌકીક રંગ બતાવે છે. આ નિયમાનુસાર આ બાળક શરૂઆતમાંજ નિડર, ઉત્સાહી, અને

હર હમેશાં પોતાથી વયોવૃદ્ધ શ્રીમંત શેઠ કે મોટા સાહેબ લોકોની સાંનિધ્યમાં જરાબી ક્ષોભ પામ્યા વગર પોતાની નિર્દોષ બાળલીલાથી તેમના મન હરી લેતો. આવી રીતની આ બાળકની બાળલીલા નિહાળી સૌ કોઇ પ્રેમજીભાઇને ધન્યવાદ આપતા. આવા પ્રસંગોના લીધે પ્રેમજીભાઇના ઉચ્ચાભિલાષી હૃદય સાગરમાં આનંદની લહેરો ઉઠતી. આ બાળકના અવસાનથી તેના પરિચયમાં આવનારા સૌ કોઇને દુઃખ થયું તો પછી શેઠ પ્રેમજીભાઇને તેથી પણ વિશેષ સખ્ત આઘાતનો કડવો અનુભવ થયો હોય તેમાં જરાબી શક ન લેખાય. બીજો પ્રસંગ એ બન્યો કે એમના મોટા ભાણેજ પુરૂશોત્તમભાઇ જેઠમલ જેઓ એમની સાથે શરૂઆતથીજ વેપારમાં જોડાયલા હતા. ધર્મ, અર્થ, કામ અને મોક્ષ મેળવવાના દરેક કાર્યમાં તેમની સાથેજ તેમની આજ્ઞાનુસાર વર્તતા. એ બન્નેની અવસ્થા વચ્ચે બહુ અંતરો નહોતો જેથી તેઓ લગભગ મિત્રભાવે સાથે રહી કામ કરતા, અત્યારે કોટડી ગામમાં જે સાર્વજનીક દવાખાનું ચાલે છે તેનું મંડાણ કરવામાં આ પુરૂશોત્તમભાઇનો મુખ્ય હાથ હતો. આ મામા ભાણેજે સાથે રહી ખરચ ઉપાડી આ દવાખાનું શરૂ કર્યું અને તેથીજ આ દવાખાનાનું નામ "શેઠ પ્રેમજીભાઈ ચંદા અને શેઠ પુરૂશોત્તમભાઇ જેઠમલ સાર્વજનીક ફ્રી દવાખાનું" એ પ્રમાણે ચાલે છે. એમાં થતો ખરચ અલગ સાચવી રાખેલ રકમના વ્યાજમાંથી ચાલે છે. આ દવાખાનું આજ બાર તેર વરસ થયા સેવા ભાવથી કાર્ય કર્યું જાય છે જેથી આજુબાજુના લોકોને એક આશીર્વાદરૂપ નીવડયું છે, એવા અભિપ્રાયો આ ખાતાની વીઝીટ લેનારા અ.સ.મીઓ તરફથી મળ્યા છે, જેનો નોંધ આ ખાતાની વીઝીટ બુકમાં છે. આ પુરૂશોત્તમભાઇ હજુ થોડો વખત રહી પુરૂશોત્તમ સ્વરૂપને પામ્યા હત તો હજુ પણ વધારે લોકોપયોગી કાર્યો તેમના હાથેથી જરૂર થાત, એમ સૌ કોઇ એમના જીવનના ટુંકા પ્રસંગ ઉપરથી મુક્તકણ્ઠે કબુલ કરે છે. એમના અવસાનથી પ્રેમજીભાઇને બીજો સખ્ત

આઘાત થયો, અને કોટડી ગામમાંથી એક ઉચ્ચ કોટિનો સખી ગૃહસ્થ ઓછો થયો તેથી ગામમાં પણ ભારે ખેદ થઈ રહ્યો. અને ત્રીજો પ્રસંગ હમણાજ બન્યો છે, તે એ કે આ પુરૂશોત્તમભાઇના નાનાભાઇ શંભુલાલભાઈ ભર યુવાન વયે લાંબી માંદગી ભોગવી સ્વર્ગે સીધાવ્યા. શંભુ-લાલભાઇ જ્યારે બરાબર આરોગ્ય હતા ત્યારે ધર્મ ધ્યાનમાં એટલા તો ચોકસ હતા કે સૌ કોઇ આશ્ચર્યચકિત થતા. એક ગર્ભ શ્રીમંતનો પુત્ર યુવાન વયે સાધુ જેવા આચરણ પાળે એતો સોનામાં સુગંધ આવી એમજ કહેવાય. આ ભાઇની સારવાર માટે શ્રીમાન શેઠ રણ-છોડદાસભાઇએ ખૂબ પરિશ્રમ વેઠયો. દેશ દેશના પ્રસિદ્ધ વૈદ્યો, ડોક-ટરો અને હકીમોની ખાસ સલાહ લીધી. સાધુ યોગીઓની સલાહ પ્રમાણે ખૂબ ધર્મદાન કર્યું. છેવટે ત્રુટીની બૂટી નહીં એ કહેવત સાચી પડી. આ બન્ને ભાઈ ઓની વિધવાઓ હૈયાત છે. સ્વ૦ શેઠ પુરૂશોત્તમભાઇની એકજ પુત્રી અત્યારે સાસરીઆનું કુળ દીપાવી રહ્યા છે અને સ્વ. શેઠ શંભુલાલભાઈની એક બાળક પુત્રી બેન સરસ્વતીબાઇ વિદ્યમાન છે.

આવા આવા આઘાત સહન કરતાં કરતાં સત્સંગના પ્રતાપથી પ્રેમજીભાઇનું સંસ્કારી મન હળવે હળવે જળ કમળવત્ થવાની દિશાએ વલણ લેતું જાય છે.

સદ્ગુરૂના ઉપદેશથી ધર્મ અર્થે પુષ્કળ ધન વાવરવું શરૂ કર્યું. શ્રી પ્રભુને પ્રેમજીભાઇની નિર્મળ મનોવૃત્તિ રૂચી હોય, એવું દેખાવું શરૂ થયું. ઇશ્વરની દયાથી જયરામભાઇને ત્યાં ફરી બીજા પુત્રનો જન્મ થયો. એ પુત્ર અત્યારે દશેક વરસની ઉમરના છે. એમનું નામ વલ્લભદાસ છે (લાડમાં બાબુ શેઠના નામથી જાણીતા છે.) પુન્યના પ્રતાપે જયરામ શેઠને ત્યાં ત્રીજા પુત્રનો જન્મ થયો છે તેમની ઉમર અત્યારે દોઢેક વરસની છે. એમનું નામ બુદ્ધિવિલાસ રાખવામાં આવ્યું છે. શ્રી પ્રભુ આ બંધુ જોડીને આયુષ્યમાન રાખી સદ્બુદ્ધિ આપે કે જેથી તેમના વડીલોની જમાવેલ કીર્તિ તેઓ જાળવી શકે. એવી અમારા હૃદયની શુભ ભાવના છે. આ ઉપરાંત જયરામભાઇને ત્યાં ત્રણ પુત્રીઓ છે.

ધર્મપરાયણ વ્યવહારકુશળ સાસુ હીરાંમાના હાથ નીચે તાલીમ મેળવવાનું સદ્‌ભાગ્ય અમારા વિદ્યમાન શેઠીઆણીમા કુંવરબાઇ માને (શેઠ જયરામભાઇના જન્મદાતા માતુશ્રી) મળ્યું છે. કર્મના અંતરાયે કરી આજ લગભગ ૨૦ થી ૨૫ વરસ થયા ચક્ષુહીન અવસ્થા ભેાગવે છે, છતાં હૃદય ચક્ષુના બળથી નિત્ય નિયમ અને ગૃહ કાર્ય એવી દક્ષતાથી કર્યા જાય છે કે ઘડીભર એ ચક્ષુવાળા સાવધાન વ્યકિત પણ માતાજી કુંવરબાઇની ચપળતા જોઇ મંત્ર મુગ્ધ થયા વગર ન રહે. પ્રાતઃસ્મરણીય પૂજ્ય માતુ તુલ્ય સાસુ હીરામાના ઉપદેશ પ્રમાણે અત્યારે શેઠીઆણીમા કુંવરબાઇની દેખરેખ નીચે શેઠના ઘરમાં "કીંક કે ને કીંકડર તે વસે તેા જો ઘર" આવું આવું નિત્ય થતું જોવામાં આવે છે.

અત્યારે વેપારનેા વહીવટ પ્રેમજી શેઠના ભાણેજ શ્રીમાન શેઠ રણછેાડદાસભાઇ જેઠમલ મુંબઇ મધ્યે હેડ એાફીસમાં રહી ચલાવે છે. અને "લઘુતામેં પ્રભુતા વસે અને પ્રભુતાંસે પ્રભુ દુર" એનેા ચુસ્તપણે અમલ કરવાવાળા શ્રીમાન શેઠ જયરામભાઇ રંગુનમાં રહી વડીલ શ્રી પ્રેમજીભાઇ અને રણછેાડદાસભાઇની સલાહ પ્રમાણે વેપાર ચલાવી રહ્યા છે. આ બન્ને ભાઇએા બુદ્ધિશાળી હેાઈ એકબીજાનું પુરતું માન જાળવી રહ્યા છે. શેઠ પ્રેમજીભાઇ હાલે લગભગ વાનઃપ્રસ્થ અવસ્થા ભેાગવી રહ્યા છે. દીવસનેા વધુભાગ ઇશ સ્મરણમાં ગાળે છે. એમના તરફથી ઘણીએ સખાવતેા થઇ છે અને થાય છે. અને તેમાંની કેટલીકતેા એટલી ગુપ્તરીતે થાય છે, કે જમણા હાથથી અપાયલું દાન ડાબેા હાથ જાણી શકતેા નથી. જેથી એવી રીતે થએલી અને થતી સખાવતનેા એકંદર સાચેા આંકડેા મળી શકવેા મુશ્કેલ થઈ પડેલ છે. એ તેા ઉપર ઉપરથી અંદાજ કરતાં અને સૌને જાણ થએલી રકમેાનેા (સખાવતેાનેા) આંકડેા લગભગ લાખ ઉપર થવા જાય છે.

જૂદા જૂદા તીર્થસ્થાનેામાં તેએા ઘણીએવાર સહકુટુમ્બ સપરિવાર યાત્રાર્થે ગએલા છે. અને પેાતા સાથે પેાતાનાં સગાં સંબંધી

દોસ્ત બિરાદરો અને આશ્રિતોને પણ એ અલભ્ય લાભ મળે એવી સગવડો એમણે કરી છે.

તેઓ ચુસ્ત વૈષ્નવ છે. શ્રીકોટડી મધે શ્રીઠાકોરજીના મંદિરમાં આરસની લાદી પથરાવી, નિજમંદિરમાં રૂપાનું સિંહાસન કરાવેલ છે. આખા મંદિરની શોભામાં વૃદ્ધિ થાય અને દર્શને આવનારનું મન વધુ પ્રફુલ્લિત થાએ એ ઇરાદાથી અંદરના ભાગનાં પાકો રંગ દેવરાવી તે ઉપરે શ્રીરામાયણ અને શ્રી મહાભારતમાના સારી સારી ભાવનાના ચિત્રો ખાસ કાબેલ ચિતારાને રોકી કરાવેલ છે. (આ ચિતારાનું નામ મોરારજી વજેશંકર વૈદ્ય જ્ઞાતે નાગર ભુજવાળા ઉર્ફે મુરારજી ગુંગો) મંદિરના બહારના ભાગને કલર ન ખાય તે માટે ખાસ પાકે સફેદ રંગ લગાડેલ છે. આ ઉપરાંત વ્યાજમાંથી શ્રી ઠાકોરજીના માટે વરસમાં બે વખત અન્નકોટની સામગ્રી થાય, તેટલી રકમ જૂદી કહાડેલ છે

આ ઉપરાંત એક ગાઉ ઉપર ભોજાય ગામ છે. એ ગામમ શુદ્ધ સાધ્વી જેવા દેવી તુલ્ય જેઠીબાની વ્યવસ્થા નીચે શ્રીસત્યનારાયણના મંદિરની વ્યવસ્થા ચાલે છે. આ મંદિરના ખર્ચે માટે શેઠશ્રીએ સારી જેવી રકમ કહાડી છે અને તે રકમનું ચડયા ચડયું વ્યાજ માતાજી જેઠીબાને આપવામાં આવે છે.

શ્રી મુંબઈ મધે ભુલેશ્વર લતામાં ગરીબ માણસોને રોજ અન્ન મળે તે ભાવનાથી તેમણે રૂ. ૧૬૦૦૦, સોળહજાર અલગ કહાડયા છે અને તેના વ્યાજમાંથી દરરોજ એક મણ પૂરી ત્યાં વહેંચી આપવામાં આવે છે. આ રીતે તેઓ એક અન્નક્ષેત્ર યથાશક્તિ નિભાવી રહ્યા છે.

રંગુનમાં શ્રીશંકર ભગવાનના મંદિરમાં શ્રીશંકરની પ્રતિષ્ઠા કરાવવામાં અને મહારૂદ્ર યજ્ઞ કરવામાં એમણે રૂ. ૬૦૦૦ થી ૭૦૦ ખર્ચ્યા. આ વખતે લગભગ ૩૦,૦૦૦ માણસ એકઠું થયું હતું આ યજ્ઞમાં હજારો રૂપીઆ ધાર્યા કરતાં વધુ ખરચાયા. આટલી મોટી

રકમો ક્યાંથી આવતી તે કળી શકાયું નહીં. શ્રીનરસિંહાનો સ્વામી શામળો ગીરધારી કોણ જાણે કેવી રીતે હુંડીઓ સ્વીકારી રકમો મોકલ્યા કરતો, તે કોયડો હજુ પણ પ્રેમજીભાઇ છોડી શક્યા હોય એમ લાગતું નથી. તેમના મનમાં તો એમ જ છે કે દાતારે પોતાના બાનાની પત રાખી છે.

સંવત ૧૯૭૪–૭૫ ની સાલમાં દુષ્કાળ પ્રસંગે એમણે સસ્તા ધાનની દુકાન ચાલુ કરી પડતર ભાવથી ઓછે ભાવે માલ વેચી નુકસાન સહન કર્યું. આ રીતે તેઓએ દુષ્કાળ–પીડિત લોકોની સેવા કરવા ખાતર સારી જેવી રકમ ખરચ ખાતે માંડી વાળી છે.

અન્નદાન વસ્ત્રદાનની સાથે વિદ્યાદાનની મહત્તા તેઓ ઓછી આંકતા નથી. કેળવણીને ઉત્તેજન મળે એ એમની ખંત વખાણવા જેવી છે એટલું જ નહી પણ બની શકે તો અનુકરણ કરવા જેવી છે. એમને આંગણે વિદ્વાનોનો સત્કાર થવાના ઘણા પ્રસંગો બન્યા કરે છે. અત્યારે તેઓએ તાજેતરમાં રૂ. ૧૦,૦૦૦ અલગ કહાડી એક એંગ્લો–વર્નાક્યુલર સ્કૂલ ખોલી છે તે માટે તેમને ધન્યવાદ ઘટે છે.

છેલ્લે શ્રી કચ્છી પ્રજાની પ્રથમ પરિષદના ડેપ્યુટેશનમાં તેમની ચૂંટણી થઇ હતી તે પ્રસંગે શ્રી હઝુર (કચ્છાધિપતિ)ના સમાગમમાં આવવાનો અમુલ્ય લાભ એમને મળ્યો છે. આ રીતે તેઓ કચ્છી જનતામાં અને રાજકાર્યમંડળમાં માનપાન પામેલા છે. આ રીતે અત્યાર સુધીની એમના જીવનની ટુંક નોંધ પૂર્ણ થાય છે.

मंगलं भगवान वीष्णु, मंगलं गरुड ध्वज,
मंगलं पुंडरीकाक्ष सर्व मंगलायतनोहरि.

નિવેદન.

ગણિતશાસ્ત્ર એ ગહન વિષય છે. એને સમજવું જરા અઘરૂં છે, એને સમજી બીજાને સમજાવવું, એથીય અઘરૂં છે; છતાં વ્યવહારમાં દરેક પળે એની જરૂર પડે છે, દરેક ધંધાદારી આ વિષયમાં પોતા પૂરતી પ્રવિણતા મેળવવા પ્રયત્ન કર્યે જાય છે. દરેક ધંધાનું ગણિત જૂદું જૂદું હોય છે અને તે માટે ખાસ જૂદા જૂદા પુસ્તકો લખી શકાય એમ છે. વિદ્યાર્થીઓને શાળામાં બધા ધંધાના ગણિતની ચાવીરૂપ સિદ્ધાંતો અને દાખલા રીત સહીત શીખવવામાં આવે છે; પરંતુ ગમે તે કારણ હોય છતાં શાળા છોડયા પછી ઘણા વિદ્યાર્થીઓ આ ગણિતના વિષયમાં કાચા દેખાય છે; એટલું જ નહીં પરંતુ પોતાના ફુરસદના વખતમાં ઘણાને સાધારણ વાર્તા વિનોદનાં પુસ્તકો વાંચવા ગમે છે અને શ્રમ લઇ સમજવાં પડે એવાં બીજાં હુન્નરનાં અને આવાં પુસ્તકો તરફ સહેજ અભાવ જેવું હોય છે. આ બાબતમાં ઘણાનું એમ માનવું છે કે ગણિત જેવા અઘરા વિષયને સરળ રીતે સમજાવવામાં આવે તો તેવા પુસ્તકના વાંચનાર મળે ખરા. આ મતને હું પણ મળતો છું. વિનોદમાં કહીએ તો ગણિતરૂપી કડુ પ્યાલો પીવો ઘણાને અરૂચીકર લાગવા સંભવ ખરો, પણ જો તેમાં શરબત હોય તો એવાઓને પણ સ્વાદ લેવાનું મન થાય. કડવું કવીનાઇન પ્રવાહીરૂપે કે ચૂર્ણરૂપે ઘણા ખાઇ શકતા નથી પરંતુ સાકરનું પડ ચડાવેલ કવીનાઇનની ગોળી ગળી જવા માટે એઓ આનાકાની કરતા નથી.

વાર્તા વિનોદનાં પુસ્તકો લખવાં હોય તો સહેજ સત્ય વાતનું અવલંબન લઇ તર્કના ઘોડા દોડાવવા માટે લેખક પાસે વિશાળ ક્ષેત્ર હોય છે. લેખકના મત સાથે બીજા ભલે મળતા ન થાય અથવા લેખકની કૃતિ માટે ગમે તેટલી ટીકા કરવી હોય તો થઈ શકે, તેના

બચાવમાં લેખક એમ પણ કહી શકે કે મારી દૃષ્ટિ મર્યાદામાં એ મને ઠીક ભાસ્યું છે. સરસ્વતીચંદ્ર અને કુમુદ જેવા પાત્રોને જીંદગીભર સુધી શારીરિક સંબંધથી છૂટાં રાખ્યાં, જે વાત ઘણાને ન પણ ગમી. તેવા પ્રસંગમાં સ્વ૦ પૂજ્ય ગોવર્ધનરામભાઇએ યુક્ત કર્યું કે અયુક્ત ? એ કોયડો હજુ ઉકેલાયા વગર રહી ગયો છે. ક્યારે એનો નિર્ણય થશે, એ વાત હાલતો ભવિષ્યના ગર્ભમાં રહી ગએલ છે.

આવા ગણિતના વિષય લખવામાં ક્ષેત્ર બહુ સંકુચીત હોય છે કારણ એ લખવામાં ટાઢાપહોરના ગપ હાંકી શકાય નહીં. આંહી તો બેને બે ચાર જ કહેવા જોઇએ અને જો કદાચ "બારમાંથી બે અથવા ચાર જાય તો બાકી શૂન્ય રહે." એમ કહેવું હોય તો તે માટે પૂરતા દાખલા દલીલ દઇ સામા પક્ષવાળાના કાન પકડાવવા જોઇએ. જો તેમાં નિષ્ફળ નીવડીએ તો હાંસી થાય. ગણિતનો આવો વિષય લખવામાં અમારી આમ બાબત છે.

બચપણનાં સ્મરણ કાંઇક એવાં યાદ આપ્યા કરે છે કે ગામઠી નિશાળના પંડયાઓ "સુતા સવારનું વહેલું ઉઠવુંજી" વગેરે વગેરે જીંદગી ભરની ઉપયોગી અને સરળ બાળબોધની સાથે "પડો પંચાવન" જેવી ટુંકી રીતે શ્રેઢીના (Arithmetical Progression) દાખલા શીખવતા. જેથી વિદ્યાર્થીઓ થોડા વખતમાં વધુ લાભ મેળવતા હતા. અમારા સદ્‌ગત પિતાશ્રી જેઠુભાઈ શામજી જોશી એવી જ નિશાળમાં શીખેલા હતા અને પોતાના અનુભવનો લાભ વખતો વખત મને આપતા. સાદા સરવાળા, બાદબાકી, ગુણાકાર કે ભાગાકાર જે હું નિશાળમાં ન સમજી શકતો, તે તેઓ મને ઘર આગળ યૂક્તિથી સમજાવી દેતા.

અમારી જન્મભૂમિ કચ્છ—ભુજ મૂકી, મારે કચ્છ—રાજ્યના તાલુકા ડોકટર તરીકે ગામડાઓમાં જવાનું થયું, ત્યાર પછી (સંવત ૧૯૬૨ પછી) ગામડાના લોકો વિનોદ માટે કોયડાના હિસાબ પૂછી મૂઝવતા. જ્યારે અમને એવા દાખલા ન આવડે, ત્યારે એવા દાખલા

અમને સમજાવવા તેમને અમો વિનવતા. તેના જવાબમાં તેઓ એમ કહેતા કે એતો કોયડા (Puzzles) ના હિસાબ છે, તેથી આવા દાખલા માત્ર અટકળથી જ થાય. રીત અમે ન જાણીએ, તેમને તો જવાબની ખબર હોતાં એકાદ દોહરો કે છપ્પો બોલી, અથવા બીજી રીતે કહી જવાબ સંભળાવતા. જવાબ સાંભળી કેટલીકવાર તે વખતે અમારે માથું ખંજવાળવું પડતું. જવાબ સાંભળ્યા પછી એવા કોયડાના દાખલાની રીત બેસાડવા પ્રયત્ન કરતા. પરિણામે એમ જણાયું કે કેટલાક દાખલા સમીકરણની રીતે થતા, કેટલાક ઇષ્ટ રાશિથી થતા, અને કેટલાક લઘુતમ સાધારણ ભાજ્ય, વગેરે વગેરે રીતોથી થતા. અને કેટલાકની તો રીત જ ધ્યાનમાં ન આવતી. આવી બાબતમાં ક્યારેક ક્યારેક શાળાના સ્થાનિક મહેતાજીઓ મદદ કરતા, અને ક્યારેક તેઓ કંટાળતા પણ ખરા, છતાં મિત્ર ભાવે મારી ગણિત તરફની રૂચીને પોષતા. આમ કરતાં કરતાં આવા દાખલાઓનો સંગ્રહ વધતો ગયો. આવું બધું નવ વરસ સુધી **કચ્છ–નારાયણ સરોવર**માં બન્યું. ત્યાર પછી મારી બદલી **કચ્છ મુંદરા** તાલુકાના ડોક્ટર તરીકે **મુંદરા** ગામે થઇ. ત્યાંના દવાખાનામાં રહી અનુકૂળ સંયોગનો લાભ લઇ સંવત ૧૯૭૧ ની સાલે, મારી પાસે જમા થએલા દાખલાઓના સંગ્રહમાંથી ચૂંટી ચૂંટી ચાલીસેક દાખલાઓનું એક નાનકડું " અજબ ગણિત " નામનુ પુસ્તક છપાવ્યું. આ પછી ગણિતમાં રસ લેનારા મિત્રો વધવા લાગ્યા. તેઓ એક યા બીજી રીતે પોતાના જ્ઞાનનો લાભ આપી કૃતાર્થ કરવા લાગ્યા.

ભુજ ઑલ્ફ્રેડ હાઇસ્કૂલના ગણિતના એક જૂના વિદ્યાર્થી, આ વખતે મુંદરા ન્યાય કોર્ટના ન્યાયાસને બીરાજતા હતા. એમનું નામ શ્રીયુત્ **અમૃતલાલભાઈ ગંગારામ મહેતા** હતું. કચ્છના આ સુપુત્ર (મર્હુમ લાલભાઈ) ની ઓળખ આ સ્થાને આપવી તે મોરના ઈંડાને ચિતરવા જેવું છે. આ **અમૃતલાલભાઈ** પાછળથી શ્રી કચ્છ જાડેજા કોર્ટના પ્રેસિડેન્ટ સાહેબ બન્યા. એ માનવંતો દરજ્જો ભોગ-

વતા હતા, તે વખત દરમ્યાન તેમને કામચલાઉ દીવાનજી (For Diwan of Cutch) બહાદુરની ફરજ બજાવવાનો પ્રસંગ વખતો વખત મળતો. આ નરરત્ને રાજ્ય અને પ્રજાની એક સરખી પ્રીતિ મેળવી. એઓ નામદાર એક વખત અમારા બચપણના સખા હતા. પાછળથી યુવાવસ્થામાં એક સલાહકાર અને છેવટે જ્ઞાન વૃદ્ધ મુરબ્બી તરીકે અમારા હૃદયમાં બિરાજમાન થયા. એઓ સાહેબ અત્યારે સ્વર્ગે સીધાવ્યા છે. એ દુઃખદ સ્મરણ અત્યારે સારીય કચ્છી જનતાના અને અમારા હૃદયને કંપાવી રહેલ છે. શ્રી પ્રભુ એમના આત્માને અવિચળ શાન્તિ આપો.

અજબ ગણિતની મોટી આવૃત્તિ બહાર પાડવા તેઓ સાહેબ મને વખતો વખત પ્રેરણા કર્યા કરતા, તેથી આ પુસ્તકનો કાચો ખરડો મેં એમની પાસે પહેલ વહેલા સંવત ૧૯૮૧ની સાલમાં રજુ કર્યો. એમણે અને એમના પિતાશ્રી **ગંગારામભાઇ જેઠાભાઈ મહેતાએ** સાથે રહી એ ખરડો ઉપર ટપકેથી જોયો અને પોતાનો સંતોષ જાહેર કર્યો. આ **અમૃતલાલભાઈ** ગણિતમાં કુદરતી રીતે ઉંડા ઉતરી શકતા કારણ એમના પિતાશ્રી **ગંગારામભાઇ** ભુજ ઑલ્ફ્રેડ હાઇસ્કૂલમાં ગણિતના આચાર્ય ગણાતા હતા. જે અરસામાં મેં કાચો ખરડો એમની પાસે રજુ કર્યો તે અરસામાં અમૃતલાલભાઇના નાના ભાઇ યુવાન હરિલાલ જીવલેણ માંદગી (ક્ષય) ના બિછાને હતા. જેથી એ બેઉ જણા શાન્તિથી હસ્તલિખિત પ્રત જોઇ શકયા નહીં. **લાલભાઇએ** મને એમ ફરમાવ્યું કે મારે શુદ્ધ નકલ તૈયાર કરી એમની પાસે રજુ કરવી અને અનુકૂળ વખત લઇ પોતે અને વડીલ **ગંગારામભાઇ** કાળજી રાખી તે નકલ બરાબર તપાસી આપશે. અહો ! દૈવની ગતિ શી રીતે પરખાય ? હું જેવા પામર જીવને શી ખબર પડે કે આ પુસ્તક છપાયા પહેલાં આ અમૃતલાલભાઈ (લાલભાઇ), કચ્છના એક સાચા પુત્ર આમ અકાળે કચ્છી જનતાને રડતાં મૂકી ચાલ્યા જશે !

લાલભાઇ અને હરિલાલભાઇના દુઃખદ વિયેાગના એક સામટા આઘાતથી વયેાવૃદ્ધ ગંગારામભાઇની સ્થિતિ રામ-લક્ષ્મણ વિયેાગે દશરથ રાજાના જેવી થઈ. આ કારણે આ પુસ્તકના અંગે જે મદદ એમના પાસેથી મેળવવા આશા રાખી હતી, તે આશા નિષ્ફળ નીવડી. આ પુસ્તકમાં એમના માટે આવી નેાંધ લેવાને દુઃખદ પ્રસંગ આવી પડશે એમ સ્વપ્ને પણ ધાર્યું નહેાતું. "ન જાણ્યું જાનકી નાથે, પ્રભાતે શું થવાનું છે." એ વાતને પ્રત્યક્ષ એક વધુ કડવેા અનુભવ આ વખતે પણ થયેા.

શ્રી જગતના નાથને સૌની કાળજી હેાય છે. મનુષ્ય માત્ર આશાના કેાટ બાંધે છે. અને એજ આશા-કેાટમાં મગ્ન રહી પેાતાનું નિશ્ચિત થયેલું આયુષ્ય કેટલી ત્વરાથી પૂરૂં થતું જાય છે તે તરફ કાળજી રાખવાનું ભાન ભૂલી જતેા હેાય, એમ દેખાય છે. મહાન પિતાના સંકેત સૌનું કલ્યાણ કરવા તરફ હેાય છે અને જે કાર્ય જે સાધન દ્વારા પૂર્ણ થવાનું હેાય, તેવા સાધન યેાગ્ય વખતે યુક્ત રીતે મળી રહે છે.

અણધારી રીતે મારી એાળખાણ શ્રીયુત **હરિદાસભાઇ વલ્લભદાસ આશર** સાહેબ સાથે થઇ, એએા મહાશય ગ્રેજ્યુએટ છે અને કચ્છ-માંડવી શેઠ ગેાકલદાસ તેજપાલ હાઇ સ્કૂલના પ્રિન્સિપાલના માનવંતેા હુદ્દો ભેાગવે છે. એએા સ્વભાવે હેતાળ, આનંદી અને નિરભિમાની છે. એવા સાહિત્ય પ્રેમી, હરિદાસભાઇને આ પુસ્તકની કસેાટી કરવાની વિનતિ કરી. એમણે આ પુસ્તકનાં હસ્તલિખિત પાનાં ખાતાવાર તપાસાવી આપવાની સગવડ ખુશીથી કરી આપવા પેાતાની ઇચ્છા બતાવી, એથી મેં એમને હસ્તલિખિત પાનાં સુપ્રત કર્યાં. એમણે, એ વખતના એમની હાઇસ્કૂલના ગણિતના ખાસ શિક્ષક શ્રીયુત્ રા. રા. **પ્રભુરામભાઈ જેઠાભાઈ** શાહ, બી. એ. એલ એલ બી. ને સેાંપ્યાં. એએા સાહેબે કાળજી રાખી આખું પુસ્તક પરીક્ષકની

નજરે તપાસી પોતાનો સંતોષ જાહેર કર્યો. (એઓ સાહેબ અત્યારે કચ્છ રાજ્યમાં તાલુકા ન્યાયાધિશની કામગીરી બજાવી રહ્યા છે.) આ અરસામાં ભુજ ઍૉલ્ફ્રેડ હાઇસ્કૂલના એક આસિસ્ટંટ શિક્ષક શ્રીયુત રા. રા. **હીરજીભાઇ ટોકરશી** ઠક્કર, બી. એ. સાથે મારો નવો પરિચય થયો. એઓ ભાઈ પણ ગણિતમાં ઉંડા ઉતરી શકે છે. એમને મેં ફરી હસ્તલિખિત પાનાં સોંપ્યાં. એઓએ પણ કાળજી રાખી આખું પુસ્તક તપાસી આપી, પોતાનો સંતોષ જાહેર કર્યો. આ બે લાયક ગણિતાચાર્ય જેવા સ્વીકારાતા સજ્જનોની પરીક્ષા પછી મને ખાતરી થઇ કે જે કાંઇ લખાયું છે, તે હવે કેળવણી ખાતાનું જરૂર ધ્યાન ખેંચશે. એથી હવે કેળવણી ખાતાઓનો આશ્રય લેવાની ઇચ્છા ઉદ્ભવી. એકવાર મેં આનાં હસ્તલિખિત પાનાં અમારા મુરબ્બી જેવા કચ્છ-રાજ્યના જ્ઞાનવૃદ્ધ અને વયોવૃદ્ધ એજ્યુકેશનલ ઇન્સપેકટર સાહેબ **વિઠ્ઠલજીભાઇ કેશવજી દવે**, બી૦ એ૦ ને સોંપ્યાં. એમણે પણ પોતાનો સારો અભિપ્રાય આપ્યો. એમની સલાહથી મેં આ પુસ્તક છપાવવાની મારી ઇચ્છા દૃઢ કરી. મારા કેટલાક મિત્રો તરફથી મને સલાહ મળી કે હજુ એકવાર મારે વડોદરા રાજ્યના કેળવણી ખાતાનો અભિપ્રાય મેળવી પછી પુસ્તક છપાવવાની તજવીજ કરવી. આથી મેં વડોદરામાં પ્રસિદ્ધ થતા “સાહિત્ય” માસિકવાળા એક ગર્ભ શ્રીમંત અને એક સાક્ષર શિરોમણી જેવા શ્રીયુત્ રા. રા. **મટુભાઇ હરગોવિંદદાસ કાંટાવાળા** એમ. એ. સાહેબની સાથે એકવાર આ બાબતનો પત્ર વ્યવહાર શરૂ કર્યો. એમણે તરત મને જોઈતી મદદ આપવા ખુશી બતાવી, જેથી મેં એમની મારફત વડોદરા રાજ્યના કેળવણી ખાતાને હસ્તલિખિત પાનાં મોકલ્યાં, તે ખાતાએ પણ આ પુસ્તક પસંદ કર્યું. આ રીતે આ પુસ્તક છપાયા પહેલાં ચાર ચાર વિદ્વાનોની કસોટીમાંથી પાસ થએલ છે અને આ ચારે જણાંના અભિપ્રાયો આ સાથે મૂકયાં છે.

હવે એ હસ્તલિખિત પાનાંને કાળજીથી ક્રમવાર ગોઠવી પ્રેસમાં

મોકલવાની ફેર કોપી લખવાનું મેં શરૂ કર્યું. હસ્તલિખિત પાનાં ઉપરથી જેમ જેમ પ્રેસમાં મોકલવાની કોપી તૈયાર કરતો ગયો તેમ તેમ કેટલીક નવી બાબતો સ્ફુરાયમાન થતી આવી, તેની બાબતો યોગ્ય સ્થળે ગોઠવતો ગયો. એટલે પુસ્તકના જેટલા ભાગ ઉપરથી એ ચાર અભિપ્રાયો મળ્યા છે, તેનાં કરતાં બીજો કેટલોક ભાગ પાછળથી ઉમેરવામાં આવ્યો છે.

હું મેડીકલ લાઇનમાં છું, એટલે વિદ્યાર્થીઓની ઝીણી ઝીણી મુશ્કેલીઓ ન સમજી શકું, તેમ જ કેળવણીખાતામાં નથી, તેથી ગણિતનાં કેટલાંક ગુઢ તત્વો-સિદ્ધાંતો સહેલાઇથી સમજાવવાની નવી નવી યુક્તિઓ મને ન પણ આવડે, એ બધી મારી ઉણપ હું બરાબર સમજી શકું છું. છતાં માત્ર શોખની ખાતર આ પુસ્તક લખેલ છે. મારી ઉપલી ઉણપને લઇને કેટલાક દાખલા સમજાવતાં રીત બહુ લંબાણથી કરવી પડી છે. મારી અજબ ગણિતના બધા દાખલાઓ આમાં લીધા છે. એ દાખલા સુધારા વધારા સાથે ફરીથી લખ્યા છે. આ પુસ્તકનું નામ અજબ ગણિત મોટું એમ રાખવા વિચાર હતો. ભુજ આલ્ફ્રેડ હાઇસ્કૂલના માનવંતા મુરબ્બી હેડમાસ્તર સાહેબ **માવજીભાઈ કાનજી મહેતા**, બી૦ એ૦ સાથે આ પુસ્તકના સંબંધમાં અમારી કેટલીક વાતચીત થઇ. અને એમની સૂચનાથી અજબ ગણિત નામ બદલાવી " મનોરંજક ગણિત " નામ રાખ્યું.

આથી પહેલા " અજબગણિતની " સાથે " મહારાજા સિંગલ લાઇન નામનું પુસ્તક છપાવ્યું હતું. અમારા કુળની અવટંક ખીએરા-ક્ષેત્રપાળ છે. તેથી એ બે પુસ્તક ઉપર ખીએરા ક્ષેત્રપાળ ગ્રંથાવલી નંબર ૧ અને ૨ છપાવ્યા હતા. આ પુસ્તક ત્રીજું છે અને એના ઉપર ગ્રંથાવલી નંબર ૩ મૂકાવ્યા છે.

આત્મશ્લાઘાના ભયથી આ પુસ્તક માટે મારાથી વધુ લખી શકાય નહી. પણ સત્ય ખાતર મારે નમ્રભાવે દરેક કુટુંબના વડીલને

સૂચવવાનું જે કેળવણી લેતો પોતાનો દરેક બાળક ગણિતના વિષયમાં કાચો ન રહી જાય, તે માટે આ પુસ્તકની એકેક પ્રત જરૂર એકેક બાળક માટે રાખે. જેમને ગણિતનો શોખ છે તેવાઓ અને શાળાના મહેતાજીઓ એકેક પ્રત ખરીદ કરી મને ઉત્તેજન આપે, એવી મારી તેમને નમ્રભાવે સુચના છે. એઓએ આ પુસ્તકના માટે જે કાંઈ ખરચ કર્યું હશે તે સઘળું આ પુસ્તકના વાંચન અને મનન પછી, તેમને વસુલ મળી ગએલું જરૂર જણાશે, એવી મને શ્રદ્ધા છે. આટલી કિમતમાં આ પુસ્તકનું કદ, છપાઇ, કાગળ, બાંધણી, વગેરે કેવાં થયાં છે એ બધું તે પુસ્તક કહી બતાવશે.

સુજ્ઞ વાંચકવર્ગ પાસે મારી નમ્ર વિનતિ છે કે આ પુસ્તકની અંદર જ્યાં જ્યાં જેમને ઉણપ દેખાય ત્યાં ત્યાંનો સ્પષ્ટ નોંધ કરી પોતાનો અભિપ્રાય જરૂર લખી મોકલાવે, તેમજ જેમની પાસે આવા રમુજી દાખલાઓનો સંગ્રહ હોય તેમણે તે સંબંધમાં પત્ર વ્યવહાર ચલાવવા કૃપા કરવી કે જેથી બીજી આવૃતિ વખતે યોગ્ય સુધારો વધારો કરી શકાય. જેમની સૂચનાઓ વધુ ઉપયોગી હશે, તે તેમના મુબારક નામ સાથે દાખલ કરવા ઉમેદ રાખું છું. મનુષ્ય ભૂલને પાત્ર છે, માટે સુજ્ઞ મનુષ્યો પાસે મારી નમ્ર યાચના છે કે તેમણે આમાંથી સાર ગ્રહણ કરવો.

આ પુસ્તક લખતી વખતે મેં નીચેના પુસ્તકોનો આશ્રય લીધો છે, જેથી હું તેમનો બધાનો સદાનો ઋણી થયો છું.

૧. મારી પોતાની નોંધપોથી; જેની અંદર જૂદે જૂદે વખતે મને જે જે દાખલા જ્ઞાન સાથે ગમત આપે એવા જણાયા, તે હું નોંધી લેતો. એ વખતે મેં એ દાખલા ક્યાંથી લીધા તેનો નોંધ રાખેલ નહોતો, જેથી આ વખતે એવા દાખલા નીચે મૂળ શોધકનાં નામ ઠામ લખી શકયો નથી. એ દાખલા મારી બુદ્ધિથી બનાવ્યા છે, એવું બતાવી ખોટો યશ લેવા હું માગતો નથી. એવા દાખલા કઇ કઈ

જગોએ કોના તરફથી રજુ થયા છે, એવું જે કોઇ પોતાની ખાતરીથી બતાવશે તો તેવો સુધારો નવી આવૃતિમાં કરવા ઉમેદ છે. મને એમ જણાય છે કે એવા દાખલા છૂટા છવાયા કોઇ કોઇ સ્થળે હશે જેથી જનસમુહના મોટા ભાગના જાણવામાં ન પણ આવ્યા હોય એ બધા હાલતો આ પુસ્તકમાં જળવાઇ રહ્યા છે એમ સૌને જણાશે.

આ વખતે મારી જુની નોંધપોથીની અંદરની એક નોંધ હું સુજ્ઞ વાંચક વર્ગ પાસે રજુ કરવા રજા લઉં છું.

એ નોંધના મૂળ પુરૂષ પૂજ્ય સાક્ષર ચંદ્રશંકર નર્મદાશંકર પંડ્યા છે. એ નોંધ નીચે પ્રમાણે એમના જ શબ્દોમાં રજુ કરૂં છું.

"એક વખતે દક્ષિણની અંદર આદિલશાહ વંશની રાજ્યધાની તરીકે જાહોજલાલી ભોગવતી બિજાપુરની ભવ્ય ઇમારતો જોઇને પાછા ફરતા અંગ્રેજ સહ પ્રવાસીના હાથમાં "ગાઇડ ટુ બિજાપુર" નામનું પુસ્તક જોયું. તે પુસ્તકના પ્રારંભમાં એક અંગ્રેજી કાવ્ય હતું ત્હેના ત્વરિત વાંચને મન ઉપરે પાડેલ સંસ્કાર પુનઃ જાગ્રત થતાં આ કાવ્ય રચાયું હતું. મનુષ્યોની માફક મન્દિરોને પણ વારાફેરા હોય છે.

વિસ્મૃતિ વશ મંદિરો.

(હરિગીત)

મેં પ્રશ્ન પૂછ્યો કાલને: "આ મન્દિરો કોનાં હશે,?
તુજ સર્વ ભક્ષી શક્તિની જે આમ અવગણના કરે?
જો તુજ સનાતન ગ્રંથ, જે ઇતિહાસ સર્વ સમાવતો–"
કરીને ઉપેક્ષા પ્રશ્નની [illegible] કાલતો ચાલ્યો ગયો.
મેં પ્રશ્ન પૂછ્યો કીર્તિને: [illegible] મંદિરો કોનાં હશે"?
નિજ સ્વામીના મહિમાતણી કૈં કૈં [illegible]થા જે સુચવે?
ક્ષણિકને સ્થાયી કરે તુજ ફૂંકતો જાદુ ભરી"–
દીધો ન ઉત્તર: મૌન ધારી કીર્તિ પણ ચાલી ગઇ

ઉભી હતી ત્યાં વિસ્મૃતિ, અભિમાનની મૂર્તિ સમી,
"આ મન્દિરો કોનાં હશે" ?–મ્હેં પ્રશ્ન પુછ્યો વિનયથી
"પરવા ન છે ત્હેની મનેઃ બસ જાણું હું તો એ જ કે,
છે હાલ એ સહુ મન્દિરો મ્હારાંજ હા! મ્હારાં જ છે."

અત્યારે આવી રીતે એ બધા દાખલા આ પુસ્તકમાં છે, એ મારો આત્મસંતોષ.

૨. સંવત ૧૯૨૬ ની સાલમાં છપાઇ પ્રસિદ્ધ થએલ, માસ્તર સાહેબ ફકીરભાઇ કાસીદાસ કૃત "કોઠેડાના હિસાબની ચોપડી" ભાગ ૧ લો.

૩. સંવત ૧૯૪૪ ની સાલમાં છપાઈ પ્રસિદ્ધ થએલ વાડાસીનોર મોઢ બ્રાહ્મણ છગનલાલભાઇ ખુશાલકૃત "પાટી લીલાવતી સાર સંગ્રહ"

૪ પુજ્યપાદ શ્રીયુત ગણકચક્ર ચૂડામણિ ભાસ્કરાચાર્યકૃત "લીલાવતી" ભાષા ટીકા.

૫. ગુજરાતી શાળાપત્રોની જુની ફાઇલો.

૬. "વસંત" માસિકની સંવત ૧૯૬૯ ની સાલની ફાઇલ.

આ પુસ્તક લખતી વખતે કેટલીક કુટુમ્બીક અને વ્યવહારિક અડચણો અમને આવી પડી હતી. સંવત ૧૯૮૧ ના ફાગણ સુદ ૧૪ ને રોજ ભુજ મધે અમારા જ્યેષ્ઠ પુત્ર કરસનદાસનાં ધર્મપત્ની ક્ષયની બીમારીમાં પોતાનું અખંડ સૌભાગ્ય કાયમ લઈ સ્વર્ગે સંચર્યા. આ વખતે અમારા પૌત્ર ચિં૦ ઝવેરીલાલ ઉર્ફે બાબુની ઉમર માત્ર ૧॥ વરસની હતી. પોષણના અભાવે અને મુંબઇના હવા પાણીના કારણે, એ બાળક અતિશય ક્ષીણ થઈ ગયો હતો, એના શરીરમાં કફનું પ્રાબલ્ય (Broncho Pneumonea) બહુ હતું; તે એટલે સુધી કે અમારા સદ્દગત થએલા પુત્ર–વધુની ઉત્તરક્રિયા, દશા, અગીઆરમાનાં દિવસે યથાવિધી થઇ શકશે કે કેમ તે માટે અમને ભય હતા. એ વખત તો સહીસલામત પસાર થઇ ગયો. ત્યાર

બાદ એની એવી નબળી શારીરિક સ્થિતિમાં તેને અમે સુથરી તેડી આવ્યા. આ વખતે મારી નોકરી કચ્છ–સુથરીના શેઠ ખેતસિંહ ખીયસિંહ જે. પી. ના સાર્વજનીક દવાખાનામાં હતી. ત્યાં શ્રી પ્રભુની દયાથી, એની તબીયત સુધરવા લાગી. કર્માનુસાર જ્યારે સારૂં થવાનું હોય છે ત્યારે બધી તરફના સંયોગ અનુકૂળ થતા આવે છે. લોકવાયકા ચાલે છે કે નાનાં બચ્ચાંની માતા મ મરજો, એ સત્ય છે. આને વખતે સંયુક્ત કુટુમ્બના લાભ અપાર છે એ મને દેખાયું કારણ ઋણ–સંબધના લીધે અમારા મોટા પુત્રી ત્રિવેણીબાઇએ એના મળ-મુત્ર સાફસુફ કરવાનું કંટાળાભરેલું કાર્ય હોંસથી ઉપાડી લીધું, ખાવા પીવાની સંભાળ રાખવાનું કાર્ય એના પુન્ય પિતામહીએ સ્વીકાર્યું. એને તેલ આંજણ કરવાનું અને એને યુક્ત સારા કપડાં પહેરાવી શણગારવાનું કાર્ય એની નાની ફોઈ ગોદાવરીબાઇએ સ્વીકાર્યું. અને રાત્રે કાળજી રાખી એને સુવાડવાનું, રાત્રે ઓઢાડવાનું વગેરે કાર્ય મારે ભાગે આવ્યું. એની સંભાળ રાખવાનો વધુ યશ તો બાઈ ત્રિવેણી બાઇને ફાળે ગયો.

અમારા મોટા ચિં૦ કરસનદાસ અને એથી નાના લાલજી બન્ને મુંબઇમાં ધંધાર્થે હતા. ત્યાં બન્નેને મેલેરિઆ (તાવ) લાગુ પડયો, એથી એમને દેશમાં તેડાવી લીધા. લાલજીને ત્યાર પછી દેશમાં જ રોકી રાખ્યો. દેશમાં આવ્યા પછી ચિ૦ કરસનની તબીયત સુધરી આવી, જેથી કચ્છી સંવત ૧૯૮૨ ના ભાદરવા માસમાં ફરીને મુંબઈ ગયો અને તરતજ ફરી બીજીવાર બીમારીથી પટકાયો. અમારા એક મિત્ર બલ્કે મારા મુરબ્બી જેવા ખંભાતના પાટીદાર ડોકટર માણેકલાલભાઈ મોરલીધર ઘોડી, એલ૦ એમ૦ એન્ડ એસ૦ (મુંબઇ) એમનું દવાખાનું વડગાદી લતામાં છે, એમણે પોતાના મુરબ્બી-પણાનો ધર્મ પાળી પાંચ પાંચ માસ સુધી એની સારવાર કરી. મુંબઇ જેવા શહેરમાં રહી, એક પાઇનું પણ બીલ એમણે કરસન ઉપર કે અમારા ઉપર ન કર્યું. શું એમની સજ્જનતા ! ?

આવા ઉચ્ચકોટિના હૃદયવાળાને અમારા નમન છે. પરમાત્મા એમનું કલ્યાણ કરો. હવાફેરમાટે આગ્રહ કરી એમણે કરસનને દેશતરફ માહ માસમા રવાને કર્યો. એ વખતે એના શરીરમાં મુંબઈનું પાણી લાગવાના ચિન્હ જોઇ મારા મનમાં ધ્રાસકો પડયો. ઇશ્વિર દયાળુ છે, એમ માની સારવાર શરૂ કરી, પરંતુ કાંઇ ફાયદા જેવું ન જણાયું. અન્નજળ બળવાન છે. પહેલાં ચૈત્ર માસમાં સુથરીના દવાખાનાની નોકરીનું મેં રાજીનામું આપ્યું અને કોટડી–મહાદેવપુરી મધે શેઠ પ્રેમજીભાઇ ચંદા અને શેઠ પુરશોત્તમભાઇ જેઠમલ સાર્વજનીક દવાખાનાની નોકરી મેં સ્વીકારી. કોટડી આવ્યા પછી પ્રભુની દયાથી એની તબીયતમાં ફાયદો થવા લાગ્યો અને તબીયત સુધરી પણ આવી. કચ્છી સંવત ૧૯૮૩ના ચોમાસામાં ફરી તબીયત બગડી. હવે વધુ સારી સારવાર થાય તો ઠીક એ ધારણાથી અને એની જન્મભૂમિ ભુજ, વળી ત્યાં અમારૂં બધું કુટુંબ, એના સાસરા પક્ષના બધા ત્યાં અને વળી એના બાળસ્નેહીઓ પણ ત્યાંજ એ બધાને મળવાની એની ખાસ ઇચ્છાને માન આપી અમો બધા ભુજ આવ્યા. ભુજમાં થોડા વખત પછી એની તબીયત વધુ ખરાબ થવા લાગી. બીજીવાર વળી એના ખાસ આગ્રહને વશ રહી એને કોટડી તેડી આવ્યા. (આવી નબળી સ્થિતિમાં એને મુસાફરીની તકલીફ આપવી એ સલાહભર્યું પણ નજ કહેવાય, લાચાર– !) કોટડી ચાલવા માટેની તૈયારી કરતી વખતે એના શરીરમાં કાંઇક અજબ વિદ્યુત ચમત્કાર થતો હોય એમ જણાયું. રસ્તામાં શરદી ન લાગે, તે માટે તેણે પોતાના મનપસંદ સારામાં સારા કપડા પહેર્યા. શરીરમાં અશક્તિ હદ ઉપરાંતની હતી, સ્વરભંગ થઈ ગયો હતો, છતાં સૌને આશ્ચર્ય ચકિત કરે એવા હૃદયબળથી, એના વહાલા [illegible] પિતામહી અને એના વહાલા માતુશ્રી ત[illegible] વાત્સલ્યપૂર્ણ હૃદયને સહેજની આઘાત[illegible] અવાજમાં બુલંદતાની કૃત્રિમતા લાવી [illegible] નમન કર્યો, મિત્રોનો સ્નેહ ભી[illegible]

નાનાભાઈ ગોવિંદજી જેમણે કરસનની બાલ્યાવસ્થામાં એને કાખમાં તેડી રમડવાનો લાહાવો લીધેલ તેમણે આ વખતે (છેલ્લી વખતે) કાખમાં તેડી ગાડે બેસાડયા. અમો બીજે દિવસે સહીસલામત કોટડી આવી પહોંચ્યા. (ઓલવાઇ જતો દીપક જેમ વધુ પ્રકાશ આપે એવી હિંમતથી એણે મુસાફરી કીધી.) કોટડીમાં એ ચોવીસ કલાક રહ્યા. સૌ દોસ્ત બિરાદરો એને બોલાવવા આવ્યા. આ વખતે અમારા શેઠ જયરામભાઇ પણ હાજર હતા. તેમને એણે એવી ભાવનાથી વિનતી કરી કે તેઓ ભાગ્યશાળી છે અને એના માથા ઉપરથી હાથ ફેરવે તો આરામ થઇ જાય. એ પ્રમાણે જયરામભાઇએ માથા ઉપરથી હાથ ફેરવ્યો. જયરામશેઠને એણે શા માટે ભાગ્યશાળી કહ્યા તે પ્રસંગ આ સ્થળે જાહેર કરવાની મારી ફરજ સમજાું. એ અમારા અત્યારના શેઠ પુત્ર થાય માટે તેમને પ્રસન્ન કરવા ભાગ્યશાળી કહ્યા એમ નથી સમજવાનું. એ દ્દષ્ટાંત નીચે પ્રમાણે છેઃ—

જ્યારે હું ભુજ-ભારાપુર સાર્વજનીક દવાખાનામાં ડૉકટર હતો ત્યારે સંવત ૧૯૭૫–૭૬ માં જ્યારે શેઠ ધારસીભાઇ નાનજીની પેઢી-માંથી છૂટા થઇ અમારા શેઠીઆઓએ રણછોડદાસ જયરામ એન્ડ કુંપની નામ રાખી વેપાર કરવો શરૂ કર્યો તે અરસામાં કરસનના મામા જેપા (લાલજી રામજી પાંધી (ટપરવાળા) એ કુંપનીમાં નોકરીએ રહી રંગુન ગયા. રંગુનમાં ગયા કે બીજે કે ત્રીજે દીવસે એ લાલજી મહારાજ સખ્ત બીમાર પડયા. ભલે આયુષ્ય હતી ને ઉઠયા તો પણ એમની ત્રણેક અઠવાડીઆની સખ્ત માંદગીમાં શેઠીઆઓએ ૧૮૦૦ થી ૨૦૦૦ રૂપીઆનું ખર્ચ કર્યું. એક શ્રીમંતની સારવાર થાય તેવી રીતે પોતાના એક સાધા[illegible] નોકરની એમણે સારવાર કરાવી. છેવટે એ રૂપીઆ એમણે લ[illegible] [illegible]એથી વસુલ ન લેતાં કુંપનીમાં ખર્ચ ખાતે માંડી [illegible] મોટેરાની સલાહ પ્રમાણે જયરામભાઇએ [illegible]યરામ શેઠના નામપર અમારા હૃદયમાં [illegible]ર વરસની ઉમરે એના હૃદય

ઉપર થએલી એ સારી અસર એના મન ઉપર આખર વખતે ચડી આવી. તેથી જ તેણે એ ભાગ્યશાળી શબ્દ વાપર્યો.

કાંઈક પૂર્વના ઋણ સંબંધના લીધે, એની કાંધે અમારે ચઢી જવું જોઈએ, તે બદલ, અમને અમારી વૃદ્ધાવસ્થામાં રડતાં મૂકી સંવત ૧૯૮૩ ના પોશ સુદ ૧ સોમવારની પરોઢમાં શ્રી ઠાકોરજીની ઉત્થાપનની આરતી થઇ તે વખતે એનો આત્મા ઉડી ગયો. એના સ્થૂળ શરીર ઉપર, અમે અમારા સ્વાર્થની ખાતર રડવા બેઠા. એનો જન્મ સંવત ૧૯૫૮ ના માહા સુદ ૧૦ ને રોજ રાત્રે દશેક વાગે થયો હતો.

"બની બનાઇ બન રહી, અબ બનનેકી નાંહી;
તુલસી એસા સમજકે, મગન રહેા મન માંહી."

આ મહા વાકયને આચારમાં ઉતારવાનો એક વધુ કડવો અનુભવ લેવાનો વખત આવ્યો.

"કૃષ્ણ કરે તે ઠીક કરે છે, શોચ કરે શાદને પ્રાણી,
હેાલેા ને હેાલી ઉપર બાજ, પારધીએ રાખી તીર તાણી;
પારધીને પગે સર્પજ ડંસીઓ, બાજી બધી થઈ ધૂળધાણી,
કૃષ્ણ કરે તે ઠીક કરે છે, શોચ કરે શાદને પ્રાણી."

શ્રી મહાન પિતા આપણ સૌ બાળકોનું કોઇ કાળે અહીત કરતાજ નથી. આપણે પ્રમાદને વશ રહી વર્ત્યા કરીએ છીએ ત્યારે આપણી શુદ્ધ ઠેકાણે લાવવા આવાં કડવાં ઔષધ પાએ છે. પરંતુ અંદરખાને આપણા હિતની ઝંખના એના મનમાં હોય છે. આવુંજ કાંઈક મારી અલ્પ બુદ્ધિ અનુસાર મને કરસનના સંબંધમાં અનુભવવામાં આવ્યું છે. તે પ્રસંગ નીચે પ્રમાણે છે. એ વિધુર થયો તે વખતે એના બીજીવારના સગપણ માટે મારા નાનાભાઇ ગોવિંદજીએ લગભગ તૈયારી કરી રાખી હતી. તે વખતે એ દેશમાં આવ્યો. શરીર નબળું તો હતું. એની ગત થએલ પત્ની તરફના સ્નેહના લીધે, એણે પોતાના નવા સગપણ માટે થોડા વખત સુધી નાદ લેવાની ખાસ

ઇચ્છા બતાવી. અમારા કુટુંબમાં એની ઇચ્છા વિરૂદ્ધ કામ ન કરવાનો નિર્ણય જાહેર થયો. સગપણ ન થયું તે ઠીકજ થયું. આનું નામ તે શ્રી પ્રભુના શુભ સંકેત! જ્યારે આપણા કર્મના ફળ રૂપે દુઃખ પામવાનો પ્રસંગ આવે છે ત્યારે શ્રી પ્રભુ તે સહન કરવાની શક્તિ પણ આપણને આપે છે, અને સાથે સાથે એક આંખમાં દુઃખના અશ્રુ અને બીજી આંખમાં હર્ષના અશ્રુ દેખાય એવા પ્રસંગો પણ મેળવી આપે છે. આ વખતે અમારો પૌત્ર ઝવેરીલાલ સંપૂર્ણ રીતે તન્દુરસ્ત થઈ રહ્યો હતો. અને લગભગ એની જ ઉમરનો એનો બાળ કાકો ગૌરીશંકર ઉર્ફે કાકુ અને અમારી દોહિત્રી (ત્રિવેણી બાઇની પુત્રી) જયાલક્ષ્મી (જમના મૈયા), આ ત્રણ જણાની ત્રિપુટી ઘર આગળ નિર્દોષ બાળ ગમત કરી અમને રાજી રાખવાના પ્રયત્નો કરતી દેખાતી હતી યાને કર્યા જાય છે. કાળે કરી બધું ભુલી જવાશે. ખાસું, પીસું. હસશું, એ બધુંએ થશે. પણ......

આટલી નાની ઉમરમાં એની હિંમતનો એક પ્રસંગ બની ગયો છે. સંવત ૧૯૭૩-૭૪ સાલમાં જ્યારે મારી નીમનોક શેઠ લાલજી સુમાર મુંદરા દરબારી હોસ્પિટલમાં હતી તે વખતે મુંદરામાં પ્લેગ ચાલતો હતો. એ કારણે અમો ભીડભંજન મહાદેવના મંદિર પાસેની ધર્મશાળામાં રહ્યા હતા. આ ધર્મશાળાની પછવાડે તળાવ છે અને એ તળાવ તરફ જવા માટે ધર્મશાળાના એક ખૂણામાં બારણું છે અને ત્યાં આરો છે એ અરસામાં તળાવ પાણીથી આખું ભરેલું હતું. વખત લગભગ સવાર ના ૧૦/૧૧ નો હતો. અકસમાતે ચૌદેક વરસનો એક બ્રાહ્મણનો દીકરો તળાવમાં નાવા જતાં ઉંડા પાણીમાં નીકળી ગયો અને બૂડવા લાગ્યો. તે વખતે કરસન પણ તળાવ ઉપર હાજર હતો. તરત જ પાણીમાં એ કૂદી પડયો અને પોતાના જીવના જોખમે એણે ઇશ્વર કૃપાથી એ બૂડતા છોકરાને બહાર કહાડયો ને સૌ રાજી થયાં. છોકરાના માબાપના હર્ષનો પાર ન રહ્યો. આ વખતે મુંદરા ફોજદાર કરસનજી રામજી હતા. આવા સારા કામ માટે એને સારી સરટીફી-

કેટ પોલીસ ખાતા તરફથી અપાવવા પોતાની ઇચ્છા બતાવી. પરંતુ "મેં મારી ફરજ બજાવી. મને એ માનપાન ન જોઇએ." એમ કરસનની ઇચ્છા દેખાઇ તેથી તે વાત મુલત્વી રાખી. બસ એ બધું હવે સીનેમાના દૃશ્યની માફક હમેશના માટે ચાલ્યું ગયું !

અમારી મર્યાદાના કારણે, એના ધર્મપત્નીના વિયોગથી થએલી, એની હૃદય-ભંગ સ્થિતિથી એણે અમને અજ્ઞાત રાખવાના પ્રયત્ન કર્યા. એનો પુત્ર આખરે સંપૂર્ણ આરોગ્યતા મેળવી શક્યો. એ જોઇ એણે એક દીવસે કહ્યું કે "બાબુ હવે માણસ થઇ આવ્યો ખરો. ભગવાન ત્રિવેણી બાઇનું ભલું કરો !" એટલું કહી અમારી સાનિધ્યમાંથી ઉઠી એકાંતમાં ખૂબ રડયો.

એની બીમારીના કારણે પુસ્તક લખવા ઉપર મારૂં મન ચોંટતું નહીં. તે વખતે એ મને આગ્રહ કરી મારો પ્રમાદ મૂકાવતો. એ પુસ્તક છપાએલું જોવાની એની ઇચ્છા બહુ હતી; પણ તે બર નજ આવી. પરંતુ પુસ્તક હવે જરૂર છપાશે. એ બધી તૈયારી તે આખર વખતમાં બરાબર જાણી શક્યો. એટલે દરજ્જે સંતોષ.

"ઇશ્વરના ઘરના ખેલ, જન શું કરશે રે,
પ્રભુ પૂરે તેવું તેલ તેવા દીપ બળશે રે. (સરસ્વતીચંદ્ર)
આવું જ કાંઇ થયા કરે છે.

આ પુસ્તકની ફેર કોપી પ્રેસમાં મૂકવાની તૈયારીમાં હતો અને જૂદા જૂદા પ્રેસવાળાના ભાવતાલ મંગાવતો હતો તે અરસામાં સને ૧૯૨૬ના સપ્ટેમ્બર માસની શરૂઆતમાં મુંબઇમાં પ્રસિદ્ધ થતા લોકપ્રીય "**ગુજરાતી**" સાપ્તાહિક પત્રમાં "**બુદ્ધિવિલાસ**" નામનું પ્રકરણ આવવું શરૂ થયું. એમાં ગણિતના ગુઢ પ્રશ્નો પૂછાવા લાગ્યા. આ જોઇ મને એમ લાગ્યું કે આ પ્રકરણથી મારા કાર્યને આગળ વધારવાની મને સરળતા મળશે. જેથી આ પ્રકરણ કેવું વલણ લે છે, તે જોવા જાણવા માટે ત્રણેક માસ સુધી પુસ્તક છપાવવાનું કામ મુલત્વી

રાખી દીધું. એ પ્રકરણ શરૂ થયું. તે પહેલાં મેં પૂજ્ય ભાસ્કરાચાર્ય કૃત "લીલાવતી"માં રત્ન મિશ્રિત વ્યવહાર એક વર્ગીય સમીકરણ Quadratic equations અને ક્ષેત્રફળ વ્યવહાર નામના ત્રણ પ્રકરણો વાંચી ગયો હતો પરંતુ " **મનોરંજક ગણિત** "માં દાખલ કરવાના નિર્ણય ઉપર હજુ આવ્યો નહોતો. હવે જ્યારે "**ગુજરાતી**" પત્રમાં બુદ્ધિ વિલાસ પ્રકરણ આવતું જોયું ત્યારે તરત જ નિર્ણય ઉપર આવી ઉપર લખેલાં ત્રણે પ્રકરણો આમાં દાખલ કરી દીધા. આ પુસ્તકની હસ્ત લિખિત પ્રત ઉપરથી જે ચાર વિદ્વાનોના અભિપ્રાયો મળ્યા છે ત્યાર પછી આ બધું અને બીજું કેટલુંક ઉમેરવામાં આવ્યું છે. " ગુજરાતી " પત્રના " બુદ્ધિ વિલાસ " પ્રકરણમાં પૂછાયલા પ્રશ્નોના સાચા જવાબ આપનારાની નામાવલી નિયમસર પ્રસિદ્ધ થવા લાગી. એમાં જાહેર થએલા લગભગ બધા સજ્જનો સાથે મેં પત્ર વ્યવહાર ચાલુ કરી, આ પુસ્તકના માટે વધુ ઉપયોગી સલાહ આપવા માટે વિનવણી કરી. લગભગ બધાએ એક યા બીજી રીતે મને કેટલીક ઉપયોગી સૂચનાઓ આપી. એ બધાઓમાં સૌથી વધુ ઉપયોગી મદદ મને શ્રીયુત રાજેશ્રી ભોગીલાલભાઈ હિંમતલાલ શાહ તરફથી મળી. એઓ જાતે દશા ડીસાવાળ મેશ્રી વણીક છે. એમની જન્મભૂમિનું ગામ ઉત્તર ગુજરાતના પાટણ તાલુકે ગામ બાલીસાણા છે. એમની ઉમર વરસ ૨૩ થી ૨૪ ની છે. એઓ હાલે એમના વતનના ગામમાં શ્રીમાન શેઠ મયાચંદભાઇ હરિરામ શાહ એંગ્લો વર્નાકયુલર સ્કૂલમાં ફર્સ્ટ આસિસ્ટંટ છે. કેટલીક વ્યવહારિક મુસ્કેલીઓના લીધે શાળા પાઠશાળાની ઉપાધિ (ડીગ્રી) મેળવી શકયા નથી, છતાં ગણિતમાં જેમને આચાર્ય કહેવામાં આવે છે, તેવાઓની પડોશમાં માનસહીત ઉભવાનું સદ્ભાગ્ય તેમને પ્રાપ્ત થએલું દેખાય છે. કારણ જે વખતે " ગુજરાતી " પત્રમાં " બુદ્ધિ વિલાસ " વાળું પ્રકરણ ચાલુ હતું ત્યારે એમણે પણ એમાં બધાઓનું ધ્યાન ખેંચાય એવી રીતે કાર્ય કરી બતાવ્યું હતું. હાલ એઓ પણ એક ગણિતનું પુસ્તક લખી રહ્યા છે

તેનું નામ "ગણિત ગમ્મત યાને કોહેડા (અઘરા દાખલા) સંગ્રહ ભાગ ૧ લો" રાખવા માગે છે. તેઓ આ પુસ્તક છપાઇને કેવા રૂપમાં બહાર પડે છે, તે જોવા જાણવા માટે થોડા વખત સુધી થોભી રહ્યા છે. હું આશા રાખું છું કે તેમનું ગણિતનું પુસ્તક ગણિતમાં રસ લેનારાનું જરૂર ધ્યાન ખેંચશે. કારણ તેઓ અત્યારે લાંબા વખતથી શિક્ષક તરીકે કેળવણીના નિકટના સહવાસમાં છે; એથી ગણિતના કૂટ પ્રશ્નો કઈ સરસ રીતે સમજાવીએ તો જનસમાજને રૂચિકર નીવડે, એ બાબતો તેઓ વધુ સારી રીતે સમજી શકે એમ છે. મારા કરતાં એમને આ સગવડ વધુ છે. એમના માટે કાંઇક વધુ મેં આ પુસ્તકના પૃષ્ટ ૪૭૨ માં "**પત્રવ્યવહાર**"માં લખ્યું છે.

પ્રુફ તપાસવામાં રાખવી જોઇતી કાળજી માટે મારામાં ઓછી આવડત અને વ્યવહારિક કામના દબાણને લીધે પુરતું ધ્યાન આપી શકાયું નથી જેથી ઘણી ભૂલો રહી ગઇ છે. આપણા પરમસ્નેહી ભોગીલાલભાઇએ મારામાંથી કોઇપણ જાતના સ્વાર્થની આશા રાખ્યા વગર માત્ર સરસ્વતીની સેવા કરવાના ખાસ ઉચ્ચાશયથી પ્રેરાઇ આ પુસ્તકનું શુદ્ધિપત્રક તૈયાર કરી આપી મને આભારી કર્યો છે એમની મદદથી મેં શુદ્ધિપત્રક તૈયાર કર્યું છે. છતાં પણ જો કયાંય પણ ભૂલો રહી ગએલી જેમને જણાય તેમને મારા ઉપર મહેરબાની કરી સ્પષ્ટ વીગત લખી મોકલાવે એવી નમ્ર પ્રાર્થના છે.

મારા તરફથી આજ દીવસ સુધીમાં શ્રી સરસ્વતી દેવીના મંદિરમાં સાહિત્ય-રસ સામગ્રીનો થાળ ધરવામાં આવ્યો નથી, જેથી કદાચ મારા નામથી પ્રસિદ્ધ થએલ આ ગણિત સાહિત્ય પ્રેમીઓનું ધ્યાન ન ખેંચે એ ભય લાગ્યો. વિચાર કરતાં મને એવી સ્ફુરણા થઇ કે જો કદાચ આ પુસ્તકની પ્રસ્તાવના આજના વખતમાં સર્વમાન્ય એકાદ ગણિતશાસ્ત્રીના મુબારક હાથેથી લખાય તો એ ભાગ્યશાળી સજ્જનના પ્રતાપે આ મારૂં પુસ્તક કંઇક વજન પકડે, આમ

ધારી મેં આ બાબતમાં અમારા મુરબ્બી જેવા શ્રીયુત **મટુભાઇ હરગોવિંદદાસ કાંટાવાળા** (સાહિત્ય માસિકવાળા)ની સલાહ લીધી. એમણે અમદાવાદવાળા પ્રભાવશાળી પ્રોફેસર સાહેબ અને લેજીસ્લેટીવ કાઉન્સીલના મેમ્બર **જેઠાલાલભાઈ ચીમનલાલ સ્વામીનારાયણ** એમ. એ. નું નામ સૂચવ્યું. પ્રસ્તાવના લખી આપવા માટે મેં એમને અરજ કરી. એમણે તરત જ મારી અરજ સ્વીકારી; પ્રસ્તાવના લખી આપી છે, જેથી હું એમનો ખાસ આભારી થયો છું.

કેવા પ્રસંગથી પ્રેરાઇ મેં આ પુસ્તક લખવું શરૂ કર્યું તે વીગત મેં દા૦ ૧૬૧માં વિસ્તારથી લખી છે. જો "વસંત" માસિકની ફાઇલ વાંચવા ન મળી હત તો આ પુસ્તક લખાત કે કેમ ? આ રીતે આ પુસ્તક લખવા માટે મને એજ પ્રોફેસર સાહેબના "વસંત" માસિકમાં આવેલા લેખથી પ્રેરણાબળ મળ્યું; અને આ પુસ્તકના અંતે તેમણે જ પ્રસ્તાવના લખી આપી. આ રીતે આ પુસ્તકના આદિ અને અંત સાથે એ સજ્જન અને સાહિત્યપ્રેમી પુરૂષનું નામ જોડવાની એક તક મળી ગઇ એ માટે ઇશ્વરનો આભાર માનું છું.

આ પુસ્તકના સુજ્ઞ વાંચનારાઓને જણાવતાં આનંદ થાય છે કે જે વખતે આ પુસ્તક લગભગ છપાઇ રહેવા આવ્યું હતું તે વખતે **શ્રીયુત જગજીવનભાઇ નરભેરામ બધેકાએ** આ પુસ્તકના છપાએલ ફરમા પ્રેસમાં જોયા. ગણિત એમનો પ્રિય વિષય એટલે ફરમા જોઇને અટકયા નહીં, પણ પરીક્ષકની નજરે તેમણે તપાસ્યાં તેથી આ ગણિત મારફત ગણિતના રસિકોની સેવા કરવાના ઉચ્ચાશયથી તેમણે જ્ઞાન સાથે ગમ્મત આપે એવા કેટલાક દાખલા રીત સહીત મને લખી મોકલ્યા અને તે દાખલા આ પુસ્તકમાં દાખલ કરવાની, તેમણે અમારી વગર માંગણીએ ખુશીથી રજા આપી આભારી કર્યા. આ પુસ્તકનું કદ ધાર્યા કરતાં બહુજ મોટું થઇ ગયું અને પુસ્તક છપાવતાં વખત પણ ઘણો લાગી ગયો. અત્યારે આ બધા સંજોગ ધ્યાનમાં લેતાં એમના મોકલેલા બધા દાખલા હું દાખલ નથી કરી શકયો તે માટે એમની

અને બધાની હું માફી માગી લઉં છું. પરિશિષ્ટમાં માત્ર ૫ દાખલા દાખલ કર્યા છે. હવે પરમાત્માની કૃપાથી આ પુસ્તકની બીજી આવૃત્તિ છપાવવાનો પ્રસંગ પ્રાપ્ત થશે તો એમના પાસેથી બની શકશે એટલી વધુ પ્રસાદી મેળવી આ પુસ્તકમાં દાખલ કરવાની ઉમેદ રાખું છું.

શ્રીયુત જગજીવનભાઈનો જન્મ સંવત ૧૯૩૪ ના ફાગણ વદ ૬ રવીવારને રોજ થયો છે. શ્રી બનારસ કવીન્સ સંસ્કૃત યુનીવરસિટિમાં ગણિત અને જ્યોતિષનો અભ્યાસ પૂર્ણ કરી કલકત્તા સંસ્કૃત યુનીવરસિટિમાં છેલ્લી પરીક્ષા પાસ કરી જ્યોતિર્વિદ ગણિત શાસ્ત્રી થવાનું માન મેળવી શકયા છે.

ગણિતના વિષયમાં આટલા બધા પ્રવીણ છે છતાં નિરાભિમાની રહ્યા છે. એમની સૌમ્ય પ્રકૃતિના લીધે મુંબઇ ઈલાકામાં જૂદી જૂદી કોલેજો અને હાઇસ્કૂલોના આચાર્યો અને શિક્ષકો એમનો સહવાસ મેળવવાના પ્રસંગો ઉભા થવા દઇ ગણિત વિષયમાં જ્ઞાન ગમ્મતનો વિનિમય થવા દે છે. અમેરિકા અને યુરોપની યુનીવરસિટિઓમાં ગણિતમાં નામના મેળવનાર બંગાળી શ્રીયુત બસુ બાબુ અને મદ્રાસી શ્રીયુત રામાનુજમ્ આયંગર એમની સાથે ગાઢ પરિચય ધરાવે છે.

શ્રીયુત બધેકાના ગણિત જ્ઞાનથી પ્રસન્ન થઇ, એમના જ્ઞાનનો લાભ બહદ ગુજરાતને આપવાના ઉચ્ચાશયથી પ્રેરાઇ "ગુજરાતી" **રાજ મણિલાલભાઈ ઇચ્છારામ દેશાઇએ** એમના મુબારક હાથથી "બુદ્ધિવર્ધક" પ્રકરણ દોઢેક વરસ ઉપર "**ગુજરાતી**" પત્રમાં દાખલ થવા દીધું હતું. એમાં લાંબા વખત સુધી ગણિતના ગુઢ પ્રશ્નોની ચર્ચા ચાલી હતી.

એ વિષયમાં મેં પણ એક સાધારણ વિદ્યાર્થી તરીકે બીજા સમર્થ ગણિતજ્ઞ બંધુઓ સાથે ભાગ લીધો હતો અને સાચા જવાબ આપનારામાં મારૂં નામ આવતું.

આ પ્રકરણ બંધ થતાં "બુદ્ધિવર્ધક સમીકરણ" વાળું પ્રકરણ એમના સુપુત્ર પ્રાણશંકરભાઇ તરફથી ચાલુ થયું છે. (પ્રાણશંકર-

ભાઇનો જન્મ સંવત ૧૯૬૫ના માગશર વદ ૯ ગુરૂવારનો છે.) એઓ અત્યારે મેટ્રીક કલાસમાં ભાવનગર હાઇસ્કૂલ મધ્યે અભ્યાસ કરે છે. ગણિત શાસ્ત્રી પિતાના પુત્રને વારસામાં જ ગણિતનું જ્ઞાન મળ્યું હોય એમ સ્પષ્ટ દેખાય છે "બુદ્ધિ વર્ધક સમીકરણ" પ્રકરણમાં તેઓ અંક ગણિતની રીત બતાવે છે અને હું બીજ ગણિતની રીત બતાવું છું. મારા તરફથી બતાવેલ કેટલીક રીતો "**ગુજરાતી**"માં દાખલ થઇ ચૂકી છે અને કેટલીક હવે દાખલ થાએ એ આશા છે. એઓ જ્ઞાતે ઔદીચ બ્રાહ્મણ રહેવાશી ભાવનગર તાબે ગામ તળાજાના છે. બુદ્ધિવર્ધક સમીકરણ પ્રકરણમાં મારા તરફથી બતાવવામાં આવેલ નવી રીતો જે "**ગુજરાતી**" પત્રમાં જુદે જુદે વખતે દાખલ થઈ છે તે આ પુસ્તકના છેડે પરિશિષ્ટમાં દાખલ કરી છે.

મળેલા અભિપ્રાયોમાં શ્રીયુત હરિહરભાઇ પ્રાણશંકર ભટ્ટ, જેઓ ગુજરાત પંચાંગ સંશોધન મંડળમાં ગણિત વિભાગના સભ્ય છે અને સાબરમતી, સત્યાગ્રહાશ્રમના રાષ્ટ્રીય વિદ્યામંદિરમાં પોતાની સેવા આપી રહ્યા છે. તેમની ઓળખાણ હવે આપવી હોય નહીં. તેઓ જ્ઞાતે ઔદીચ બ્રાહ્મણ છે. તેમનું મૂળ વતન વેકરીઆ નામે નાનું ગામડીઉં છે જે ધારી ગામ પાસે આવેલું છે. (પ્રાન્ત અમરેલી કાઠિયાવાડ) એ ઓ એલ્ફિન્સ્ટન કોલેજમાં અભ્યાસ કરી સને ૧૯૧૭ની સાલમાં બી૦ એ૦ થયા છે. એમની ઉમર હાલે ૩૫ વરસની છે. બે વરસ સુધી મધ્યપ્રાંતના સરકારી કેળવણી ખાતામાં હતા અને બે વરસ સુધી ભાવનગર દક્ષિણા મૂર્તિ ભવનમાં હતા. હાલે પણ તેઓ કેળવણીના નિકટના સહવાસમાં રહી સાદું જીવન ગુજારી રહ્યા છે.

"મનોરંજક ગણિત"માં આવનારી બાબતો તરફ જનસમાજનું ધ્યાન ખેંચાય અને મારા કાર્યમાં મને ઉત્સાહ મળે એ શુભ ભાવનાથી પ્રેરાઇ પ્રસિદ્ધ "**ગુજરાતી**" પત્રના અધિપતિ સાહેબે છેલ્લા દીવાળીના ખાસ બે અંકોમાં મારા તરફના બે લેખોને સ્થાન આપ્યું તે માટે હું તેમનો આભારી છું.

શ્રીયુત ગજાનનભાઇ વિશ્વનાથ પાઠક તે અમદાવાદ આદિત્ય મુદ્રણાલયના માલેકનો પણ હું આભારી છું. કારણ આ પુસ્તક છપાવવાનું તેમની સાથે મેં નક્કી કર્યું તે વખતે જે જે કરારો અમારી વચ્ચે થયા હતા તેજ પ્રમાણે તેઓ બરાબર વર્ત્યા છે. મારા જેવા બીન અનુભવી પ્રકાશકને શુદ્ધ હૃદયથી સાચી સલાહ આપવામાં એમના શુદ્ધ હૃદયની વિશાળતા અનુકરણીય છે. મારા સ્વાર્થની ખાતર મેં એમની કૃપાનો લાભ જ્યારે જ્યારે માગ્યો ત્યારે ત્યારે તેમણે ખુશીથી તેવો લાભ મને આપ્યો છે. આ બધા ગુણો મારાથી ન વીસરાય એમ હું ઇચ્છુ છું. આ પ્રેસમાં કેવી કાળજીથી કામ થાય છે એ તો પુસ્તક વાંચનારા સ્વયં સમજી શકે એમ છે.

મારી આ યત્કિંચિત સેવાને સ્વીકારી ગામ શ્રીકોટડીના શેઠ પ્રેમજીભાઈ ચંદાએ, શેઠ રણછોડદાસભાઇ જેઠાભાઇએ, શેઠ કાનજીભાઇ જાધવજી મોનાણીએ, શેઠ ગોવિંદજીભાઈ માવજીએ, શેઠ શામજીભાઈ દેવસીએ, ભટ ભગવાનજીભાઇ જેઠાભાઇએ, શેઠ લાલજીભાઇ સુંદરજીએ, શા નેણસીંભાઇ દેવસીએ, કોટડા રોહાવાળા શેઠ ખીમજીભાઇ નાગજીએ, અને સુથરીવાળા શેઠ શા. દેવસીભાઈ ખેતસીએ પુસ્તક છપાવવા માટે મને અગાઉથી આર્થિક મદદ કરી આભારી કર્યા છે. સિવાંત આ પુસ્તકના અગાઉથી ગ્રાહક થઈ જેમણે નામ નોંધાવ્યાં તેમનો પણ હું તેટલોજ આભારી છું.

ચાર ચાર વરસના વહાણા વાયા પછી હું આ પુસ્તક આપ સમક્ષ રજુ કરી શક્યો તે માટે મને આત્મસંતોષ થયો છે. આ કાર્ય કરતી વખતે મેં વખતો વખત શ્રી મહાન પુરૂષોના નીચેના વચનો યાદ કર્યા છે.

(૧) જાણ પાસે થઇ અજાણ, તત્વ લઇએ તાણી;
તે થાએ આગ તો, આપણે થવું પાણી.
(૨) ઉદ્યમને અરે બાળ, જાણ તું તો કામધેનું,
ચિંતવ્યા પ્રમાણે લાભ, અપાર પમાય છે.

(૩) હું કરૂં મેં આ કર્યું, એમ માનવી મિથ્યા બકે;
પણ ઇશની ઇચ્છા વિના, નવ પાન પણ હાલી શકે.

(૪) કોઇના કરેલા ઉપકાર કદી પણ ભુલવા નહીં;

(૫) દુષ્કર્મના કરનાર, બુદ્ધિવાન સમ વાતો કરે,
તોપણ કદી તે લોકના, ઉંડા હૃદયમાં ના ઠરે;
જન શુદ્ધ જો આચાર રાખી, મૌનને ધારણ કરે,
તો પણ સર્વજન બોધ લેવા, તીવ્ર આતુરતા ધરે.

કોટડી (મહાદેવપુરી) કચ્છ
કચ્છી આષાઢ સુદ ૫ શુક્ર
સંવત ૧૯૮૫
તા. ૨૨-૬-૧૯૨૮

લી. આપનો કૃપાકાંક્ષી
મુળજી જેઠુ જોશી
લેખક અને પ્રકાશક
મનોરંજક ગણિત.

હસ્ત લિખિત નકલ ઉપરથી મળેલા અભિપ્રાયોની નકલો.

અભિપ્રાય (૧)

જોષી મુળજી જેઠુ કૃત "મનોરંજક ગણિત" હું જોઇ ગયો છું. તે રમુજી દાખલાઓનો સંગ્રહ છે. દાખલાઓની રીત સ્પષ્ટ લખવામાં આવેલી હોવાથી વાંચનારને તે વિષયમાં, વધારે રસ પડે તેમ છે. કેટલાક યુક્તિ, પ્રયુક્તિના દાખલાઓ તથા વ્યવહારિક ભાષામાં વપરાતા શબ્દો ખાસ લક્ષ ખેંચે છે. કેટલાક દાખલાઓ ઓછા ઉપયોગી જણાશે. ગ્રંથકારે ખરેખર સ્તુતિપાત્ર શ્રમ કરી અંકગણિતના વિષયમાં ઉંડા ઉતરવાનો પ્રયાસ કરેલ છે. ભાગ બીજો "લીલાવતી" ગણિતના આધારે લખી બે સમીકરણોમાંથી ત્રણ અજ્ઞાત રકમો શોધવાની રીત બહુ સરસ રીતે બતાવી છે.

તારીખ ૩-૯-૧૯૨૫
શ્રી હજુરકોર્ટ ભુજકચ્છ

(સહી.) **શાહ પ્રભુરામ જેઠાભાઇ.**
બી. એ. એલ એલ. બી.

૨

શ્રીયુત મુળજીભાઈ જેઠુભાઈ જોશી, મુથરી. (હાલ કોટડી)

તમારાં રચેલાં " મનોરંજક ગણિત "ની હસ્તલિખિત નકલ હું વાંચી ગયો; તે ઉપરથી મારો અભિપ્રાય નીચે મુજબ થાય છેઃ—

આ પુસ્તક સામાન્ય વિદ્યાર્થીઓ માટે પાઠયપુસ્તક તરીકે નહિ પણ ગણિત વિદ્યામાં રસ લેનાર તેમજ ગણિતનું કેટલુંક પ્રાથમિક જ્ઞાન સંપાદન કરી આગળ વધેલા વિદ્યાર્થીઓ તેમજ અન્ય જનો માટે ઉપયોગી છે.

ભાગ ૨ જામાં વર્ણવેલ " કુટ્ટક વ્યવહાર " સાધારણ માણસો માટે નીરસ હોય છે છતાં તમે તેને સહેલી રીતો અને રમુજી દાખલાઓથી રસમય બનાવ્યો છે. મિશ્રિત દાખલાઓમાં પણ કેટલીક જાણવા યોગ્ય હકીકતો સમાવેલી છે. પુસ્તક વિદ્વતાપૂર્વક સારી શૈલીમાં લખાયલું છે.

તમારા આ પુસ્તકથી ગણિત–રસિકોને ગમ્મત સાથે જરૂર કંઇક નવીન જાણવાનું મળશે. એકંદરે તમારો પ્રયાસ સ્તુતિપાત્ર છે. અને આ " મનોરંજક ગણિત "ને વિદ્યાર્થીઓ, શાળાઓ, અને સામાન્ય ગણિત–રસિક વ્યક્તિઓ તરફથી સારો આશ્રય મળશે અને તેની યોગ્ય કદર થશે, એવી આશા રાખું છું. સંવત ૧૯૮૨ ના માગશર વદ ૧૦. તારીખ ૧૦–૧૨–૧૯૨૫.

(સહી) **વિઠ્ઠલજી કેશવજી** દવે, બી. એ.
(એજ્યુકેશનલ ઇન્સપેકટર કચ્છ–રાજ્ય)

૩

રા. રા. હીરજીભાઇ ટોકરસી ઠક્કર બી. એ.

શ્રી કચ્છ-ભુજ આલફ્રેડ હાઇસ્કૂલમાં આસીસ્ટંટ ટીચર તરફથી લગભગ ઉપરના જેવો જ અભિપ્રાય મળ્યો છે.

૪

શ્રી વિદ્યાધિકારી વડોદરા રાજ્ય.
નંદનાથ કેદારનાથ દીક્ષિત બી. એ. એમ. સી. પી.
લંડન. } તરફથી.

રા. રા. મુળજી જેઠું જોશી. હોસ્પીટલ આસીસ્ટંટ
ઇનચાર્જ શેઠ ખેતસી ખીઅસી ફ્રી દવાખાનું.
મુ. સુથરી કચ્છ. વિ. ક. જા. નં. ૧૬,૧૯૯,૮૨. } તરફ

ભાષાંતર શાખા વડોદરા તા. ૨૪–૩–૧૯૨૬.

વિષય.

"મનોરંજક ગણિત"ને ઉત્તેજન આપવા બાબત.

મથાળે બતાવેલ વિષયના સંબંધમાં આપનો પત્ર આવેલો તેના જવાબમાં જણાવવાનું કે:—

આપનો ગ્રંથ કાળજી પૂર્વક લખાયો છે તે જનસમાજને ઉપયોગી થાય તેવો છે. × × × × × × × × આપ એ ગ્રંથ પોતાથી છપાવી પ્રસિદ્ધ કરશો અને તે છપાઇ રહે તેની ૨ નકલો ઉત્તેજનની માગણીની અરજી સાથે આ તરફ મોકલશો તો નવીન ગ્રંથકારોને ઉત્તેજન આપવા જેવું હશે તો તે વખતે આપવાનું બની શકશે. × × × આપનો હસ્તલિખિત ગ્રંથ આજરોજ પાછો મોકલ્યો છે. તો તે પહોંચેથી પહોંચ તરત લખશો એજ તારીખ સદર.

(સહી) **નરહરિશંકર શિ૦ શાસ્ત્રી.**
વિદ્યાધિકારીના ભાષાંતર મદદનીશ વડોદરા રાજ્ય

પુસ્તક છપાતું હતું ત્યારે છપાયલાં ફારમો વાંચી આપેલા અભિપ્રાયો.

આ "મનોરંજક ગણિત" કર્તાએ વિદ્યાર્થીઓને સરલ રીતે ગણિત કરવાનો સહેલો અને મૂલતત્ત્વોને મળવાનો માર્ગ દેખાડેલો છે. પોતાના મનોબળથી દ્રશ્યમાન કારણનો સંબંધ રાખનારી રીતોનો

સંગ્રહ કરવામાં મનોબળ વાપરેલું છે. વર્તમાન નિશાળોમાં ચાલતાં દરેક ગણિતો કરતાં તેમાં અદ્‌ભૂત સરલતાનો સમાવેશ કરવામાં આવેલ છે. ગણિત જેવા શુષ્ક વિષયને કર્તાએ રમણિક અને રસમય બનાવેલ છે. વિદ્યાર્થી વર્ગને આ ગણિતનો આરંભ કરતાં આનંદ થાય અને અનુભવથી આગળ વધવામાં વધારે ઉપયોગી થાય તેમ હું માનું છું.

(સહી) લી. **બધેકા જગજીવન નરભેરામ**

ગણિત શાસ્ત્રી.

શ્રી મૂળજી જેઠુભાઈના "મનોરંજક ગણિત" નાં પૃષ્ઠ ૧ થી ૪૮૦ અભિપ્રાય અર્થે મળ્યાં. ગણિત વિષયમાં ઘણા મનોરંજક દાખલા આવે છે; આવા દાખલા અને તે ગણવાની રીત પુસ્તકમાં આપી છે. અંગ્રેજીમાં આવાં ઘણાં પુસ્તકો છે, પણ ગુજરાતીમાં આવું એકે પુસ્તક નહોતું તે ખોટ આ પુસ્તકે પૂરી પાડી છે. કર્તાનો પોતાના વિષયમાં શોખ અને મહેનત ખૂબ છે. દાખલાઓને સરવાળા બાદબાકી વગેરે પ્રકરણ વાર ગોઠવવામાં આવ્યા છે તે ઠીક થયું છે. પહેલાં ૨૦ પૃષ્ઠોમાં મોટે ભાગે અને બીજે કયાંક કયાંક વિષયાંતર દેખાય છે તે નહોત એમ હું ઇચ્છું છું. પણ તેથી પુસ્તકની ઉપયોગિતામાં ઉણપ આવતી નથી. જેમને ઉચ્ચ બીજ ગણિતનું જ્ઞાન નથી, તેમને આ પુસ્તકમાંથી ખૂબ શીખવાનું મળશે. ગણિતના શોખીનોને આ પુસ્તકમાંથી ઘણી રસમય સામગ્રી મળશે એમાં શંકા નથી. હું કર્તાને તેના પરિશ્રમ માટે અભિનંદન આપું છું અને તેના આ પરિશ્રમને સફળ બનાવવા માટે જેટલું બની શકે તેટલું કરવા વાચક વર્ગને ભલામણ કરૂં છું.

સત્યાગ્રહાશ્રમ, સાબરમતી
તા. ૧૫ : ૨ : ૨૮

(સહી) **હરિહર પ્ર. ભટ્ટ.**

અનુક્રમણિકા.

ભાગ ૧ લો. અંકગણિત

ક્રમાંક	વિષય	પૃષ્ઠ
૧	શ્રી ગણિત શાસ્ત્ર અને સર્વવ્યાપકેશ્વર.	૧
૨	શ્રી પ્રભુની સર્વવ્યાપકતા દા૦ ૧ લો.	૩
૩	શ્રી પ્રભુની અવતારલીલા દા૦ ૨ જો.	૫
૪	સર્જ્જન પુરૂષનાં લક્ષણ દા૦ ૩ જો.	૮
૫	દુર્જન પુરૂષનાં લક્ષણ દા૦ ૪ થો.	૧૦
૬	ગુણ ગ્રાહક પુરૂષનાં લક્ષણ દા૦ ૫ મો.	૧૨
૭	૧ થી ૧૦ આંકડાના જૂદા જૂદા અર્થ દા૦ ૬ ઠ્ઠો.	૧૨
૮	અંકસ્થાન વિચાર દા૦ ૭ મો.	૨૦
૯	**સરવાળાઃ-(अ)** રકમો લખ્યા વગર આપેલ આંકડામાંથી કેટલી રકમો થશે અને એ બધાનો સરવાળો શું આવશે તે અગાઉથી કહી શકાય (અંકપાસ) દા. ૮ થી ૨૧ સુધી.	૨૨
	ब લખેલ રકમોનો સરવાળો અગાઉથી કહી દેવાય (ગ્રેઢીના) દા. ૨૨ થી ૨૬ ઉપરાંત બીજા ૭ ઉદા.	૩૪
	क મૂળ રકમ ગુપ્ત હોય અને બીજી રકમો જાણમાં હોય તે ઉપરથી સરવાળો કહી શકાય દા. ૨૭ મો	૪૫
૧૦	નિર્જીવ વાતમાં ગંભીર સાર દા. ૨૮ મો.	૪૭
૧૧	**બાદબાકીઃ-अ** નિર્જીવ વાતમાં ગર્ભિત સાર. દા. ૨૯ મો	૪૯
	ब અજાયબ બાદબાકી દા. ૩૦ મો (સાથે ૩ ઉદા.)	૫૦
૧૨	**ગુણાકારઃ-अ.** કેટલીક ટુંકી રીતો દા. ૩૧ મો	૫૨
	ब વર્ગ બનાવવાની સહેલી રીત દા. ૩૨ મો	૫૪

ક્રમાંક	વિષય	પૃષ્ઠ
	क વર્ગ બનાવવા વિષે વિશેષ વિચાર દા. ૩૩ મો ઉપરાંત ૫ ઉદાહરણ.	૫૯
	ड ગુણાકારની નવી રીત દા. ૩૪ મો સાથે ૩ ઉદા.	૬૮
	इ નવડા સાથે બીજા આઠ આંકડાનો સ્નેહ સંબંધ દા. ૩૫ મો.	૭૭
	फ ઘાત પ્રકરણ દા. ૩૬ મો સાથે ૧૨ ઉદા.	૭૯
	ग ત્રિઘાત અને તેથી ચડતા ઘાત વિષે વિશેષ વિચાર દા. ૩૭ મો સાથે ૭ ઉદા.	૯૦
	ह એકોત્રી એકોત્રી રામના પાડાની ગમત દા. ૩૮ મો.	૧૦૬
	એજ પાડાની વધુ ગમત દા. ૩૯ થી ૪૨	૧૧૬
	ज ગુણાકારની પરચુરણ ગમત દા. ૪૩ થી ૪૯	૧૨૪
	ल શ્રેઢીની રીતથી થતા ગુણાકાર દા૦ ૫૦ થી ૫૧	૧૨૮
	म ક્ષેપકની મદદથી ગુણાકારના ફલની ખુબી દા. ૫૨ થી દા૦ ૭૦ સુધી. (સાથે ૧૦ ઉદા૦)	૧૩૨
૧૩	ભાગાકારઃ अ કેટલીક ટુંકી રીતો દા. ૭૧ મો (નવ ઉદા૦ અને વધારાની વ્યાખ્યાઓ)	૧૪૨
૧૪	ઘનમૂળ શોધી કાઢવાની સહેલી રીત. દા૦ ૭૨ મો	૧૫૮
૧૫	પરચુરણ ગમત : अ દા૦ ૭૩ મો (૧૩ ઉદા૦)	૧૬૦
	ब ૧ થી ૯ આંકડાની રમત દા. ૭૪ મો (અને દા. ૭૭)	૧૬૩
	क ૪૮: ૧૦: ૭૮ એ ત્રણ રકમોની અજાયબી દા. ૭૫ મો	૧૬૪
	ड ૧૧ ના આંકડાની ખુબી. દા. ૭૬	૧૬૫
૧૬	ગણિતના નિયમના અપવાદ ૩૫ જવાબ દા. ૭૮	૧૬૬
૧૭	મનમાં ધારેલી રકમો કહી દેવી. દા. ૭૯ થી ૮૮ (તેમાં ૫ ઉદા૦ અને તે ઉપરાંત વધારાના ૪ દા. બીજા)	૧૬૮
૧૮	अ સરખી ભાગીદારીના સહેલા દાખલા ૮૯ થી ૯૦	૧૮૫

ક્રમાંક	વિષય	પૃષ્ઠ.
	ख એજ બાબતના અઘરા દાખલા પ્રકાર ૧ લો. દા. ૯૧ થી ૯૩ તે ઉપરાંત ૬ ઉદા૦ વધારે	૧૮૮
	क એજ બાબતના અઘરા દાખલા પ્રકાર ૨ જો. દા૦ ૯૪ થી ૧૦૦	૧૯૯
	ड એજ બાબતના અઘરા દાખલા પ્રકાર ૩ જો દાખલા ૭ તે ઉપરાંત ૧૧ ઉદા૦ વધારે	૨૦૬
	इ એજ બાબતના અઘરા દાખલા પ્રકાર ૪ થો દાખલા ૪ તે ઉપરાંત ૭ ઉદા૦ વધારે	૨૨૮
	फ એજ બાબતના અઘરા દાખલા. પ્રકાર ૫ મો એક દાખલો એક ઉદાહરણ	૨૩૭
૧૯	ચીજોની વહેંચણીમાં પક્ષપાત છતાં વેચાણી વખતે એકજ ભાવ અને એક સરખી કિમત લાવવી. દા. ૧૦૧ અને વધારે એકજ ઉદા૦	૨૩૯
૨૦	અવિભાજ્ય રકમો દા. ૧૦૨ મો	૨૪૪
૨૧	અવિભાજ્ય રકમોમાંથી થતા દાખલા. દા. ૧૦૩ થી (૧૦૩ अ) ૧૦૪ કુલ ૩ દાખલા.	૨૪૫
૨૨	છૂપાવી રાખેલ ચીજ કોની પાસે છે તે કહી દેવું દાખલો ૧૦૪ आ	૨૪૭
૨૩	નદીના સામે કાંઠે જવાની યુક્તિ દા. ૧૦૫ અને ૧૦૬	૨૫૦
૨૪	તોલ્યા વગર માપીઆથી ઘીના બે સરખા ભાગ પાડવા દા. ૧૦૭ થી દા. ૧૦૯	૨૫૧
૨૫	લઘુત્તમ સાધારણ ભાજ્ય દા. ૧૧૦ થી દા. ૧૧૪ સુધી.	૨૫૬
૨૬	ચીજોની અદલા બદલી કરવાથી સૌ પાસે સરખી રકમો થાય દાખલા ૩ ત્રણ.	૨૫૯

ક્રમાંક	વિષય	પૃષ્ઠ
૨૭	મિત્રોની ઉજમણીના ખરચનો ફાળો દા. ૧૧૫ થી દા. ૧૧૭	૨૬૫
૨૮	એક કેળાનું અર્થ શાસ્ત્ર યાને મહત્વ દા ૧૧૮ મો	૨૭૧
૩૦	જૂદી જૂદી જાતના સિક્કાની સરખા સંખ્યા લાવવી. દા. ૧૧૯ મો	૨૭૨
૩૧	પાનનાં બીડાની ભેટમાં ભેદ દા. ૧૨૦ મો	૨૭૩
૩૨	અપૂર્ણાંકના પરચુરણ દાખલા ૧૨૧ થી ૧૨૯ સુધી	૨૭૫
૩૩	વારસામાં મળેલ મોતીની કિંમત દા. ૧૩૦ અને ૧૩૧	૨૮૨
૩૪	સોદાગરનાં ઘોડાં અને જકાત દા. ૧૩૨ થી ૧૩૪	૨૮૩
૩૫	દેવમંદિરની બહાર જકાત અને અંદર અર્થ પ્રાપ્તિ. દા. ૧૩૫ થી ૧૩૭	૨૮૭
૩૬	મનુષ્યોના વજનથી જગ્યાના માળનું તુટવું દા. ૧૩૮	૩૦૦
૩૭	(अ) અજાયબ ચોરસ ખંડોના કોઠાની ભરતી દા. ૧૩૯.	૩૦૭
	(ब) ચોત્રીસા અને એવાજ બીજા જંતરોના કોઠા દા.૧૪૦.	૩૨૪
	(क) ચોત્રીસા જંતરની તારા કૃતિ દા. ૧૪૧	૩૩૨
	(ड) પંદરા અને વીસા જંતરનો સંયુક્ત કોઠો દા. ૧૪૨.	૩૩૨
	(इ) વીસા જંતરનો કોઠો દા. ૧૪૩	૩૩૪
૩૮	ક્રમવાર આવતા આંકડાના ઉભા સરવાળા સરખા થાય તેવા કોઠા દાખલો. ૧૪૪ થી ૧૫૦	૩૩૪
૩૯	રમવાના પાનાંની ગમ્મત દા. ૧૫૧	૩૫૦
૪૦	ગમે તે ચાર આંકડામાંથી ૧૦૦ બનાવવા દા. ૧૫૨	૩૫૧
૪૧	ઘાસના પૂળાનું વજન દા. ૧૫૩	૩૫૧
	દૂધનું વજન દા. ૧૫૪	૩૫૩
૪૨	દેવ મંદિરમાં જતાં થતો અર્થ લાભ દા. ૧૫૫: દા ૧૫૬	૩૫૩
૪૩	બૂડતું વહાણ અને છડિઆ નમુનો ૧ લો દા. ૧૫૭: નમુનો ૨ જો દા. ૧૫૮	૩૬૧

ક્રમાંક	વિષય	પૃષ્ઠ
૪૪	કિલ્લામાં લશ્કરની સંખ્યા દા. ૧૫૯: દા: ૧૬૦	૩૮૦
૪૫	વર્ગ, ઘન વગેરે ઘાતમાં આવતી શ્રેઢીની છાયા.	૩૯૧
૪૬	વર્ગ, ઘનના શ્રેઢીના સરવાળા.	૪૦૦
	અક્ષર ગણિત ભાગ ૨ જો.	
૪૭	કુટ્ટક વ્યવહાર દા. ૧૬૦ મેા	૪૦૯
૪૮	ત્રણ અજ્ઞાત સંખ્યાઓના સમીકરણેા દા. ૧૬૧ મેા	૪૪૬
	ચર્ચાપત્ર દા. ૧૬૨ મેાઃ નિવેદનઃ પત્રવ્યવહારઃ	૪૫૯
	ત્રણ અજ્ઞાત સંખ્યાઓના સમીકરણેા ચાલુ. (દા. ૧૬૩ થી દા. ૧૭૫ સુધી બન્ને તરફ ૧૦૦) દા. ૧૭૬ મેા (બન્ને તરફ ૯૭) દા. ૧૭૭ (બન્ને તરફ ૫૦) દા. ૧૭૮ (બન્ને તરફ ૨૬) દા. ૧૭ થી ૧૮૬ (બન્ને તરફ ૨૦)	૪૮૮
૪૯	મિશ્રિત દાખલાઃ–(અક્ષર ગણિત અને અંક-ગણિતના) (અ) પક્ષીઓની અદલા બદલીના, વિદ્યાર્થી અને પુસ્તકેાના, આંકડા અને વિદ્યાર્થીઓના, ગાયેાની ખરીદીના, આપેલી રકમના ચાર ભાગ કરવાના દા. ૧૮૭ થી ૧૯૭ સુધી.	૫૨૦
૫૦	દ્વિઘાત યાને એક વર્ગીય સમીકરણના દાખલા. Quadratic equations પ્રકાર ૧ લેા દા. ૧૯૮ થી ૨૦૫ સુધી.	૫૪૦
	પ્રકાર ૨ જો દા. ૨૦૬ થી ૨૧૦ **અ** સુધી	૫૫૧
૫૧	ક્ષેત્ર વ્યવહારઃ–પરિચય (area)	૫૫૯
	(૧) કેાટિ અને ભુજ આપ્યાં હેાય અને કર્ણ શેાધવેા. દા. ૨૧૧–૨૧૨	૫૬૦
	(૨) કર્ણ આપેલ હેાય ત્યારે કેાટિ અને ભુજ શેાધવા. દા. ૨૧૩	૫૬૩

ક્રમાંક	વિષય	પૃષ્ઠ
	(૩) પાયો હોય અને તે ઉપરથી કર્ણ અને લંબ શોધવા દા. ૨૧૪	૫૬૭
	(૪) કોટિ, ભુજ અને કર્ણ ત્રણે અજ્ઞાત હોય તે શોધી કાઢવા. દા. ૨૧૫	૫૭૦
	(૫) કોટિ અને ભુજ આપ્યાં હોય અને તે સાથે કોટિના વધારાનો ભાગ અને તે સાથે કર્ણનો ભાગ પણ હોય. હવે એ સૈયારા ભાગમાંથી કોટિનો વધારાનો અને કર્ણનો ચોખો ભાગ શોધી બતાવો. દા. ૨૧૬	૫૭૧
	(૬) કોટિનું પ્રમાણ સ્પષ્ટ હોય. અને ભુજ અને કર્ણનું પ્રમાણ સંયુક્ત હોય તેમાંથી ભુજ અને કર્ણનું સ્પષ્ટ પ્રમાણ જૂદું જૂદું કરી બતાવવું. દા. ૨૧૭	૫૭૨
	(૭) કોટિ અને ભુજનો આંક સયુક્ત હોય અને કર્ણ સ્પષ્ટ હોય ત્યારે કોટિ અને ભુજ જૂદા જૂદા બતાવવા. દા ૨૧૮ અને ૨૧૯	૫૭૩
	(૮) કોટિ અને કર્ણ સયુકત. ભુજ સ્પષ્ટ હોય ત્યારે કોટિ અને કર્ણ જુદા બતાવવા. દા. ૨૨૦	૫૭૫
	(૯) સમાન પાયા પર એકજ બાજુએ બે ત્રિકોણના કર્ણોનો છેદન બિંદુ જમીનથી કેટલો ઉંચો દા. ૨૨૧.	૫૭૬
૫૧	આ પરિશિષ્ટમાં શ્રીયુત બધેકા ગણિત શાસ્ત્રીના આપેલ પાંચ દાખલા. "ગુજરાતી" પત્રના બુદ્ધિ વર્ધક સમીકરણના દાખલા ૬: "ગુજરાતી" પત્રના બુદ્ધિ વિલાસ પ્રકરણના દાખલા ૧૦	૫૭૮
	અગાઉથી ગ્રાહક થનારાઓનાં મુબારક નામોનું લીસ્ટ.	૬૦૨



વાચકોને સૂચના

ગણિતને અંતે આપેલું
શુદ્ધિપત્રક જોઇને પહેલાં
તે પ્રમાણે સુધારા કરી
લઇનેજ દાખલાઓ ગણવા.

મનોરંજક ગણિત

॥ ॐ ॥

શ્રી મનોરંજક ગણિત.

ભાગ ૧ લો.

અંકગણિત વિભાગ.

શ્રી ગણિતશાસ્ત્ર અને શ્રી સર્વવ્યાપકેશ્વર.

દરેક શુભ કાર્ય કરતી વખતે, શ્રી પ્રભુની સ્તુતિ ગાવી એ પ્રથા પરંપરાથી ચાલી આવે છે. તેને અનુસરી અત્યારે એ મહાન પિતાને કેવાં વિશેષણથી સંબોધવા, એ સમજવું આ અલ્પજ્ઞાની લેખકની શક્તિ ઉપરાંતની વાત છે. અને એનું રહસ્ય બીજાને સમજાવવું એ તો તદ્દન અશક્ય છે. તેથી એ મહાન પિતાની સ્તુતિ ગાવા પહેલાં "ॐ" અને "શ્રી" એ બે ટુંકા પણ ગુઢાર્થભર્યા શબ્દો યોજ્યા છે. "ॐ" ને પુષ્પરૂપે માન્યું છે. પુષ્પરૂપે એટલા માટે કે જ્યારે ઝાડ ઉપરે ફુલ આવે છે ત્યારે એ ઝાડની શોભામાં વૃદ્ધિ થએલી દેખાય છે. ફુલ પછી ફળ આવે છે. આ મીઠા ફળનો લહાવો પ્રાણીમાત્ર આનંદથી લે છે. આ પ્રમાણે દેહરૂપી ઝાડ ઉપરે, દયારૂપી ફુલ આવે ત્યારે શ્રી સચ્ચિદાનંદને ઓળખવાનું [illegible]મ થાય છે, અને પરિણામે મોક્ષરૂપી ફળ મેળવવાનું ભાગ્ય પ્ર[illegible] થાય છે. આ સિદ્ધાંત સમજવા માટે એકાદ વિરલા સંત[illegible]નની ખાસ જરૂર છે.

પુષ્પરૂપી "ॐ"થી અને શ્રીકાર [illegible]"થી શ્રી પ્રભુની સ્તુતિ શુદ્ધ મનથી કરતાં મનવાંચ્છિત ફ[illegible]મ થાય છે. આવી

રીતે "ૐ" અને "શ્રી" એ બે શબ્દોમાં બહુ ઉંડું રહસ્ય સમાયલું છે, એમ સમજી એ બે શબ્દો યોજ્યા છે. અને દરેક સુજ્ઞ વાંચનાર પોતાની મનોવૃત્તિ અનુસાર એ બે શબ્દોનો અર્થ સ્વીકારી, પોતાના હૃદયમાં તૃપ્ત થાય, એ શુભ ભાવનાથી પ્રેરાઇ, સાદાં પણ ગુઢાર્થ-વાળાં–એ બે રૂપો આપ્યાં છે.

આ લેખનાં મથાળાં ઉપરે ગણિતશાસ્ત્રને પ્રથમ સ્થાન આપ-વામાં આવ્યું છે, અને અણુમાત્રમાં જેનું અસ્તિત્વ છે, એવા શ્રી પ્રભુના નામને પછી સ્થાન મળ્યું છે, તેથી કદાચ શ્રદ્ધાળુ વાંચનારા આશ્ચર્ય પામે! એવી સ્વાભાવિક વૃત્તિ ઉત્પન્ન થાય, એમ માની નિવેદન કરવાની રજા લઉં છું. માટે હે સ્નેહી! જરાવાર સબુર કરજો. આપના હૃદયમાં એ ઉદ્‌ભવેલી જીજ્ઞાસાને તૃપ્ત કરવા બનતો પ્રયાસ કરીશ.

આપણા વંદનીય પુરાણ શ્રીમદ્‌ભાગવતમાં શ્રીમાન મહારાજા-ધિરાજ બલીરાજા અને ૐ શ્રી વામનસ્વરૂપ પ્રભુની સદ્‌બોધ આપનારી એક આખ્યાયિકા છે. એના એક ભાગમાં એવી રીતે લખવામાં આવ્યું છે કે એક વખતે શ્રીમાન મહારાજાધિરાજ રાજરૂષિ બલી-રાજાના કુળગુરુ દેશકાળવંદનીય પૂજ્ય શ્રી શુક્રાચાર્ય અને ૐ શ્રી વામનસ્વરૂપ પરમાત્મા બન્ને એક બીજાની પાસે હાજર હતા. આવે પ્રસંગે પ્રથમ કોને પ્રણામ કરવા એ વિચારથી શ્રીમાન્ બલીરાજાનું હૃદય મુંઝવણમાં પડયું. એ વખતે તેઓશ્રીએ પોતાના આરાધ્ય–ઇષ્ટ-દેવનું મનમાં સ્મરણ કરી સ્થિર મન રાખી જે હૃદયોદ્‌ગાર ભરી-સભામાં [illegible] રીતે બહાર કાઢયો હતો, તે હૃદયોદ્‌ગારથી આપણને પૂજ્ય મહા[illegible] શ્રી તુલસીદાસજીએ પોતાના પવિત્ર વચનામૃતથી જાણીતા કર્યા છે. એ [illegible]મૃત નીચે પ્રમાણે છે:—

સાખી:—[illegible] [illegible]ોવિંદ દોનું ખડા, કિસકું લાગૂં પાય,
બલિહ[illegible] દેવકી, જીને ગોવિંદ દીયા બતાય.

ઉપરના પવિત્ર વચનથી સ્પષ્ટ સમજાય છે કે ગુરૂનો મહિમા મોટો છે. તેથી તે અગ્રસ્થાને છે. કારણ કે મેડી ઉપર પહોંચવા એટલે મનવાંછિત ઉચ્ચ શિખરે ચડવામાં નિસરણીની એટલે સાધનની, જેમ વિશેષ જરૂર છે, તેમ ગોવિંદ દર્શનનો અલભ્ય લાભ મેળવવા માટે ગુરૂની કૃપાની એટલી જરૂર છે.

કેવી રીતે શ્રી શુક્રાચાર્યે પોતાના યજમાન શ્રીમાન બલીરાજાને શ્રી પ્રભુની પ્રભુતાની સમજણ આપી, એ વાર્તા આ ગણિતના વાંચનારા જાણે છે. એમ માની લેવામાં આવ્યું છે. આ વિષયથી અજ્ઞાત કોઇ પણ જીજ્ઞાસુને એ ઇતિહાસ જાણવાની ઇચ્છા થાય તેા તેમણે પ્રયત્ન કરી, એ વિષય સમજી લેવા કૃપા કરવી. કારણ એ ચર્ચા ચાલતા વિષયથી બહારની છે, તેથી આ સ્થળે માત્ર તેનું સૂચન કર્યું છે.

આપણી ચાલુ ચર્ચામાં આપણે શ્રી ગણિતને આપણા પૂજ્ય ગુરુ માન્યા છે તેથી એ ગુરુની કૃપાથી આપણને ॐ શ્રી સર્વવ્યાપકે-શ્વર પ્રભુનાં દર્શન કેવી રીતે થાય છે, તે જોઇએ અને સમજીએ.

આ બ્રહ્માંડની તમામ નામધારી ચીજો અસ્થિર છે, પણ શ્રી ગણિત એક એવો વિષય છે કે જેમાં આ સંસારની શરૂઆતમાં, મધ્યમાં, અને અંતમાં કોઇપણ વખતે કંઇપણ ફેરફાર થવાનો નથી, કારણ કે એ શાસ્ત્રના નિયમો અવિચ્છિન્ન એના એ જ રહ્યા છે અને હવે પછી પણ એના એ જ રહેવાના છે; કારણ ૪ અને ૫ તે ૯ થવાના જ. આ સિદ્ધાંતમાં કોઇ પણ વખતે અને કોઈ પણ દેશમાં કાંઇપણ ફેરફાર થવાનો નથી.

દાખલો ૧ લો.

શ્રીપ્રભુની સર્વવ્યાપકતા

ધ્રુવની માફક જે સ્થિર છે, એવા આપણા પૂજ્ય ગુરુ ગણિતની મદદથી આપણે એમ સિદ્ધ કરવા માગીએ છીએ કે શ્રી સર્વવ્યાપકેશ્વર

પ્રભુ આ દુનિયાના અરકે આખા બ્રહ્માંડનાં અણુમાત્રમાં કે પ્રાણી માત્રના નામોચ્ચારમાં અસ્તિત્વ ધરાવે છે.

શ્રી પ્રભુ સર્વવ્યાપક છે, તે માટે એવી દલીલ રજુ કરવામાં આવે છે કે દૂધમાં ઘી છે, પરંતુ દૂધને દૂધ તરીકે જોતાં, તેમાં ઘી દેખાતું નથી જેથી તે દૂધમાંથી દહીં બનાવી, છેવટે તેમાંથી માખણ અને ઘી મેળવી લઇએ છીએ. આ માટે જુદી જુદી ક્રિયાઓ કરવી પડે છે. આ રીતે શ્રી પ્રભુદર્શન માટે કરવી પડતી ક્રિયાઓના નવ પ્રકાર કહ્યા છે: (૧) શ્રવણ, (૨) કીર્તન, (૩) સ્મરણ, (૪) પાદ-સેવન, (૫) અર્ચન, (૬) વંદન, (૭) દાસ્ય, (૮) સખ્ય અને (૯) આત્મનિવેદન.

હે, પ્રિય વાંચનાર! શ્રી પ્રભુ સર્વવ્યાપક છે, એ આ દાખલાની વ્યાખ્યા છે, અને આપણે એ વ્યાખ્યાનો ખુલાસો-સિદ્ધતા-કરવા માગીએ છીએ. આપણા સિદ્ધાંતથી વિરૂદ્ધ જનારને આપણે મહાત કરવાના હોઇએ ત્યારે આપણે આપણું મન બહુ જ શાન્ત રાખવું જોઇએ અને મનોવૃત્તિમાં એકાગ્રપણું લાવવું જોઇએ. અને "ધરી વીર શ્રદ્ધા ઉરામાં તું સત્ય પંથે ચાલજે" એ સૂત્રાનુસાર સત્યપંથે ચાલતા આપણો જ વિજય થવાનો છે, એમ માની આપણા હૃદય-બળને ઉત્તેજીત કરવું જોઇએ અને છેવટે શ્રી ગુરુના નામનું સ્મરણ કરી આગળ વધવું.

વ્યાખ્યાની સિદ્ધતા યાને ખુલાસો.

આખા બ્રહ્માંડમાં કોઇપણ અસ્તિત્વ ધરાવનાર ગમે તે મનુષ્ય જાનવર કે પદાર્થ, (ગમે તો તે સૌથી નાનામાં નાની અણુ જેવી ચીજ હોય કે પછી સૌથી મોટામાં મોટી ચીજ હોય) એમાંથી ગમે તે એકનું નામ ધારો. (નામમાં પૂરા આંકના અક્ષર હોવા જોઇએ એટલે પૂર્ણાંક આંક જોઇએ જેમકે એક, બે, ત્રણ વગેરે પરંતુ સવા, દોઢ પોણાબે એવી રીતે ન હોવા જોઇએ.)

નામના અક્ષરની જે સંખ્યા હોય તે સંખ્યાને વેદ સંખ્યા (૪) થી ગુણવા, તેમાં મહાભૂત તત્વ (૫) ઉમેરવા. ત્યારપછી ફરી નર-

નારાયણ રૂપ (૨)થી ગુણવા અને છેલ્લે વસુદેવ (૮)થી ભાગવા. આમ કરવાથી છેવટે શેષ ૨ વધશે.

જે ૨ વધ્યા, તે શ્રી પ્રભુદર્શક નામના વધ્યા. એટલે એ બે શેષ અક્ષરોમાં શ્રી "પ્રભુ" શ્રી "ઇશ" શ્રી "શિવ" શ્રી "બ્રહ્મા" વગેરે મહાન્ પિતાસૂચક નામ સમાયલાં સમજવાં.

ઉપરના સિદ્ધાંતનું સ્પષ્ટ વિવેચન.

૧ લું ઉદાહરણ: પત્થર શબ્દ ધારો. એમાં શ્રી પ્રભુનું અસ્તિત્વ સિદ્ધ કરવાનું છે.

રીતઃ--પત્થરમાં પૂરા ૩ અક્ષર છે. માટે ૩ × ૪ = ૧૨. તેમાં + ૫ = ૧૭. હવે ૧૭ × ૨ = ૩૪. છેલ્લે ૩૪ ÷ ૮. તેમાં શેષ રહ્યા ૨. આ બે વધ્યા તે શ્રી પ્રભુનું નામ થયું.

૨ જું ઉદાહરણ: "બ્રહ્મચર્યાશ્રમ" શબ્દ ધારો. એમાં શ્રી પ્રભુનું અસ્તિત્વ છે તે સિદ્ધ કરો.

રીત: શબ્દમાં ૬ અક્ષર પૂરા છે. માટે ૬ × ૪ = ૨૪. તેમાં + ૫ = ૨૯ હવે ૨૯ × ૨ = ૫૮. છેલ્લે ૫૮ ÷ ૮ તેમાં શેષ ૨ વધ્યા. આ બે વધ્યા તે શ્રી પ્રભુની પ્રભુતા સમજવી.

દાખલો ૨ જો.

શ્રી પ્રભુની અવતાર લીલા.

ૐ શ્રી સર્વવ્યાપકેશ્વર પ્રભુ આદિ, મધ્ય, અને અંતમાં માયાને લીધે જૂદા જૂદા સ્વરૂપે આપણને દૃષ્ટિગોચર થાય છે છતાં તે મૂળમાં એક જ રૂપે છે. તે સિદ્ધ કરો.

ખુલાસો.

આ વ્યાખ્યા સિદ્ધ કરવા માટે આપણને આંકના નવએકું નવ (૯ × ૧ = ૯)ના પાડાની મદદ લેવાની છે. એક નવું નવે (૯ × ૧ = ૯) બે નવાં અઢાર (૨ × ૯ = ૧૮.) ત્રણ નવાં (૩ × ૯ = ૨૭) વગેરે વગેરે. હવે આમાં ક્રમવાર, ૯; ૧૮; ૨૭; ૩૬; ૪૫; ૫૪; ૬૩;

૭૨; ૮૧; ૯૦ આ આંકડા આવે છે. આ આંકના પાડાની શરૂઆતમાં ૯, છે તે નવ રૂપે દેખાય છે, તેવી રીતે સૃષ્ટિની શરૂઆતમાં શ્રી પ્રભુ પ્રભુરૂપે દેખાય છે. અને નવના પાડાની મધ્યમાં અને અંતમાં અઢાર, છપ્પન, નેવું વગેરે વગેરે આંકો નવથી જૂદા જૂદા રૂપે દેખાય છે, પરંતુ સૂક્ષ્મ રૂપે વિચારતાં તેઓમાં નવનો આંક સમાયલો છે. તેવી રીતે સૃષ્ટિની શરૂઆતમાં શ્રી સચ્ચિદાનંદ સ્વરૂપ એજ સત, ચિત, આનંદ રૂપે છે. અને સૃષ્ટિની મધ્યમાં એ રૂપ માયાના લીધે કચ્છપરૂપે, વરાહરૂપે, નૃસિંહરૂપે, વામનરૂપે, રામરૂપે, કૃષ્ણરૂપે, બુધરૂપે, વર્ણવાયલ આપણે સાંભળીએ છીએ, પણ ખરી રીતે જોતાં એ બધા અવતારોમાં શ્રી સચ્ચિદાનંદ પ્રભુ સત, ચિત, આનંદ રૂપે છે.

આ બધું આપણે નવના પાડાથી સિદ્ધ કરવા માંગીએ છીએ: તે નીચે પ્રમાણેઃ-

૯ એ નવરૂપે છે, ૧૮ ના આંકમાં ૧ અને ૮ છે. એ બેનો સરવાળો (૧+૮)=૯ થાય. એ રીતે ૨૭ ના ૨ અને ૭ નો સરવાળો પણ ૯ થાય આ રીતે ૩૬ ના ૩ અને ૬: ૪૫ ના ૪ અને ૫: ૫૪ ના ૫ અને ૪: ૬૩ ના ૬ અને ૩: ૭૨ ના ૭ અને ૨: ૮૧ ના ૮ અને ૧ અને ૯૦ ના ૯ અને ૦. એ બધા બબે આંકનો સરવાળો ૯ થાય છે. આ બધા જૂદા જૂદા આંકડા રૂપે અવતાર જેવા દેખાય છે પણ તેમાં પ્રભુ રૂપે ૯ તો કાયમ રહેલા છે. એમાં ક્યાં પણ આશંકાને સ્થાન નથી.

હવે સૌથી છેલ્લે ૯૦ છે. તેનો અર્થ એવો થઇ શકે છે કે સૃષ્ટિના મધ્યમાં અને અંતમાં જે અવતારોની કલ્પના કરી છે, તે બધામાં શ્રી સચ્ચિદાનંદ સ્વરૂપ પોતેજ રમી રહેલા દેખાય છે. એ બધું ક્યારે માલૂમ પડે કે જ્યારે આપણે કામ, ક્રોધ, લોભ, મોહ, મદ અને મત્સરના વમળમાં ફરી ફરી છેવટે શાન્ત નવ પ્રકારની ભક્તિરૂપ કુંડાળામાં પ્રવેશ કરી સ્વભાન ભૂલા થઇએ ત્યારેજ ખાતરી થાય

કે શ્રી પ્રભુ સર્વવ્યાપક છે. હજુ વધુ સ્પષ્ટ અર્થ કરીએ તો એમ જણાય છે કે નેવુંમાં જે ૯ ની પાસે ૦ છે તે શૂન્ય એવું સૂચવે છે કે હે મનુષ્ય ! શ્રી પ્રભુની અદ્દભૂત રચનામાં સૌથી ઉચ્ચ કોટિના જીવ !–તું ૮૪ લક્ષયોનિઓમાં ફરી ફરીને અત્યારે મનુષ્ય જીવને પામ્યો છે. હવે જો તું ફરીથી કામ, ક્રોધાદિ વાસનાના ચક્કરમાં ફસી પડયો તો તારો આરો ક્યાંય નથી. માટે મર્યાદારહીત એ ગોળાકાર (૯૦ ના ૦)થી ચેતી મૂળ ૯ રૂપ જે સત્ય સ્વરૂપ છે, તેની પડોસમાં જવાની કાળજી રાખ. (ઘંટીના બે પડની વચ્ચે જે મધ્યમાં ખીલો છે, તેની પડોસમાં આવી જા કે જેથી ઘંટી ફરતાં તું દાણાની પેઠે દળાઇ પીસાઇ ન જાય.)

આ રીતે શ્રી પ્રભુ આદિ, મધ્ય અને અંતમાં એક બીજાથી જૂદા જૂદા રૂપે દેખાય છે છતાં મૂળમાં એક જ રૂપે છે, તે સિદ્ધ કરી બતાવ્યું.

ગણિતશાસ્ત્ર બહુ જ ગહન છે. છતાં પૂજ્ય આચાર્યોએ, એ શાસ્ત્રની મદદથી જનહિતાર્થે અસંખ્ય સૂત્રો બનાવી રાખ્યા છે. જેમાંથી કોઈ પણ વ્યક્તિ પોતાની શક્તિ અનુસાર લાભ લઇ શકે એમ છે.

અસંખ્ય સૂત્રોમાંથી માત્ર થોડાં જ મનોરંજન માટે આ નીચે યથામતિ રજુ કરૂં છું.

(એ) સૂર્યમાંથી નીકળતી ગરમાની અસરથી પ્રાણી માત્રનું પોષણ થાય છે. અને તેથી જ સૃષ્ટિનો વ્યવહાર સરળતાથી ચાલે છે. અમુક પ્રમાણમાં પળે પળે ગરમી ઓછી થવાથી અમુક મુદતે સૂર્યમાંથી ગરમી મળવી બંધ થશે, જેના પરિણામે મહાપ્રલય થઇ જશે.

(બી) વાતાવરણમાં $\frac{1}{5}$ ભાગ પ્રાણવાયુ–ઓકસીજન છે. જે જનહિતાર્થે વપરાતો જાય છે. જેમકે સંચાકામમાં બળતા પદાર્થનો અગ્નિ ચાલુ પ્રદિપ્ત રહે તે માટે વાતાવરણનો પ્રાણવાયુ વપરાય છે. આ રીતે અમુક મુદતે, એ વાયુ વપરાઈ જશે એટલે વાતાવરણનો

રૈ ભાગ ખાલી થશે, જેથી ચુસાણ. (વેક્યુમ = Vacuum)ના નિયમ પ્રમાણે દરિયાનું પાણી ઊંચું ચ્હડશે અને પૃથ્વીનો પ્રલય થશે.

(સી) પૃથ્વી, પાણી, અગ્નિ, વાયુ અને આકાશ, એ પંચમહાભૂત તત્ત્વોના સરવાળા, બાદબાકી, ગુણાકાર અને ભાગાકાર કરી છેવટે સૌને શી રીતે લાભ થાય, એવી યુક્તિઓ સાધુપુરૂષોએ યોગ્ય વ્યવહારમાં મૂકી છે. જેનો લાભ સરસ્વતીદેવીની કૃપાથી સૌ કોઇ પોતાની શક્તિ અનુસાર લઇ રહ્યા છે.

(ડી) વ્યવહારમાં રચ્યાપચ્યા માણસો કર્માનુસાર અર્થ (કનક-ધન) મેળવવા અથાગ શ્રમ કરી રહ્યા છે. અમુક પક્ષની આવી વૃત્તિનો લાભ લઇ બીજો પક્ષ પોતે કીમીયાનું કામ જાણે છે, તેવું સમજાવી, સામા પક્ષને ઠગે છે. આવા અધમ દૃષ્ટાન્તો જાહેરમાં આવ્યા છે. અત્યારે ગણિત–વિજ્ઞાનની મદદથી પારદ–મરક્યુરી–માંથી સોનું બનાવવાના અખતરા શરૂ થઇ ચૂક્યા છે. એમાં અમુક અંશે ફતેહ પણ મળી ચૂકી છે. કારણ પારદ અને સોનામાં રહેલા અણુઓની વજન–સંખ્યા લગભગ સરખી છે. એટલે પારદમાંથી સ્હેજ વધારાના અણુ–વજન બાદ થાય તો સોનું બની શકે એમ છે. અત્યારે પારદમાંથી સોનું બનાવતાં ખરચ વધારે આવે છે. પણ ભવિષ્યમાં એવી આશા રખાય છે કે કદાચ ઓછા ખરચમાં સોનું બની શકશે.

આ ઉપરથી સાર એ છે કે વ્યવહારમાં પળે પળે ગણિતની મદદની જરૂર પડે છે. એવા કારણે મેં ગણિતને ગુરૂની ઉપમા આપી પ્રાધાન્ય આપ્યું છે હું ગણિતના વિષયમાં સાધારણ વિદ્યાર્થી છું, જેથી ભૂલને પાત્ર ઠરૂં એમાં શક નથી.

દાખલો ૩ જો.

સજ્જન પુરૂષનાં લક્ષણ

સજ્જન પુરૂષનાં લક્ષણ સમજાવવા માટે આંકના નવાંકના પાડાની મદદની જરૂર છે. આપણે જાણીએ છીએ કે નવએકુ નવના પાડામાં

ક્રમવાર નવ, અઢાર, સતાવીશ, છત્રીસ, પીસતાલીસ, ચોપન, ત્રેસઠ, બોંતેર, એક્યાસી અને નેવું આવે છે. આ બધામાં નવ રહેલા છે. એ આપણે જાણીએ છીએ. દેખાવમાં અઢાર, સત્યાવીસ, વગેરે આંકડા જૂદા જૂદા છે. એ પણ વાત સ્પષ્ટ છે. આ પ્રમાણે સજ્જન પુરૂષ ગમે ત્યારે અને ગમે તે સ્થળે અને ગમે તેવી સ્થિતિમાં હોય તોપણ તેના હૃદયમાંથી શિવકલ્યાણકારી-તત્ત્વ અદૃશ્ય થતું નથી, તેથી તેવા પુરૂષના પરિચયમાં જે જે વ્યક્તિ આવે છે તેને પણ સાત્ત્વિક આનંદ ભોગવવાનો લાભ મળે છે. આવી જ રીતે ગમે તેવી નાની અથવા મોટી કોઈ પણ સંખ્યાને નવથી ગુણીએ તો તેના ગુણાકારમાં (જવાબમાં = ફળમાં) જે આંકડા આવે તેનો સરવાળો કરીએ તેમાં છેવટે નવ આવીને ઉભા રહેશે. જેમકે ૧૨૫ × ૯ = ૧૧૨૫. આ ૧૧૨૫ માં આવેલા ચાર આંકનો સરવાળો ૯ થાય. ૬૨૭ × ૯ = ૫૬૪૩. આ ચાર આંકનો સરવાળો ૧૮. ફરી ૧ અને ૮ નો સરવાળો ૯ થાય. આ પ્રમાણે સમજી લેવું.

સજ્જન પુરૂષના સમાગમમાં ગમે તેવી તામસ કે રાજસ પ્રકૃતિવાળી વ્યક્તિ આવે તો તેમના અંગમાંથી, મૂળમાં રહેલા આસુરી તત્વો લય પામે છે અને તે સ્થળે સાત્વિક તત્વો સ્થાન લે છે. જેના પરિણામમાં તેવી આસુરી વ્યક્તિનું જીવન વધારે આનંદમય બને છે.

ઉદાહરણ:-પૂજ્યપાદ મહાત્મા ગુંસાઇ તુલસીદાસજી પૂર્વાવસ્થામાં પોતાને સાસરે પોતાના ધર્મપત્નીને મળવા ગયા તે વખતનું તેમનું જીવન આપણે જાણીએ છીએ. પોતાની ધર્મપત્નીના સદોપદેશ પછીનું તેમનું જીવન કેટલું સુધરી ગયું, તે પણ આપણે જાણીએ છીએ. પૂજ્ય ગુંસાઇજી તુલસીદાસજીના શબ્દો આ પ્રમાણે છે:-

"તુલસી તુલસી શું કહો, તુલસી વનનું ઘાસ;
કૃપા થઇ રઘુનાથજી, થઈ રહ્યા તુલસીદાસ.

બીજું ઉદાહરણ: મહર્ષિ વિશ્વામિત્ર, મહર્ષિ વસિષ્ઠજીના સહવાસથી બ્રહ્મઋષિ કહેવાયા.

આથી એવું સિદ્ધ થાય છે કે ઉચ્ચકોટિના જીવના સહવાસથી ઉતરતી કોટિના જીવ ઉચ્ચપદ પામ્યા. આવા દાખલા બહુએ છે પણ ચાલતા વિષયમાં આવા વૃત્તાંત દાખલ કરી શકાય નહીં.

દાખલો ૪ થો.

દુર્જન પુરૂષનાં લક્ષણ.

આંકનું આઠું (૮ × ૧ = ૮) ના પાડાનું નિરીક્ષણ કરવાથી દુર્જન પુરૂષનાં લક્ષણ ધ્યાનમાં આવશે. આ અષ્ટાંકના પાડામાં ક્રમવાર ૮; ૧૬; ૨૪; ૩૨; ૪૦; ૪૮; ૫૬; ૬૪; ૭૨; ૮૦; આવેલા છે. આ આંકડા ચડતા છે. એ સ્પષ્ટ દેખાય છે; પરંતુ નવના પાડામાં આપણે જે રીત વાપરી છે, તે જ રીત આ સ્થળે લાગુ પાડતાં, તરત ધ્યાનમાં આવી જશે કે આ બધા ચડતા આંકો ખોલી આડંબરવાલા છે, અને અંદરખાને એ ચડતા દેખાતા આંકોમાંથી નવા થતા આંક ક્રમવાર ઉતરતા છે.

આ બાબતની ખુલાવટ એવી રીતે છે કે ૮ જે પ્રથમનો આંક છે તે–આઠ જ છે. એ માટે બે મત છેજ નહીં. આ પછીનો બીજો આંક ૧૬ છે. ૧૬ દેખાતી રીતે ૮ થી વધુ પણ ૧૬ માં આવેલ ૧ અને ૬ નો સરવાળો ૭ થાય છે. ૭ એ પ્રથમના આંક ૮ થી કમી છે. ત્રીજો આંક ૨૪ છે. એ આંક દેખાતી રીતે ૧૬ થી વધારે છે, પરંતુ તેમાં આવેલ ૨ અને ૪ નો સરવાળો ૬ થાય છે તે એની આગળના આંક ૭ થી કમી છે. ચોથો આંક ૩૨ છે. તેના ૩ અને ૨ નો સરવાળો ૫ થાય છે, તે તેની આગળના આંક ૬ થી કમી છે. છટ્ઠા આંક ૪૮ ના ૧૨ થાય, ફરી તેમાંથી ૩ થાય, તે તેની આગળના આંક ૪ થી કમી છે. સાતમા આંક ૫૬ ના ૧૧ થાય, થાય, ફરી તેમાથી (૧ + ૧) = ૨ થાય, તે તેની આગળના આંક ૩ થી કેમી છે. આઠમાં આંક ૬૪ ના ૧૦ થાય તેમાંથી ફરી ૧ થાય, તે તેની આગળના આંક ૨ થી કમી છે.

આ ઉપરથી આપણે જાણી શકયા છીએ કે શરૂઆતમાં જે ૮ નો આંક છે તે પછી આવતા આંકો ક્રમવાર કિંમતમાં કમી થાતા જાય છે. એવી જ રીતે દુર્જન લોકો પ્રથમ ભારે સ્નેહ બતાવે છે, સ્વાર્થ પ્રાપ્તિ પૂર્ણ થાતાં યાને જે સ્થળે દૂધ શાકરનાં ભોજન જમાયાં હોય અને સાથે અંબર કસ્તુરી યુક્ત મુખવાસ મળ્યાં હોય, તે સ્થળે અસ્તોદયના નિયમ પ્રમાણે (સમયની બલિહારી) પૈસાની તંગીમાં મન વાંચ્છિત ફળ પ્રાપ્ત થતાં બંધ થવા લાગે, તેમ તેમ બહારથી આડંબરયુક્ત મીઠાશ બતાવી, અંદરખાનેથી, તે સ્થળ પાસેથી શનૈઃ શનૈઃ (ધીમે ધીમે) દૂર થતા જાય છે.

આપણે અષ્ટાંકના પાડાના આઠમા આંક ૬૪ સુધીનું વિવેચન કરી દુર્જન લોકોના સ્વભાવનું એક પ્રકારનું વલણ કેવું હોય તે બતાવ્યું. હવે આપણે અષ્ટાંકના બાકી રહેલા નવમા અને દશમાં આંકથી એ લોકોના સ્વભાવનું બીજું વલણ બતાવવા માગીએ છીએ. હવે લ્યો નવમો આંક ૭૨ નો. તેમાં ૭ અને ૨ નો સરવાળો ૯ થાય છે. આ ૯ તે તેની આગળના આઠમા આંક ૧ થી બહુ જ મોટો છે. આનો રહસ્ય એ છે કે પ્રથમના સ્વાર્થ પ્રાપ્તિ થવાના સ્થળેથી વળી જરા કાંઇક લાભ મળવાની સ્હેજબી આશા જણાય તો, જેવી રીતે મધનાં ટીપાં પાસે કીડીઓ ઉભરાઇ જાય છે, તેવી રીતે દુર્જન લોકો, તે સ્થળની આસપાસ ચારે બાજુ લાભ મળવાની આશાએ ફરી વળે છે, અને છેવટે દશમો આંક ૮૦ નો છે, તેમાં જે ૦ શૂન્ય છે તેનો અર્થ એમ કરવાનો છે કે જેમ આઠની આગળ જે મીંડું છે, તે માફક મૂળમાં જે કાંઈ શરમ આંખમાં જરાબી આગળના સ્નેહના અંગે રહી હોય, તે ઉપર મીંડું ફેરવી એટલે પાણી ફેરવી, લાજ શરમને તિલાંજલી આપે છે, દૂધ શાકર ખાઇ જાણે સામા ન જ મળ્યા હોય એવું વર્તન રાખનાર દુર્જન પુરૂષોને શ્રી પ્રભુ સુબુદ્ધિ આપો! અને જનસમાજને એવાના પ્રપંચથી બચાવી લે!

દાખલો ૫ મો.

ગુણ ગ્રાહક પુરૂષનાં લક્ષણ.

ગુણગ્રાહક પુરૂષનાં લક્ષણ જાણવા માટે આંકમાં એકેએકું એક (૧ × ૧ = ૧) ના પાડાની ચિકિત્સા કરવા નમ્રભાવે સૂચના કરૂં છું, કારણ કે એ પાડામાં અનુક્રમે એક પછી એક આંક ચડતો આવે છે. જેમકે ૧ × ૧ = ૧: ૨ × ૧ = ૨: ૩ × ૧ : ૩; વગેરે વગેરે. એવી જ રીતે ગુણગ્રાહક માણસ જેમ જેમ બીજાના ગુણથી સંતોષ પામતો જાય તેમ તેમ તે તરફ સ્નેહથી વધારે ને વધારે આકર્ષાઇ પોતાની શક્તિ અનુસાર, ગુણ આપનાર વ્યક્તિ તરફ, પોતાનો દાની હાથ લંબાવતો જાય છે. ગુણ ગ્રહણ કરનાર પુરૂષોને શ્રીપ્રભુ દેવી સંપતિ આપોકે જેથી તેઓ પોતાના પ્રસંગમાં આવનાર શખ્સ ઉપર કંઇક ઉપકાર કરી શકે.

દાખલો ૬ ઠ્ઠો.

૧ થી ૧૦ આંકડાના જુદા જુદા અર્થ.

આ સૃષ્ટિની અંદર આકાશ, તેજ, વાયુ પાણી અને પૃથ્વી, એ પાંચ મહાભૂત તત્ત્વો ન્યૂનાધિક પ્રમાણમાં. એક બીજા સાથે સરવાળા, બાદબાકી, ગુણાકાર, અને ભાગાકારથી જોડાયલા છે. જેના પરિણામમાં એક ઇન્દ્રિય, બે ઇન્દ્રિય, ત્રણ ઇન્દ્રિય, ચાર ઇન્દ્રિય અને પાંચ ઇન્દ્રિય જીવો બન્યા છે. અને એ બધામાં થી સર્વવ્યાપકેશ્વર પ્રભુનું અસ્તિત્વ હોય છે. કારણ મહાન પિતામાં, એ પાંચ મહાભૂત તત્ત્વો સમાયલા હોય છે. આવી જ રીતે ગણિતમાં એક, બે, ત્રણ શૂન્ય વગેરે દશ આંકડા છે. તેઓ એક બીજાની સાથે ન્યુનાધિકપણે, સરવાળા, બાદબાકી ગુણાકાર અને ભાગાકારથી સહવાસમાં આવી નવા નવા રૂપમાં દેખા દે છે. તેમાં આપણાં આચાર્યોના બુદ્ધિબળની મદદથી આપણને અનેરી ખૂબીના રસમાં લીન થવાનું ભાગ્ય પ્રાપ્ત થાય છે.

ગણિતમાં જે દશાંક કહ્યા છે, તે માટે. કવિઓએ એટલે વિદ્વાનોએ નવા નવા અર્થ બેસાડ્યા છે, તે અલ્પમતિ અનુસાર રજુ કરૂં છું:—

૧ એક કે જેની બરોબરી કરનાર કોઇ નહીં. “ ઇશ્વર એક છે. ” એક એટલે અભેદ “ આપણે એક જ છીએ. એક અસ્ત્રે મૂંડવું. એક તરફી નજર રાખવી: એક નજર થવી: એક આંખમાં હસાવવા અને એક આંખમાં રડાવવાં (વખત આવે ભય બતાવવો અને વખત આવે હસાવવાં પણ ખરાં) એક ઇન્દ્રિનું જ્ઞાન: એક એકના મોં મોં થુંકે એવા: એક કાનથી બીજે કાન જવું: એક કાનથી સાંભળી, બીજા કાનથી કહાડી નાંખવું: એક કાને થઈ રહ્યા હતા: એક ગાંઠ: એક ગાડે જોડાય એવા; એક જીવ થવું: એક ટસે થઇ રહેવું: એક તરફની ઢોલકી વગાડવી. એક પછી એક: એક પેટ ભરવું: એક પાણ ઓછી: એક ભવમાંથી બે ભવ થવા: એક માળાના મણકા બધા સરખા: એક વેંત સ્વર્ગ બાકી: એક લે ને બીજું મૂકે: એકસો આઠ પેઢી તારવી: એકના તેર કરવા: એક મ્યાનમાં બે તરવાર ન સમાય: એક રામે લંકા લીધી તો બાર રામ શું ન કરે. (રામ એટલે વ્યાજ = આનાની તેરીખ: વ્યાજ ચડે તો મોટી મોટી જાગીરો પાયમાલ થઈ જાય છે.): એક પાન (સડેલ) સો (સારા) ને બગાડે: એક નૂર આદમી, વીસ નૂર કપડા: એક નાડે તેને હજાર દારૂ: એક કસર સો સફળ: એક હાથે તાળી ન પડે: એક તરફ રામ અને એક તરફ ગામ: એક ડોશી ને સો જોશી: એક નન્નો સો દુઃખને હણે; એક મગની બે ફાડ: એક ચક્કવે રાજ: એકડો કરવો = સંપ કરવો એકડો કાઢી નાંખવો = હઠ મૂકવી: એકડે એક ને બગડે બે: = જ્યાં સુધી એક ગુપ્ત વાત એકલા પાસે હોય ત્યાં સુધી સારી. પરંતુ એક પાસેથી બીજા પાસે થઇ તો વાત બગડી એમ સમજી લેવું: એકદંત = ગણપતિ એક પાઠી એટલે એકવાર સાંભળેલું યાદ રહી જાય તેવો માણસ. એકભુક્ત = એક વખત ખાનાર: એક વર્ણ સમીકરણ એટલે બીજગણિતનાં જે સમીકરણમાં માત્ર એક જ અવ્યક્ત પદ હોય તે.

૨ બે એટલે એક નર અને બીજા નારાયણ: બે કાન વચ્ચે માથું કરીશ. (નાનાં બાળકને ભય બતાવવાના ઇરાદાથી આ વાક્ય કહેવાય છે.) બે ઘડીના મહેમાન છે (મરવા પડેલ માટે આમ બોલાય છે.) બે જીવવાળી = સગર્ભા: બે તરફની ઢોલકી વગાડવી: બે માથાનાં માનવી = અભિમાની. બે મોં વાળો = પોતાનું વચન ન પાળે તે: બે હાથે પાઘડી ઝાલી હીંડવું. બે આંગળ ભરીને કાપી લઇશ = બે આબરૂ કરીશ: બે પેટ કરીને જમવું. બે બાપનો = છીનાળનો. વેવાઇ વેવાઈમાં મશ્કરીરૂપે બોલાય છે. એવી રીતે કે જ્યારે એક વેવાઇ કોઇને ખોળે બેઠો હોય ત્યારે એક બાપ જન્મ આપનાર અને બીજો બાપ પાળકપિતા. આ રીતે વિનોદમાં સામો વેવાઇ પોતાના વેવાઇને બે બાપના કહીને સાત્વિક વિનોદ કરે છે.

બે અક્કલ: બે અદલ: બે આબરૂ: બે ઇમાન: બેકદર: બેગરજ: બે ગુનાહ:

૩ ત્રણ એ પ્રાચીન કાળથી ધર્મની ગૂઢ સંખ્યા મનાય છે. જેમકે ત્રિપુટીમાં બ્રહ્મા, વિષ્ણુ અને મહેષ = મહેષ વગેરે: ત્રિગુણ = રજ, તમ અને સત્વ. ત્રિદોષ = વાત, પિત અને કફ ત્રિકાળ = ભૂત, વર્તમાન અને ભવિષ્ય: ત્રિફળા = હરડા, બહેડા અને આમળા: ત્રિમુખ = દત્તાત્રય ભગવાન: ત્રિનેત્ર = શિવ: ત્રિતાપ = આધિ, વ્યાધિ અને ઉપાધિ ત્રિકૂટ = જેને ત્રણ શિખર હોય તેવો પર્વત; ત્રિપુરારી = ત્રિપુર નામનો રાક્ષસ જેની પાસેનું નગર અગ્નિ, જળ અને શસ્ત્રથી નાશ ન પામે એવું હતું. તેવા રાક્ષસનો નગરસહિત શિવે કારતક સુદ ૧૫ ને રોજ નાશ કર્યો હતો માટે શિવને ત્રિપુરારિ કહેવામાં આવે છે. ત્રિભુવન = સ્વર્ગ, મૃત્યુને પાતળ: ત્રિવળી = સ્ત્રીના પેટે જે ત્રણ વાટા વળેલા હોય તે. ત્રિવેણી = ગંગા, યમુના અને સરસ્વતી એ ત્રણ નદીઓ.

૪ ચારવેદ, ચોરની અને ભણેલાની ચાર આંખ હોય છેઃ ચાર આંખો કરવી = ગુસ્સે થવું: ચારે આંખો મળી (પ્રેમલક્ષણ) ચાર દહાડાનો ચટકો: ચાર દાણાએ ઘરમાં નથીઃ ચાર હાથ કરવાઃ ચારે હાથ હેઠા પાડવાઃ તેની ઉપરે ઇશ્વરના ચારે હાથ છે.: ચાર ખાણ = અંડજ, ઉદ્‌ભિજ, સ્વદેજ, જરાયુજ (અંડજ એટલે ઇંડામાંથી જન્મ લેનારનું સ્થળઃ ઉદ્‌ભિજ = ઉદ્‌ભિજ્જ એટલે જમીનમાંથી ઉગતી વનસ્પતિ ખાણઃ સ્વેદજ = પરસેવા-માંથી ઉત્પન્ન થનાર જીવ, જૂ માંકણ વગેરેઃ જરાયુજ એટલે ઓરની સાથે જન્મનાર, માણસ પશુ વગેરેનું સ્થળ.) ચાર પદાર્થ એટલે ધર્મ, અર્થ કામ મોક્ષઃ ચારયુગ = સત્ય, ત્રેત્રા, દ્વાપર અને કલિ ચાર દિશા; ચાર વર્ણ, ચાર વેદ, ચાર = જાસુસ; ચાર = ઘાસ, ચતુર્ભુજ = ચાર હાથ વાળા તે ભગવાન વિષ્ણુ, ચતુર્ભુજ કરવા એટલે હાથને પીઠ તરફ વાળી દોરીથી બાંધી કેદી બનાવવો,

(૫) પંચ = કજીયો પતાવનાર મંડળી, પંચત્વ પામવું = મરણ પામવું, પંચકેશ = પાંચ જગોએ શરીરમાં ઉગતા વાળો, પંચગુણ = શબ્દ, રસ, સ્પર્શ, રૂપ, અને ગંધ; પંચકોશ = (કોશ = ખજાનો સ્થળ) અન્નમય, પ્રાણમય, મનોમય, વિજ્ઞાનમય, અને આનંદમયઃ પંચગવ્ય = (ગાયથી ઉત્પન્ન રએલાં પાંચ વાનાં) દૂધ, દહીં, ઘી, મૂત્ર અને છાણ આ પાંચે ચીજો પવિત્ર લેખાય છે. પંચપ્રાણ = પ્રાણ, અપાન, વ્યાન ઉદાન અને સમાનઃ પંચબાણ = કામદેવનાં પાંચ બાણ, કમળ, અશોક, આંબાનો મોર, મોગરો અને ઘેરા આસમાની રંગનું કમળ. પંચકલ્યાણી = પાંચ શુભ-લક્ષણવાળો ઘોડો; પંચભદ્ર = કાળજુ, મોં, પીઠ, પડખુ અને કેડ ઉપરે ભમરો, હોય તેવો ઘોડોઃ પંચમૂત્ર = ગાય, ભેંસ, બકરી મેંઢી, અને ગધેડી એ પાંચનું મૂત્ર. પંચસુગંધમાં કપુર, લવીંગ, કંકોલ, જાયફળ અને અગર, એ પાંચ ખુશબોદાર પદાર્થઃ પંચા-

ગ્નિમાં ચારે પાસ ધૂણી દેવના અને પાંચમેા સૂર્યનેા તાપ; પંચામૃત = દહીં, દૂધ, ઘી, મધ અને શાકરઃ પાંચ વરસનેા બેઠેા છું: પાંચશેરી કુટવી = માથાફોડ કરવીઃ પાંચમાં પરમેશ્વરઃ પાંચે આંગળીએ પૂજા કરવી = પ્રેમથી પૂજા કરવીઃ

(૬) ષટ્કર્મ = ખટકરમ, બ્રાહ્મણે કરવાનાં છ કરમ, ભણવું, ભણાવવું, દાન દેવું અને લેવું, યજ્ઞ કરવેા અને યજ્ઞ કરાવવેા. જે બ્રાહ્મણ પેાતાના ધર્મથી તદ્દન અજ્ઞાત હેાય પણ જનેાઇ પહેરી હેાય તેવા માટે નીચેની કહેવત બેાલાય છે.

"છ ખાંડ્યા, ચાર રાંડ્યાં, ત્રણનાં ન જાણ્યાં નામ;
ગાંઓે સૂતર ભરાયું. તેનું પાડ્યું બ્રાહ્મણ નામ."

છ ખાંડ્યા = છ કરમ ન જાણે અથવા છ શાસ્ત્ર ન જાણે. ચાર રાંડ્યા = ચાર વેદ ન જાણે. એવેા મૂઢ બ્રાહ્મણ:

ખટ ગુણ = છ ગુણ, ઉદ્યોગ, સાહસ, ધૈર્ય, બળ, બુદ્ધિ અને પરાક્રમઃ ખટચક્ર = આધારચક્ર તે ગુદા ઉપર કાણુ ધરાવનાર તેના દેવતા ગણપતિ લિંગચક્રના દેવતા બ્રહ્મા. નાભિચક્રના = મણિપુરચક્રના દેવતા વિષ્ણુ: હૃદયચક્ર = અનાહતચક્ર = છાતીના દેવતા રૂદ્રઃ કંઠચક્ર = વિશુદ્ધ ચક્રના દેવતા જીવ. મૂર્દ્ધચક્ર = માથાની ખોપરીના દેવતા ગુરૂ આ બધું યેાગશાસ્ત્રમાં છે. (પાતાંજલિયેાગશાસ્ત્ર.)

ખટશાસ્ત્ર: = છ શાસ્ત્ર બેન્યાય, બેમિમાંસા, સાંખ્ય અને યેાગઃ ગૌતમકૃત ન્યાય એમાં કાર્યરૂપ જગત. તે ઉપરથી તત્કારણરૂપ ઇશ્વર તેનેા શેાધ છે; કણાદકૃત ન્યાય એમાં પંચમહાભૂત તત્વેા ઇત્યાદિ, એમ કહેવું અર્થ વગરનું છે, માત્ર પરમાણું વગર કાંઇ જ નથી, અતિસુક્ષ્મ તે જ ઇશ્વર નિત્ય વ્યાપક છે વગેરેનું વર્ણન છે. જૈમિનિકૃત પૂર્વમિમાંસામાં વેદના આધારથી કર્મ જ સત્ય છે તે બતાવ્યું છે. વેદવ્યાસકૃત ઉતર મિમાંસા અથવા વેદાંત શાસ્ત્રમાં એક બ્રહ્મ સત્ય છે. ને જગત મિથ્યા છે એનું

વર્ણન છે. કપિલકૃત સાંખ્યમાં પ્રકૃતિ (કુદરત) થકી અનેક તત્વો ઉત્પન્ન થાય છે. એ પ્રકૃતિ, એ તત્વો આત્માથકી જૂદા છે, જેમ આત્મા નિત્ય = અનાદિ તેમ પ્રકૃતિ અને તત્વો પણ અનાદિ છે. કુદરતી રીતે ઉત્પતિ, સ્થિતિ અને લય થયા જ કરે છે તો પછી ઇશ્વરની શી જરૂર વગેરે બાબતોનું વર્ણન છે. પાતાંજલિકૃત યોગમાં સર્વ શક્તિમાન, સર્વજ્ઞ જે પ્રભુ તેની જોડે ઉપાસના, યોગાદિ ક્રિયાઓએ કરી એકપણું કરવું એટલે નરમાંથી નારાયણ થવું વગેરે વર્ણન છે. આમાં સાંખ્યમતમાં જે અનીશ્વરવાદ છે. તેનું ખંડન કરી ઇશ્વરવાદ સિદ્ધ કર્યો છે:
ખટરસમાં ખાટો, ખારો કડવો, કટાણો, તીખો ને મીઠો:
ખટરાગ = છ રાગ ભૈરવ, હિંડોળ, મેઘ, માલકોષ, દીપક અને શ્રીરાગ (કોઇ જૂદી જૂદી રીતે ગણત્રી કરે છે. આમાંના પાંચ રાગ શ્રી મહાદેવના મુખમાંથી નીકળ્યા છે અને છઠ્ઠો રાગ પાર્વતીએ ઉત્પન્ન કર્યો છે. દરેક રાગની પાંચ સ્ત્રીઓ, આઠ પુત્ર અને આઠ પુત્રની સ્ત્રીઓ એમ મળી છ રાગમાંથી ૧૩૨ રાગ નીકળ્યા છે. વસંત ૠતુમાં (ચૈત્ર અને વૈશાખમાં) હિંડોળ, તેની રાગણી, રામકળી, દેશાખ, લલિત, બિલાવલ, પટમંઝરી: ગ્રિષ્મૠતુમાં (જેઠ, અષાઢમાં) ભૈરવ, તેની રાગણી ભૈરવ, મધુમાધ, સિંધવી, બંગાલી. બેરારી: વર્ષાૠતુમાં (શ્રાવણ અને ભાદરવો) મેઘ, તેની રાગણી, તંકા, મલ્હાર ગુજરી ભોપાલી, દેશાકરી: શરદૠતુમાં (આસો અને કારતકમાં) માલકોષ, તેની રાગણી ટોડી, ગુણકળી, કોકબ, ખંબાતી, ગોડી: હેમંતૠતુમાં (માગશર અને પોષમાં) દીપક, તેની રાગણી, કામોદ, દેશ. નટ, કેદાર અને કાનરા: અને શિશીરૠતુમાં (માહા અને ફાગણમાં) શ્રીરાગ, તેની રાગણી માલશ્રી, મરાવી, ધનાશ્રી, બસંત, આસાવરી:

છ રિપુ:-કામ, ક્રોધ, લોભ, મોહ, મદ અને મત્સર: છઠ્ઠીના લેખ: છઠ્ઠીનું ધાવણ કાઢવું; છઠ્ઠીનો ઉખડેલ: છઠ્ઠે ખૂણે:

૭ **સપ્તઋષિ** કશ્યપ, અત્રિ, ભરદ્વાજ, વિશ્વામિત્ર. ગૌતમ, જમદગ્નિ અને વશિષ્ઠ: **સપ્તદ્વીપ** = જમ્બુ, કુશ, પ્લક્ષ, શાલ્મલી, ક્રૌંચા, શાક અને પુષ્કર. એ દરેક બેટ સાથે એકેક સમુદ્ર છે. **સપ્તધાતુ** = સોનું, રૂપું, સીસું, તાંબું, કલઇ, લોઢું અને પારદ એ સાત ધાતુ. શરીરના સાત રસો લોહી, માંસ, ચરબી, હાડકાનો માવો, સત્વ અને વીર્ય, સાત કુચ્ચાનો કુચ્ચો, સાત વાર પાલવે તો, સાત ઘોડે સાથે ન ચડાય, સાત ગળણે ગાળવું સાત ગાઉથી નમસ્કાર કરવા, સાત ઘર ગણવાં = વગર કારણે ઘેરઘેર ભટકવું. સાત નાડ ઉંચો. સાતપાંચ થવી, સાતપાસની ચિંતા છે: સાત પેઢીના ચોપડા ઉથલાવવા = સાત પેઢીની નિંદા કરવી: સાત સાંધતા તેર તુટે: સાતમે આસ્માન ચઢાવવું = અતિશય વખાણ કરવા: સાતમે પાતાળે: સાતે અવતાર એવાને એવા (કષ્ટદાયિ) જન્તે: સાતડે સાત = ધૂળધાણી:

૮ **અષ્ટગંધ**માં ચંદન, અગર, દેવદાર, કાષ્ટ, કોલીજન, કુસુમસેલજ જટામાંસી, મૃગરોચન, આ આઠ ચીજની મેળવણીનું ચૂરણ. (૨) કસ્તુરી, ભીમસેનબરાસ, કેસર, દેવકપુર, ગોરૂચંદન, રતાંજળી, સુખડ અને હીંગળોક. આ આઠ ચીજનાં મિશ્રણથી ભોજપત્ર ઉપરે જંતર લખાય છે: **અષ્ટદિગ્પાળ**: દિશા આઠ, તેના અધિષ્ઠાતા દેવ પૂર્વદિશા, ઇંદ્રદેવ, આયુધ વજ્ર, અગ્નિકોણમાં અગ્નિદેવ આયુધ શક્તિ: દક્ષિણમાં દેવ યમ, આયુધ દંડ: નૈઋત્યમાં દેવ નૈઋતિ, આયુધ ખડગ: પશ્ચિમમાં વરૂણદેવ આયુધ પાશ: વાયવ્યમાં વાયુદેવ આયુધ અંકુશ: ઉત્તરમાં કુબેર દેવ આયુધ ગદા: ઇશાનમાં શિવ દેવ, આયુધ ત્રિશૂલ: અષ્ટ નાયકા: શ્રીકૃષ્ણની ૧૬૦૦૧ માં મૂખ્ય આઠરાણી, તેમનાં નામ રૂક્મી, જાંબુવતી, ભામા, સત્યા, ભદ્રા, લક્ષ્મણા, કાલિન્દિ, મિત્રવંદા: (૨) કોકશાસ્ત્રમાં, (૧) સ્વાધીનપતિકા એટલે જે સ્ત્રી

પોતાના પતિને વશ રાખે છે તે: (૨) ખંડિતા એટલે પોતાના સ્વામીને બીજી સ્ત્રી પાસે જઇ આવેલો જોઇ મનમાં બળી જાય અને પતિ સાથે રીસામણા લઇ આડું આડું બોલે. આમ માનભંગ થએલી સ્ત્રી. (૩) અભિસારિકા એટલે રાત્રે છૂપી રીતે પ્રીતમ પાસે જનાર સ્ત્રી. (૪) કલહાંતરિતા = અભિસંધિતાના લક્ષણ કોઈ કારણસર પ્રીતમ કાલાવાલા કરી મનામણાં કરે તોપણ માને નહીં ઉલટા સામાં બે કડવાં વેણ કહી સંભળાવે પણ પછવાડેથી બહુ પસ્તાય અને વીરહથકી પીડિત થઇ છેક ગરીબ થઇ જાય: (૫) વિપ્રલબ્ધા એટલે પ્રીતમ મેળાપનો કોલ આપી, મળી શક્યો ન હોય તેવી સ્ત્રી. (૬) પ્રોસિત ભતૃકા = પ્રોષિતપતિકા = ધણી ગામ ગયો હોય તેના વિરહાગ્નિથી બળતી સ્ત્રી. (૭) વાસકસજ્જા એટલે ભોગવિલાસની સામગ્રી તૈયાર કરી પ્રીતમની રાહ જોતી બેઠી હોય તે. (૮) વિરહોત્કંઠા એટલે પતી વિયોગથી અકળાતી અને સંજોગની આતુરતાથી રાહ જોતી.

અષ્ટભાવમાં સ્તંભ, સ્વેદ, સ્વરભંગ, રોમાંચ, કંપ, વૈવર્ણ્ય, અશ્રુપાત પ્રલય: **અષ્ટાક્ષરી** = આઠ અક્ષરનો મંત્ર શ્રીકૃષ્ણ શરણં મમ; ૐ ભગવતાય નમ: **અષ્ટાંગપ્રણામ** = આઠ અંગે એટલે લાંબા થઇ જમીન ઉપર સુઈ નમન કરવું તે (છાતી, માથું, નજર, વાણી, મન, પગ, હાથ, ઘૂંટણ એ આઠ અંગ.) **અષ્ટાંગયોગં** = યોગી લોકો મોટું તપ કરવાને યોગ્ય થવા સારૂં. આઠ રીતે દેહને કષ્ટ આપે છે. અષ્ટાવિધાની = એક જ વખતે એક જ માણસ ઘણાં કાર્ય કરી શકે.

૯ નવ ગજના નમસ્કાર: નવગજની જીભ: નવનેજા થવું = બહુ મુસ્કેલીમાં આવી પડવું. નવખંડ હિંદુશાસ્ત્રમાં નવખંડ પૃથ્વી કહી છે (૧) ઇલાવૃત, (૨) ભદ્રાશ્વ; (૩) હરિવર્ષ; (૪) કિંપુરૂષ

(૫) કેતુમાલ (૬) રમ્યક. (૭) ભરત (૮) હિરણ્યમય; (૯) કુરૂ: **નવગ્રહ**; સાતવાર અને રાહુ અને કેતુ. **નવચંડિમાં** શૈલ પુત્રી. બ્રહ્મચારિણી, ચંદ્રઘંટા, કુષ્માંડા, સ્કંધમાતા, કાત્યાયની, મહાગૌરી, કાલરાત્રિ અને સિદ્ધિદા: **નવરત્નમાં** હિરા, માણેક, મોતી પાનું, પોખરાજ, ગોમેદ, લસણિયા, પરવાળું અને નીલમ: **નવરસમાં** શૃંગાર, હાસ્ય, કરૂણા, રૌદ્ર, વીર, ભયાનક, બીભત્સ, અદ્ભુત અને શાન્ત **નવલખી** એટલે નવ લાખની પુંજીવાળો: **નવલખી હવેલી** = કેદખાનું.

૧૦ **દશગ્રંથમાં** સંહિતા, બ્રાહ્મણ, અરણ્ય, શિક્ષા, કલ્પ, વ્યાકરણ. નિઘંટ. નિરૂક્ત, છંદ અને જ્યોતિષ: દશીવીશી = ચડતીપડતી દશકંધ = રાવણ, દશાવતાર:

દાખલો ૭ મો.

અંકસ્થાન વિચાર.

આપણા આચાર્યોએ ગણત્રીમાં અઢાર અંકસ્થાન મુકરર કર્યા છે. કારણ બ્રહ્માની ઉમર ૧૦૦ વરસની કલ્પી છે. અને એ સો વરસમાં આપણા મનુષ્યોના દીવસ ૧૧૧૯૭૮૪૦૦૦૦૦૦૦૦૦૦૦ થાય છે. જમણી બાજુએથી ગણતાં દરેક સ્થાન, તેની આગળના સ્થાનથી દશગણો હોય છે. જો આપણે આ અઢાર સ્થાનથી વધુ સ્થાન બનાવવા હોય તો તેમ થઈ શકે એમ છે.

સંસ્કૃતમાં એ અઢાર સ્થાન માટે અકેક શબ્દ છે. નામ (૧) એકમ (૨) દશક (૩) સતક (૪) સહસ્ર (૫) અયુત (૬) લક્ષ (૭) પ્રયુત (૮) ક્રોડ (૯) અર્બુદ (૧૦) અબ્જ (૧૧) ખર્વ (૧૨) નિખર્વ (૧૩) મહાપદ્મ (૧૪) શંકુ (૧૫) જલધી (૧૬) અંત્ય (૧૭) મધ્ય અને (૧૮) પરાર્ધ.

ગુજરાતીમાં એના એ નામ આવે છે. માત્ર ૫ માં, ૭ માં અને નવમાં સ્થાનને અનુક્રમે, દશ હજાર, દશ લાખ અને દશકરોડ કહે છે.

આપણા અંકસ્થાનના નામની સાથે અંગ્રેજી અંકસ્થાનના નામની સરખામણી નીચે પ્રમાણે.

૧ યુનીટ. I Unit. 2 Ten. 3 One hundred. 4 One Thousand. 5 Ten thousand. 6 One hundred thousand. 7 One million. 8 Ten million. 9 One hundred million. 10 One thousand million. 11 Ten thousand million. 12 One hundred thousand million. 13 One hundred thousand million. 14 One billion. 15 Ten billion. 16 One hundred billion. 17 One thousand billion. 18 Ten thousand billion.

અત્યારે કહેવામાં આવે છે કે અંગ્રેજી ભાષા બહુ સત્કાર પામેલી છે અને તેની અંદરનો શબ્દ ભંડોળ ઘણો છે, ત્યાં સંસ્કૃતમાં ગણિતના દરેક અંકસ્થાન માટે એકેક ચોકસ શબ્દ છે પણ અંગ્રેજીમાં એવા અંકસ્થાન માટે ખાસ એક શબ્દ હજુ સુધી નક્કી ગોઠવાયો નથી. આ સરખામણી ઉપરથી સુજ્ઞ વાંચનારા જોઇ શકશે કે સંસ્કૃત ભાષા વધુ ખેડાયલી, શ્રીમંત કે અંગ્રેજી ભાષા ? !

વ્યવહારમાં, બહુભાગે ઉપર બતાવ્યા ૧૮ અંકસ્થાનની ઉપરાંત, જરૂર બહુ ઓછી પડે છે. પરંતુ વિનોદની ખાતર આપણે હજુપણ વધારે અંકસ્થાન બનાવવા હોય તો બની શકે એમ છે. તે નીચે પ્રમાણેઃ—

(૧૯) દશ પરાર્ધ (૨૦) સો પરાર્ધ (૨૧) હજાર પરાર્ધ (૨૨) દશ હજાર પરાર્ધ (૨૩) લાખ પરાર્ધ (૨૪) દશ લાખ પરાર્ધ (૨૫) કરોડ પરાર્ધ (૨૬) દશ કરોડ પરાર્ધ (૨૭) અબ્જ પરાર્ધ (૨૮) ખર્વ પરાર્ધ (૨૯) નિખર્વ પરાર્ધ (૩૦) મહાપદ્મ પરાર્ધ (૩૧) શંકુ પરાર્ધ (૩૨) જલધી પરાર્ધ (૩૩) અંત્ય પરાર્ધ (૩૪) મધ્ય પરાર્ધ.

આ પ્રમાણે સૂચવેલ નામો જ્યાં સુધી પૂજ્ય આચાર્ય મંડળ

સ્વીકારે નહીં ત્યાં સુધી, આપણે માત્ર એને કામચલાઉ નામ તરીકે સમજી લેવા.

હવે અંગ્રેજીમાં ૧૯ માં અંકસ્થાન માટે નવો Trillion શબ્દ દાખલ કર્યો છે અને એ એક શબ્દની મદદથી નવા અંકસ્થાન ઓળખી શકાય, તે નીચે પ્રમાણે

(19) Trillion (20) Ten trillion (21) One hundred trillion (22) One thousand trillion (23) Ten thousand trillion (24) One Hundred thousand trillion (25) Million trillion (26) Ten million trillion (27) Hundred million trillion (28) Thousand million trillion (29) Ten thousand million trillion (30) Hundred thousand million trillion (31) Billion Trillion (32) Ten billion Trillion (33) Hundred billion Trillion (34) Thousand billion trillion (35) Ten thousand billion trillion (36) Hundred thousand billion trillion (37) Million billion Trillion વગેરે વગેરે.

સરવાળા.

રકમો લખ્યા વગર સરવાળાનો જવાબ શું આવે તે અગાઉથી કહી શકાય.

દાખલો ૮ મો.

વ્યાખ્યા: ૩ અને ૫, એ બે આંકડામાંથી, જેટલી રકમો બને. તેનો સરવાળો શું તે આગળથી કહો. આને **અંકપાસ**ની રીત કહે છે.

જવાબની રીત:—આ બે આંકડામાંથી માત્ર બેજ રકમો બની શકે એમ છે. એક ૩૫ અને બીજી ૫૩ એ બેનો સરવાળો ૮૮ થાય. આવા દાખલા સહેલા છે. પરંતુ ત્રણ, ચાર, પાંચ, એમ જેમ જેમ

વધુ આંકડા હોય તેમ તેમ રીત વધુ અઘરી (મુશ્કેલ) થતી જાય છે. આમાં બતાવવામાં આવનારી રીતથી સરવાળો અગાઉથી કહી દેવાથી સામો પક્ષ રાજી થાય છે. અને આપણને જ્ઞાન સાથે ગમ્મત કરવાનો લાભ મળે છે.

પ્રથમ કેટલા આંક છે. તે ધ્યાનમાં લેવું. આમાં બે આંક છે માટે ૧ અને ૨ એમ એબે આંકડાનો ગુણાકાર કરવો. (૧×૨=૨) જવાબમાં ૨ આવે. માટે જો બે આંકડા હોય તો ૨ રકમ થાય. જે બે આવ્યા તેને સંખ્યા ભેદ કહે છે. પછી વ્યાખ્યામાં લખાયલા બે આંકનો આપસમાં સરવાળો કરવો (૩ + ૫ = ૮) જવાબ આઠ આવે. પછી આ સરવાળાના આંક ૮ ને સંખ્યાભેદના આંક ૨ થી ગુણવા (૮ × ૨ = ૧૬) એટલે આવશે ૧૬. પછી એ ૧૬ ને વ્યાખ્યામાં કહેલા ૨ આંકથી ભાગવા (૧૬ ÷ ૨ = ૮) આવશે.

૮. પછી મારજીનમાં બતાવ્યા પ્રમાણે બે વાર ૮ ગોઠવવા. કારણ મૂળ આંક બે છે માટે તેમ કરવાથી જવાબ આવશે ૮૮:

દશક.	એકમ.
૮	૮
જવાબ ૮	૮

દાખલો ૯ મો.

૫, ૬ અને ૭: એમ ત્રણ આકડામાંથી જેટલી બની શકે તેટલી જૂદી જૂદી રકમો બનાવીએ તો સરવાળો શું આવે તે આગળથી કહો.

રીત

આમાં ત્રણ આંકડા છે. માટે ૧, ૨ અને ૩. એમ એ ત્રણ આંકડાનો ગુણાકાર આપસમાં કરવો. (૧ × ૨ × ૩ = ૬) જવાબ ૬ આવે. તે સંખ્યાભેદ થયા. માટે આ ત્રણ આંકડામાંથી ૬ રકમો બનશે. એ રકમો કઈ તે આ સાથેના મારજીનમાં બતાવેલ છે.

૫૬૭	૫૭૬	૭૫૬
૬૫૭	૭૬૫	૬૭૫

સરવાળો જવાબ ૩૯૯૬

હવે વ્યાખ્યામાં કહેલા ત્રણ આંક ૫, ૬, અને ૭ છે, તેનો સરવાળો કરીએ તો ૧૮ થાય. આ સરવાળાને સંખ્યાભેદના આંક

૬ થી ગુણવા. (૧૮ × ૬ = ૧૦૮ થાય) હવે આ ૧૦૮ ને વ્યાખ્યામાં કહેલા ત્રણ આંકથી ભાગવા (૧૦૮ ÷ ૩) એટલે આવ્યા ૩૬. મૂળ વ્યાખ્યામાં ૩ આંકડા છે માટે મારજીનમાં બતાવ્યા પ્રમાણે ૩૬ ને ત્રણવાર ગોઠવવાથી જવાબ આવશે. ૩૯૯૬:

૧ લી વાર	૩૬
૨ જી વાર	૩૬
૩ જી વાર	૩૬
જવાબ	૩૯૯૬

દાખલો ૧૦ મો.

૪, ૫, ૬ અને ૭: એ ચાર આંકડામાંથી જેટલી રકમો બને, તેનો સરવાળો આગળથી કહી આપો.

૪૫૬૭	૫૪૬૭	૬૪૫૭	૭૬૫૪
૪૫૭૬	૫૪૭૬	૬૪૭૫	૭૬૪૫
૪૬૭૫	૫૬૪૭	૬૫૪૭	૭૫૪૬
૪૬૫૭	૫૬૭૪	૬૫૭૪	૭૫૬૪
૪૭૫૬	૫૭૪૬	૬૭૪૫	૭૪૫૬
૪૭૬૫	૫૭૬૪	૬૭૫૪	૭૪૬૫

રીત:—આમાં ચાર આંકડા છે માટે ૧, ૨, ૩ અને ૪ એમનો આપસમાં ગુણાકાર કરવો: ૧ × ૨ × ૩ × ૪ = ૨૪ આવ્યા આ સંખ્યાભેદ કહેવાય માટે ચાર આંકડામાંથી જૂદી જૂદી ૨૪ રકમો મારજીનમાં બતાવેલ રીત પ્રમાણે બની શકે આ ૨૪ રકમોનો સરવાળો. ધોરણસર સરવાળા કરવા પહેલાં જવાબ કહી દેવો. એ આવા દાખલાની ખુબી છે.

હવે વ્યાખ્યાના ચાર આંક ૪, ૫, ૬ અને ૭. એમનો આપસમાં સરવાળો કરવો એટલે આવશે ૨૨: આ ૨૨ ને સંખ્યાભેદના આંક ૨૪ થી ગુણવા. ૨૨ × ૨૪ = આવ્યા ૫૨૮ પછી વ્યાખ્યાના આંક ૪ થી ૫૨૮ ને ભાગવા. જેથી આવશે ૫૨૮ ÷ ૪ = ૧૩૨: આ ૧૩૨ ને મારજીનમાં બતાવ્યા પ્રમાણે લખી પછી તેનો સરવાળો કરીએ તો જવાબ આવશે. ૧૪૬૬૫૨ નોટ વ્યાખ્યાના આંક ૮૪ છે માટે ૧૩૨ ને ચારવાર ગોઠવવા છે.

૧ લી વાર	૧૩૨
૨ જી વાર	૧૩૨
૩ જી વાર	૧૩૨
૪ થી વાર	૧૩૨
જવાબ	૧૪૬૬૫૨

દાખલો ૧૧ મો.

૨, ૩, ૪, ૫ અને ૬. એમ પાંચ આંક હોય તો તેમાંથી જેટલી રકમો બને તેનો સરવાળો શું થાય, તે અગાઉથી કહી આપો.

૨૩૪૫૬	૨૬૪૫૩	૩૫૬૨૪	૪૫૩૨૬	૫૩૨૪૬	૬૨૫૩૪
૨૩૪૬૫	૨૬૪૩૫	૩૫૬૪૨	૪૫૩૬૨	૫૩૨૬૪	૬૨૫૪૩
૨૩૫૪૬	૨૬૫૩૪	૩૬૪૫૨	૪૫૨૩૬	૫૩૬૨૪	૬૩૨૪૫
૨૩૫૬૪	૨૬૫૪૩	૩૬૪૨૫	૪૫૨૬૩	૫૩૬૪૨	૬૩૨૫૪
૨૩૬૪૫	૩૨૪૫૬	૩૬૫૪૨	૪૫૬૩૨	૫૪૨૩૬	૬૩૪૨૫
૨૩૬૫૪	૩૨૪૬૫	૩૬૫૨૪	૪૫૬૨૩	૫૪૨૬૩	૬૩૪૫૨
૨૪૫૬૩	૩૨૫૪૬	૩૬૨૪૫	૪૬૨૩૫	૫૪૩૨૬	૬૩૫૨૪
૨૪૫૩૬	૩૨૫૬૪	૩૬૨૫૪	૪૬૨૫૩	૫૪૩૬૨	૬૩૫૪૨
૨૪૬૩૫	૩૨૬૪૫	૪૨૩૫૬	૪૬૩૨૫	૫૪૬૨૩	૬૪૨૩૫
૨૪૬૫૩	૩૨૬૫૪	૪૨૩૬૫	૪૬૩૫૨	૫૪૬૩૨	૬૪૨૫૩
૨૪૩૫૬	૩૪૨૫૬	૪૨૫૩૬	૪૬૫૨૩	૫૬૨૩૪	૬૪૩૨૫
૨૪૩૬૫	૩૪૨૬૫	૪૨૫૬૩	૪૬૫૩૨	૫૬૨૪૩	૬૪૩૫૨
૨૫૩૪૬	૩૪૬૫૨	૪૨૬૩૫	૫૨૩૪૬	૫૬૩૨૪	૬૪૫૨૩
૨૫૩૬૪	૩૪૬૨૫	૪૨૬૫૩	૫૨૩૬૪	૫૬૩૪૨	૬૪૫૩૨
૨૫૪૩૬	૩૪૫૨૬	૪૩૨૫૬	૫૨૪૬૩	૫૬૪૨૩	૬૫૨૩૪
૨૫૪૬૩	૩૪૫૬૨	૪૩૨૬૫	૫૨૪૩૬	૫૬૪૩૨	૬૫૨૪૩
૨૫૬૩૪	૩૫૨૪૬	૪૩૫૨૬	૫૨૬૩૪	૬૨૩૪૫	૬૫૩૨૪
૨૫૬૪૩	૩૫૨૬૪	૪૩૫૬૨	૫૨૬૪૩	૬૨૩૫૪	૬૫૩૪૨
૨૬૩૪૫	૩૫૪૬૨	૪૩૬૨૫	૫૩૪૬૨	૬૨૪૩૫	૬૫૪૨૩
૨૬૩૫૪	૩૫૪૨૬	૪૩૬૫૨	૫૩૪૨૬	૬૨૪૫૩	૬૫૪૩૨

રીત—આમાં પાંચ આંકડા છે માટે ૧, ૨, ૩, ૪ અને ૫ નો આપસમાં ગુણાકાર કરીએ તો ૧૨૦ થાય. આ ૧૨૦ તે સંખ્યા ભેદ માટે ૧૨૦ રકમો બનશે. જે મારજીનમાં કોઠા પાડી બતાવેલ છે દશહજાર અને હજારના અંકસ્થાનમાં નીચે પ્રમાણે રકમો આવી છે. ૨૩, ૨૪, ૨૫ અને ૨૬: (૧) ૩૨, ૩૪, ૩૫ અને ૩૬: (૨) ૪૨, ૪૩, ૪૫ અને ૪૬: (૩) ૫૨, ૫૩, ૫૪ અને ૫૬ (૪) ૬૨, ૬૩, ૬૪ અને ૬૫ (૫) આ ૨૦ રકમો ખ્યાલમાં રાખવી. આ બબે આંકડાની રકમમાં જે બે આંક છે તે ઉપરાંત આપણા હાથમાં બીજા ત્રણ આંક રહ્યા. એ ત્રણ આંકમાંથી ૬. રકમો કેવી રીતે બનાવવી તે કોઠા ઉપરથી ધ્યાન દઇ સમજી લેવું.

હવે પાંચ આંક (૨ + ૩ + ૪ + ૫ + ૬) નો સરવાળો ૨૦ થાય. પછી ૨૦ ને સંખ્યાભેદ ૧૨૦ થી ગુણવા ૧૨૦ × ૨૦ = ૨૪૦૦ આ ૨૪૦૦ ને મૂળ આંક ૫ થી ભાગવા (૨૪૦૦ ÷ ૫) એટલે આવશે ૪૮૦ આ ૪૮૦ ને પાંચવાર મારજીનમાં બતાવ્યા પ્રમાણે ગોઠવી, સરવાળો દેવો જેથી સરવાળો આવશે ૫૩૩૩૨૮૦ જવાબ રિમાર્કસઃ-

૧ લી વાર	૪૮૦
૨ જી વાર	૪૮૦
૩ જી વાર	૪૮૦
૪ થી વાર	૪૮૦
૫ મી વાર	૪૮૦
જવાબ	૫૩૩૩૨૮૦

ઉપરના ચાર દાખલા. ૮, ૯, ૧૦ અને ૧૧ માં દરેક આંક એકેક વાર આપ્યો છે. (આ બધામાં મૂળ સંખ્યાભેદને આપેલ આંકના સરવાળાથી ગુણવા અને પછી આપેલ આંકની સંખ્યાથી ભાગવાના છે.) અત્યાર સુધી આપણે પાંચ આંકડાના દાખલા કર્યા. તેમાં સંખ્યાભેદ ૧૨૦ થયા. હવે જેમ જેમ આંકડા વધતા જાય તેમ તેમ સંખ્યાભેદ વધતી જાય. જેમકે છ આંકડા હોય તો સંખ્યાભેદ ૧ × ૨ × ૩ × ૪ × ૫ × ૬ = ૭૨૦ થાય. સાત આંકડા હોય તો સંખ્યાભેદ ૧ × ૨ × ૩ × ૪ × ૫ × ૬ × ૭ = ૫૦૪૦ થાય આ પ્રમાણે આગળનું સમજી લેવું.

દાખલો ૧૨ મો.

૧, ૨, ૩, ૪, ૫, ૬, ૭, ૮, ૯ આ આંકડા છે તેમાંથી જેટલી રકમો બને તેટલી બનાવી. અગાઉથી સરવાળો કહી આપો.

રીતઃ પ્રથમ સંખ્યાભેદ ૧ × ૨ × ૩ × ૪ × ૫ × ૬ × ૭ × ૮ × ૯ ૩૬૨૮૮૦ થાય હવે આ નવ આંકનો સરવાળો ૪૫ માટે ૩૬૨૮૮૦ × ૪૫ = ૧૬૩૨૯૬૦૦ પછી મૂળ આંક ૯ માટે ૧૬૩૨૯૬૦૦

÷ ૯ = ૧૮૧૪૪૦૦ : માટે
જવાબ
૨૦૧૫૯૯૯૯૯૭૯૮૪૦૦

૧૮૧૪૪૦૦	૧ લી વાર
૧૮૧૪૪૦૦	૨ જી વાર
૧૮૧૪૪૦૦	૩ જી વાર
૧૮૧૪૪૦૦	૪ થી વાર
૧૮૧૪૪૦૦	૫ મી વાર
૧૮૧૪૪૦૦	૬ ઠી વાર
૧૮૧૪૪૦૦	૭ મી વાર
૧૮૧૪૪૦૦	૮ મી વાર
૧૮૧૪૪૦૦	૯ મી વાર
૨૦૧૫૯૯૯૯૯૭૯૮૪૦૦	

દાખલો ૧૩ મો.

૩, ૪, ૫. ૫, આ ચાર આંકમાંથી જેટલી સંખ્યાઓ બને, તે બધાનો સરવાળો અગાઉથી કહો.

રીતઃ--આપણી ચાલુ રીત પ્રમાણે આમાં ચાર આંક છે તો સંખ્યા ભેદ ૨૪ થવા જોઇએ. પરંતુ ૫ બે વાર છે. એટલે ૫ ની એક જોડી એક જોડીના ૨ માટે. આવેલ સંખ્યાભેદ ૨૪ ને આ ૨ થી ભાગવા એટલે આવ્યા ૧૨ આ બાર એ આમાં સાચા સંખ્યાભેદ જેથી મૂળ ૧૨ સંખ્યાની રકમો આવવી જોઇએ હવે ૩ + ૪ + ૫ + ૫ = ૧૭ માટે ૧૭ × ૧૨ = ૨૦૪ પછી ૨૦૪ ÷ ૪ = ૫૧ હવે ૫૧ ને યથા રીતે ગોઠવીએ તો સરવાળો ૫૬૬૬૧ આવે જવાબ.

૩૪૫૫	૩૫૪૫	૩૫૫૪	૪૩૫૫	૪૫૩૫	૪૫૫૩
૫૫૩૪	૫૫૪૩	૫૩૪૫	૫૩૫૪	૫૪૩૫	૫૪૫૩

સરવાળોઃ- ૫૬૬૬૧ જવાબ

```
   ૫૧
  ૫૧
 ૫૧
૫૧
-----
૫૬૬૬૧
```

દાખલો ૧૪ મો

૨,૩,૪,૫,૫. આ પાંચ આંકમાંથી જેટલી રકમો બને તેનો સરવાળો શું તે અગાઉથી કહો.

રીતઃ ચાલુ નિયમ પ્રમાણે સંખ્યાભેદ ૧૨૦ થાય. પણ આમાં ૫ ની એક જોડી છે માટે ૧૨૦ ÷ ૨ = ૬૦ આ શુદ્ધ સંખ્યાભેદ થયો માટે આ કોઠામાં બતાવ્યા પ્રમાણે ૬૦ રકમો બનશે.

૨૩૪૫૫	૨૫૫૩૪	૩૫૪૨૫	૪૫૨૩૫	૫૨૫૩૪	૫૪૩૨૫
૨૩૫૪૫	૨૫૫૪૩	૩૫૪૫૨	૪૫૨૫૩	૫૨૫૪૩	૫૪૩૫૨
૨૩૫૫૪	૩૨૪૫૫	૩૫૫૨૪	૪૫૩૫૨	૫૩૨૪૫	૫૪૫૨૩
૨૪૩૫૫	૩૨૫૫૪	૩૫૫૪૨	૪૫૩૨૫	૫૩૨૫૪	૫૪૫૩૨
૨૪૫૩૫	૩૨૫૪૫	૪૨૩૫૫	૪૫૫૩૨	૫૩૪૨૫	૫૫૨૩૪
૨૪૫૫૩	૩૪૨૫૫	૪૨૫૫૩	૪૫૫૨૩	૫૩૪૫૨	૫૫૨૪૩
૨૫૩૪૫	૩૪૫૨૫	૪૨૫૩૫	૫૨૩૪૫	૫૩૫૨૪	૫૫૩૨૪
૨૫૩૫૪	૩૪૫૫૨	૪૩૨૫૫	૫૨૩૫૪	૫૩૫૪૨	૫૫૩૪૨
૨૫૪૩૫	૩૫૨૪૫	૪૩૫૨૫	૫૨૪૩૫	૫૪૨૩૫	૫૫૪૨૩
૨૫૪૫૩	૩૫૨૫૪	૪૩૫૫૨	૫૨૪૫૩	૫૪૨૫૩	૫૫૪૩૨

હવે ૨ + ૩ + ૪ + ૫ + ૫ = ૧૯ ∴ ૧૯ × ૬૦ = ૧૧૪૦

હવે સ્થાન ૫ માટે ૧૧૪૦ ÷ ૫ = ૨૨૮ તેને યથાસ્થાને મૂકયા

૧ લી વાર	૨૨૮
૨ જી વાર	૨૨૮
૩ જી વાર	૨૨૮
૪ થી વાર	૨૨૮
૫ મી વાર	૨૨૮
જવાબ.	૨૫૩૩૩૦૮

દાખલો ૧૫ મો.

૩,૩,૪,૪, આ ચાર આંકમાંથી જેટલી રકમો બને, તેનો સરવાળો શું તે કહો.

રીતઃ ચાલુ નિયમ પ્રમાણે ચાર સ્થાન માટે ૧ × ૨ × ૩ × ૪ = ૨૪ ભેદ. પણ આમાં ૩ ની એક જોડી, તથા ૪ ની બીજી જોડી. દરેક જોડીના બે માટે બે જોડીના ૪ થી ૨૪ ને ભાગવા જેથી આવ્યા ૬ માટે શુદ્ધ સંખ્યા ભેદ ૬ થયો. હવે ૩ + ૩ + ૪ + ૪ = ૧૪. ૧૪ × ૬ = ૮૪ હવે ૮૪ ÷ ૪ = ૨૧.

૩૩૪૪	૩૪૪૩	૪૩૩૪
૩૪૩૪	૪૩૪૩	૪૪૩૩

આ ૨૧ ને યથાસ્થાને મૂકો

```
   ૨૧
  ૨૧
 ૨૧
૨૧
─────
૨૩૩૩૧
```

જવાબ ૨૩૩૩૧

દાખલો ૧૬ મો.

૨,૩,૪,૪,૫,૫ઃ આમાંથી જેટલી રકમો બને તેટલીનો સરવાળો તરત કહો.

રીતઃ કુલ ૬ આંક માટે ૧ × ૨ × ૩ × ૪ × ૫ × ૬ = ૭૨૦ હવે આમાં ૪ અને ૫ ની જોડી બે. માટે ૨ × ૨ = ૪ માટે ૭૨૦ ÷ ૪ = ૧૮૦ શુદ્ધ સંખ્યા ભેદ.

૧	૩૨૪૪૫૫	૪૨૩૪૫૫	૪૪૫૨૩૫	૫૨૩૪૪૫	૫૪૩૨૪૫
૧૪૪	૩૨૫૫૪૪	૪૨૪૩૫૫	૪૪૫૨૫૩	૫૨૩૪૫૪	૫૪૩૨૫૪
૩૪૫૪૫	૩૨૪૫૪૫	૪૨૫૫૩૪	૪૪૫૩૨૫	૫૨૩૫૪૪	૫૪૩૪૨૫
૨૩૫૪૫૪	૩૨૫૪૫૪	૪૨૫૫૪૩	૪૪૫૩૫૨	૫૨૪૩૪૫	૫૪૩૪૫૨
૨૩૫૪૪૫	૩૨૪૫૫૪	૪૨૩૫૪૫	૪૪૩૫૨૫	૫૨૪૩૫૪	૫૪૩૫૨૪
૨૩૪૫૫૪	૩૨૫૪૪૫	૪૨૩૫૫૪	૪૪૩૫૫૨	૫૨૪૪૩૫	૫૪૩૫૪૨
૨૪૩૪૫૫	૩૪૨૪૫૫	૪૨૫૩૪૫	૪૫૨૩૪૫	૫૨૪૪૫૩	૫૪૪૨૩૫
૨૪૪૩૫૫	૩૪૪૨૫૫	૪૨૫૩૫૪	૪૫૨૩૫૪	૫૨૫૩૪૪	૫૪૪૨૫૩
૨૪૫૫૩૪	૩૪૫૫૨૪	૪૨૪૫૩૫	૪૫૨૪૩૫	૫૨૫૪૩૪	૫૪૪૩૨૫
૨૪૫૫૪૩	૩૪૫૫૪૨	૪૨૪૫૫૩	૪૫૨૪૫૩	૫૨૫૪૪૩	૫૪૪૩૫૨
૨૪૩૫૪૫	૩૪૨૫૪૫	૪૨૫૪૩૫	૪૫૨૫૩૪	૫૨૪૫૩૪	૫૪૪૫૨૩
૨૪૩૫૫૪	૩૪૨૫૫૪	૪૨૫૪૫૩	૪૫૨૫૪૩	૫૨૪૫૪૩	૫૪૪૫૩૨
૨૪૫૩૪૫	૩૪૪૫૨૫	૪૩૨૪૫૫	૪૫૩૨૪૫	૫૩૨૪૪૫	૫૪૫૨૩૪
૨૪૫૩૫૪	૩૪૪૫૫૨	૪૩૪૨૫૫	૪૫૩૨૫૪	૫૩૨૪૫૪	૫૪૫૨૪૩
૨૪૫૪૩૫	૩૪૫૪૨૫	૪૩૫૫૨૪	૪૫૩૪૨૫	૫૩૨૫૪૪	૫૪૫૩૨૪
૨૪૫૪૫૩	૩૪૫૪૫૨	૪૩૫૫૪૨	૪૫૩૪૫૨	૫૩૪૨૪૫	૫૪૫૩૪૨
૨૪૪૫૩૫	૩૪૫૨૪૫	૪૩૨૫૪૫	૪૫૩૫૨૪	૫૩૪૨૫૪	૫૪૫૪૨૩
૨૪૪૫૫૩	૩૪૫૨૫૪	૪૩૨૫૫૪	૪૫૩૫૪૨	૫૩૪૪૨૫	૫૪૫૪૩૨
૨૫૩૪૪૫	૩૫૨૪૪૫	૪૩૫૨૪૫	૪૫૪૨૩૫	૫૩૪૪૫૨	૫૫૨૩૪૪
૨૫૩૪૫૪	૩૫૨૪૫૪	૪૩૫૨૫૪	૪૫૪૨૫૩	૫૩૪૫૨૪	૫૫૨૪૩૪
૨૫૩૫૪૪	૩૫૪૫૨૪	૪૩૪૫૨૫	૪૫૪૩૨૫	૫૩૪૫૪૨	૫૫૨૪૪૩
૨૫૫૩૪૪	૩૫૪૫૪૨	૪૩૪૫૫૨	૪૫૪૩૫૨	૫૩૫૨૪૪	૫૫૩૨૪૪
૨૫૪૩૪૫	૩૫૪૨૪૫	૪૩૫૪૨૫	૪૫૪૫૨૩	૫૩૫૪૨૪	૫૫૩૪૨૪
૨૫૪૩૫૪	૩૫૪૨૫૪	૪૩૫૪૫૨	૪૫૪૫૩૨	૫૩૫૪૪૨	૫૫૩૪૪૨
૨૫૪૫૩૪	૩૫૫૪૨૪	૪૪૨૩૫૫	૪૫૫૨૩૪	૫૪૨૩૪૫	૫૫૪૨૩૪
૨૫૪૫૪૩	૩૫૫૪૪૨	૪૪૩૨૫૫	૪૫૫૨૪૩	૫૪૨૩૫૪	૫૫૪૨૪૩
૨૫૪૪૩૫	૩૫૨૫૪૪	૪૪૫૫૨૩	૪૫૫૩૨૪	૫૪૨૪૩૫	૫૫૪૩૨૪
૨૫૪૪૫૩	૩૫૫૨૪૪	૪૪૫૫૩૨	૪૫૫૩૪૨	૫૪૨૪૫૩	૫૫૪૩૪૨
૨૫૫૪૩૪	૩૫૪૪૨૫	૪૪૨૫૩૫	૪૫૫૪૨૩	૫૪૨૫૩૪	૫૫૪૪૨૩
૨૫૫૪૪૩	૩૫૪૪૫૨	૪૪૨૫૫૩	૪૫૫૪૩૨	૫૪૨૫૪૩	૫૫૪૪૩૨

હવે ૨ + ૩ + ૪ + ૪ + ૫ + ૫ = ૨૩ માટે ૧૮૦ × ૨૩ = ૪૧૪૦

હવે કુલ સ્થાન ૬ ∴ ૪૧૪૦ ÷ ૬ = ૬૯૦ હવે ૬૯૦ ને યથાસ્થાને મૂકો.

૬૯૦
૬૯૦
૬૯૦
૬૯૦
૬૯૦
૬૯૦

જવાબ કુલ સરવાળો ૭૬૬૬૬૫૯૦

દાખલો ૧૭ મો.

૩,૩,૪,૪,૫,૫: આમાંથી જેટલી સંખ્યાઓ બને, તે બધાનો સરવાળો તરત કહો.

રીતઃ આમાં કુલ ૬ આંક છે માટે પ્રથમ ૭૨૦ સંખ્યા ભેદ આવ્યો. પરંતુ અત્રે બબે આંકડાની ૩ જોડી છે. માટે ૨ × ૨ × ૨ = ૮ થાય તે વડે ૭૨૦ ને ભાગવા એટલે આવ્યા ૯૦. એ શુદ્ધ સંખ્યાભેદ માટે કુલ સંખ્યા ૯૦ રકમો થઇ.

૩૩૪૪૫૫	૩૪૫૪૫૩	૪૩૩૪૫૫	૪૪૫૩૩૫	૫૩૩૪૪૫	૫૪૩૪૫૩
૩૩૪૫૪૫	૩૪૫૫૩૪	૪૩૩૫૪૫	૪૪૫૩૫૩	૫૩૩૪૫૪	૫૪૩૫૩૪
૩૩૪૫૫૪	૩૪૫૫૪૩	૪૩૩૫૫૪	૪૪૫૫૩૩	૫૩૩૫૪૪	૫૪૩૫૪૩
૩૩૫૪૪૫	૩૫૩૪૪૫	૪૩૪૩૫૫	૪૫૩૩૪૫	૫૩૪૩૪૫	૫૪૪૩૩૫
૩૩૫૪૫૪	૩૫૩૪૫૪	૪૩૪૫૩૫	૪૫૩૩૫૪	૫૩૪૩૫૪	૫૪૪૩૫૩
૩૩૫૫૪૪	૩૫૩૫૪૪	૪૩૪૫૫૩	૪૫૩૪૩૫	૫૩૪૪૩૫	૫૪૪૫૩૩
૩૪૩૪૫૫	૩૫૪૩૪૫	૪૩૫૩૪૫	૪૫૩૪૫૩	૫૩૪૪૫૩	૫૪૫૩૩૪
૩૪૩૫૪૫	૩૫૪૩૫૪	૪૩૫૩૫૪	૪૫૩૫૩૪	૫૩૫૩૪૪	૫૪૫૩૪૩
૩૪૩૫૫૪	૩૫૪૪૩૫	૪૩૫૪૩૫	૪૫૩૫૪૩	૫૩૫૪૩૪	૫૪૫૪૩૩
૩૪૪૩૫૫	૩૫૪૪૫૩	૪૩૫૪૫૩	૪૫૪૩૩૫	૫૩૫૪૪૩	૫૫૩૩૪૪
૩૪૪૫૩૫	૩૫૫૩૪૪	૪૩૫૫૩૪	૪૫૪૩૫૩	૫૩૪૫૩૪	૫૫૩૪૩૪
૩૪૪૫૫૩	૩૫૫૪૩૪	૪૩૫૫૪૩	૪૫૪૫૩૩	૫૩૪૫૪૩	૫૫૩૪૪૩
૩૪૫૩૪૫	૩૫૫૪૪૩	૪૪૩૩૫૫	૪૫૫૩૩૪	૫૪૩૩૪૫	૫૫૪૪૩૩
૩૪૫૩૫૪	૩૫૪૫૩૪	૪૪૩૫૩૫	૪૫૫૩૪૩	૫૪૩૩૫૪	૫૫૪૩૩૪
૩૪૫૪૩૫	૩૫૪૫૪૩	૪૪૩૫૫૩	૪૫૫૪૩૩	૫૪૩૪૩૫	૫૫૪૩૪૩

હવે ૩ + ૩ + ૪ + ૪ + ૫ + ૫ = ૨૪ માટે ૯૦ × ૨૪ = ૨૧૬૦ થયા. કુલ સંખ્યાસ્થાન ૬ માટે ૨૧૬૦ ÷ ૬ = ૩૬૦ એને યથાસ્થાને મુકો

૧ લી વાર		૩૬૦
૨ જી વાર		૩૬૦
૩ જી વાર		૩૬૦
૪ થી વાર		૩૬૦
૫ મી વાર		૩૬૦
૬ ઠી વાર		૩૬૦
ટોટલ		૩૯૯૯૯૯૬૦

આ રીતે જવાબ ૩૯૯૯૯૯૬૦ આવે. આ રીતે બએની જેટલી જોડી હોય તેનું આ પ્રમાણે થઇ શકે.

દાખલો ૧૮ મો.

૩,૩,૩,૪,૪,૪: આ ૭ આંકડામાંથી જેટલી રકમો બને તેનો સરવાળો આગળથી કહો.

રીતઃ આમાં ૬ આંકડા છે. એથી ૭૨૦ સંખ્યાભેદ થાયઃ હવે ત્રણ આંકડાની એક જોડી હોય ત્યારે (૧ × ૨ × ૩ = ૬) આવી રીતે આંકડા મૂકી ગુણાકાર કરવો એટલે ૬ થાય. આ ૬ ત્રણની એક જોડીના થાય. આવી અત્યારે બે જોડી છે. માટે ૬ × ૬ = ૩૬ થાય. પછી ૭૨૦ ÷ ૩૬ = ૨૦ આવ્યા. આ શુદ્ધ સંખ્યાભેદ થયો. માટે આ દાખલામાં ૨૦ જૂદી જૂદી જાતની રકમો આવી શકે છે. આપેલ ૬ આંકનો સરવાળો ૨૧ થાય, હવે ૨૦ × ૨૧ = ૪૨૦ થયા તેને અંકસ્થાન ૬ થી ભાગ્યા એટલે ૭૦ આવ્યા. તેને ગોઠવીએ તોઃ

૩૩૩૪૪૪	૩૪૩૪૩૪	૪૩૩૪૪૩	૪૩૩૪૩૪
૩૩૪૩૪૪	૩૪૪૩૩૪	૪૩૪૩૩૪	૪૪૩૩૩૪
૩૩૪૪૩૪	૩૪૪૩૪૩	૪૩૪૩૪૩	૪૪૩૩૪૩
૩૩૪૪૪૩	૩૪૪૪૩૩	૪૩૪૪૩૩	૪૪૩૪૩૩
૩૪૩૩૪૪	૩૪૩૪૪૩	૪૩૩૩૪૪	૪૪૪૩૩૩

	૭૦
	૭૦
	૭૦
	૭૦
	૭૦
	૭૦
જવાબ	૭૭૭૭૭૭૦

દાખલો ૧૯ મો.

૪, ૫, ૬, ૬, ૬. એમાંથી જેટલી રકમો બને તેટલી બનાવી સરવાળો તરત કહો. —: રીત :—

આમાં પાંચ સ્થાન છે માટે પ્રથમ ૧૨૦ સંખ્યાભેદ આવ્યા, પરંતુ ત્રણ છગડાની એક જોડ છે. માટે તેના ૧ × ૨ × ૩ = ૬ થયા. આ છ થી ૧૨૦ નેં ભાગીએ તો ૨૦ આવે. આ શુદ્ધ સંખ્યાભેદ સમજો. હવે ૪ + ૫ + ૬ + ૬ + ૬ = ૨૭ થયા માટે ૨૭ × ૨૦ = ૫૪૦. પછી મૂળ પાંચ આંક સ્થાન માટે ૫૪૦ ÷ ૫ = ૧૦૮ આ. ૧૦૮ ને યથાસ્થાને મૂકો.

```
                                   ૧૦૮
                                  ૧૦૮
                                 ૧૦૮
માટે જવાબ ૧૧૯૯૯૮૮ :            ૧૦૮
                               ૧૦૮
                               -------
                         જવાબ  ૧૧૯૯૯૮૮
```

દાખલો ૨૦ મો.

૨, ૨, ૨, ૨, ૩, ૩, ૩, ૩, આમાંથી જેટલી રકમો બને તેટલી બનાવી. તરત સરવાળો કહી આપો.

—:રીતઃ—આમાં આઠ આંક છે માટે નિયમ પ્રમાણે (૧ × ૨ × ૩ × ૪ × ૫ ૬ × ૭ × ૮) = ૪૦૩૨૦ સંખ્યાભેદ થાય. પરંતુ ચારચારની એક જોડી માટે ૧ × ૨ × ૩ × ૪ = ૨૪ તો આમાં ચાર ચાર આંકની બે જોડી છે. તો ૨૪ × ૨૪ = ૫૭૬ થયા માટે. ૪૦૩૨૦ ÷ ૫૭૬ = ૭૦ આ શુદ્ધ સંખ્યાભેદ પછી. ૨ + ૨ + ૨ + ૨ + ૩ + ૩ + ૩ + ૩ = ૨૦ માટે ૭૦ × ૨૦ = ૧૪૦૦. હવે કુલ ૮ સ્થાન માટે ૧૪૦૦ ÷

```
       ૧૭૫
      ૧૭૫
     ૧૭૫
    ૧૭૫
   ૧૭૫
  ૧૭૫
 ૧૭૫
૧૭૫
-----------
૧૯૪૪૪૪૪૨૫
```

૮ = ૧૭૫ આવ્યા. એને મારજીનમાં બતાવ્યા પ્રમાણે યથાસ્થાને મૂકો તો જવાબ આવે. ૧૯૪૪૪૪૪૪૨૫

દાખલો ૨૧ મો.

૩૪૦૦ માંથી જેટલી રકમો બને તેટલી બનાવી તરત સરવાળો કરો.

રીતઃ—આમાં ચાર આંક માટે પ્રથમ સંખ્યાભેદ ૨૪ થાય પણ આમાં ૦ ૦ એટલે બે શૂન્યની એક જોડી માટે ૨૪ ÷ ૨ = ૧૨ આ શુદ્ધ સંખ્યાભેદ. હવે ૩ + ૪ + ૦ + ૦ = ૭ થાય માટે ૧૨ × ૭ = ૮૪. પછી મૂળ આંક ચાર. એટલે ૮૪ ÷ ૪ = ૨૧ : આ એકવીસને યથાસ્થાને મૂકો.

```
       ૨૧
      ૨૧
     ૨૧
જવાબ ૨૧
ટોટલ ------
    ૨૩૩૩૧
```

૪૩૦૦ ૩૪૦૦ ૪૦૩૦ ૦૪૩૦ ૦૦૪૩ ૩૦૪૦ ૦૩૪૦ ૦૪૦૩ ૩૦૦૪ ૦૩૦૪ ૦૦૩૪ ૪૦૦૩ | આ પ્રમાણે બાર રકમો થઇ.

લખેલ રકમોનો સરવાળો અગાઉથી કરી દેવાય.

દાખલો ૨૨ મો.

અેઢીના દાખલા.

બાળકોને શરૂઆતમાં આંકની પાડ શીખવતી વખતે ૧૦૦ ની (એકડાને બે મીડાં સોએ ભરાણા) પાડ પછી. સો એક લંતર (૧૦૧), સો બે લંતર (૧૦૨), વગેરે વગેરે સો દાવોતેર (૧૧૦) સુધી શીખવી, પડો પંચાવન (૫૫), એકસો પંચાવન, (૧૫૫), બસો પંચાવન (૨૫૫), એમ, ૩૫૫, ૪૫૫, ૫૫૫, ૬૫૫, ૭૫૫, ૮૫૫, ૯૫૫ અને જીવો (લાંબુ આયુષ્ય ભોગવો) મહેતો એકડે મીંડી દશસો પંચાવનં (૧૦૫૫). એ પાડાની પાઠ શીખવવામાં આવે છે.

આની ખુબી એ છે કે ૧ થી ૧૦ સુધીના આંકનો સરવાળો ૫૫ થાય. ૧૧ થી ૨૦ સુધીનો સરવાળો ૧૫૫ થાય વગેરે એ પ્રમાણે ૯૧ થી ૧૦૦ સુધીનો સરવાળો ૯૫૫ થાય. અને ૧૦૧ થી ૧૧૦ સુધીનો સરવાળો ૧૦૫૫ થાય. આવું જ્ઞાન આપનાર મહેતો=શિક્ષક આયુષ્યમાન રહો એ શુભ ભાવનાથી બાળક (૧૦૫૫) દશસો પંચાવન સુધીની પાઠ શીખી લે છે.

જે વખતે પડો પંચાવનની પાઠ શીખવવામાં આવે છે, તે વખતે નાનાં બચ્ચાંઓને આ સરવાળાની ખુબી નથી સમજાતી. પણ મોટી ઉંમરે આવતાં, આ સરવાળાની ખુબીથી જાણીતા થાય છે. જો કોઈ પણ એક પાડાના દશ આંક મૂકી સરવાળો કરવામાં આવે તો સ્થળ અને સમયનો ખાલી વ્યય થાય. એ માટે પૂજ્ય આચાર્યોએ એવા સરવાળાની ટુંક રીત નીચે પ્રમાણે બતાવી છે.

આ સરવાળામાં ત્રણ ભાગ ઠરાવ્યા છેઃ–ઉદાહરણઃ ૧ થી ૧૦ સુધીના આંકનો સરવાળો (શ્રેઢીની રીતે કરો.)

રીતઃ–આમાં ૧ ને આદિપદ કહે છે, ૧૦ ને અંત્યપદ કહે છે. અને ૧ થી ૧૦ સુધીના જે દશ આંક છે તેને ગચ્છ કહે છે, હવે આદિપદ અને અંત્યપદનો સરવાળો કરવો (૧ + ૧૦ = ૧૧). પછી આવેલ જવાબને ગચ્છથી ગુણવા. (૧૧ × ૧૦ = ૧૧૦). પછી આવેલ જવાબને ૨ થી ભાગવા. ૧૧૦ ÷ ૨ = ૫૫. આ ૫૫ તે ૧ થી ૧૦ સુધીનો સરવાળો કહેવાય. એને ગણિતની ભાષામાં સર્વધન કહે છે.

ઉદાહરણ ૨ જુંઃ ૧૦૧ થી ૧૧૦ સુધીનો સરવાળો શું તે કહો.

રીતઃ–૧૦૧ + ૧૧૦ = ૨૧૧. પછી ૨૧૧ × ૧૦ = ૨૧૧૦ પછી ૨૧૧૦ ÷ ૨ = ૧૦૫૫. આ રીતે પડો પંચાવનના પાડાની ખુબી સમજવાની છે. અને જુવો મહેતો એકડે મીંડી દશસો પંચાવન ઉપરની રીતથી કરી બતાવ્યા. હવે આવા દાખલા સ્હેજ બીજી રીતે પણ થઇ શકે છે. તેમાં શરૂઆતમાં જ ગચ્છના આંકના અડધા કરી આદિ અને અંત્યપદના સરવાળાને ગુણે છે. ઉદા૦ ૧ લો. ૧ + ૧૦ = ૧૧ પછી

૧૧ × ૧૦/૨ = ૫૫: ઉદા૦ ૨ જામાં ૧૦૧ + ૧૧૦ = ૨૧૧ પછી. ૨૧૧ × ૧૦/૨ = ૧૦૫૫:

આ રીતમાં જો ગચ્છનો આંક બેકી હોય તો તે આંકના અડધા કરી જવાબ લાવી શકાય પણ જો ગચ્છનો આંક એકી હોય તો પછી દશાંશની રીત વાપરી શકાય.

ઉદાહરણ ૩ જાું: ૧ થી ૯ સુધીનો સરવાળો (સર્વધન) શું?

રીત: ૯ ના અડધા ૪·૫ દશાંશ રૂપમાં છે. હવે ૧ + ૯ = ૧૦ પછી. ૧૦ × ૪·૫ = ૪૫· જવાબ ૪૫: દશાંશની જમણી તરફનો ૦ દૂર થાએ.

ઉદાહરણ ૪ થું: ૧૦૧ થી ૧૦૯ સુધીનો સરવાળો શું?

રીત:–૧૦૧ + ૧૦૯ = ૨૧૦ પછી. ૨૧૦ × ૪·૫ = ૯૪૫· માટે જવાબ ૯૪૫.

થોડાક રમુજી દાખલા નીચે પ્રમાણે.

ઉદાહરણ ૫ મું: એક શાહુકાર દેવમંદિરમાં પ્રવેશ કરતાં પહેલે પગથિયે ૧ રૂપીઓ, બીજે પગથિયે ૬ રૂપીઆ, ત્રીજે ૧૧, ચોથે ૧૬, પાંચમે ૨૧, છઠ્ઠે ૨૬, સાતમે ૩૧ અને આઠમેં ૩૬ રૂપીઆ મૂકે છે. તો તે બધા રૂપીઆ કેટલા થયા તે ટુંકી રીતથી કહો.

રીત:–૧ + ૩૬ = ૩૭ પછી ૩૭ × ૮ = ૨૯૬ પછી ૨૯૬ ÷ ૨ = ૧૪૮ જવાબ. અથવા ૩૭ × ૮/૨ = ૧૪૮ આ સરવાળો યાને સર્વધન.

ઉદાહરણ ૬ ઠું: વ્યાખ્યા ઉપરની સમજવી પરંતુ ૧ લે પગથિયે ૧. બીજે ૮. ત્રીજે ૧૫, ચોથે ૨૨ અને પાંચમે ૨૯. તો કુલ રૂપીઆ કેટલા?

રીત:–૧ + ૨૯ = ૩૦. પછી ગચ્છ ૫. અને ૫ નાં અડધા દશાંશ રૂપે ૨·૫ માટે ૩૦ × ૨·૫ = ૭૫. આ ૭૫ સરવાળો યાને સર્વધન જવાબ.

ઉદાo ૭ મું: એક ઘોડી વછેરાંને જન્મ આપી દરરોજ ૧૫ ગાઉની ઝડપે આગળ ચાલતી જાય છે અને વછેરૂં પહેલે દીવસે ૧ ગાઉ, બીજે દીવસે ૨ ગાઉ, ત્રીજે દિવસે ૩ ગાઉ એ ઝડપે ચાલી પોતાની માની પાસે જવાનો પ્રયત્ન કરે છે. કહો ત્યારે વછેરૂં ઘોડી પાસે કેટલે દીવસે પહોંચે.

ખુલાસો

ઘોડીની ઝડપ રોજની ૧૫ ગાઉ છે માટે એ ઝડપના બમણા કરી, એક બાદ કરતાં જે આંક આવે તે દીવસની સંખ્યાનો આંક સમજવો:-૧૫ × ૨ = ૩૦ હવે ૩૦–૧ = ૨૯: જવાબ ૨૯ દીવસે વછેરૂં ઘોડીની પાસે પહોંચશે. (ખાતરી. આંહી ૧ થી ૨૯ સુધીનો સરવાળો કરવો માટે ૧ + ૨૯ = ૩૦: હવે ૩૦ × ૨૯ = ૮૭૦ હવે ૮૭૦ ÷ ૨ = ૪૩૫ આવ્યા. હવે ઘોડીની ઝડપ રોજની ૧૫ ગાઉ તો ૨૯ દીવસની કેટલી ૧૫ × ૨૯ = ૪૩૫.)

દાખલો ૨૩ મો.

એક દેશના મહારાજાને ત્યાં ગાદીવારસ જન્મ્યાની ખુશાલીમાં એક ગામનું મહાજન, પોતાની સાથે, છઠ્ઠી પ્રસંગે ઝભલું–ટોપી આપવાના નિમિતે, જે કાંઇ લેવાનું હતું તે લઈ, પાયતખ્ત શહેર તરફ ચાલ્યું. પાયતખ્તના મુખ્ય દરવાજાથી કરી, મહારાજા સન્મુખ પહોંચવા માટે કુલ પાંચ ચોકી હતી. જ્યારે મહાજનનું ટોળું પહેલી ચોકી પાસે આવ્યું, ત્યારે પહેલી ચોકી ઉપરે મહાજનના અડધા માણસોને રોકવામાં આવ્યા. અને અડધાને મહારાજા પાસે જવાની રજા આપવામાં આવી. આવી રીતે રજા મેળવેલા માણસો જ્યારે બીજી ચોકી પાસે આવ્યા ત્યારે પણ પ્રથમની માફક, બીજી ચોકીવાળાએ પોતા પાસે જેટલા માણસો આવી હાજર થયા તેમના અડધાને રોકી, અડધાને આગળ જવા આપ્યા. આ પ્રમાણે દરેક ચોકી પાસે જેટલા માણસો જાય, તેમના અડધા રોકાય અને અડધાને

આગળ જવાની રજા આપવામાં આવે. આમ પાંચ ચેાકી પસાર કર્યા પછી જેટલા માણસેા બચ્યા તેટલા મહારાજાની સન્મુખ હાજર થયા. એમને રાજરીત પ્રમાણે ત્યાં સારેા સત્કાર મળ્યેા. અને મહાજને પણ રાજ પ્રત્યે વફાદારી બતાવવાનેા પૂરતેા વિવેક કર્યો. મહાજનનાં માણસેા બાજુ ઉપર હારબંધ ઉભા રહ્યા. અને રાજ તરફથી પહેલાને ૧ પાઘડી, બીજાને ૨ પાઘડી, ત્રીજાને ૩ પાઘડી એમ જે જે નંબર ઉપરે જે જે ઉભા હતા, તેમને તે તે નંબરના આંકની પાઘડી મળી. (એટલે સાતમા નંબરવાળાને ૭ પાઘડી, બાર નંબરવાળાને ૧૨ પાઘડી, પચીસમા નંબરવાળાને ૨૫ પાઘડી. આમ છેલ્લા નંબરવાળાનેા ૪૦ મેા નંબર હેાય તેા ૪૦ પાઘડી આમ સમજવાનું છે.) આ વિધિ થઇ રહ્યા પછી મહાજનને રજા આપવામાં આવી. પાછાં વળતાં મહાજનનાં જે જે માણસેા ચેાકી ઉપરે રેાકાયા હતા, તે બધાને સાથે તેડી આખું મહાજન પેાતાને ગામ આવ્યું, અને ત્યાં મળેલ પાઘડીઓની સંખ્યા ગણી જોઇ તેા જેટલા માણસેા ગામમાંથી મહારાજાની સલામ કરવા રવાને થયા હતા, તેટલી પાઘડીની સંખ્યા થઈ, એટલે એકેક જણાને એકેક પાઘડી આપવામાં આવી હવે કહેા કે ગામમાંથી કેટલા માણસેા પાયતખ્ત તરફ જવા રવાને થયા?

ખુલાસેા

ગામથી એકંદર માણસેા કેટલા રવાને થયા તે અજ્ઞાત સંખ્યા માટે ૧ ધારેા. ચેાકી પાંચ છે. હવે પહેલી ચેાકી ઉપરે $\frac{1}{2}$ ને રેાકવામાં આવ્યા અને $\frac{1}{2}$ ને બીજી ચેાકી તરફ આગળ જવાની રજા આપવામાં આવી. બીજી ચેાકી ઉપરે $\frac{1}{2}$ ના $\frac{1}{2}$ ને પેાતા પાસે રેાકી $\frac{1}{2}$ ના $\frac{1}{2}$ ને આગળ જવા દેવામાં આવ્યા. એટલે બીજી ચેાકી ઉપરે $\frac{1}{4}$ રેાકાયા અને $\frac{1}{4}$ ને આગળ જવા દેવામાં આવ્યા. હવે ત્રીજી ચેાકી ઉપરે $\frac{1}{4}$ ના $\frac{1}{2} = \frac{1}{8}$ ને રેાક્યા અને $\frac{1}{8}$ ને આગળ જવા દેવામાં આવ્યા ચેાથી ચેાકી ઉપરિ $\frac{1}{8}$ ના $\frac{1}{2} = \frac{1}{16}$ ને રેાક્યા અને $\frac{1}{16}$ ને આગળ જવા દેવામાં આવ્યા. પાંચમી ચેાકીએ $\frac{1}{16}$ ના $\frac{1}{2} = \frac{1}{32}$ ને રેાક્યા

અને ૧/૩૨ ને આગળ જવા દેવામાં આવ્યા. આ પ્રમાણે ૧/૩૨ માણસો મહારાજા પાસે પહોંચ્યા. આપણે માણસોની શોધી કાઢવાની સંખ્યા માટે ૧ સંખ્યા ધારી, તેથી ૧−૧/૩૨=૩૧/૩૨ સંખ્યા જૂદી જૂદી રીતે પાંચ ચોકી ઉપરે રોકાઇ રહી.

હવે જે સંખ્યા માટે આપણે ૧ ધારેલ છે, તે સંખ્યા કઇ અને તે ઉપરથી મહારાજા પાસે કેટલા માણસો જઇ શક્યા તે તે ઉપ-રથી નક્કી કરી શકાય. તે આંક શોધી કાઢવાની એક સરળ રીત એ છે જે જૂદી જૂદી ચોકીઓ ઉપરે રોકવામાં આવેલા માણસોની સંખ્યા માટે જે અપૂર્ણાંકનો આંક આવે તે આંકમાં અંશસ્થાનવાળી રકમ અને છેદસ્થાનવાળી રકમ બન્નેનો સરવાળો કરવો. એ રકમ તે, એટલા માણસો મહારાજા પાસે પહોંચ્યા એમ સમજવું. એટલે જૂદી જૂદી ચોકી ઉપરે રોકાયલા માણસો ૩૧/૩૨ છે. હવે અંશસ્થાનવાળો આંક ૩૧ + ૩૨ છેદસ્થાનવાળો અંક, એ બેનો સરવાળો=૬૩. હવે ૬૩ માણસો મહારાજા પાસે જઇ શક્યા.

આ રીતે આ દાખલાની ચાવી આપણને મળી ગઇ, તે ઉપરથી એકંદર માણસો ગામથી કેટલા રવાને થયા તે શોધી કાઢવાની ત્રણ રીતો છે; પહેલી રીતઃ—વ્યાખ્યામાં કહ્યું છે કે જે ૬૩ માણસો મહારાજા પાસે પહોંચી શક્યા. તે બધાને હારબંધ ઉભા રાખ્યા હવે પહેલા નંબરવાળાને ૧ પાઘડી, બીજા નંબરવાળાને ૨ પાઘડી, ત્રીજા નંબર-વાળાને ૩ પાઘડી અને સાતમા નંબરવાળાને ૭ પાઘડી, બારમા નંબરવાળાને ૧૨, પચીસમા નંબરવાળાને ૨૫, ત્રેસઠ નંબરવાળાને ૬૩. આ પ્રમાણે બધાને પાઘડી મળી. એટલે મહાજન મહારાજાની સલામ કરી પાછું વળ્યું. અને દરેક ચોકી ઉપરે પોતાના રોકાયલ માણસોને સાથે લઇ, પોતાને ગામ આવ્યા ત્યાં જેટલા માણસો હતા તેટલી પાઘડી થઇ, એટલે ૧, ૨, ૩ એમ ક્રમવાર ત્રેસઠ સુધીના આંકડાનો સરવાળો શું તે કહોઃ હવે આદિપદ ૧ + ૬૩ અંત્યપદ = ૬૪

પછી ૬૩ ગચ્છ. માટે ૬૪ × ૬૩ = ૪૦૩૨ પછી ૪૪૩૨ ÷ ૨ = ૨૦૧૬ માટે જવાબ. ૨૦૧૬ માણસો ગામથી નીકળ્યા.

બીજી રીતઃ—આપણે જાણીએ છીએ કે ૬૩ માણસો મહારાજા પાસે પહોંચ્યા. એટલે પાંચમી ચોકી ઉપર ૬૩ માણસો રોકાયા અને ૬૩ ને આગળ જવાની રજા મળી. એટલે ચોથી ચોકી મૂકયા પછી કુલ માણસો ૧૨૬ હતા. ત્રીજી ચોકી મૂકયા પછી. ૧૨૬ × ૨=૨૫૨ હતા. બીજી ચોકી મૂકયા પછી ૫૦૪ હતા. પહેલી ચોકી મૂકયા પછી ૫૦૪ × ૨ =૧૦૦૮ હતા. પહેલી ચોકીએ પહોંચ્યા પહેલા યાને ગામથી નીકળ્યા. તે વખતે ૧૦૦૮ × ૨ =૨૦૧૬ માણસો હતા. આ જવાબ ૨૦૧૬.

ત્રીજી રીતઃ—$\frac{૧}{૩૨}$ મહારાજા પાસે જવા પામ્યા એ આપણે જાણીએ છીએ.

તે સાથે $\frac{૧}{૩૨}$ તે ૬૩ ની બરાબર છે. હવે ત્રિરાસી પ્રમાણે

$\frac{૧}{૩૨}$: ૬૩ :: ૧ : $\frac{૩૨}{૧} \times \frac{૬૩}{૧} \times \frac{૧}{૧}$ = ૨૦૧૬ માણસો જવાબ.

મહારાજા પાસે કેટલા માણસો પોતા તે જાણ્યા પછી ઉપર બતાવેલ ત્રણ રીતોમાંથી જે રીત વાંચનારને સરળ જણાય તે રીતનો ઉપયોગ કરે.

વધુ વિવેચનઃ—આ દાખલામાં ચોકી પાંચ કહી છે. તેથી ધારેલી મૂળ સંખ્યા ૧ તે પાંચવાર $\frac{૧}{૨}$ અડધી અડધી થતી જાય. એટલે છેદમાં આવેલા ૨ ના પાંચ ઘાત ૩૨ થાય છે એટલે છેદમાં $\frac{૧}{૩૨}$ આવે. હવે જો ચાર ચોકી કહી હોય તો મહારાજા પાસે જે માણસો પહોંચે તે સંખ્યા. $(૨)^{૪}$ = ૧૬ થાય એટલે છેદમાં ૧૬ આવે એટલે $\frac{૧}{૧૬}$ મહારાજા પાસે પહોંચે. ત્રણ ચોકી હોય તો $(૨)^{૩}$ =૮ થાય એટલે છેદમાં $\frac{૧}{૮}$ આવે. બે ચોકી હોય તો $\frac{૧}{૪}$ થાય. અને ૧ ચોકી હોય તો $\frac{૧}{૨}$ થાય. તેનો જવાબ અનુક્રમે નીચે પ્રમાણે આવેઃ—

ચાર ચોકી હોય ત્યારે $\frac{૧}{૧૬}$ મહારાજા પાસે પહોંચે અને ચોકીઓ ઉપર રોકાયલાની સંખ્યા ૧ − $\frac{૧}{૧૬}$ = $\frac{૧૫}{૧૬}$ જેથી ૧૫ + ૧૬ = ૩૧

માણસો મહારાજા પાસે પોતા. હવે ૧ + ૩૧ = ૩૨ માટે ૩૨×૩૧ ÷ ૨ = ૪૯૬ જવાબ.

ત્રણ ચોકી હોય ત્યારે ૭/૧૫ મહારાજા પાસે જાય અને ૮/૧૫ પછવાડે રહી જાય માટે ૭ + ૮ =૧૫ મહારાજા પાસે પોતા. માટે ૧+૧૫=૧૬ પછે ૧૬ × ૧૫ ÷ ૨ = ૧૨૦ જવાબ.

બે ચોકી હોય ત્યારે ૩/૭ મહારાજા પાસે જાય અને ૪/૭ પછવાડે રહી જાય માટે ૩ + ૪ = ૭ મહારાજા પાસે જઇ શકે. પછી ૧+૭=૮ પછી ૮ × ૭ ÷ ૨ = ૨૮

એક ચોકી હોય ત્યારે ૧/૨ મહારાજા પાસે પોતા અને ૧/૨ પછવાડે રહી ગયા માટે ૧ + ૨ = ૩ મહારાજા પાસે ગયા. પછી ૧ + ૩ =૪ પછી ૪ × ૩ ÷ ૨ = ૬.

એકંદર		ચાર ચોકી	ત્રણ ચોકી	બે ચોકી	એક ચોકી
જવાબ	એકંદર સંખ્યા.	૪૯૬ :	૧૨૦ :	૨૮ :	૬
	મહારાજા પાસે ગયા.	૩૧ :	૧૫ :	૭ :	૩

ઉપરના દાખલામાં એવી સુચના છે કે જેટલા માણસો ચોકી ઉપરે આવે તેટલાના ૧/૨ (અડધાને) જવા દે અને અડધાને રોકી રાખે. હવે જો વ્યાખ્યામાં એમ કહેવામાં આવે કે ચોકી ઉપરે જેટલા માણસો આવ્યા તેના ૧/૩ ને જવાની રજા આપી અને ૨/૩ ને રોકી રાખ્યા.

હવે ચોકી ઉપરે જેટલા માણસો આવ્યા. તેના ૧/૫ ને રજા જવાની આપી અને ૪/૫ ને રોકી રાખ્યા.

હવે ચોકી ઉપરે જેટલા માણસો આવ્યા તેના ૧/૬ ને રજા આપવામાં આવી અને ૫/૬ ને રોકી રાખ્યા.

આવી રીતે ગમે તે પ્રમાણે વ્યાખ્યામાં ફેરફાર હોય અને કુલ માણસો કેટલા તે શોધી કાઢવાની રીત એક જ છે. જેટલી ચોકી કહી હોય તેટલા ઘાત, છેદની રકમના કરવા. એ આવેલ અપૂર્ણાંકને

૧ માંથી બાદ કરવા. પછી અંશ અને છેદવાળી રકમનો સરવાળો કરવો. જે આવે તેટલા માણસો મહારાજા પાસે પોતા એમ સમજવું અને તે ઉપરથી ઉપર જે ત્રણ રીત બતાવી છે, તેમાંની એક રીતથી કુલ માણસો કેટલા તે શોધી કાઢવું.

ઉદાહરણ: ચાર ચોકી છે. દરેક ચોકીએ ૨/૩ ને રોકી ૧/૩ ને જવા આપે છે ત્યારે કુલ માણસો કેટલા? (બાકીની વ્યાખ્યા. મૂળ વ્યાખ્યા પ્રમાણે સમજી લેવી.)

રીત:—ચોકી ચાર માટે (૧/૩ ના) ૩ ના ચાર ઘાત: ૩ × ૩ × ૩ × ૩ = ૮૧ આવ્યા. એટલે ૧/૮૧ થયા. પછી "૧ − ૧/૮૧ = ૮૦/૮૧" આવ્યા હવે ૮૦ + ૮૧ = ૧૬૧ આટલા માણસો મહારાજા પાસે પોતા. હવે ૧ + ૧૬૧ = ૧૬૨ પછી ૧૬૨ × ૧૬૧ ÷ ૨ = ૧૩૦૪૧ કુલ જવાબ ૧૩૦૪૧ માણસો ગામથી રવાના થયા હતા.

નોટ:—એજ પ્રમાણે ૧/૫ ને ૧/૬ ને જવા દે અને ૪/૫ કે ૬/૭ ને રોકતા આવે. એવા દાખલામાં આંકડા ઘણાં આવશે. તેથી એ રીતો કરી નથી બતાવી. કારણ એકની એક બાબત ફરીફરીને લખવી પડે. જેથી વાંચનારને કંટાળો કદાચ આવે.

દાખલો ૨૪ મો.

એક શેઠનો પુત્ર બીમાર પડયો. પુણ્યે પાપ ઠેલાય, એ સુત્રાનુસાર તેણે ઝાડ રોપાવ્યા, તે એવી રીતે કે પહેલે દીવસે ૧ ઝાડ, બીજે દીવસે ૧ + ૨ = ૩ ઝાડ, ત્રીજે દીવસે ૩ + ૩ = ૬ ઝાડ, ચોથે દીવસે ૬ + ૪ = ૧૦ ઝાડ, પાંચમે દીવસે ૧૦ + ૫ = ૧૫ ઝાડ, છઠ્ઠે દીવસે ૧૫ + ૬ = ૨૧ ઝાડ, સાતમે ઝાડ ૨૧ + ૭ = ૨૮ ઝાડ, આઠમે દીવસે ૨૮ + ૮ = ૩૬ ઝાડ, અને નવમે દીવસે ૩૬ + ૯ = ૪૫ ઝાડ, આ પ્રમાણે રોપાવેલ ઝાડની સંખ્યા શ્રેઢી વ્યવહારથી કહો.

રીત:—ચાલુ સરવાળાની રીતથી. ૧ + ૩ + ૬ + ૧૦ + ૧૫ + ૨૧ + ૨૮ + ૩૬ × ૪૫ = ૧૬૫ જવાબ આવ્યો.

શ્રેઢી વ્યવહારની રીતઃ—આ દાખલો સર્વધન = (સરવાળા)ના સરવાળાનો છે. અને એ સરવાળો પહેલીવારનો છે. આમાં આદિપદ ૧ છે. અને એકવારનો સરવાળો છે તેથી આદિપદમાં ૧ ઉમેરવો માટે આ વખતે આદિપદ ૨ સમજવો. અંત્યપદ ૯ માનવા અને ગચ્છ. ૪૫ માનવા. આપણે આગળ જોઈ ગયા તેમાં છેલ્લે ૨ થી ભાગવાનું કહ્યું છે. પણ આમાં જેમ આપણે આદિપદમાં ૧ ઉમેર્યો તેમ ભાગવાના ૨ ના આંકમાં ૧ ઉમેરી ૩ થી ભાગવા. ૨ + ૯ = ૧૧ પછી ૧૧ × ૪૫ = ૪૯૫ પછી ૪૯૫ ÷ ૩ = ૧૬૫ આ જવાબ.

દાખલો ૨૫ મો.

વ્યાખ્યા ઉપરના દાખલાની પરંતુ ઝાડ રોપવવાનો ક્રમ આ પ્રમાણે ૧ લે દીવસે ૧ ઝાડ, બીજે દીવસે ૧ + ૩ = ૪ ઝાડ, ત્રીજે દીવસ ૬ + ૪ = ૧૦ ઝાડ, ચોથે દીવસે ૧૦ + ૧૦ = ૨૦, ૫ મે દીવસે ૨૦ + ૧૫ = ૩૫ ઝાડ, છઠ્ઠે દીવસે ૩૫ + ૨૧ = ૫૬ ઝાડ, સાતમે દીવસે ૫૬ + ૨૮ = ૮૪ ઝાડ; આઠમે દીવસે ૮૪ + ૩૬=૧૨૦ ઝાડ, અને નવમે દીવસે ૧૨૦ + ૪૫ = ૧૬૫ ઝાડ રોપાવ્યા. કુલ ઝાડ કેટલા રોપાવ્યા તે શ્રેઢી વ્યવહારથી કહો.

રીતઃ—આમાં ૧ લે દીવસે ૧ ઝાડ છે અને ૨ જે દીવસે ૧માં ૩ ઉમેર્યા, તેનો અર્થ એકે ૧ એ આગલા દીવસનો આંક અને ૩, તે ઉપરના દાખલામાં એ દીવસનો એકંદર આંક તેવી જ રીતે ત્રીજા દીવસમાં ૬ અને ૪ ના આંક છે. તેનો અર્થ એકે, આથી ઉપરના દાખલામાં એ દીવસનો એકંદર આંક (૬) અને ૪ તે આ દાખલામાં આગલા દીવસનો એકંદર આંક. આ પ્રમાણે બાકીના દીવસો માટે સમજી લેવાનું છે.

આ દાખલો સર્વધનના સરવાળાના સરવાળાનો છે. એટલે આથી આગળના દાખલામાં આદિપદ ૨ લીધા છે માટે આમાં આદિપદ ૨ + ૧ = ૩ લેવા; અંત્યપદ આગળના દાખલા જેટલા ૯ માનવા. અને ગચ્છ આથી આગળના દાખલાનો આવેલ જવાબ આંક ૧૬૫ લેવા.

અને ભાગવાની રકમ આથી આગળના દાખલામાં ૩ સ્વીકારી હતી. તો આ દાખલામાં ૩ + ૧ = ૪ લેવી. માટે ૩ + ૯ = ૧૨ પછી ૧૨ × ૧૬૫ ÷ ૪ = ૯૫. માટે જવાબ ૪૯૫ ઝાડ.

આ પ્રમાણે સરવાળાના સરવાળા, પછી તેના સરવાળા કરી દાખલા લંબાવવાની ઇચ્છા હોય તો બની શકે એમ છે.

દાખલો ૨૬ મો.

એક શાહુકારને ત્યાં પુત્ર જન્મ થયો, તેની ખુશાલીમાં, તે ગામની

વર્ગનો નંબર.	૧ લે દીવસે	૨ જે દીવસે	૩ જે દીવસે	૪ થે દીવસે	૫ મે દીવસે	૬ ઠ્ઠે દીવસે	
૧ લું ધોરણ	૧	૧	૧	૧	૧	૧	
૨ જું ,,	૨	૩	૪	૫	૬	૭	
૩ જું ,,	૩	૬	૧૦	૧૫	૨૧	૨૮	
૪ થું ,,	૪	૧૦	૨૦	૩૫	૫૬	૮૪	
૫ મું ,,	૫	૧૫	૩૫	૭૦	૧૨૬	૨૧૦	
૬ ઠ્ઠું ,,	૬	૨૧	૫૬	૧૨૬	૨૫૨	૪૬૨	
સરવાળો	૨૧	૫૬	૧૨૬	૨૫૨	૪૬૨	૭૯૨	ટોટલ = ૧૭૦૯

સ્કૂલમાં મારજીનમાં બતાવ્યા પ્રમાણે ૭ ધોરણોમાં ૭ દીવસ સુધી રૂપીઆ ઇનામમાં આપ્યા. ત્યારે કુલ રૂપીઆ કેટલા અપાયા તે શ્રેઢી વ્યવહારની રીતથી કહો.

રીતઃ પ્રથમ ૧ થી ૬ સુધીનું સર્વધન કરો.

૧ + ૬ = ૭ : ૭ × ૬ ÷ ૨ = ૨૧ આ ઇનામ બધા ધોરણમાં.

પહેલા દીવસનું બધા ધોરણમાં ઇનામ (૨૧)

પછી ૨ + ૬ = ૮ : પછી ૮ × ૨૧ = ૧૬૮ પછી.

૧૬૮ ÷ ૩ = ૫૬ : આ બીજા દીવસનું

પછી ૩ + ૬ = ૯ પછી ૯ × ૫૬ = ૫૦૪ પછી.

૫૦૪ ÷ ૪ = ૧૨૬ : આ ત્રીજા દીવસનું

પછી ૪ + ૬ = ૧૦, પછી ૧૦ × ૧૨૬ = ૧૨૬૦ પછી
૧૨૬૦ ÷ ૫ = ૨૫૨ આ ચોથા દીવસનું
પછી ૫ + ૬ = ૧૧, પછી ૧૧ × ૨૫૨ = ૨૭૭૨ પછી
૨૭૭૨ ÷ ૬ = ૪૬૨ આ પાંચમા દીવસનું
પછી ૬ + ૬ = ૧૨, પછી ૧૨ × ૪૬૨ = ૫૫૪૪, પછી
૫૫૪૪ ÷ ૭ = ૭૯૨ આ છટ્ટા દીવસનું

આ બધાનો સરવાળો. ૧૭૦૯ રૂપીઆ. બધા. ધોરણોમાં ઇનામ તરીકે અપાયા. આ પ્રમાણે ગમે તેટલા લાંબા કોઠા બનાવી શકાય એમ છે.

રકમ ગુપ્ત હોય છતાં સરવાળો કહી શકાય.

દાખલો ૨૭ મો.

સામા માણસને કહેવું કે ગમે તે રકમ લખે અને આપણાથી તે ગુપ્ત રાખે. તેના અંકસ્થાન જેટલા હોય તે નંબર આપણને કહે. પછી તે નીચે સામા ધણીની મરજીમાં આવે તેટલી સંખ્યાઓ બીજા જણા લખે. મૂળ ગુપ્ત રાખેલ સંખ્યામાં જેટલા અંકસ્થાન હોય તેથી વધુ અંકસ્થાનવાળી સંખ્યાઓ, મૂળ ગુપ્ત રાખેલ સંખ્યા નીચે ન આવવી જોઇએ, થોડા અંકસ્થાન વાળી સંખ્યા હોય તો અડચણ નહિ. મૂળ ગુપ્ત રાખેલ સંખ્યા ભલે છેવટ સુધી આપણાથી ગુપ્ત રાખવામાં આવે, પરંતુ તે નીચે જેટલી વધારાની સંખ્યાઓ લખવામાં આવી હોય તેટલી બીજી સંખ્યાઓ આપણને તે નીચે લખવા લખવા આપે. આ બધી રકમોનો સરવાળો આપણે અગાઉથી કહી આપીએ.

રીતઃ—મૂળ ગુપ્ત રાખેલ સંખ્યા નીચે જેટલી નવી રકમો લખાય તેનો આંક, મૂળ ગુપ્ત રાખેલ આંકમાંથી બાદ કરવો, અને એ આંક, મૂળ ગુપ્ત રાખેલ રકમની ડાબી બાજુએ મૂકી દેવો. આ પ્રમાણે જે રકમ તૈયાર થાય તેજ સરવાળો આવવાનો

સામો માણસ ૧૨૩૪૫ (બારહજાર ત્રણસો પિસતાલીસ) રકમ આપણાથી ગુપ્ત રાખે છે, એ નીચે બીજા પાંચ જણા નવી રકમો લખાવાના છે, એ પાંચ નવી રકમો નીચે આપણને પણ બીજી પાંચ રકમ આપણી મરજી પ્રમાણે લખવાની છે. હવે એ બધાનો સરવાળો (આ રીતે આવશે):–૧૨૩૪૫ માંથી બીજા લખનારા પાંચ માટે ૫ બાદ કરવા એટલે આવશે ૧૨૩૪૦ પછી એ ૫ ના આંકને ૧૨૩૪૦ ની ડાબી બાજુએ મૂકવો ૫૧૨૩૪૦ આ પ્રમાણે જવાબ આવ્યો.

૫૧૨૩૪૦. | સ્પષ્ટ વિવેચનઃ—

મૂળ ગુપ્ત રાખેલ રકમ		૧૨૩૪૫
આ નીચે બીજી પાંચ રકમો લખો જેના અંકસ્થાન મૂળ ગુપ્ત રાખેલ રકમના અંકસ્થાન જે ૫ છે તેથી વધુ ન હોવા જોઇએ.	પહેલી રકમ	૬૭૮૯૦
	બીજી રકમ	૨૧૪૩૫
	ત્રીજી રકમ	૪૩૫૧૨
	ચોથી રકમ	૫૪૩૨૧
	પાંચમી રકમ	૩૨૧૫૪
હવે આપણને ઉપલી પાંચ રકમો નીચે બીજી પાંચ રકમો લખવાની છે તેની રીતઃ–પહેલી રકમના પાંચમાં અંકસ્થાનમાં ૬ છે માટે આપણે જે પહેલી રકમની પૂર્તિ કરવાના લઇએ તેના પાંચમાં અંકસ્થાનમાં ૩ લખવા; કારણ ૯ માંથી ૬ બાદ કરીએ તો	૧લી રકમની પૂર્તિ	૩૨૧૦૯
	૨જી ,, ,,	૭૮૫૬૪
	૩જી ,, ,,	૫૬૪૮૭
	૪થી ,, ,,	૪૫૬૭૮
	૫મી ,, ,,	૬૭૮૪૫
	સરવાળો	૫૧૨૩૪૦

બાકી ૩ રહે. એ રીતે પહેલી રકમના ચોથા અંકસ્થાનમાં ૭ છે તેથી પહેલી રકમની પૂર્તિવાળી રકમના ચોથા સ્થાનમાં ૯ – ૭ = ૨ મૂકવા. આવી રીતે જે જે રકમનો જે જે આંક આપણે હાથમાં લઇએ ત્યારે તે તે રકમની પૂર્તિવાળી રકમના તે તે અંકસ્થાનમાં નવો આંક લખવા પહેલાં, તે આંક ૯ માંથી બાદ કરવો, અને બાકી જે રહે, તેને પૂર્તિવાળી રકમના નવા અંકસ્થાનમાં મૂકવો. આ રીતે પહેલી પૂર્તિ કરવી, પછી બીજી રકમની પૂર્તિ કરવી આ રીતે બધી

રકમોની પૂર્તિ થઈ જાય ત્યાં સુધી ક્રિયા ચાલુ રાખવી. જ્યાં અંક-સ્થાનમાં શૂન્ય હોય ત્યાં પૂર્તિમાં ૯ મૂકવા અને જો ૯ હોય તો પૂર્તિમાં ૦ શૂન્ય મૂકવો. પછી બધી રકમોનો સરવાળો કરીએ તો, પાંચલાખ, બારહજાર ત્રણસો ચાલીસ આવશે.

આવા દાખલામાં ખુબી એ છે જે મૂળ રકમ ગુપ્ત રહે છે. અને બાકીની જે રકમો બીજા પાંચ જણા લખે છે, તે નીચે ફરી આપણે પાંચવાર લખીએ છીએ, એમાં એમ થાય છે કે, જે પાંચ રકમો લખાઈ અને આપણે પાંચ રકમોની પૂર્તિ કરી તેથી, એ એનો સરવાળો ૯ થયો તે સ્પષ્ટ છે. આવી રીતે પાંચ રકમો ૯૯૯૯૯ ની થાય. માટે ૯૯૯૯૯ × ૫ = ૪૯૯૯૯૫ થઈ. હવે મૂળ રકમ ૧૨૩૪૫ + ૪૯૯૯૯૫ = ૫૧૨૩૪૦ સરવાળો આવે.

નિર્જીવ વાતમાં ગંભીર સાર.

દાખલો ૨૮ મો.

એક છત્રપતિ મહારાજા, મરણપથારીએથી, શ્રી પ્રભુ કૃપાએ સંપૂર્ણ આરોગ્યતા પ્રાપ્ત કરી ઊઠી ઉભા થયા. આની ખુશાલીમાં તેમણે દરબાર ભરી, રાજ્યવૈદ્યની સ્તુતિ કરી ત્રણ પાંચડાની રકમ ઇનામમાં આપવા ફરમાવ્યું. મહારાજાનો જીવ બચ્યો અને પોતાનું સૌભાગ્ય કાયમ રહ્યું એ આભારની લાગણીથી પટરાણીએ ઉપલી રકમમાં જમણી તરફ આગળ ૦ શૂન્ય વધારી આપ્યું. પાટવી કુમારે, પિતૃભક્તિ બતાવવા તૈયાર થએલ રકમની મધ્યમાં ૧ મૂકાવ્યો. રાજ્યની છત્રછાયા નીચે પોતાના વડીલોની અને પોતાની આંટ–લાજ–સચવાતી રહી છે, એવી માન્યતાવાળા નગરશેઠે, પોતાના કુળની લાજ વધારવા માટે તૈયાર થએલ રકમની જમણી તરફ ૨ (બગડો) મૂકાવ્યો. વૈદ્યરાજે, પોતાને આ પ્રમાણે મળેલ ઇનામમાંથી નવમા ભાગના રૂપીઆ અલગ કહાડી, તેમાંથી પોતાના સદ્‌ગત પૂજ્ય પિતાશ્રીના સ્મરણાર્થે એક ભવ્ય

આરોગ્યભુવન બંધાવ્યું અને સાર્વજનિક હિતાર્થે વાપરવા માટે શ્રી રાજ્યને અર્પણ કર્યું. છેવટે વૈદ્યરાજ પાસે જે ધન બચ્યું તેમાંથી રૂપીએ ૧ આનો અલગ કહાડી ભુવનના ચાલુ નિભાવ માટે રાજ્યને એ રકમ સુપ્રત કરી. કહો ત્યારે દરેક જણે વૈદ્યરાજને શું શું આપ્યું અને વૈદ્યરાજે ભુવન બંધાવવા માટે અને તેના નિભાવ માટે શું શું આપ્યું અને છેવટે વૈદ્યરાજ પાસે કેટલા રૂપીઆ રહ્યા ?

ખુલાસો

મહારાજાએ ત્રણ પાંચડાની રકમ આપી	૫૫૫
પટરાણીએ એ રકમની આગળ ૦ મૂકતાં જે રકમ થાય એટલી રકમ આપી. પ્રથમ ૫૫૫ ની રકમ છે, તે આગળ ૦ મૂકાય એટલે ૫૫૫૦ થાય. હવે ૫૫૫ માં ૪૯૯૫ ઉમેરીએ એટલે ૫૫૫૦ થાય માટે પટરાણીએ ૪૯૯૫ રૂપીઆ આપ્યા.	૫૫૫૦
પાટવી કુમારે આ રીતે તૈયાર થએલ રકમ ૫૫૫૦ ની મધ્યમાં ૧ મૂક્યો એટલે ૫૫૧૫૦ રકમ તૈયાર થઇ. હવે ૫૫૫૦ માં ૪૯૬૦૦ રૂપીઆ ઉમેરીએ ત્યારે ૫૫૧૫૦ ની રકમ તૈયાર થાય. માટે પાટવીકુમારે ૪૯૬૦૦ રૂપીઆ આપ્યા.	૫૫૧૫૦
નગરશેઠે એ ૫૫૧૫૦ રકમની આગળ જમણી તરફ ૨ બગડો મૂકાવ્યો એટલે ૫૫૧૫૦ માંથી ૫૫૧૫૦૨ રકમ કરાવી અપાવી. જેથી ૫૫૧૫૦ માં ૪૯૬૩૫૨ રૂપીઆ ઉમેરીએ ત્યારે ૫૫૧૫૦૨ ની રકમ તૈયાર થાય. નગરશેઠે ૪૯૬૩૫૨ રૂપીઆ આપ્યા.	૫૫૧૫૦૨

આ પ્રમાણે વૈદ્યરાજને કુલ રૂપીઆ ૫૫૧૫૦૨ મળ્યા. તેમાંથી નવમા ભાગના(૫૫૧૫૦૨ ÷ ૯) = ૬૧૨૭૮ રૂપીઆ આરોગ્યભુવન માટે વૈદ્યરાજે આપ્યા. બાકી રહ્યા (૫૫૧૫૦૨−૬૧૨૭૮) = ૪૯૦૨૨૪

રૂપીઆ તેમાંથી રૂપીએ ૧ આના લેખે એટલે (૪૯૦૨૨૪ ÷ ૧૬) = ૩૦૬૩૯ રૂપીઆ થયા તે આરોગ્ય-ભુવનના નિભાવ માટે આપ્યા. બાકી વૈદ્યરાજ પાસે ૪૯૦૨૨૪–૩૦૬૩૯ = ૪૫૯૫૮૫ રૂપીઆ રહ્યા.

જવાબની તારીજ

મહારાજાએ	આપ્યા રૂપીઆ	...	...	૫૫૫	}	૫૫૧૫૦૨
મહારાણીએ	,, ,,	...	...	૪૯૯૫		
પાટવી કુમારે	,, ,,	...	...	૪૯૬૦૦		
નગરશેઠે	,, ,,	...	...	૪૯૬૩૫૨		
આરોગ્યભુવન માટે	,, ,,	...	...	૬૧૨૭૮	}	૫૫૧૫૦૨
,, ,, ના નિભાવ માટે	,,	...	...	૩૦૬૩૯		
વૈદ્યરાજ પાસે બાકી રહ્યા રૂપીઆ		...	...	૪૫૯૫૮૫		

બાદબાકી

નિર્જીવ વાતમાં ગર્ભિત સાર.

દાખલો ૨૯ મો.

ત્રણ સત્તા, એક બગડો, આગળ પાછળ સોળ;
જમાઇ બગડો લઇ ગયો, થયો ત્યાં કાકારોળ. (કાગારોળ)
ચતુર નર તો પારખો, હિસાબથી એ રહેલ;
જમાઇની સંખ્યા તમે, આણી આપો પહેલ.

અર્થઃ–ત્રણ સત્તા એટલે ત્રણ સાતડાની એક રકમ લખો. ૭૭૭
એ પ્રમાણે તૈયાર થએલ રકમની આગળ ૨ (બગડો) મૂકો. ૭૭૭૨
એ રકમની આગળ અને પાછળ સોળ મૂકો. ૧૬૭૭૭૨૧૬

આ રીતે વ્યાખ્યામાં આપેલ પહેલી લીટી પ્રમાણેની રકમ તૈયાર થઇ (એક, કરોડ, ૬૭ લાખ, ૭૭ હજાર બસો સોળ). આમાંથી ૨ (બગડો) જમાઇ લઇ જાય તો પછીની રકમ ૧૬ લાખ, ૭૭ હજાર, ૭ સોને ૧૭ રહે. (૧૬૭૭૭૧૬) યાને પ્રથમ ૮ અંકસ્થાન હતા તે બદલ ૨ (બગડો) નીકળી જવાથી ૭ અંકસ્થાન રહ્યા.

એટલે ૧૬૭૭૭૨૧૬ માંથી ૧૫૦૯૯૫૦૦ બાદ કરીએ ત્યારે ૧૬૭૭૭૧૬ જવાબ આવે. આ રીતે જમાઇ બગડો લઈ લે છે તેનો અર્થ એટલો જ કે જમાઇ ૧ કરોડ, ૫૦ લાખ ૯૯ હજાર પાંચસોની રકમ ઉચાપત કરે છે. આટલી મોટી રકમ જમાઇ લઇ જાય ત્યારે કાગારોળ = (કલેશ) થાય એમાં નવાઇ નથી. આ રીતે બગડાનો મહિમા વર્ણવ્યો. એટલે નિર્જીવ વાતમાં ગર્ભિતસાર બતાવ્યો.

દાખલો ૩૦ મો.

અજાયબ બાદબાકી.

બાદબાકીમાં ત્રણ વિભાગ હોય છે (૧) અધિકાંક = મોટી રકમ (૨) નાની રકમ = ન્યૂનાંક અને (૩) જવાબ.

મોટી રકમ એવી રીતે ગોઠવો કે તેના બધા અંકસ્થાનનો સરવાળો ૪૫ થાય, નાની રકમ એવી રીતે ગોઠવો કે તેના એ બધા આંકનો સરવાળો ૪૫ થાય અને બાદબાકીના જવાબના બધા અંકસ્થાનનો સરવાળો પણ ૪૫ આવે. આમાં દરેક આંક એક જ વાર આવવો જોઇએ, અને કોઈ પણ આંક આવ્યા વગર રહેવો ન જોઇએ.

રીતઃ—		૯૮૭૬૫૪૩૨૧	મોટી રકમમાંથી
	બાદ	૧૨૩૪૫૬૭૮૯	નાની રકમ
	બાકી	૮૬૪૧૯૭૫૩૨	જવાબ.

બ. કેટલીકવાર એમ કહેવામાં આવે છે કે બે રકમો સરખી છે. એકમાંથી અમુક રકમ બાદ કરો અને બીજીમાંથી અમુક બાદ કરો તો એક સંખ્યા બીજીથી બમણી થાએ કે ત્રણગણી, કે ચારગણી થાય વગેરેઃ

ઉદા૦ **અઃ**—બે સંખ્યા સરખી છે એકમાંથી ૭ બાદ કરો અને બીજીમાંથી ૧૩ બાદ કરો તો એક સંખ્યા બીજીથી બમણી થશે, માટે મૂળ સંખ્યા કઇ.

રીતઃ—આ દાખલા બીજગણિતથી થાય. આંહી અંકગણિતની રીત આપી છે. પ્રથમ બાદ કરવાની મેાટી રકમના બમણા કરવા. પછી બાદ કરવાની નાની રકમ તેમાંથી બાદ કરવી. જે આવે તે જવાબઃ ૧૩ × ૨ = ૨૬ હવે ૨૬ − ૭ = ૧૯. બે સરખી રકમ તે ૧૯. (૧૯ − ૭ = ૧૨ અને ૧૯ − ૧૩ = ૬ હવે ૬ થી ૧૨ બમણા.)

ઉદા૦ ૫:—બે સંખ્યા સરખી છે. એકમાંથી ૭ બાદ કરેા અને બીજીમાંથી ૧૩ બાદ કરેા તેા એક રકમ બીજીથી ત્રણગણી થાએ. માટે મૂળ રકમ કઇ.

રીતઃ—૧૩ × ૩ = ૩૯ (આમાં ત્રણગણા કહ્યા છે માટે ૩ થી ગુણ્યા) હવે ૩૯ − ૭ = ૩૨. (આંહી ૩ ગણા કહ્યા છે માટે તેમાંથી ૧ બાદ કરવેા ૩ − ૧ = ૨ આ એને ભાજક માનવેા) હવે ૩૨ ÷ ૨ = ૧૬ એ માગેલી રકમ. તેની ખાતરી, ૧૬ − ૭ = ૯ અને ૧૬ − ૧૩ = ૩. એટલે ૯ એ ૩ થી ત્રણગણા.

ઉદા૦ ૬:—બે સંખ્યા સરખી છે. એકમાંથી ૭ બાદ કરેા અને બીજીમાંથી ૧૩ બાદ કરેા તેા એક સંખ્યા બીજીથી ચારગણી મેાટી થાય ત્યારે એ બે સંખ્યા કઇ?

રીતઃ—૧૩ × ૪ = ૫૨ (આંહી ચારગણા થાય એમ કહ્યું છે માટે ૪ થી ગુણ્યા હવે ૪ ગણા છે માટે ૪ માંથી ૧ બાદ કરવાથી ૩ આવે તેને ભાજક માનવેા) હવે ૫૨ − ૭ = ૪૫. હવે ૪૫ ÷ ૩ = ૧૫ આ માગેલી રકમ આવી. તેની ખાતરી ૧૫ − ૭ = ૮ અને ૧૫ − ૧૩ = ૨: આઠ એ બેથી ચારગણા છે.

તમારી મરજી પડે તે આંકડા ધારવા. આવી જ અજાયબી પક્ષીના ટેાળાની અદલાબદલીવાળા દાખલામાં જેવામાં આવશે. (જુએા આ ગણિતના બીજા ભાગમાં દાખલેા ૧૮૭ મેા.)

ગુણાકાર

દાખલો ૩૧ મો.

કેટલીક ટુંકી રીતો

(૧) જ્યારે કોઈ પણ પૂર્ણાંક રકમને ૫ થી ગુણવા હોય ત્યારે ગુણ્ય રકમની આગળ જમણી તરફ ૦ શૂન્ય મૂકી તૈયાર થએલ રકમને ૨ થી ભાગવા. ઉદાહરણઃ–૧૨૩૪ × ૫. માટે ૧૨૩૪૦ ÷ ૨ = ૬૧૭૦ જવાબ.

(૨) જ્યારે કોઇ પણ પૂર્ણાંક રકમને ૨૫ થી ગુણવા હોય ત્યારે ગુણ્ય રકમની આગળ જમણી તરફ ૦૦ બે શૂન્ય મૂકી તૈયાર થએલ રકમને ૪ થી ભાગવા.

ઉદાહરણઃ—૩૪૨ × ૨૫ માટે ૩૪૨૦૦ ÷ ૪ = ૮૫૫૦ જવાબ.

(૩) જ્યારે કોઇ પણ પૂર્ણાંક રકમને ૧૨૫ થી ગુણવા હોય ત્યારે ગુણ્ય રકમની આગળ જમણે હાથે ૦૦૦ ત્રણ શૂન્ય મૂકી તૈયાર થએલ રકમને ૮ થી ભાગવા.

ઉદાહરણઃ—૨૮૫ × ૧૨૫ માટે ૨૮૫૦૦૦ ÷ ૮ = ૩૫૬૨૫ જ૦

(૪) જ્યારે કોઈ પણ પૂર્ણાંક રકમને ૧૫ થી ગુણવા હોય ત્યારે ગુણ્ય રકમની આગળ જમણે હાથે ૦ શૂન્ય મૂકવું. પછી તૈયાર થએલ રકમમાં તે તૈયાર થએલ રકમનું અડધું ઉમેરવું.

ઉદાહરણઃ—૪૩૮ × ૧૫ માટે ૪૩૮૦ + ($\frac{૪૩૮૦}{૨}$ = ૨૧૯૦) ૨૧૯૦ માટે ૬૫૭૦ જવાબ.

(૫) જ્યારે કોઇ પણ પૂર્ણાંક રકમને ૭૫ થી ગુણવા હોય ત્યારે ગુણ્ય રકમની આગળ ૦૦ બે મીંડાં મૂકી રકમ તૈયાર કરવી. પછી તૈયાર થએલ રકમમાંથી, તૈયાર થએલ રકમનો ચોથો ભાગ બાદ કરવો.

ઉદાહરણઃ--૩૧૨ × ૭૫ માટે ૩૧૨૦૦ – (૩૧૨૦૦ ÷ ૪) = ૩૧૨૦૦ – ૭૮૦૦ હવે જવાબ ૨૩૪૦૦.

(૬) જ્યારે કોઈ પણ પૂર્ણાંક રકમને ૯ થી, ૯૯ થી, ૯૯૯ થી, ૯૯૯૯ થી અને એજ પ્રમાણે ગમે તેટલા નવડાની રકમથી ગુણવા હોય ત્યારે જેટલા નવડાની રકમ ગુણકમાં હોય તેટલા શૂન્ય ગુણ્ય રકમમાં જમણે હાથે ઉમેરવા અને એ રીતે તૈયાર થએલ રકમમાંથી મૂળ ગુણ્યની રકમ બાદ કરવી,

૧ ઉદાહરણ. ૧૨૩ × ૯ માટે ૧૨૩૦–૧૨૩ = ૧૧૦૭ જવાબ.

૨ ઉદાહરણ. ૧૨૩ × ૯૯ માટે ૧૨૩૦૦–૧૨૩=૧૨૧૭૭ જ૦

૩ ઉદાહરણ. ૩૨૧×૯૯૯ માટે ૩૨૧૦૦૦–૩૨૧=૩૨૦૬૭૯ જ૦

૪ ઉદા૦ ૩૨૧×૯૯૯૯ માટે ૩૨૧૦૦૦૦–૩૨૧=૩૨૦૯૬૭૯ જ૦

(૭) જ્યારે કોઈપણ રકમને ૧૧ થી ગુણવા હોય ત્યારે (અ) જો ગુણ્ય રકમમાં બે અંકસ્થાન હોય તો તે બે અંકસ્થાનની વચ્ચે એ બે આંકડાનો સરવાળો મૂકી દેવો, જો સરવાળો કરતાં કંઈ વદી આવે તો તે વદી ડાબી તરફના અંકસ્થાનમાં ઉમેરવી.

ઉદાહરણ:—૫૩ × ૧૧ હવે ૫ + ૩ = ૮ માટે ૫ અને ૩ ની વચ્ચે ૮ મૂકવા એટલે ૫૮૩ થાય એ જવાબ ૫૮૩.

ઉદાહરણ:–૭૮ × ૧૧ હવે ૭ + ૮ = ૧૫ આમાં ૧ વદી આવી તે ૭ માં ઉમેરવી માટે ૭ અને ૮ ની વચ્ચમાં ૫ આવે પણ ૭ માં ૧ વદી આવે એટલે ૭ માંથી ૮ થાય. તેથી ૭ અને ૮ છે તે બદલ ૮ અને ૮ થાય અને એ બેની વચ્ચે ૫ આવે માટે જવાબ ૮૫૮ આવે

(બ) જો ગુણ્યની રકમમાં ૩ અંકસ્થાન હોય તો ગુણ્ય રકમના પહેલા અને ત્રીજા અંકસ્થાન વચ્ચે નીચે પ્રમાણે આંકડા મૂકવા:—

(૧) પ્રથમ ૧ લા અને બીજા અંકસ્થાનનો સરવાળો જો કંઈપણ વદી આવે તે નિયમ પ્રમાણે જ્યાં ઉમેરવી યોગ્ય હોય ત્યાં ઉમેરવી.

ઉદાહરણ:—૧૨૩ × ૧૧ માટે ૧ અને ૩ ની વચ્ચે પ્રથમ ૩ + ૨ = ૫ લખવા. પછી ૨ + ૧ = ૩ લખવા માટે ૧૩૫૩ જવાબ.

ઉદાહરણ:—૯૮૭ × ૧૧ માટે ૯ અને ૭ ની વચ્ચમાં ૮ + ૭ = ૧૫ નો ૫ અને ૧ વદી હાથમાં રાખી. પછી ૯ + ૮ = ૧૭ તેમાં

આગળની ૧ વદી ઉમેરી એટલે થયા ૧૮ આમાં ૮ આ રીતે આવ્યા તેને એ આંક ૯ અને ૭ની વચ્ચે મૂકવાના. પછી ૧૮ માંથી ૧ વદી આવી તે ૯ માં ઉમેરી એટલે થયા ૧૦. માટે જવાબ ૧૦૮૫૭ આવ્યા.

આ ઉપરથી સ્હેજ સમજાય એમ છે કે જો ગુણ્ય રકમમાં બે અંકસ્થાન હેાય તેા એકવાર સરવાળેા થાય, ત્રણ અંકસ્થાન હેાય તેા બે વાર સરવાળેા થાય. અને જો ચાર અંકસ્થાન વાળી રકમ હેાય તેા ત્રણવાર સરવાળેા થાય. આ પ્રમાણે સમજી લેવું.

(૮) જ્યારે બે અંકસ્થાનવાળી કેાઇપણ એક રકમને, બે અંકસ્થાનવાળી બીજી રકમથી ગુણવા હેાય અને એ બન્ને રકમેાના દશકસ્થાન એક જ હેાય અને એ બન્ને રકમેાના એકમ સ્થાનના આંકનેા સરવાળેા ૧૦ થી વધુ ન હેાય, ત્યારે ગુણ્ય રકમના દશકસ્થાનના આંકમાં ૧ ઉમેરી. ગુણક રકમના દશકસ્થાનથી ગુણવા. પછી જમણી તરફ બે મીંડા મૂકવા. પછી બન્ને રકમેાના એકમસ્થાનની રકમેાનેા ગુણાકાર તેમાં ઉમેરવેા.

ઉદાહરણઃ—૬૭ × ૬૩ : રીતઃ–ગુણ્ય ૬૭ ની રકમના ૬ માં ૧ ઉમેર્યો એટલે આવ્યા ૭ પછી તેને ગુણક રકમ ૬૩ ના ૬ થી ગુણવા. એટલે આવ્યા ૪૨ પછી ૦૦ મીંડા આગળ મૂકયા એટલે થયા ૪૨૦૦ પછી ૭ × ૩ = ૨૧ તે ઉમેરવા એટલે ૪૨૨૧ થયા.

ઉદાહરણઃ ૮૬ × ૮૪ માટે ૮ + ૧ = ૯ પછી ૯×૮=૭૨ પછી ૭૨૦૦ પછી ૬ × ૪ = ૨૪ પછી ૭૨૨૪ જવાબ.

દાખલેા ૩૨ મેા.

વર્ગ (સ્કેવર) બનાવવાની સ્હેલી રીત.

વર્ગ એટલે એક રકમને એજ રકમથી ગુણીએ અને જે જવાબ આવે તે વર્ગ કહેવાય. જેમકે ૨ × ૨ = ૪ : ૫ × ૫ = ૨૫ : ચાર એ બેનેા વર્ગ અને ૨૫ એ ૫ નેા વર્ગ. યાને દ્વીઘાત = બે ઘાત

૧ થી ૯ સુધીના કેાઇપણ આંકડાની એક સરખી રકમ ગમે તેટલી નાની કે મેાટી હેાય તેા તેના વર્ગ નીચેની બતાવેલ રીતે સ્હેલાઇથી થઇ શકે એમ છે.

ગણિતમાં નવ આંકડા આપ્યા છે, તેમાં એક, ત્રણ, ૭ અને નવની ખાસીયતનું આપણે બારીક નિરીક્ષણ કરીએ તો આપણને જરૂર સાનંદાશ્ચર્ય થાય એમ છે; કારણ કે એ ચાર આંકડામાંની ગમે તે એક આંકડાની ગમે તેવડી નાની મોટી રકમ બનાવી આપણે તેનો વર્ગ કરશું તો એકદમ સરળ રીતે વર્ગ નીકળી આવશે.

ગણિતમાં વર્ગ લખવાની ટુંકી રીત આપી છે. જેમકે ૧૧×૧૧ એમ લખીએ તે કરતાં $(૧૧)^૨$ આમ લખીએ તો સ્થળ અને સમયનો બચાવ થાય. $(૧૧૧૧)^૨$ = ૧૧૧૧ × ૧૧૧૧ ની બરાબર છે એમ સમજવું. આ નવ આંકડામાં ૧ એ બધાનું મૂળ છે. માટે પ્રથમ એકડાની બનેલી રકમોનો વર્ગ શું, તેની સરળ રીત બતાવવા આ નીચે કોઠો આપ્યો છે.

ઉદાહરણ: રકમ   વર્ગ.

$(૧)^૨$ = ૧

$(૧૧)^૨$ = ૧૨૧

$(૧૧૧)^૨$ = ૧૨૩૨૧

$(૧૧૧૧)^૨$ = ૧૨૩૪૩૨૧

$(૧૧૧૧૧)^૨$ = ૧૨૩૪૫૪૩૨૧

$(૧૧૧૧૧૧)^૨$ = ૧૨૩૪૫૬૫૪૩૨૧

$(૧૧૧૧૧૧૧)^૨$ = ૧૨૩૪૫૬૭૬૫૪૩૨૧

$(૧૧૧૧૧૧૧૧)^૨$ = ૧૨૩૪૫૬૭૮૭૬૫૪૩૨૧

$(૧૧૧૧૧૧૧૧૧)^૨$ = ૧૨૩૪૫૬૭૮૯૮૭૬૫૪૩૨૧

રીત:—જેટલા એકડાની રકમનો વર્ગ બનાવવો હોય ત્યારે તેટલામો આંક વચ્ચમાં લખવો અને ત્યાર પછી ક્રમવાર ઉતરતા આંક તેની ડાબી અને જમણી બાજુએ લખવા અને જ્યારે બન્ને બાજુએ એકડો આવી રહે ત્યારે વર્ગની રકમ તૈયાર થઇ એમ સમજવું. ઉપરનો કોઠો જુઓ.

હવે જાણે નવ એકડાની રકમનો વર્ગ કરવો છે ત્યારે પ્રથમ એકડા નવ છે માટે ૯ નો આંક વચ્ચમાં લખ્યો અને પછી તેની બન્ને બાજુએ, નવથી ઉતરતા ક્રમવાર આંક લખ્યા. છેલ્લે બન્ને બાજુએ એકડો આવ્યો, ત્યારે રકમ પૂરી થઇ. માટે નવ એકડાની રકમનો વર્ગ કોઠામાં બતાવેલ સૌથી છેલ્લી રકમ થઇ ૧૨૩૪૫૬૭૮૯૮૭૬૫૪૩૨૧.

આ એકડાના કોઠાને સામાન્ય માપ સમજવો. આ ઉપરથી બીજી ગમે તે આંકડાની એક સરખી રકમનો વર્ગ કરવો હોય તો થઇ શકે, અને તેવા બધા માટે એકજ નિયમ છે: હવે ૨ નો વર્ગ ૪; ૩ નો વર્ગ ૯; ૪ નો વર્ગ ૧૬; ૫ નો વર્ગ ૨૫; ૬ નો વર્ગ ૩૬; ૭ નો વર્ગ ૪૯; ૮ નો વર્ગ ૬૪ અને ૯ નો વર્ગ ૮૧:

હવે જો આપણને ૪૪૪૪૪ રકમનો વર્ગ શું એ શોધી કાઢવું હોય તો આમાં ચોગડા પાંચ છે માટે પ્રથમ પાંચ એકડાની રકમનો વર્ગ પાનાં ઉપર લખવો, તે સંખ્યા, ૧૨૩૪૫૪૩૨૧ થઇ. હવે આ રકમને ગુણ્ય રકમ સમજવી અને ૪ નો વર્ગ ૧૬ ને ગુણક રકમ સમજવી પછી ગુણ્ય અને ગુણકનો ગુણાકાર કરવો (૧૨૩૪૫૪૩૨૧ × ૧૬) = ૧૯૭૫૨૬૯૧૩૬ જવાબ.

આ. ૪૪૪૪૪ રકમનો વર્ગ આવ્યો.

આ પ્રમાણે કોઇપણ આંકની રકમનો વર્ગ બની શકે એમ છે. ગુણ્યની રકમ એકડાની માનવી અને ગુણક રકમ ૨ થી ૯ સુધીના એક આંકના વર્ગની આવે, એ ધ્યાનમાં રાખવું. આ નિયમ ત્રગડા,

ત્રગડાની રકમોના વર્ગનો કોઠો

રકમો	વર્ગ
(૩)^{2} =	૦૯
(૩૩)^{2} =	૧૦૮૯
(૩૩૩)^{2} =	૧૧૦૮૮૯
(૩૩૩૩)^{2} =	૧૧૧૦૮૮૮૯
(૩૩૩૩૩)^{2} =	૧૧૧૧૦૮૮૮૮૯
(૩૩૩૩૩૩)^{2} =	૧૧૧૧૧૦૮૮૮૮૮૯
(૩૩૩૩૩૩૩)^{2} =	૧૧૧૧૧૧૦૮૮૮૮૮૮૯
(૩૩૩૩૩૩૩૩)^{2} =	૧૧૧૧૧૧૧૦૮૮૮૮૮૮૮૯
(૩૩૩૩૩૩૩૩૩)^{2} =	૧૧૧૧૧૧૧૧૦૮૮૮૮૮૮૮૮૯

છગડાની રકમોના વર્ગનો કોઠો

રકમો	વર્ગ
(૬)^{2} =	૩૬
(૬૬)^{2} =	૪૩૫૬
(૬૬૬)^{2} =	૪૪૩૫૫૬
(૬૬૬૬)^{2} =	૪૪૪૩૫૫૫૬
(૬૬૬૬૬)^{2} =	૪૪૪૪૩૫૫૫૫૬
(૬૬૬૬૬૬)^{2} =	૪૪૪૪૪૩૫૫૫૫૫૬
(૬૬૬૬૬૬૬)^{2} =	૪૪૪૪૪૪૩૫૫૫૫૫૫૬
(૬૬૬૬૬૬૬૬)^{2} =	૪૪૪૪૪૪૪૩૫૫૫૫૫૫૫૬
(૬૬૬૬૬૬૬૬૬)^{2} =	૪૪૪૪૪૪૪૪૩૫૫૫૫૫૫૫૫૬

નવડાની રકમોના વર્ગનો કોઠો

રકમો		વર્ગ
$(૯)^{૨}$	=	૮૧
$(૯૯)^{૨}$	=	૯૮૦૧
$(૯૯૯)^{૨}$	=	૯૯૮૦૦૧
$(૯૯૯૯)^{૨}$	=	૯૯૯૮૦૦૦૧
$(૯૯૯૯૯)^{૨}$	=	૯૯૯૯૮૦૦૦૦૧
$(૯૯૯૯૯૯)^{૨}$	=	૯૯૯૯૯૮૦૦૦૦૦૧
$(૯૯૯૯૯૯૯)^{૨}$	=	૯૯૯૯૯૯૮૦૦૦૦૦૦૧
$(૯૯૯૯૯૯૯૯)^{૨}$	=	૯૯૯૯૯૯૯૮૦૦૦૦૦૦૦૧
$(૯૯૯૯૯૯૯૯૯)^{૨}$	=	૯૯૯૯૯૯૯૯૮૦૦૦૦૦૦૦૦૧

બગડા અને નવડાની રકમોના વર્ગ કરવા હોય ત્યારે પણ લાગુ પડી શકે, પરંતુ એ ત્રણ આંકડાની રકમોના વર્ગ કરવાની રીત એથી પણ સહેલી છે, તે મારજીનમાં બતાવેલ કોઠા ઉપરથી ધ્યાનમાં આવશે.

કોઠા ભરવાની રીત ત્રગડાનો કોઠો પ્રથમ ૩ નો વર્ગ ૯ થાય. તે બદલ આપણે ૦ ૯ લખ્યા. આમાં અત્યારે ૦ ની કિંમત કાંઇ નથી, પણ જ્યારે એક ત્રગડા કરતાં વધુ ત્રગડાની રકમોનો વર્ગ બનાવવો હોય ત્યારે એ ૦ની કિંમત અંકાય છે. ત્રગડાની રકમના વર્ગમાં ૧ અને ૮ એ મૂખ્ય ભાગ ભજવે છે. ૮ છે તે ૦ અને ૯ ની વચ્ચે આવે છે, અને ૧ છે તે ૦ની બહાર આવે છે.

હવે જેટલા ત્રગડાની રકમ હોય, તેમાંથી એક ત્રગડાની બદલીમાં ૦ અને ૯ આવે અને બાકીના જે ત્રગડા રહે તે બદલ એકડા

અને આઠડા આવે. જો પાંચ ત્રગડાની રકમનો વર્ગ કરવો હોય તો એક ત્રગડાની બદલીમાં ૦ અને ૯ આવે, અને બાકી રહેલા ચાર ત્રગડાની બદલીમાં, ચાર એકડા અને ચાર આઠડા આવે. એ રકમો કેવી રીતે લખાય છે તે માટે ત્રગડાની રકમોના વર્ગનો કોઠો જોઈ લેવો. તેવીજ રીતે છગડાના કોઠાની સમજણ છે. ૬ નો વર્ગ ૩૬ આમાં ૪ અને ૫ એ બે મૂખ્ય ભાગ ભજવે છે. તેમાં ૩ અને ૬ ની વચ્ચે ૫ આવે અને બહારની તરફ ૪ આવે. એજ નિયમ નવડાની રકમોના વર્ગ માટે છે. આમાં ૯ અને ૦ એ બે આંક મૂખ્ય ભાગ ભજવે છે. ૮૧ ની વચ્ચમાં ૦ આવે અને બહારની તરફ નવડા આવે.

દાખલો ૩૩ મો.

વર્ગ બનાવવા વિષે વિશેષ વિચાર.

આથી પહેલાં એક જ આંકડાની ગમે તેવડી નાની કે મોટી રકમ (૧૧; ૧૧૧૧૧; ૪૪૪૪૪; વગેરે)ના વર્ગ બનાવવાની રીત બતાવી છે. એ રીત સ્હેલી છે, એમ કહેવામાં આવ્યું છે. આ ઉપરથી મારા મિત્રોએ સૂચના કરી કે ગમે તે આંકડાની ગમે તેવડી નાની કે મોટી રકમના વર્ગ બનાવવાની એવી જ રીત નક્કી થાય તો ઠીક. આ સુચના ઉપર વિચાર કરતાં નીચે બતાવેલી રીત સ્ફુરી આવી છે. આ રીત આગળ બતાવેલ વર્ગ બનાવવાની રીત જેટલી સ્હેલી નથી, તો પણ સરળ છે, એટલે વિદ્યાર્થી વર્ગ કાળજી રાખે તો આવી રીત તરત સમજી શકે એમ છે.

રીતઃ-

ઉદાહરણ ૧ લુંઃ-ગમે તે બે આંકડાની રકમોનો વર્ગ કરવાની રીતઃ

પ્રશ્નઃ ૧૨ નો વર્ગ બનાવોઃ જવાબ. આમાં બે અંકસ્થાન છે. માટે પ્રથમ મૂળ રકમના એકમ સ્થાનના અંક ૨ નો વર્ગ જે ૪ થાય તે જવાબની નવી રકમના પહેલા અંકસ્થાનમાં મૂકો (——૪). પછી મૂળ રકમના પહેલા અને બીજા અંકસ્થાનના ૨ અને ૧ નો

ગુણાકાર કરી બમણા કરો. { ૨ (૨ × ૧) } = ૪ આવ્યા. તેને નવી રકમના બીજા અંકસ્થાનમાં મૂકો (—૪૪). હવે મૂળ રકમના પહેલા અંકસ્થાનનો આંક ૨. હિસાબમાં આવી ગયો માટે હવે તેને હિસાબમાં લેવાના કાર્યથી અલગ રાખો, હવે મૂળ રકમના બીજા અંકસ્થાનનો આંક ૧ છે તેનો વર્ગ કરો. (૧ × ૧ = ૧) એટલે ૧ આવ્યો. તેને નવી રકમના ત્રીજા અંકસ્થાનમાં મૂકો. (૧૪૪) આ રીતે ૧૨ નો વર્ગ ૧૪૪ થાય.

બીજ ગણિતમાં બે આંક હોય. $(\text{अ} + \text{ब})^2$ તો વર્ગ આ પ્રમાણે થાય. $\text{अ}^2 + 2\,\text{अब} + \text{ब}^2$: આ બીજગણિતના સિદ્ધાંતને ઉપર બતાવેલ રીતે અંકગણિતમાં ઉતારેલ છે.

ઉદાહરણ ૨ જું: ગમે તે ત્રણ આંકડાની રકમનો વર્ગ બનાવવાની રીત:

પ્રશ્ન ૨૩૪ નો વર્ગ બનાવો.

જવાબ: પ્રથમ જવાબની રકમમાં ૧ લું અંકસ્થાન ભરવાની રીત:–મૂળ રકમના પહેલા અંકસ્થાનના ૪ ના વર્ગ ૧૬ થાય.

આમાંથી ૬ ને જવાબની રકમના ૧ લા અંકસ્થાનમાં મૂકો,

અને ૧ વધી આવી તેને હાથમાં રાખો. (——૬) પછી મૂળ રકમના ૧ લા અંકસ્થાન ૪ અને બીજા અંકસ્થાન ૩ નો ગુણાકાર કરી બમણા કરો (૨ × ૪ × ૩ = ૨૪) આવ્યા ૨૪. તેમાં આગળની વધીનો ૧ ઉમેર્યો તો ૨૫ રહ્યા. આમાંથી ૫ ને નવી રકમના બીજા અંકસ્થાનમાં મૂકો અને ૨ ને વધી સમજી હાથમાં રાખો (નવી રકમ—૫૬)

પછી મૂળ રકમના પહેલા અને ત્રીજા અંકસ્થાનના અનુક્રમે ૪ અને ૨ નો ગુણાકાર કરી બમણા કરો એટલે થયા ૧૬. તેમાં મૂળ રકમના બીજા અંકસ્થાનના ૩ નો વર્ગ ૯ ઉમેરો એટલે થયા ૨૫ તેમાં આગળની વધીના ૨ છે તે ઉમેરો. હવે કુલ થયા ૨૭. આમાંથી ૭ ને નવી રકમના ત્રીજા સ્થાનમાં મૂકો અને ૨ વધીને હાથમાં રાખો. (નવી રકમ——૭૫૬)

હવે મૂળ રકમના પહેલા સ્થાનનો આંક હિસાબમાં બધી રીતે આવી ગયો માટે તેને અલગ રાખો. હવે મૂળ રકમના બીજા અને ત્રીજા સ્થાનના અનુક્રમે આવતા આંક ૩ અને ૨ નો ગુણાકાર કરી બમણા કરો એટલે થયા ૧૨ તેમાં આગળની ૨ વધી છે તે ઉમેરો તો થાય ૧૪. આમાંથી ૪ ને નવી રકમના ચોથા સ્થાનમાં મૂકો અને ૧ વધીને હાથમાં રાખો (નવી રકમ——૪૭૫૬)

હવે મૂળ રકમનો બીજો આંક ૩ ને અલગ કરો. હવે મૂળ રકમનો છેલ્લો ત્રીજો આંક રહ્યો તેના વર્ગ કરો અને તેમાં આગળનો ૧ વધી ઉમેરો. એટલે થાય ૫. આ ૫ ને નવી રકમના પાંચમાં સ્થાનમાં મૂકો (નવી રકમ ૫૪૭૫૬). આ રીતે ૨૩૪ નો વર્ગ ૫૪૭૫૬ જવાબ આવે.

બીજ ગણિતમાં **अ + ब + क** નો વર્ગ કરવો હોય ત્યારે **अ**^{2} + **ब**^{2} + **क**^{2} + ૨ **अब** + ૨ **अक** + ૨ **बक.** ૩૫ આવે. આ ૩૫ નો ઉપર પ્રમાણે ઉપયોગ કર્યો છે.

ઉદાહરણ ૩ જું:–ગમે તે ચાર આંકડાની રકમનો વર્ગ બનાવવાની રીત.

પ્રશ્ન:–૩૨૫૪ નો વર્ગ બનાવો.

જવાબની રીત:–

(૧) જવાબની રકમનું પહેલું અંકસ્થાન પૂરવાની રીત:–

મૂળ રકમના પહેલા અંકસ્થાન ૪ નો વર્ગ ૧૬ થયા. આમાંથી ૬ ને જવાબના પહેલા સ્થાનમાં મૂકો અને ૧ વધીને હાથમાં રાખો. (જવાબની રકમ——૬)

(૨) જવાબની રકમનું બીજું અંકસ્થાન પૂરવાની રીત:–

મૂળ રકમના પહેલા અને બીજા અંકસ્થાનના ૪ અને ૫ ના ગુણાકારના બમણા કરી, તેમાં આગળની ૧ વધી ઉમેરીએ તો થાય ૪૦ + ૧ = ૪૧. આમાંથી ૧ ને નવી રકમના બીજા અંકસ્થાનમાં મૂકો અને ૪ ને વધી સમજી હાથમાં રાખો (નવી રકમ——૧૬)

(૩) જવાબની રકમનું ત્રીજું અંકસ્થાન પૂરવાની રીતઃ–

મૂળ રકમના પહેલા અને ત્રીજા અંકસ્થાન ૪ અને ૨ નો ગુણાકાર કરી બમણા કરો અને તેમાં મૂળ રકમના બીજા અંકસ્થાનના ૫ નો વર્ગ કરી ઉમેરો. એટલે થયા ૧૬ + ૨૫ = ૪૧ તેમાં આગળની વધીના ૪ ઉમેરો તો ૪૫ થાય. આમાંથી ૫ ને નવી રકમના ત્રીજા અંકસ્થાનમાં મૂકો અને ૪ વધીને હાથમાં રાખો (નવી રકમ–૫૧૬)

(૪) ચોથું અંકસ્થાન પૂરવાની રીતઃ–

હવે મૂળ રકમના પહેલા અને ચોથા અંકસ્થાનના ૪ અને ૩ નો ગુણાકાર કરી બમણા કરો અને તેમાં ઉમેરો મૂળ રકમના બીજા અને ત્રીજા અંકસ્થાનના ૫ અને ૧ ના ગુણાકારના બમણા. (૨૪ + ૨૦ = ૪૪) એટલે થયા ૪૪. તેમાં આગળના વધીના ૪ ઉમેરો તો થાય ૪૮: આમાંથી ૮ ને નવી રકમના ચોથા અંકસ્થાનમાં મૂકો અને ૪ ને વધી તરીકે હાથમાં રાખો (નવી રકમ ——૮૫૧૬)

(૫) પાંચમું અંકસ્થાન પૂરવાની રીતઃ–

હવે મૂળ રકમનો પહેલો ૪ નો આંક અલગ થઇ ગયો. હવે મૂળ રકમના બીજા અને ચોથા સ્થાનના આંક ૫ અને ૩ નો ગુણાકાર કરી બમણા કરો. તેમાં ત્રીજા સ્થાનના ૨ નો વર્ગ ૪ થાય તે ઉમેરો. એટલે ૩૦ + ૪ = ૩૪ થયા તેમાં આગળની વધીના ૪ ઉમેરો તો થાય ૩૮. આમાંથી ૮ ને નવી રકમના પાંચમાં અંકસ્થાનમાં મૂકો અને ૩ વધીને હાથમાં રાખો (નવી રકમ——૮૮૫૧૬)

(૬) છઠ્ઠું અંકસ્થાન ભરવાની રીતઃ–

હવે મૂળ રકમના બીજા અંકસ્થાનને અલગ કરો. પછી મૂળ રકમના ત્રીજા અને ચોથા અંકસ્થાનનો ગુણાકાર કરી બમણા કરો (૩ × ૨ × = ૧૨) તો ૧૨ થાય તેમાં આગળની ૩ વધી

ઉમેરો તો ૧૫ થાય. આમાંથી ૫ ને નવી રકમના છઠ્ઠા અંકસ્થાનમાં મૂકો અને ૧ વધીને હાથમાં રાખો (નવી રકમ——૫૮૮,૫૧૬.

(૭) સાતમું અને આઠમું અંકસ્થાન ભરવાની રીતઃ-

હવે મૂળ રકમના ૩ જા અંકસ્થાનને અલગ રાખો. પછી સૌથી છેલ્લા ચોથા અંકસ્થાન ૩ ના વર્ગ કરો તો ૯ થાય. તેમાં આગળની ૧ વધી ઉમેરો તો ૧૦ થાય તેને નવી રકમના સાતમા અને આઠમા અંકસ્થાનમાં મૂકી જવાબની આખી રકમ તૈયાર કરો. (૧૦,૫૮૮,૫૧૬.)

આ રીતે ૩૨૫૪ નો વર્ગ ૧૦૫૮૮૫૧૬ આવ્યો.

આ રીતે કોઇપણ આંકડાઓની ગમે તેવડી રકમનો વર્ગ કરવો હોય તો થઈ શકે. જીજ્ઞાસુઓ પાંચ આંકડાની, ૭ આંકડાની, સાત આંકડાની, આઠ આંકડાની રકમોના વર્ગ બનાવી આનંદ લઇ શકે એમ છે. મોટી રકમોના વર્ગ બનાવતાં કયાં પણ મુંઝવણ ન આવે તે માટે મીંડા વગરની નવ આંકડાની રકમનો વર્ગ આ નીચે કરી બતાવ્યો છે. અને ત્યારપછી રકમમાં ૦ આવે તો શા રીતે વર્ગ કરવા તે સમજાવી આ પ્રકરણ પુરૂં કરશું.

ઉદાહરણ ૪ થું:—

પ્રશ્ન ૨૪૬૮૧૩૫૭૯ નો વર્ગ બનાવો.

જવાબની રીત.

(૧) પહેલું સ્થાન પૂરવાની રીતઃ—

મૂળ રકમના પહેલા સ્થાનના ૯ નો વર્ગ કરો તો ૮૧ થાય. તેમાંથી ૧ ને નવી રકમના પહેલા સ્થાને મૂકો અને ૮ વધીને હાથમાં રાખો (નવી રકમ——૧.)

(૨) બીજું અંકસ્થાન પૂરવાની રીતઃ—

૨ (૯ × ૭) = ૧૨૬ + ૮ વધી = ૧૩૪: આમાંથી ૧૩ વધી અને ૪ ને બીજા સ્થાનમાં મૂકો (નવી રકમ——૪૧.)

(૩) ત્રીજું અંકસ્થાન પૂરવાની રીતઃ—

૨ (૯ × ૫) + $(૭)^{૨}$ + ૧૩ વધી =૯૦+૪૯+૧૩=૧૫૨ આમાં ૧૫ વધી અને ૨ ત્રીજા સ્થાનમાં (નવી રકમ——૨૪૧)

(૪) ચેાથું અંકસ્થાન પૂરવાની રીત:—

૨ (૯ × ૩) + ૨ (૭ × ૫) + ૧૫ વધી =૫૪ + ૭૦+૧૫ =૧૩૯: આમાંથી ૧૩ વધી અને ૯ ચેાથા સ્થાન માટે (નવી રકમ—૯૨૪૧.)

(૫) પાંચમું અંકસ્થાન પૂરવાની રીત:—

૨ (૯ × ૧) + ૨ (૭ × ૩) + ૫^{૨} + ૧૩ વધી = ૧૮ +૪૨+૨૫ + ૧૩ = ૯૮: આમાંથી ૯ વધી અને ૮ પાંચમા સ્થાન માટે (નવી રકમ——૮૯૨૪૧.)

(૬) છઠ્ઠું અંકસ્થાન પૂરવાની રીત:—

૨ (૯ × ૮) + ૨ (૭ × ૧) + ૨ (૫×૩) + ૯ વધી=૧૪૪+૧૪ + ૩૦+૯=૧૯૭: આમાંથી ૧૯ વધી અને ૭ ને છઠ્ઠા સ્થાને મૂકેા. (—૭૮૯, ૨૪૧)

(૭) સાતમું અંકસ્થાન પૂરવાની રીત:—

૨(૯×૬), + ૨(૭×૮) + ૨(૫×૧)+ ૩^{૨}+૧૯ વધી = ૧૦૮ + ૧૧૨ + ૧૦ +૯+૧૯ = ૨૫૮: આમાંથી ૨૫ વધી: અને ૮ સાતમે સ્થાને (નવી રકમ——૮,૭૮૯,૨૪૧)

૮ આઠમું અંકસ્થાન પૂરવાની રીત:—

૨ (૯ × ૪) + ૨(૭×૬) + ૨ (૫ × ૮) + ૨ (૩ × ૧) + ૨૫ વધી = ૭૨ + ૮૪ + ૮૦ + ૬ + ૨૫ = ૨૬૭: આમાંથી ૨૬ વધી અને ૭ આઠમા સ્થાન માટે (નવી રકમ–૭૮,૭૮૯,૨૪૧.)

(૯) નવમું સ્થાન પૂરવાની રીત:—

૨ (૯×૨) + ૨ (૭ × ૪) + ૨ (૫ × ૬) + ૨ (૩ × ૮) + (૧)^{૨}+ ૨૬ વધી = ૩૬ +૫૬ + ૬૦ + ૪૮ + ૧ + ૨૬ = ૨૨૭: આમાંથી ૨૨ વધી અને ૭ નવમા સ્થાન માટે (નવી રકમ——૭૭૮,૭૮૯,૨૪૧.)

હવે મૂળ રકમના પહેલા અંકસ્થાનને ભાવિ ગણત્રીમાંથી કમી કરેા.

(૧૦) દશમું અંકસ્થાન પૂરવાની રીત:—

૨ (૭ × ૨) + ૨ (૫ × ૪) + ૨ (૩ × ૬) + ૨ (૧ × ૮) + ૨૨ વધી = ૨૮ + ૪૦ + ૩૬ + ૧૬ + ૨૨ = ૧૪૨: આમાંથી ૧૪ વધી અને ૨ ને દશમા સ્થાનમાં મૂકો (નવી રકમ——૨,૭૭૮,૭૮૯,૨૪૧.)

(૧૧) અગીઆરમું અંકસ્થાન પૂરવાની રીતઃ—

હવે મૂળ રકમના બીજા અંકસ્થાનને ભાવિ ગણત્રીમાંથી કમી કરો. ૨ (૫ × ૨) + ૨ (૩ × ૪) + ૨ (૧ × ૬) + ૮^{૨} + ૧૪ વધી = ૨૦ + ૨૪ + ૧૨ + ૬૪ + ૧૪ = ૧૩૪: આમાં ૧૩ વધી અને ૪ ને અગીઆરમાં સ્થાનમાં મૂકો. (નવી રકમ——૪૨,૭૭૮,૭૮૯,૨૪૧.)

(૧૨) બારમું અંકસ્થાન પૂરવાની રીતઃ-

હવે મૂળ રકમના ત્રીજા અંકસ્થાનને અલગ કરો. ૨ (૩ × ૨) + ૨ (૧ × ૪) + ૨ (૮ × ૬) + ૧૩ વધી = ૧૨ + ૮ + ૯૬ + ૧૩ = ૧૨૯: આમાંથી ૧૨ વધી અને ૯ ને બારમા અંકસ્થાનમાં મૂકો. (નવી રકમ—૯૪૨,૭૭૮,૭૮૯,૨૪૧.)

(૧૩) તેરમું અંકસ્થાન પૂરવાની રીતઃ-

હવે મૂળ રકમના ચોથા અંકસ્થાનને અલગ કરો. પછી ૨ (૧ × ૨) + ૨ (૮ × ૪) + ૬^{૨} + ૧૨ વધી = ૪ + ૬૪ + ૩૬ + ૧૨ = ૧૧૬: આમાંથી ૧૧ વધી અને ૬ તેરમાં સ્થાનમાં મૂકો. (નવી રકમ—૬,૯૪૨,૭૭૮,૭૮૯,૨૪૧.)

(૧૪) ચૌદમું અંકસ્થાન પૂરવાની રીતઃ—

હવે મૂળ રકમના પાંચમાં અંકસ્થાનને અલગ કરો. પછી ૨ (૮ × ૨) + ૨ (૬ × ૪) + ૧૧ વધી = ૩૨ + ૪૮ + ૧૧ = ૯૧ : આમાંથી ૯ વધી અને ૧ ને ચૌદમાં અંકસ્થાનમાં મૂકો (નવી રકમ—૧૬,૯૪૨,૭૭૮,૭૮૯,૨૪૧).

(૧૫) પંદરમું અંકસ્થાન પૂરવાની રીતઃ—

હવે મૂળ રકમના છઠ્ઠા અંકસ્થાનને અલગ કરો. પછી ૨ (૬×૨)+ ૪^{૨} + ૯ વધી= ૨૪ + ૧૬ + ૯ = ૪૯ : આમાંથી ૪ વધી અને ૯ ને પંદરમાં અંકસ્થાનમાં મૂકો (નવી રકમ—૯૧૬,૯૪૨,૭૭૮,૭૮૯,૨૪૧).

(૧૬) સોળમું અંકસ્થાન પૂરવાની રીતઃ—

હવે મૂળ રકમના સાતમા અંકસ્થાનને અલગ રાખો. પછી ૨ (૪ × ૨) + ૪ વધી = ૧૬ + ૪ = ૨૦ : આમાંથી ૨ વધી અને ૦ ને ૧૬ માં અંકસ્થાનમાં મૂકો (નવી રકમ——૦,૯૧૬,૯૪૨, ૭૭૮,૭૮૯,૨૪૧).

(૧૭) સત્તરમું અંકસ્થાન પૂરવાની રીતઃ—

હવે મૂળ રકમના આઠમાં અંકસ્થાનને અલગ રાખો. પછી ૨² + ૨ વધી = ૪ + ૨ = ૬, આને ૧૭મા અંકસ્થાનમાં મૂકો. (નવી રકમ ૬૦,૯૧૬,૯૪૨,૭૭૮,૭૭૯,,૨૪૧).

આ રીતે ૨૪૬૮૧૩૫૭૯ નો વર્ગ ૬૦,૯૧૬,૯૪૨,૭૭૮,૭૭૯, ૨૪૧ આવ્યા એ જવાબ :

ઉદાહરણ : ૫ મું:—

પ્રશ્નઃ—૨૦૩૦૪૫ નો વર્ગ કરો.

જવાબની રીતઃ—

(૧) ૧ લું અંકસ્થાન પૂરવાની રીતઃ—

૫² = ૨૫: આમાં ૨ વધી અને ૫ ને ૧ લા સ્થાનમાં મૂકો (નવી રકમ—૫)

(૨) ૨ જું અંકસ્થાન પૂરવાની રીતઃ—

૨ (૫ × ૪) + ૨ વધી = ૪૦ + ૨ = ૪૨: આમાં ૪ વધી અને ૨ ને બીજા સ્થાનમાં મૂકો. (નવી રકમ—૨૫).

(૩) ૩ જું અંકસ્થાન પૂરવાની રીતઃ—

૨ (૫ × ૦) + ૪² + ૪ વધી = ૦ + ૧૬ + ૪ = ૨૦ : આમાં ૨ વધી અને ૦ ને ત્રીજા અંકસ્થાનમાં મૂકો (નવી રકમ—૦૨૫)

(૪) ૪ થું અંકસ્થાન પૂરવાની રીતઃ—

૨ (૫ × ૩) + ૨ (૪ × ૦) + ૨ વધી = ૩૦ + ૦ + ૨ = ૩૨ : આમાં ૩ વધી અને ૨ ને ચોથા અંકસ્થાનમાં મૂકો. (નવી રકમ—૨૦૨૫)

(૫) ૫ મું અંકસ્થાન પૂરવાની રીતઃ –

૨ (૫ × ૦) + ૨ (૪ × ૩) + $૦^૨$ + ૩ વધી = ૦ + ૨૪ + ૦ + ૩ = ૨૭: આમાં ૨ વધી અને ૭ ને પાંચમાં સ્થાને મૂકો. (નવી રકમ——૭૨,૦૨૫).

(૬) ૬ ઠું અંકસ્થાન પૂરવાની રીતઃ—

૨ (૫ × ૨) + ૨ (૦ × ૪) + ૨ (૦ × ૩) + ૨ વધી = ૨૦ + ૦ + ૦ + ૨ = ૨૨ : આમાં ૨ વધી અને ૨ ને છઠ્ઠા સ્થાનમાં મૂકો (નવી રકમ—૨૭૨,૦૨૫).

(૭) ૭ મું અંકસ્થાન પૂરવાની રીતઃ—

હવે મૂળ રકમના પહેલા અંકસ્થાન ૫ ને અલગ કરો. પછી ૨ (૪ × ૨) + ૨ (૦ × ૦)+ $૩^૨$ + ૨ વધી ૧૬ + ૦ + ૯ + ૨ = ૨૭: આમાં ૨ વધી અને ૭ ને સાતમા સ્થાનમાં મૂકો. (નવી રકમ——૭,૨૭૨,૦૨૫.)

(૮) ૮ મું અંકસ્થાન પૂરવાની રીતઃ—

હવે મૂળ રકમના બીજા અંકસ્થાન ૪ ને અલગ કરો. પછી ૨ (૦ × ૨) + ૨ (૩ × ૦) + ૨ વધી = ૦ + ૦ + ૨ = ૨. આ ૨ ને આઠમા સ્થાનમાં મૂકો. (નવી રકમ——૨૭,૨૭૨,૦૨૫.)

(૯) ૯ મું અંકસ્થાન પૂરવાની રીતઃ—

હવે મૂળ રકમના ત્રીજા અંકસ્થાન ૦ ને અલગ રાખો. પછી ૨ (૩ × ૨) + $૦^૨$ = ૧૨ + ૦ = ૧૨ : આમાં ૧ વધી અને ૨ ને નવમા સ્થાનમાં મૂકો. (નવી રકમ——૨૨૭,૨૭૨,૦૨૫).

(૧૦) ૧૦ મું અંકસ્થાન પૂરવાની રીતઃ—

હવે મૂળ રકમના ચોથા અંકસ્થાનને (૩) અલગ કરો. પછી ૨ (૦ × ૨) + ૧ વધી = ૦ + ૧ : આ ૧ ને દશમા સ્થાનમાં મૂકો. (નવી રકમ——૧,૨૨૭,૨૭૨,૦૨૫).

(૧૧) ૧૧ મું અંકસ્થાન પૂરવાની રીતઃ—

હવે મૂળ રકમના ૫ મા અંકસ્થાન ૦ ને અલગ કરો. પછી $૨^{૨}$ = ૪ : આ ૪ ને ૧૧ મા અંકસ્થાનમાં મૂકો. (નવી રકમ—૪૧,૨૨૭,૧૭૨,૦૨૫) આ રીતે ૨૦૨૦૪૫ નો વર્ગ ૪૧,૨૨૭,૨૭૨, ૦૨૫ આવ્યો જવાબ.

દાખલો ૩૪ મો

ગુણાકારની નવી રીત

ઉદાહરણ ૧ લું: ૯૮૭૬૫૪૩૨૧ × $\overline{૧}\,\overline{૨}\,\overline{૩}\,\overline{૪}\,\overline{૫}\,\overline{૬}\,\overline{૭}\,\overline{૮}\,\overline{૯}$:

જવાબ: ચાલુ શાળામાં જે ગુણાકારની રીત બતાવવામાં આવે છે તેના કરતાં આ રીત નવીજ છે. આમાં ગુણ્ય રકમ અને ગુણક રકમના અંકસ્થાનો સરખી સંખ્યામાં છે. એટલે બન્નેમાં નવ સ્થાન છે.

(૧) પહેલું સ્થાન ભરવાની રીત:—

ગુણક અને ગુણ્ય રકમોના આંકડા એક સરખા છે. જેથી સમજવામાં અડચણ ન આવે તે માટે ગુણકની રકમના આંકડા ઉપર આડી લીટીની નિશાની કરી છે. રીતમાં પણ એ નિશાની કાયમ રાખી છે.

૧ × $\overline{૯}$ = ૯: આને પહેલા સ્થાનમાં મૂકો (નવી રકમ——૯)

(૨) બીજું સ્થાન ભરવાની રીત:-

આ વખતે બે જોડી બનશે. તે ૨૧ અને $\overline{૮}\,\overline{૯}$ માંથી બનાવવી. રીત. ૧ × $\overline{૮}$ + ૨ × $\overline{૯}$ = ૮ + ૧૮ = ૨૬. આમાં ૨ વધી અને ૬ ને બીજા સ્થાનમાં મૂકો. (નવી રકમ——૬૯).

(૩) ત્રીજું સ્થાન ભરવાની રીત:—

આ વખતે ગુણાકારની ૩ જોડી બનાવવી. ગુણ્યની રકમના જમણી તરફના ત્રણ આંક ૩૨૧ અને ગુણકની રકમના જમણી તરફના ત્રણ આંક. $\overline{૭}\,\overline{૮}\,\overline{૯}$ માંથી નીચે પ્રમાણે ત્રણ જોડી બનાવી, તેમનો

સરવાળો કરો. ૩ × $\overline{९}$ + ૧ × $\overline{७}$ + ૨ × $\overline{८}$ = ૨૭ + ૭ + ૧૬ = ૫૦ + ૨ વધી = ૫૨. આમાંથી ૫ વધી અને ૨ ને નવી રકમના ત્રીજા સ્થાનમાં મૂકો (નવી રકમ——૨૬૯). જોડી શી રીતે બનાવવી તે ધ્યાનમાં રાખવું.

(૪) થું સ્થાન ભરવાની રીતઃ—

ગુણ્યની રકમમાંથી ૪૩૨૧ અને ગુણકની રકમમાથી $\overline{६}$ $\overline{७}$ $\overline{८}$ $\overline{९}$ માંથી ચાર જોડી ગુણાકારની બનાવવી. ૪ × $\overline{९}$ + ૧ × $\overline{६}$ + ૩ × $\overline{८}$ + ૨ × $\overline{७}$ = ૩૬ + ૬ + ૨૪ + ૧૪ + ૫ વધી = ૮૫: આમાંથી ૮ વધી અને ૫ ને ચોથા સ્થાનમાં મૂકો (નવી રકમ——૫,૨૬૯).

(૫) મું સ્થાન ભરવાની રીતઃ—

ગુણ્યની રકમમાંથી ૫૪૩૨૧ અને ગુણકની રકમમાંથી $\overline{५}$ $\overline{६}$ $\overline{७}$ $\overline{८}$ $\overline{९}$ માંથી ગુણાકારની પાંચ જોડી તૈયાર કરી તેમનો સરવાળો કરો. ૫ × $\overline{९}$ + ૧ × $\overline{५}$ + ૪ × $\overline{८}$ + ૨ × $\overline{६}$ + ૩ × $\overline{७}$ + ૮ વધી = ૪૫ + ૫ + ૩૨ + ૧૨ + ૨૧ + ૮ = ૧૨૩: આમાંથી ૧૨ વધી અને ૩ ને પાંચમા સ્થાનમાં મૂકો (નવી રકમ—૩૫,૨૬૯).

(૬) છઠ્ઠું સ્થાન ભરવાની રીતઃ—

ગુણ્ય રકમમાંથી ૭ આંકડાની રકમ ૬૫૪૩૨૧ અને ગુણકની રકમમાંથી ૭ આંકડાની રકમ $\overline{४}$ $\overline{५}$ $\overline{६}$ $\overline{७}$ $\overline{८}$ $\overline{९}$ માંથી ગુણાકારની ૭ જોડી તૈયાર કરો. ૬ × $\overline{९}$ + ૫ × $\overline{८}$ + ૪ × $\overline{७}$ + ૩ × $\overline{६}$ + ૨ × $\overline{५}$ + ૧ × $\overline{४}$ = ૫૪ + ૪૦ + ૨૮ + ૧૮ + ૧૦ + ૪ = ૧૫૪ તેમાં + ૧૨ વધી = ૧૬૬ : આમાંથી ૧૬ વધી અને ૬ને છઠ્ઠા સ્થાનમાં મૂકો : (નવી રકમ——૬૩૫, ૨૬૯.)

(૭) સાતમું સ્થાન ભરવાની રીતઃ—

ગુણ્યની રકમમાંથી ૭૬૫૪૩૨૧ અને ગુણકની રકમ $\overline{३}$ $\overline{४}$ $\overline{५}$ $\overline{६}$ $\overline{७}$ $\overline{८}$ $\overline{९}$ એ બેમાંથી ગુણાકારની સાત જોડી તૈયાર કરો. ૭ × $\overline{९}$ + ૬ × $\overline{८}$ + ૫ × $\overline{७}$ + ૪ × $\overline{६}$ + ૩ × $\overline{५}$ + ૨ × $\overline{४}$ + ૧ × $\overline{३}$ = ૬૩ + ૪૮ + ૩૫ +

૨૪ + ૧૫ + ૮ + ૩ = ૧૯૬: હવે ૧૯૬ + ૧૬ વધી = ૨૧૨: આ-માંથી ૨૧ વધી અને ૨ ને સાતમાં સ્થાનમાં મૂકો (નવી રકમ—— ૨,૬૩૫,૨૬૯.)

(૮) આઠમું સ્થાન ભરવાની રીતઃ—

ગુણ્યની રકમ ૮૭૬૫૪૩૨૧ અને ગુણકની રકમ ૨ ૩ ૪ ૫ ૬ ૭ ૮ ૯ માંથી ૮ જોડી ગુણાકારની બનાવો: ૮ × ૯ + ૭ × ૮ + ૬ × ૭ + ૫ × ૬ + ૪ × ૫ + ૩ × ૪ + ૨ × ૩ + ૧ × ૨ + ૨૧ વધી = ૭૨ + ૫૬ + ૪૨ + ૩૦ + ૨૦ + ૧૨ + ૬ + ૨ + ૨૧ = ૨૬૧ આમાંથી ૨૬ વધી અને ૧ ને આઠમાં સ્થાનમાં મૂકો (નવી રકમ—૧૨,૬૩૫,૨૬૯.)

(૯) નવમું સ્થાન ભરવાની રીતઃ--

ગુણ્યની રકમ ૯૮૭૬૫૪૩૨૧ અને ગુણકની રકમ ૧ ૨ ૩ ૪ ૫ ૬ ૭ ૮ ૯, આમાંથી ગુણાકારની નવ જોડી તૈયાર કરી સરવાળો કરો: ૯ × ૯ + ૮ × ૮ + ૭ × ૭ + ૬ × ૬ + ૫ × ૫ + ૪ × ૪ + ૩ × ૩ + ૨ × ૨ + ૧ × ૧ = ૮૧ + ૬૪ + ૪૯ + ૩૬ + ૨૫ + ૧૬ + ૯ + ૪ + ૧ + ૨૬ વધી = ૩૧૧: આમાંથી ૩૧ વધી અને ૧ ને નવમા સ્થાનમાં મૂકો. (નવી રકમ—૧૧૨,૬૩૫,૨૬૯.)

(૧૦) દશમું સ્થાન ભરવાની રીતઃ—

નવમું સ્થાન ભરતાં ગુણ્ય અને ગુણક એ દરેકના નવ નવ અંકસ્થાન હિસાબમાં આવી ગયા માટે હવે ગુણ્ય અને ગુણક એ બન્ને રકમોમાંથી તેમના પહેલા અંકસ્થાનના ૧ અને ૯ ને અલગ કરવા. પછી દરેક રકમના બાકી રહેલા આઠ આઠ આંકમાંથી આઠ જોડી ગુણાકારની બનાવી તેનો સરવાળો કરો, ગુણ્ય રકમ ૯૮૭૬૫૪૩૨ અને ગુણક રકમ ૧ ૨ ૩ ૪ ૫ ૬ ૭ ૮ છે માટે તેમાંથી ૯ × ૮ + ૮ × ૭ + ૭ × ૬ + ૬ × ૫ + ૫ × ૪ + ૪ × ૩ + ૩ × ૨ + ૨ × ૧ + ૩૧ વધી = ૭૨ + ૫૬ + ૪૨ + ૩૦ + ૨૦ + ૧૨ + ૬ + ૨ + ૩૧ = ૨૭૧. આમાંથી ૨૭ વધીઃ અને ૧ ને દશમા સ્થાનમાં મૂકો. (નવી રકમ— ૧,૧૧૨,૬૩૫,૨૬૯.)

(૧૧) મું સ્થાન ભરવાની રીતઃ—

હવે ગુણ્ય ગુણક બન્નેનાં બીજા અંકસ્થાન ૨ અને ૮ ને અલગ કરો અને બાકી રહેલા બન્ને ગુણ્ય ૯૮૭૬૫૪૩ અને ગુણક १ २ ३ ४ ५ ६ ७ માંથી, સાત ગુણાકારની સાત જોડી બનાવી સરવાળો કરો. ૯ × ७ + ૮ × ६ + ૭ × ५ + ૬ × ४ + ૫ × ३ + ૪ × २ + ૩ × १ = ૬૩ + ૪૮ + ૩૫ + ૨૪ + ૧૫ + ૮ + ૩ + ૨૭ વધી = ૨૨૩: આમાંથી ૨૨ વધી અને ૩ ને ૧૧ માં સ્થાનમાં મૂકો. (નવી રકમ ——૩૧,૧૧૨,૬૩૫.૨૬૯.)

(૧૨) મું સ્થાન ભરવાની રીતઃ—

હવે ગુણ્ય ગુણક દરેકના અંકસ્થાન ત્રીજાના ૩ અને ७ ને અલગ કરો પછી ગુણ્ય ૯૮૭૬૫૪ અને ગુણકની १ २ ३ ४ ५ ६ માંથી ગુણાકારની ૬ જોડીઓ તૈયાર કરો અને પછી તેનો સરવાળો કરવો જેમકે ૯ × ६ + ૮ × ५ + ૭ × ४ + ૬ × ३ + ૫ × २ + ૪ × १ = ૫૪ + ૪૦ + ૨૮ + ૧૮ + ૧૦ + ૪ + ૨૨ વધી = ૧૭૬ : આમાંથી ૧૭ વધી આવી અને ૬ ને બારમા સ્થાનમાં મૂકો. (નવી રકમ——૬૩૧, ૧૧૨,૬૩૫,૨૬૯.)

(૧૩) મું સ્થાન ભરવાની રીતઃ—

હવે ગુણ્ય અને ગુણક દરેકના ચોથા અંકસ્થાનમાંથી ૪ અને ૬ ને અલગ કરો પછી ગુણ્ય × ૯૮૭૬૫ અને ગુણક १ २ ३ ४ ५ માંથી ગુણાકારની પાંચ જોડી બનાવી તેનો સરવાળો કરી તેમાં વધી ઉમેરવીઃ ૯ × ५ + ૮ × ४ + ૭ × ३ + ૬ × २ + ૫ × १ = ૪૫ + ૩૨ + ૨૧ + ૧૨ + ૫ + ૧૭ વધી = ૧૩૨ : આમાંથી ૧૩ વધી અને ૨ ને તેરમા સ્થાનમાં મૂકો. (નવી રકમ——૨,૬૩૧,૧૧૨,૬૩૫,૨૬૯.)

(૧૪) મું સ્થાન ભરવાની રીતઃ—

હવે ગુણ્ય અને ગુણક દરેકના પાંચમાં અંકસ્થાન ૫ અને ५ ને અલગ કરો. પછી ગુણ્ય ૯૮૭૬ અને १ २ ३ ४ ગુણકમાંથી ગુણા-

કારની ચાર જોડી બનાવી સરવાળો કરો. ૯ × ૪̅ + ૮ × ૩̅ + ૭ × ૨̅ + ૬ × ૧̅ = ૩૬ + ૨૪ + ૧૪ + ૬ + ૧૩ વધી = ૯૩; આમાંથી ૯ વધી અને ૩ ને ૧૪ માં સ્થાનમાં મૂકો.

(નવી રકમ——૩૨,૬૩૧,૧૧૨,૬૩૫,૨૬૯.)

(૧૫) પંદરમું સ્થાન પૂરવાની રીતઃ—

હવે ગુણ્ય અને ગુણક દરેકના છઠ્ઠા અંકસ્થાન ૬ અને ૪̅ ને ને અલગ રાખો પછી ગુણ્ય ૯૮૭ અને ગુણક ૧̅ ૨̅ ૩̅ માંથી ત્રણ જોડી ગુણાકારની તૈયાર કરી સરવાળો કરો. ૯ × ૩̅ + ૮ × ૨̅ + ૭ × ૧̅ = ૨૭ + ૧૬ + ૭ + ૯ વધી = ૫૯: આમાં ૫ વધી અને ૯ ને પંદરમાં સ્થાનમાં મૂકો (નવી રકમ——૯૩૨,૬૩૧,૧૧૨,૬૩૫,૨૬૯.)

(૧૬) સોળમું અંકસ્થાન ભરવાની રીતઃ—

હવે ગુણ્ય અને ગુણક, એ દરેકના સાતમા અંકસ્થાન ૭ અને ૩̅ ને અલગ કરો. પછી ગુણ્ય ૯૮ અને ગુણક ૧̅ ૨̅ માંથી બે ગુણાકારની જોડી બનાવી સરવાળો કરો. ૯ × ૨̅ + ૮ × ૧̅ = ૧૮ + ૮ + ૫ વધી = ૩૧ : આમાં ૩ વધી અને ૧ ને સોળમા સ્થાનમાં મૂકો (નવી રકમ——૧,૯૩૨,૬૩૧,૧૧૨,૬૩૫,૨૬૯.)

(૧૭ અને ૧૮) સતરમું અને અઢારમું સ્થાન ભરવાની રીતઃ

હવે ગુણ્ય અને ગુણક એ દરેકના આઠમા અંકસ્થાન ૮ અને ૨̅ ને અલગ કરો. પછી ગુણ્ય ૯ અને ગુણક ૧ માંથી ગુણાકારની એક જોડી બનાવો ૯ × ૧̅ = ૯ તેમાં ૩ વધી ઉમેરો તો ૧૨ થાય. આમાં ૨ ને ૧૭ માં સ્થાનમાં અને ૧ ને અઢારમા સ્થાનમાં મૂકી આખી રકમ તૈયાર કરો.

નવી રકમ; જવાબ ૧૨૧,૯૩૨,૬૩૧,૧૧૨,૬૩૫,૨૬૯ આવ્યા.

આ રીતે ગુણ્ય અને ગુણકની રકમ દરેકના અંકસ્થાન સરખાં હોય ત્યારે શી રીતે કરવું તેની રીત બતાવી છે. હવે નીચેના ઉદાહરણમાં ગુણ્યની રકમમાં વધુ અંકસ્થાન હોય અને ગુણકની રકમમાં ઓછા અંકસ્થાન હોય, ત્યારની રીત બતાવી છે.

ઉદાહરણ: ૨ જું: ૫૫૦૨૧૬૭૭૪૮૯ × ૨૩૪૫૬૭

જવાબ ગુણ્ય અને ગુણકની રકમોમાં એક સરખા આંકડા છે. દરેક આંક ઉપર જૂદી જૂદી નિશાની મૂકી છે. રીતમાં પણ એવા આંક આવતાં તે ઉપર એવી જ નિશાની જોવામાં આવશે.

રીત ટૂંકી કરવાની ખાતર ગુણ્યના જમણી તરફના ૭ આંક ૬૭૭૪૮૯ અને ગુણકની રકમના ૭ આંકમાંથી નવી તૈયાર થનાર જવાબની રકમમાં ૭ આંક આવી ગયા અને ૧૯ વધી હાથમાં રહી છે. એમ માની લેવું. (નવી રકમ——૫૬૨,૨૬૩).

(૭) સાતમું સ્થાન ભરવાની રીત:—

હવે ગુણ્યની રકમમાંથી એકમસ્થાનનો આંક ૯ કમી કરો અને સાતમો અંકસ્થાન ૧ ઉમેરો આ રીતે ૭ આંકની ગુણ્યની રકમ બનાવો ૧૬૭૭૪૮ અને ગુણકની રકમ એની એ રાખો.

આમાંથી ૭ જોડી ગુણાકારની બનાવો અને પછી સરવાળો કરો. ૧ × ૭ + ૮ × ૨ + ૬ × ૬ + ૪ × ૩ + ૭ × ૫ + ૭ × ૪ = ૭ + ૧૬ + ૩૬ + ૧૨ + ૩૫ + ૨૮ = ૧૩૪ + ૧૯ વધી = ૧૫૩: આમાંથી ૧૫ વધી અને ૩ ને સાતમા સ્થાનમાં મૂકો. (નવી રકમ——૩,૫૬૨,૨૬૩.)

(૮) આઠમું સ્થાન ભરવાની રીત:—

હવે ગુણ્યની રકમમાંથી બીજું સ્થાન આઠ છે, તેને અલગ કરો અને આઠમા અંકસ્થાનના ૨ સાથે લઈ, વળી ૭ આંકડાની ગુણ્ય રકમ તૈયાર કરો: ગુણ્ય ૨૧૬૭૭૪. અને ગુણક ૨૩૪૫૬૭ આ બે માંથી ગુણાકારની ૭ જોડી તૈયાર કરો. ૨ × ૭ + ૧ × ૬ + ૬ × ૫ + ૭ × ૪ + ૭ × ૩ + ૪ × ૨ = ૧૪ + ૬ + ૩૦ + ૨૮ + ૨૧ + ૮ + ૧૫ વધી = ૧૨૨: આમાં ૧૨ વધી અને ૨ ને આઠમા સ્થાનમાં મૂકો. (નવી રકમ——૨૩,૫૬૨,૨૬૩.)

(૯) નવમું સ્થાન ભરવાની રીત:—

હવે ગુણ્યની રકમમાંથી ત્રીજું અંકસ્થાન ૪ ને અલગ કરો અને નવમા સ્થાનનો ૦ ઉમેરો. જેથી ગુણ્યની રકમ ૦૨૧૬૭૭ થઈ અને ૨૩૪૫૬૭ ગુણક. આ બેમાંથી ગુણાકારની ૭ જોડી બનાવો. ૦ × ૭ + ૨ × ૬ + ૧ × ૫ + ૬ × ૪ + ૭ × ૩ + ૭ × ૨ = ૦ + ૧૨ + ૫ + ૨૪ + ૨૧ + ૧૪ + ૧૨ વધી = ૮૮: આમાં ૮ વધી ૮ ને નવમા સ્થાને મૂકો (નવી રકમ——૮૨૩,૫૬૨,૨૬૩).

(૧૦) દશમું સ્થાન ભરવાની રીતઃ—

હવે ગુણ્યની રકમમાંથી ચોથા અંકસ્થાન ૭ ને અલગ કરો અને દશમા સ્થાનના ૫ ને સાથે લ્યો. જેથી ગુણ્યની રકમ ૫૦૨૧૬૭ થઇ અને ગુણકની રકમ ૨૩૪૫૬૭ છે. આમાંથી ગુણાકારની ૭ જોડી બનાવી સરવાળો કરો. ૫ × ૭ + ૦ × ૬ + ૨ × ૫ + ૧ × ૪ + ૬ × ૩ + ૭ × ૨ = ૩૫ + ૦ + ૧૦ + ૪ + ૧૮ + ૧૪ + ૮ વધી = ૮૯: આમાં ૮ વધી અને ૯ ને દશમા સ્થાને મૂકો. (નવી રકમ–૯,૮૨૩,૫૬૨,૨૬૩)

(૧૧) અગીઆરમું સ્થાન ભરવાની રીતઃ—

હવે ગુણ્યની રકમમાંથી પાંચમા સ્થાન ૭ ને અલગ કરો અને અગીઆરમા સ્થાનના ૫ ને સાથે લ્યો, જેથી ગુણ્યની રકમ ૫૫૦૨૧૬ થઇ અને ગુણકની રકમ ૨૩૪૫૬૭ છે. આ બેમાંથી ગુણાકારની ૭ જોડી તૈયાર કરવી અને પછી તેનો સરવાળો કરવો. ૫ × ૭ + ૫ × ૬ + ૦ × ૫ + ૨ × ૪ + ૧ × ૩ + ૬ × ૨ + ૮ વધી = ૩૫ + ૩૦ + ૦ + ૮ + ૩ + ૧૨ + ૮ = ૯૬: આમાં ૯ વધી અને ૬ ને અગીઆરમા સ્થાને મૂકો. (નવી રકમ—૬૯,૮૨૩,૫૬૨,૨૬૩).

(૧૨) બારમું સ્થાન ભરવાની રીતઃ—

હવે ગુણક રકમના પહેલા અંકસ્થાનનો સંબંધ, ગુણ્ય રકમના બધા અંકસ્થાનો સાથે બરાબર જળવાઇ રહ્યો; જેથી એ સ્થાનને અલગ કરો. આ સાથે ગુણ્ય રકમના છઠ્ઠા સ્થાનના ૬ ને અલગ કરો. હવે ગુણ્ય રકમમાં નવો આંક ડાબી તરફ ઉમેરવાનો નથી. જેથી ગુણ્યની રકમ ૫૫૦૨૧ અને ગુણકની રકમ ૨૩૪૫૬ માંથી

ગુણાકારની પાંચ જોડી તૈયાર કરો. ૫ × ૬ + ૫ × ૫ + ૦ × ૪ + ૨ × ૩ + ૧ × ૨ = ૩૦ + ૨૫ + ૦ + ૬ + ૨ + ૯ વધી = ૭૨ : આમાંથી ૭ વધી અને ૨ ને ૧૨ માં સ્થાનમાં મૂકો. (નવી રકમ—૨૬૯,૮૨૩,૫૬૨,૨૬૩.)

(૧૩) તેરમું સ્થાન ભરવાની રીતઃ—

હવે બારમા સ્થાનમાં ગુણ્ય અને ગુણકની રકમો બતાવી તે બન્નેમાંથી જમણી તરફનો એકેક આંક કમી કરો, જેથી ગુણ્યની રકમ ૫૫૦૨ અને ગુણકની રકમ ૨૩૪૫ માંથી ચાર જોડી કરો. ૫ × ૫ + ૫ × ૪ + ૦ × ૩ + ૨ × ૨ = ૨૫ + ૨૦ + ૦ + ૪ + ૭ વધી = ૫૬ : આમાં ૫ વધી અને ૬ ને ૧૩ માં સ્થાનમાં મૂકો.

(નવી રકમ—૬,૨૬૯,૮૨૩,૫૬૨,૨૬૩.)

(૧૪) ચૌદમું સ્થાન ભરવાની રીતઃ—

હવે તેરમા સ્થાનમાં ગુણ્ય અને ગુણકની રકમો બતાવી તે બન્નેમાંથી જમણી તરફનો એકેક આંક કમી કરો. હવે ગુણ્યની રકમ ૫૫૦ અને ગુણકની રકમ ૨૩૪ માંથી ત્રણ જોડી તૈયાર કરો. ૫×૪+૫ × ૩ + ૦ + ૨= ૨૦ + ૧૫ + ૦+૫ વધી=૪૦: આમાંથી ૪ વધી અને ૦ને ચૌદમા સ્થાને મૂકો. (નવી રકમ—૦૬,૨૬૯,૮૨૩,૫૬૨,૨૬૩)

(૧૫) પંદરમું સ્થાન ભરવાની રીતઃ—

આગળની રીતે હવે ગુણ્યની રકમ ૫૫ અને ગુણકની ૨૩માંથી બે જોડી કરો ૫ × ૩ + ૫ × ૨ = ૧૫ + ૧૦ + ૪ વધી = ૨૯ : આમાંથી ૨ વધી અને ૯ને પંદરમાં સ્થાને મૂકો. (નવી રકમ—૯૦૬,૨૬૯,૮૨૩,૫૬૨,૨૬૩.)

હવે ગુણ્યની રકમ ૫ અને ગુણકની રકમ ૨ છે. જેથી ૫×૨ =૧૦ તેમાં ૨ વધી = ૧૨ આવ્યા. આમાં ૨ ને ૧૬ માં સ્થાનમાં અને ૧ ને ૧૭ માં સ્થાનમાં મૂકો. (નવી રકમ ૧૨, ૯૦૬, ૨૬૯, ૮૨૩, ૫૬૨, ૨૬૩. આ રીતે જવાબ આવ્યો.

તા૦ ક૦ આમાં ગુણ્યની રકમ તે ગુણક રકમનો વર્ગ છે. તેથી આવેલ જવાબ તે ગુણક રકમનો ઘન યાને ત્રિઘાત થયો. ત્રિઘાત કેમ કરવા તે તેના પ્રકરણ નીચે સમજાવવામાં આવશે. તે રીત વાંચ્યા સમજ્યા પછી તેની સરખામણી આમાં બતાવેલ રીત સાથે કરવી અને પછી જે રીત જેને ફાવે તે રીતનો ઉપયોગ કરવો. (જુઓ દાખલો ૩૭ મો પેટા ઉદાહરણ ૬ ઠ્ઠાની રીત.)

ઉદા: ૭૭૭૭૭ × ૩૩૩૩૩

૧ લું સ્થાન ભરવાની રીત:—

૭ × ૩=૨૧ હવે ૨ વધી અને ૧ ને પહેલા સ્થાનમાં મૂકો. (—૧.)

૨ જું સ્થાન ભરવાની રીત—

૨ (૨૧) = ૪૨ હવે ૪૨ + ૨ વધી = ૪૪. આમાં ૪ વધી અને ૪ ને બીજા સ્થાનમાં (——૪૧)

૩ જું સ્થાન:

૩ (૨૧) = ૬૩ હવે ૬૩ + ૪ વધી = ૬૭ આમાં ૬ વધી અને ૭ ને ૪ થા સ્થાનમાં મૂકો (——૭૪૧)

૪ થું સ્થાન:—

૪ (૨૧) = ૮૪ હવે ૪ + ૬ વધી = ૯૦. આમાં ૯ વધી અને ૦ ને ૪ થા સ્થાનમાં મૂકો (——૦૭૪૧)

૫ મું સ્થાન:—

૫ (૨૧) = ૧૦૫ હવે ૧૦૫ + ૯ વધી = ૧૧૪. હવે ૧૧ વધી અને ૪ ને પાંચમા સ્થાનમાં મૂકો (——૪૦૭૪૧)

ગુણ્ય ગુણક દરેકમાં પાંચસ્થાન એટલે અહીં સુધી ક્રમવાર ખંડ ભરતી કરતાં ૨૧. ના બમણા, ત્રણગણા, ચારગણા, પાંચગણા કરતા ગયા. હવે ક્રમવાર ખંડભરતી કરતાં ક્રમવાર ચારગણા ત્રણગણા બમણા એમ ઉતરતા પ્રમાણ કરતા જવું અને વધી આવે તે ઉમેરતા જવું. છેલ્લે ૫ મા સ્થાનમાં ૧૧ વધી છે તે છઠ્ઠામાં ઉમેરતાં ૮૪ +

૧૧ = ૯૫ થશે. પછી ૬૩ + ૯ = ૭૨ થશે. પછી ૪૨ + ૭ = ૪૯ થશે એટલે ક્રમવાર ૯; ૭; અને ૪ વધી આવશે. છેલી વધી ૪ તે ૨૧ માં ઉમેરતાં ૨૫ આવશે આ રીતે ક્રમવાર છઠ્ઠું, સાતમું, આઠમું, નવમું અને દશમું અંકસ્થાન ભરાઇ જાશે આ રીતે ૨૫૯૨૫૪૦૭૦૧ જવાબ આવશે.

૭૭૭૩૭ × ૩૩૩૩૩ નેા જવાબ ૨૫૯૨૫૪૦૭૪૧ આવે.

દાખલેા ૩૫ મેા

નવડા સાથે બીજા આઠ આંકડાનેા સ્નેહ-સંબંધ

ગુણ્ય રકમમાં બધા નવડા હેાય અને ગુણક રકમમાં એટલીજ સંખ્યાના બીજા આંક હેાય ત્યારે જવાબ તરત કહી શકાય, તેની નવાઇ પમાડે તેવી રીત આ નીચેના કેાઠામાં બતાવી છે. રીત બધામાં એક સરખી છે.

।	એકડાની	૯×૧=૦૯	૯૯×૧૧=૧૦૮૯	૯૯૯×૧૧૧=૧૧૦૮૮૯	૯૯૯૯×૧૧૧૧=૧૧૧૦૮૮૮૯
[illegible]	બગડાની	૯×૨=૧૮	૯૯×૨૨=૨૧૭૮	૯૯૯×૨૨૨=૨૨૧૭૭૮	૯૯૯૯×૨૨૨૨=૨૨૨૧૭૭૭૮
[illegible]	ત્રગડાની	૯×૩=૨૭	૯૯×૩૩=૩૨૬૭	૯૯૯×૩૩૩=૩૩૨૬૬૭	૯૯૯૯×૩૩૩૩=૩૩૩૨૬૬૬૭
[illegible]	ચેાગડાની	૯×૪=૩૬	૯૯×૪૪=૪૩૫૬	૯૯૯×૪૪૮=૪૪૩૫૫૬	૯૯૯૯×૪૪૪૪=૪૪૪૩૫૫૫૬
[illegible]	પાંચડાની	૯×૫=૪૫	૯૯×૫૫=૫૪૪૫	૯૯૯×૫૫૫=૫૫૪૪૪૫	૯૯૯૯×૫૫૫૫=૫૫૫૪૪૪૪૫
[illegible]	છગડાની	૯×૬=૫૪	૯૯×૬૬=૬૫૩૪	૯૯૯×૬૬૬=૬૬૫૩૩૪	૯૯૯૯×૬૬૬૬=૬૬૬૫૩૩૩૪
[illegible]	સાતડાની	૯×૭=૬૩	૯૯×૭૭=૭૬૨૩	૯૯૯×૭૭૭=૭૭૬૨૨૩	૯૯૯૯×૭૭૭૭=૭૭૭૬૨૨૨૩
[illegible]	આઠડાની	૯×૮=૭૨	૯૯×૮૮=૮૭૧૨	૯૯૯×૮૮૮=૮૮૭૧૧૨	૯૯૯૯×૮૮૮૮=૮૮૮૭૧૧૧૨

ખુલાસેા:-- ગુણ્યની રકમ ૯૯૯૯ છે અને ગુણકની રકમ ૭૭૭૭ છે. હવે ગુણ્યની રકમના એક નવડા સાથે ગુણકની રકમના એક સાતડાથી ગુણવા. આવેલ જવાબને આ પ્રમાણે લખેા (——૬——૩). પછી ગુણકની રકમમાં જાણે ચાર સાતડા છે. તેથી ૧કમી ત્રણ સાતડાને ૬ની ડાબી બાજુએ મૂકેા. પછી જાણે ૯ માંથી ૭ બાદ કરીએ તેા ૨ આવે. માટે જેમ ત્રણ સાતડા ૬ ની બહાર મૂક્યા તે રીતે ત્રણ બગડાને ૬અને ૩ ની વચે મૂકેા. (૭૭૭૬૨૨૨૩) આ રીતે ગમે તેવી મેાટી રકમ ગુણક હેાય તેા એ પ્રમાણે કરવું.

હવે ૯૯૯૯૯ ગુણ્ય હોય અને ૨૩૪૫૬ ગુણક હોય તો શી રીતે કરવું તેની રીતઃ—

પ્રથમ ગુણ્ય અને ગુણકનાં એકમ સ્થાનના આંક ૯ અને ૬ છે તો તે બન્નેનો ગુણાકાર કરવો. તે ૫૪ આવે તેને ૫-૪ એ રીતે જુદા જુદા મૂકવા પછી ગુણકની રકમના ૨૩૪૫ જે રહ્યા તે ૫૪ ના ૫ ની ડાબી બાજુએ આમ મૂકવા ૨૩૪૫૫—૪. પછી ૨૩૪૫ ને ગુણ્યના બાકી રહેલા ચાર નવડાની રકમ ૯૯૯૯ માંથી બાદ કરવા. તેથી આવશે ૭૬૫૪ આ ચાર આંકડા ને ૫૪ ના ૫ અને ૪ ની વચ્ચે મૂકવા. જેથી હવે આખી રકમ નીચે પ્રમાણે તૈયાર થઈ ૨૩૪૫૫૭૬૫૪૪ તે ૯૯૯૯૯ × ૨૩૪૫૬ નો જવાબ

દાખલો ૩૬ મો

ઘાત પ્રકરણ

ઘાત એટલે અમુક રકમ પોતાથી જેટલી વાર ગુણાય તે, તે રકમના ઘાત થયા એમ કહેવાય. અને આવેલ જવાબની તે મૂળ રકમ ઘાતમૂળ કહેવાય. હવે ૨ × ૨ × ૨ × ૨ × ૨ = ૩૨. હવે આ ૩૨ તે ૨ ના પંચઘાત કહેવાય. અને ૨ તે ૩૨ ના પંચઘાતમૂળ કહેવાય. લખવામાં ૨ ના પંચઘાત લખવા હોય તો $(૨)^{૫}$ આમ લખાય. અને ૩૨ ના પંચઘાતમૂળ લખવા હોય તો $\sqrt[૫]{૩૨}$, આમ લખાય. વર્ગમૂળ લખવા હોય તો $\sqrt{૪}$ અથવા $\sqrt[૨]{૪}$ આમ લખાય એટલે ૪ ના વર્ગમૂળ શું એમ સમજવું. $(૨)^{૫}$ આમ લખ્યું હોય ત્યારે બોલવામાં બેના પંચઘાત કહેવાય અને $\sqrt[૫]{૩૨}$ આમ લખ્યું હોય ત્યારે બોલવામાં બત્રીસના પંચઘાત મૂળ કહેવાય.

આ નીચે ૧ થી ૧૦ સુધીના આંકનો બેથી દશઘાત સુધીનો કોઠો કરી બતાવ્યો છે.

મૂળ.	બે ઘાત= વર્ગ=દ્વીઘાત.	ત્રિઘાત= ત્રણઘાત=ઘન	ચારઘાત	પંચઘાત	છઘાત	સાતઘાત	આઠઘાત	નવઘાત	દશઘાત.
૧	૧	૧	૧	૧	૧	૧	૧	૧	૧
૨	૪	૮	૧૬	૩૨	૬૪	૧૨૮	૨૫૬	૫૧૨	૧૦૨૪
૩	૯	૨૭	૮૧	૨૪૩	૭૨૯	૨૧૮૭	૬૫૬૧	૧૯૬૮૩	૫૯૦૪૯
૪	૧૬	૬૪	૨૫૬	૧૦૨૪	૪૦૯૬	૧૬૩૮૪	૬૫૫૩૬	૨૦૨૧૪૪	૪૦૮૫૭૬
૫	૨૫	૧૨૫	૬૨૫	૩૧૨૫	૧૫૬૨૫	૭૮૧૨૫	૩૯૦૬૨૫	૧૯૫૩૧૨૫	૯૭૬૫૬૨૫
૬	૩૬	૨૧૬	૧૨૯૬	૭૭૭૬	૪૬૬૫૬	૨૭૯૯૩૬	૧૬૭૯૬૧૬	૧૦૦૭૭૬૯૬	૬૦૪૬૬૧૭૬
૭	૪૯	૩૪૩	૨૪૦૧	૧૬૮૦૭	૧૧૭૬૪૯	૮૨૩૫૪૩	૫૭૬૪૮૦૧	૪૦૩૫૩૬૦૭	૨૮૨૪૭૫૨૪૯
૮	૬૪	૫૧૨	૪૦૯૬	૩૨૭૬૮	૨૬૨૧૪૪	૨૦૯૭૧૫૨	૧૬૭૭૭૨૧૬	૧૩૪૨૧૭૭૨૮	૧૦૭૩૭૪૧૮૨૪
૯	૮૧	૭૨૯	૬૫૬૧	૫૯૦૪૯	૫૩૧૪૪૧	૪૭૮૨૯૬૯	૪૩૦૪૬૭૨૧	૩૮૭૪૨૦૪૮૯	૩૪૮૬૭૮૪૪૦૧
૧૦	૧૦૦	૧૦૦૦	૧૦૦૦૦	૧૦૦૦૦૦	૧૦૦૦૦૦૦	૧૦૦૦૦૦૦૦	૧૦૦૦૦૦૦૦૦	૧૦૦૦૦૦૦૦૦૦	૧૦૦૦૦૦૦૦૦૦૦

આપણુને એકસરખા બે આંકડાની રકમના કે પછી એકસરખા ગમે તેટલા આંકડાની રકમના ચડતા ઘાત કરવા હોય તો પ્રથમ આપણુને એ રકમના દ્વીઘાત = (વર્ગ) = કરવા જોઇએ. પછી તેમાંથી ત્રિઘાત = ઘન = ત્રણ ઘાત કરવા. પછી તેમાંથી ચાર ઘાત કરવા. એમ ક્રમવાર ચડતા ઘાત કરવા. માટે વર્ગનું પ્રકરણ બરાબર કાળજીથી સમજી લેવું.

ઉદાહરણ ૧ લું:

ક્રમવાર ઘાતઃ—

અંકસ્થાન	૧૦૯૮૭૬૫૪૩૨૧
(૧૧)^{૨}	૧૨૧
(૧૧)^{૩}	૧૩૩૧
(૧૧)^{૪}	૧૪૬૪૧
(૧૧)^{૫}	૧૬૧૦૫૧
(૧૧)^{૬}	૧૭૭૧૫૬૧
(૧૧)^{૭}	૧૯૪૮૭૧૭૧
(૧૧)^{૮}	૨૧૪૩૫૮૮૮૧
(૧૧)^{૯}	૨૩૫૭૯૪૭૬૯૧

બે આંકડાની એક સરખી રકમના ૯ સુધીના ઘાત કરો.

એવી રકમો: ૧૧: ૨૨: ૪૪: ૯૯ વગેરે સમજવી.

રીત:—

૧૧ ના બે ઘાત = વર્ગ ૧૨૧ થાય, એ રીત આગળ બતાવી છે. હવે ૧૨૧ ઉપરથી ૧૧ નો ત્રણ ઘાત (ઘન) બનાવવો છે. મૂળ રકમ ૧૧ માં બે આંકડા છે. હવે આપણે ૧૨૧ ને ગુણ્ય રકમ કહેવી અને ૧૧ ને ગુણક સમજવી. સાધારણ ગુણાકારની રીત કરવી હોય ત્યારે ૧૨૧ × ૧૧ કરીએ તો ૧૧ ના ત્રણ ઘાતનો જવાબ આવીને ઉભો પણ ૧૨૧ માંથી પરબારે જવાબ લાવી આપવો છે. જે જવાબ આવે તેને નવી રકમ એ સંજ્ઞા આપીએ છીએ માટે જ્યારે નવી રકમ કહેવામાં આવે ત્યારે ગુણાકારનો જવાબ સમજવો.

ત્રિઘાત કરવા માટે આપણી પાસે ૧૨૧ ગુણ્ય રકમ છે. આમાં ત્રણ આંક છે એના એકમસ્થાનના એટલે પહેલા અંકસ્થાનમાં ૧ છે તેને નવી રકમના પહેલા અંકસ્થાનમાં મૂકો. (નવી રકમ——૧)

હવે ગુણ્ય રકમના પહેલા અને બીજા સ્થાનના આંક ૧ અને ૨ નો સરવાળો ૩ આવ્યો તેને નવી રકમના બીજા સ્થાનમાં મૂકો. (નવી રકમ——૩૧). મૂળ રકમ ૧૧ માં બે આંક છે. અને નવી રકમના બે અંકસ્થાન પૂરાયા એટલે ગુણ્ય રકમમાંથી આપણે બે આંક ગણત્રીમાં લીધા. હવે નવી રકમના ત્રીજા સ્થાન પૂરવા પહેલાં ગુણ્ય રકમનો પહેલો આંક પડતો મૂકવો અને બીજા અંકસ્થાનની સાથે ત્રીજો અંકસ્થાન હિસાબમાં લેવો અને એ બેનો સરવાળો (૨ + ૧) = ૩ આવે તેને નવી રકમના ત્રીજા સ્થાનમાં મૂકો (નવી રકમ——૩૩૧).

હવે ગુણ્ય રકમના બીજા અંકસ્થાનના ૨ ને અલગ કરી ત્રીજા સ્થાનનો ૧ રહ્યો, તેને નવી રકમના ચોથા સ્થાનમાં મૂકો (નવી રકમ ૧૩૩૧). આ રીતે ૧૧ નો ત્રિઘાત ૧૩૩૧ નો આંક ૧૧ ના વર્ગ ૧૨૧ માંથી બનાવી લાવ્યા.

હવે ૧૧ નો ચાર ઘાત ૧૧ ના ત્રણ ઘાત ૧૩૩૧ માંથી બનાવવો. હવે ૧૩૩૧ ને ગુણ્ય રકમ સમજવી. આમાં ચાર અંકસ્થાન છે. તેના પહેલા અંકસ્થાનના ૧ ને નવી રકમના પહેલા અંકસ્થાનમાં મૂકો (નવી રકમ——૧)

પછી ગુણ્ય રકમના પહેલા અને બીજા સ્થાનના ૧ અને ૩ ના સરવાળાના ૪ ને બીજા સ્થાનમાં મૂકો. (નવી રકમ——૪૧). પછી ગુણ્ય રકમના પહેલા સ્થાનના ૧ ને અલગ કરો અને બીજા અને ત્રીજા સ્થાનના ૩ અને ૩ ના સરવાળાના ૬ ને ત્રીજા સ્થાનમાં મૂકો. (નવી રકમ——૬૪૧). પછી ગુણ્ય રકમના બીજા સ્થાનના ૩ ને અલગ કરો. પછી ગુણ્ય રકમના ત્રીજા અને ચોથા સ્થાનના

૩ અને ૧ ના સરવાળાના ૪ ને ચોથા સ્થાનમાં મૂકો. (નવી રકમ ——૪૬૪૧). પછી ગુણ્ય રકમના ત્રીજા સ્થાનને અલગ કરો અને ચોથા સ્થાનના ૧ ને નવી રકમના પાંચમા સ્થાનમાં મૂકો (નવી રકમ——૧૪૬૪૧). આ રીતે ૧૧ ના ચાર ઘાત ૧૪૬૪૧ ની રકમ, ૧૧ ના ત્રિઘાત ૧૩૩૧ માંથી તૈયાર કરી બતાવી.

આવી જ રીતે ૧૧ ની પાંચ ઘાત, ૭ ઘાત વગેરે વગેરેની રકમો તૈયાર થઇ શકે છે. રીત બરાબર ધ્યાનમાં ઉતરે તે માટે ૧૧ ના નવ ઘાતનો કોઠો જે બતાવ્યો છે તે બરાબર સમજી લેવો.

પેટા ઉદાહરણ ૧ લું :

પ્રશ્નઃ—$(૨૨)^{૫}$ એટલે ૨૨ નો પંચઘાત શું ?

જવાબઃ—પ્રથમ ૧૧ નો પંચઘાત શું તે કોઠામાંથી જોઇ લેવું અથવા ઉપર બતાવેલ રીત પ્રમાણે ૧૧ નો પંચઘાત કરી લેવો તેને ગુણ્ય રકમ સમજવી. (૧૧ નો પંચઘાત = ૧૬૧૦૫૧). પછી ૨૨ માં ૨ આંક મુખ્ય છે માટે ૨ નો પંચઘાત ૩૨ ને ગુણક રકમ માનવી. હવે ગુણ્ય રકમ ૧૬૧૦૫૧ × ૩૨ ગુણક રકમ = ૫૧૫૩૬૩૨ જવાબ આવ્યા માટે ૨૨ નો પંચઘાત ૫૧૫૩૬૩૨ આવ્યા.

પેટા ઉદાહરણ ૨ જું:—

પ્રશ્નઃ—$(૬૬)^{૪}$ નો શું જવાબ; એટલે ૬૬ ના ચાર ઘાત શું ?

જવાબઃ—પ્રથમ ૧૧ ના ચાર ઘાત. ૧૪૬૪૧ ને ગુણ્ય રકમ સમજો પછી ૬ ના ચાર ઘાત ૧૨૯૬ ને ગુણક સમજો પછી ૧૪૬૪૧ × ૧૨૯૬ = ૧૮૯૭૪૭૩૬ આવ્યા તે ૬૬ ના ચાર ઘાત.

ઉદાહરણ ૨ જું:—

એક સરખા ત્રણ આંકડાની રકમના જૂદા જૂદા ચડતા ઘાત બનાવી આપો,

રીતઃ—આમાં ૧૧૧, ૩૩૩ ૫૫૫ વગેરે વગેરે ત્રણ આંકડાની એક સરખી રકમના ચડતા ઘાત બનાવવાના છે. પ્રથમ ૧૧૧ (ત્રણ એકડા)ની રકમના ચડતા ઘાતનો કોઠો બાજુમાં તૈયાર કરી બતાવ્યો છે તેની રીતઃ—

અંકસ્થાન→	૧૯ ૧૮ ૧૭ ૧૬ ૧૫ ૧૪ ૧૩ ૧૨ ૧૧ ૧૦ ૯ ૮ ૭ ૬ ૫ ૪ ૩ ૨ ૧
ક્રમવાર ચડતા ઘાત (૧૧૧)^{૨}	૧૨૩૨૧
(૧૧૧)^{૩}	૧૩૬૭૬૩૧
(૧૧૧)^{૪}	૧૫૧૮૦૭૦૪૧
(૧૧૧)^{૫}	૧૬૮૫૦૫૮૧૫૫૧
(૧૧૧)^{૬}	૧૮૭૦૪૧૪૫૫૨૧૬૧
(૧૧૧)^{૭}	૨૦૭૬૧૬૦૧૫૨૮૯૮૭૧
(૧૧૧)^{૮}	૨૩૦૪૫૩૭૭૬૯૭૧૭૫૬૮૧
(૧૧૧)^{૯}	૨૫૫૮૦૩૬૯૨૪૩૮૬૫૦૦૫૯૧

આગળ સમજાવેલ છે તે પ્રમાણે પ્રથમ ૧૧૧ નો વર્ગ બનાવવો તે રકમ ૧૨૩૨૧ આવી. આ રકમમાંથી ૧૧૧ નો ત્રિઘાત બનાવવો. હવે ૧૨૩૨૧ માં પાંચ સ્થાન છે. પ્રથમ પહેલા સ્થાનના ૧ ને ત્રિઘાતની તૈયાર થનાર નવી રકમના ૧ લા સ્થાનમાં મૂકો. (નવી રકમ——૧). પછી ગુણ્ય રકમના પહેલા અને બીજા સ્થાનના ૧ અને ૨ ના સરવાળાના ૩ ને નવી રકમના બીજા સ્થાનમાં મૂકો. (નવી રકમ——૩૧). પછી ગુણ્ય રકમના પહેલા, બીજા અને ત્રીજા સ્થાનના (૧ + ૨ + ૩ = ૬) સરવાળાના ૬ ને નવી રકમના ત્રીજા સ્થાનમાં મૂકો. (નવી રકમ——૬૩૧). આમાં મૂળ રકમમાં ત્રણ આંકડા (૧૧૧) છે——માટે જ્યાં સુધી ત્રણ ત્રણ અંકસ્થાનના સાથે સરવાળા થાય ત્યાં સુધી ત્રણ ત્રણ આંકડાના સરવાળા સાથે કરવા. હવે ગુણ્ય રકમના પહેલા સ્થાનનો ૧ એકવાર ત્રણ આંકડાના સરવાળામાં આવી ગયો, માટે હવે તેને અલગ કરો. અને ગુણ્ય

રકમના બીજા, ત્રીજા અને ચોથા આંક ૨ + ૩ + ૨ નો સરવાળો કરો. આ રીતે આમાં ત્રણ આંકડાની બીજી જોડી તૈયાર થઇ. આમાંથી ૭ જે સરવાળો આવ્યો તેને નવી રકમના ચોથા સ્થાનમાં મૂકો. (નવી રકમ——૭૬૩૧). હવે ગુણ્ય રકમના બીજા આંક ૨ ને અલગ કરો. પછી ગુણ્ય રકમના ત્રીજા, ચોથા અને પાંચમા અંકસ્થાનના ૩, ૨ અને ૧ ના સરવાળા ૬ ને નવી રકમના પાંચમા સ્થાનમાં મૂકો (નવી રકમ——૬૭૬૩૧). હવે ત્રણ અંકસ્થાનનો સરવાળો નહિ થઇ શકે પરન્તુ બે અંકસ્થાનનો સરવાળો થશે માટે ગુણ્ય રકમના ૪ અને ૫ અંકસ્થાનના ૨ અને ૧ ના સરવાળા ૩ ને નવી રકમના છઠ્ઠા સ્થાને મૂકો. (નવી રકમ——૩૬૭૬૩૧). પછી ગુણ્ય રકમના પાંચમા સ્થાનના ૧ ને નવી રકમના સાતમા સ્થાને મૂકો. નવી રકમ ૧૩૬૭૬૩૧ થઇ, આ પ્રમાણે ૧૧૧ નો ત્રિઘાત ૧૧૧ ના વર્ગમાંથી કરી બતાવ્યો.

આમાં જમણી તરફનો એકેક આંક પડતો મૂકતા જવું અને ડાબી બાજુનો એક એક આંક ઉમેરતા જવું. એ ધ્યાનમાં રાખવાનું છે.

હવે (૧૧૧) ના ત્રિઘાતની રકમ ૧૩૬૭૬૩૧ માંથી ૧૧૧ ના ચાર ઘાત કરવાનો છે તે કરો.

માટે પ્રશ્નઃ—(૧૧૧) ના ચાર ઘાત કરોઃ—

રીતઃ—હવે આપણા હાથમાં ૧૩૬૭૬૩૧ ની ગુણ્ય રકમ છે એમ સમજો.

પ્રથમ ગુણ્ય રકમના પહેલા સ્થાનનો ૧ છે તેને નવી રકમના પહેલા સ્થાનમાં મૂકો. (નવી રકમ——૧). પછી ગુણ્ય રકમના ૧ લા અને ૨ જા સ્થાનના ૧ અને ૩ ના સરવાળાને, બીજા સ્થાનમાં મૂકો. (નવી રકમ——૪૧). પછી ગુણ્ય રકમના પહેલા, બીજા અને ત્રીજા સ્થાનના આંક ૧, ૩, અને ૬ ના સરવાળાના ૧૦માંથી ૦ ને નવા સ્થાનમાં મૂકો અને ૧ ને વધી તરીકે હાથમાં રાખો. (નવી રકમ——૦૪૧). પછી ગુણ્ય રકમના પહેલા સ્થાનના ૧ ને

હિસાબમાંથી અલગ રાખો. અને ગુણ્ય રકમના બીજા, ત્રીજા, અને ચોથા સ્થાનના ૩, ૬, અને ૭ નો સરવાળો ૧૬ માં આગળની ૧ વધી ઉમેરો તો ૧૭ થાય. આમાંથી ૭ ને નવી રકમના ચોથા સ્થાનમાં મૂકો અને ૧ વધી હાથમાં રાખો.(નવી રકમ—૭૦૪૧). હવે ગુણ્ય રકમના બીજા સ્થાનના ૩ ને અલગ કરો અને ત્રીજા, ચોથા અને પાંચમાં અંકસ્થાનના ૬,૭ અને ૬ ના સરવાળા ૧૯ માં ૧ વધી ઉમેરીએ તો ૨૦ થાય. આમાંથી ૨ વધી અને ૦ ને નવી રકમના પાંચમાં સ્થાનમાં મૂકો (નવી રકમ——૦૭૦૪૧). હવે ગુણ્ય રકમના ત્રીજા સ્થાનના ૬ ને અલગ રાખો. પછી એ રકમના ચોથા પાંચમા અને છઠ્ઠા સ્થાનના ૭; ૬; અને ૩ ના સરવાળામાં ૨ વધી ઉમેરો તો ૧૮ થાય. તેમાં ૧ વધી અને ૮ ને નવી રકમના છઠ્ઠા સ્થાનમાં મૂકો. (નવી રકમ——૮૦૭,૦૪૧). હવે ગુણ્ય રકમના ચોથા સ્થાનના ૭ ને અલગ કરો અને એ રકમના પાંચમા, છઠ્ઠા અને સાતમા સ્થાનના ૬ : ૩ : અને ૧ ના સરવાળામાં ૧ વધીનો ઉમેરો તો ૧૧ થાય. તેમાં ૧ વધી અને ૧ ને નવી રકમના સાતમા સ્થાનમાં મૂકો (નવી રકમ——૧,૮૦૭,૦૪૧). હવે ગુણ્ય રકમના પાચમા સ્થાનના ૬ ને અલગ કરો. હવે મૂળ ગુણ્ય રકમના છઠ્ઠા અને સાતમા અંકસ્થાનના સરવાળામાં ૧ ઉમેરો તો (૩ + ૧ + ૧ વધી) ૫ થાય. આને નવી રકમના આઠમા સ્થાનમાં મૂકો (નવી રકમ——૫૧,૮૦૭,૦૪૧). હવે ગુણ્ય રકમના છઠ્ઠા અંકસ્થાનને અલગ કરીએ તો પછી સાતમા સ્થાનનો ૧ રહે તેને નવી રકમના નવમા સ્થાનમાં મૂકો. એટલે આખી નવી રકમ ૧૫૧,૮૦૭,૦૪૧ થાય. આ રીતે ૧૧૧ ના ત્રિઘાત ૧૩૬૭૬૩૧ માંથી ૧૧૧ ના ચાર ઘાત ૧૫૧,૮૦૭,૦૪૧ તૈયાર કરી બતાવ્યા.

આ નિયમ પ્રમાણે ચાર ઘાતમાંથી પાંચ ઘાત અને પાંચમાંથી છ ઘાત એમ ક્રમવાર ચડતા ઘાતની રકમો બનાવી શકાય. કોઠા જુઓ.

પેટા ઉદાહરણઃ ૧ લું:—

પ્રશ્ન:-૩૩૩ ના ત્રિઘાત શું? તે જલદી કહેા.

જવાબ:—પ્રથમ ૧૧૧ ના ત્રિઘાત ૧૩૬૭૬૩૧ ને ગુણ્ય માનેા અને ૩ ના ત્રિઘાત ૨૭ ને ગુણક માનેા માટે એ બેનેા ગુણાકાર (૧૩૬૭૬૩૧ × ૨૭) = ૩૬૯૨૬૦૩૭ આવ્યા. તે ૩૩૩ ના ત્રિઘાત થયા. એ જવાબ.

પેટા ઉદાહરણઃ ૨ જું

પ્રશ્ન:—૫૫૫ ના ત્રિઘાત કહેાઃ

જવાબઃ પ્રથમ ૧૩૬૭૬૩૧ ગુણ્ય કરેા અને ૫ ના ત્રિઘાત ૧૨૫ ને ગુણક કરેાઃ તેા ૧૩૬૭૬૩૧ × ૧૨૫ = ૧૭૦૯૫૩૮૭૫ આવ્યા તે ૫૫૫ નેા ત્રિઘાત થયેા.

ઉદાહરણઃ ૩ જું

એક સરખા ચાર આંકઃ ૧૧૧૧ : ૩૩૩૩ : ૫૫૫૫ની રકમેાના જૂદા જૂદા ઘાત કરી બતાવેા અને તે સાથે ૧૧૧૧ ના નવ ઘાતનેા કેાઠેા કરી બતાવેા.

	અંકસ્થાન	[illegible]
ઘાત	(૧૧૧૧)^{૨}	૧૨૩૪૩૨૧
	(૧૧૧૧)^{૩}	૧૩૭૧૩૩૦૬૩૧
	(૧૧૧૧)^{૪}	૧૫૨૩૫૪૮૩૩૧૦૪૧
	(૧૧૧૧)^{૫}	૧૬૯૨૬૬૨૧૯૫૭૮૬૫૫૧
ચડતા	(૧૧૧૧)^{૬}	૧૮૮૦૫૪૭૬૯૯૫૧૮૮૫૮૧૬૧
	(૧૧૧૧)^{૭}	૨૦૯૦૩૯૯૪૯૪૧૬૫૪૫૧૪૧૬૮૭૧
ક્રમવાર	(૧૧૧૧)^{૮}	૨૩૨૨૪૩૩૮૩૮૦૧૭૮૧૬૫૨૪૧૪૩૬૮૧
	(૧૧૧૧)^{૯}	૨૫૮૦૨૨૩૯૯૪૦૩૭૭૯૪૧૫૮૩૨૩૬૨૯૫૯૧

રીતઃ—આમાં ૧૧૧૧ નો વર્ગ પ્રથમ કરવો. કોઠામાં અંકસ્થાન સ્પષ્ટ સમજાય એવી રીતે મૂકયા છે, જેથી ગુણ્ય રકમોના અંક-સ્થાનોનો સરવાળો કરવામાં અને આવેલ વધીને યોગ્ય સ્થાને ઉમેર-વામાં ભૂલ ન થાય તે ધ્યાનમાં રાખવું.

ઘાત મૂળની રકમમાં જેટલા અંકસ્થાન હોય તેટલા અંકસ્થાનના આંકડાનો એક સામટો સરવાળો થાય. પ્રથમ એકસ્થાનનો સરવાળો, (એટલે એ આંક એમજ મૂકી દેવો) પછી બે સ્થાનનો સરવાળો, પછી ત્રણ સ્થાનનો સરવાળો, અને છેવટે જેટલા સ્થાન મૂળઘાતમાં હોય ત્યાં સુધીના અંકસ્થાનનો સરવાળો કરવો. વધી યોગ્ય સ્થળે ઉમેરવા. અને નવી રકમના યોગ્ય સ્થાને યોગ્ય આંક ઉમેરતા જવું. ઘાત-મૂળની રકમમાં જેટલા આંક હોય તેટલા આંકની પહેલી જોડી બનાવી હિસાબમાં લઇ, તે જોડીમાંથી જમણી તરફનો એક કમી કરતાં જવું, અને ડાબી બાજુએ ક્રમવાર આવતા અંકસ્થાનનો એક આંક મેળવતા રહેવું. આ રીતે જ્યાં સુધીની જોડીઓ તૈયાર થઇ શકે ત્યાં સુધી કર્યા કરવી. પછી એક એક સ્થાન કમી થતો જાય તે છેવટે ડાબી તરફનો છેલ્લો એક આંક હિસાબમાં લેવાય. આ બતાવેલ રીત પ્રમાણે કોઠો કર્યો છે. હવે ૧૧૧૧૧, ના ઘાત; ૧૧૧૧૧૧ ના ઘાત, ૧૧૧૧૧૧૧ ના ઘાતઃ ૧૧૧૧૧૧૧૧ ના ઘાત અને ૧૧૧૧૧૧૧૧૧ ના ઘાતના કોઠા ટુંકાણથી બતાવ્યા છે કારણ એમાં આવેલ અંકસ્થાનની સંખ્યા બહુ જ મોટી થાય છે જેથી કદાચ ગણિતનો કટુ પ્યાલો મનરંજન કરવાને બદલે મનરંજ (ખેદ) કરે.

		અંકસ્થાન	૨૬	૨૫	૨૪	૨૩	૨૨	૨૧	૨૦	૧૯	૧૮	૧૭	૧૬	૧૫	૧૪	૧૩	૧૨	૧૧	૧૦	૯	૮	૭	૬	૫	૪	૩	૨	૧
ઉદાહરણ:- ૪ થું	પાંચ અંકસ્થાન-વાળી રકમના ઘાત	(૧૧૧૧૧)²																		૧	૨	૩	૪	૫	૪	૩	૨	૧
		(૧૧૧૧૧)³														૧	૩	૭	૧	૭	૦	૦	૯	૬	૦	૬	૩	૧
		(૧૧૧૧૧)⁴										૧	૫	૨	૪	૦	૯	૬	૯	૩	૭	૩	૫	૭	૧	૦	૪	૧
		(૧૧૧૧૧)⁵						૧	૬	૯	૩	૪	૨	૪	૧	૦	૭	૦	૯	૭	૪	૭	૮	૩	૬	૫	૫	૧
ઉદાહરણ:- ૫ મું	૬ સ્થાન-વાળી રકમના ઘાત	(૧૧૧૧૧૧)²																૧	૨	૩	૪	૫	૬	૫	૪	૩	૨	૧
		(૧૧૧૧૧૧)³											૧	૩	૭	૧	૭	૩	૭	૯	૯	૭	૨	૬	૦	૬	૩	૧
		(૧૧૧૧૧૧)⁴						૧	૫	૨	૪	૧	૫	૧	૮	૦	૬	૧	૩	૬	૨	૫	૯	૭	૧	૦	૪	૧
		(૧૧૧૧૧૧)⁵	૧	૬	૯	૩	૫	૦	૦	૩	૧	૩	૩	૧	૬	૦	૫	૯	૫	૨	૬	૮	૩	૩	૬	૫	૫	૧
ઉદાહરણ:- ૬ ઠ્ઠું	સાત સ્થાન-વાળી રકમના ઘાત	(૧૧૧૧૧૧૧)²														૧	૨	૩	૪	૫	૬	૭	૬	૫	૪	૩	૨	૧
		(૧૧૧૧૧૧૧)³								૧	૩	૭	૧	૭	૪	૧	૭	૦	૦	૯	૬	૦	૨	૬	૦	૬	૩	૧
		(૧૧૧૧૧૧૧)⁴		૧	૫	૨	૪	૧	૫	૭	૨	૯	૩	૦	૯	૫	૬	૫	૬	૧	૪	૯	૯	૭	૧	૦	૪	૧
ઉદાહરણ:- ૭ મું	આઠ સ્થાન-વાળી રકમના ઘાત	(૧૧૧૧૧૧૧૧)²												૧	૨	૩	૪	૫	૬	૭	૮	૭	૬	૫	૪	૩	૨	૧
		(૧૧૧૧૧૧૧૧)³					૧	૩	૭	૧	૭	૪	૨	૦	૭	૧	૩	૩	૦	૫	૯	૦	૨	૬	૦	૬	૩	૧
ઉદાહરણ:- ૮ મું	નવસ્થાન વાળી રકમના ઘાત	(૧૧૧૧૧૧૧૧૧)²										૧	૨	૩	૪	૫	૬	૭	૮	૯	૮	૭	૬	૫	૪	૩	૨	૧
		(૧૧૧૧૧૧૧૧૧)³		૧	૩	૭	૧	૭	૪	૨	૧	૦	૮	૩	૬	૭	૬	૨	૬	૮	૯	૦	૨	૬	૦	૬	૩	૧

દાખલો ૩૭ મો.

ત્રિઘાત અને તેથી ચડતા ઘાત વિષે વિશેષ વિચાર.

૧૧ : ૨૨ : ૧૧૧ : ૪૪૪ : ૧૧૧૧ : ૪૪૪૪ વગેરે વગેરે. સરખા એક જ આંકની રકમોના ત્રિઘાત, ચાર ઘાત વગેરે ચડતા ઘાત શી રીતે બનાવવા તે વિગતવાર આથી અગાઉ ખુલાસાવાર સમજાવવામાં આવેલ છે. આ પ્રકરણમાં ગમે તે જૂદા જૂદા આંકડાની ગમે તેવડી નાની મોટી રકમના ત્રિઘાત અને તેથી ચડતા ઘાત કરવાની રીત બતાવવામાં આવશે. અગાઉ સમજાવવામાં આવેલ રીતથી આ રીત સ્હેજ અઘરી છે, છતાં બુદ્ધિશાળીઓ કાળજી રાખી રીત ધ્યાનમાં લે તો તેમના માટે અઘરી નથી. એવા માટે થોડીક વિચાર સામગ્રી આ નીચે રજુ કરી છે.

પેટા ઉદાહરણ ૧ લું:—

પ્રશ્ન:-૬૫ ના ત્રિઘાત કરો.

જવાબ:-આવા દાખલા બે રીતથી સમજાવી શકાય. પહેલી રીત:-અંકગણિતની રીતે અને બીજી રીત અક્ષરગણિતની રીતે.

અંકગણિતની રીત:-૬૫ ના વર્ગ. આપણી રીત પ્રમાણે ૪૨૨૫ પછી આવ્યા. ૪૨૨૫ ગુણ્ય અને ૬૫ ગુણક સમજીએ એટલે ૨૭૪૬૨૫ આવે. આ તે ૬૫ ના ત્રિઘાત આવ્યા.

અક્ષરગણિત:-**अ + ब** (એ બેને બે આંકડા સમજવા)નો ત્રિઘાત કરો. આમાં પ્રથમ **अ + ब** ના વર્ગ કરીએ તો **अ**^{૨} + ૨ **अ ब** + **ब**^{૨} આવે પછી તેને **अ + ब** થી ગુણવા એટલે આવે **अ**^{૩} + ૩ **अ**^{૨} **ब** + ૩ **अ ब**^{૨} + **ब**^{૩} આ રીતે **अ + ब** ના ત્રિઘાત **अ**^{૩} + ૩ **अ**^{૨} **ब** + ૩ **अ ब**^{૨} + **ब**^{૩} આવ્યા. હવે આ બીજગણિતનો સિદ્ધાંત અંકગણિતમાં લાગુ નીચે પ્રમાણે પાડી શકાય. ૬૫ ના વર્ગ કરો એટલે ૬૫ × ૬૫: હવે **अ**=૬ અને **ब**=૫.

હવે ૬૫ × ૬૫		
૬ × ૬	૬ × ૫ ૬ × ૫	૫ × ૫
$૬^૨$	૨(૬×૫)	$૫^૨$

માર્જીનમાં બતાવેલ રીત પ્રમાણે: પહેલા સ્થાનમાં ૫ નો વર્ગ. બીજા સ્થાનમાં ૨ (૬ × ૫) અને ત્રીજા સ્થાનમાં $૬^૨$=ત્રીજા સ્થાન ૬×૬ બીજા સ્થાનમાં ૨ (૬×૫) પહેલા સ્થાનમાં ૫×૫

૬ × ૬	૨ (૬ × ૫)	૫ × ૫ ગુણ્ય	
×	૬	૫ ગુણક	
૬ × ૬ × ૫	૬ × ૬ × ૫ (૬ × ૬ × ૫) ૨ (૬×૫)×૬	૨ (૬ × ૫) × ૫ ૬ × ૫ × ૫	૫ × ૫ × ૫
$(૬)^૩$	૩ ($૬^૨$ × ૫)	૩ (૬ × $૫^૨$)	$(૫)^૩$

હવે આપણને ત્રિઘાત કરવા માટે ૬૫ ના વર્ગના આંકડાને ૬૫ થી ગુણી બતાવેલ છે. અને જવાબમાં $૬^૩$ + ૩ ($૬^૨$ × ૫) + ૩ (૬ × $૫^૨$) + ($૫^૩$) આમ આવે છે.

હવે ૬૫ ના ઘનના જવાબમાં નીચે પ્રમાણે આંકડા મૂકી શકાય.

(૧) પહેલું સ્થાન ભરવાની રીત:—

$૫^૩$ છે તેના ૧૨૫ થયા. આમાં ૧૨ વધી અને ૫ ને પહેલા સ્થાનમાં મૂકો (નવી રકમ——૫)

(૨) બીજું સ્થાન ભરવાની રીત:—

બીજા સ્થાનમાં ૩ (૬ × $૫^૨$) છે = ૩ × ૬ × ૨૫ = ૪૫૦+૧૨ વધી = ૪૬૨ આમાં ૪૬ વધી અને ૨ ને બીજાસ્થાનમાં મૂકો (નવી રકમ——૨૫)

(૩) ત્રીજું સ્થાન ભરવાની રીત:—

ત્રીજા સ્થાનમાં ૩ ($૬^૨$ × ૫) છે. માટે ૩ × ૬ × ૬ × ૫ =૫૪૦

+૪૬ વધી = ૫૮૬ આમાં ૫૮ વધી અને ૬ ને ત્રીજા સ્થાનમાં મૂકો (નવી રકમ——૬૨૫)

(૪) ચોથું, પાંચમું અને છઠ્ઠું સ્થાન ભરવાની રીતઃ—

રીતના ચોથા સ્થાનમાં $૬^{૩}$ છે માટે તેના ૨૧૬ આવ્યા તેમાં ૫૮ વધી નાંખો તો થયા ૨૭૪. એ રકમને ૬૨૫ ની ડાબી તરફ મૂકો તો નવી આખી રકમ ૨૭૪૬૨૫ થાય. આ રકમ તે ૬૫ ના ત્રિઘાત થયા.

પેટા ઉદાહરણઃ ૨ જુંઃ-

પ્રશ્નઃ ૨૩૪ ના ત્રિઘાત કરો.

જવાબઃ આમાં ત્રણ આંકડાની રકમ છે. તેના ત્રિઘાત પરબારા કરવાના છે.

૨૩૪ ગુણ્ય

પ્રથમ આપણે ૨૩૪ ના વર્ગ કરીએ — ૨૩૪ ગુણક

રીત — આમાં ૨૩૪ ને ૪ થી ગુણ્યા.			(૨×૪)	(૩×૪)	$(૪)^{૨}$
રીત — આમાં ૨૩૪ ને ૩ થી ગુણ્યા.		(૩×૨)	$(૩)^{૨}$	(૩×૪)	
આમાં ૨૩૪ ને ૨ થી ગુણ્યા.	$(૨)^{૨}$	(૩×૨)	(૨×૪)		
૨૩૪ ના વર્ગનો જવાબ આને ગુણ્ય માનો	$(૨)^{૨}$	$૨(૩\times૨)$	$૨(૨\times૪) + (૩)^{૨}$	$૨(૩\times૪)$	$(૪)^{૨}$
ગુણક રકમ			૨	૩	૪

ઉપરના કોઠામાં ૨૩૪ ના વર્ગની રીત બતાવી છે.

આ કોઠામાં ૨૩૪ ના વર્ગના આંકડા ઉપરથી ત્રિઘાતની રીત છે.

ગુણ્ય રકમને ૪ થી ગુણ્યાની રીત.			$(૨^{૨}×૪)$	$૨(૨×૩×૪)$	$૨(૨×૪^{૨})$ + $(૩^{૨}×૪)$	$૨(૩×૪^{૨})$	$(૪)^{૩}$
ગુણ્યને ૩ થી ગુણ્યાની રીત		$(૨^{૨}×૩)$	$૨(૩^{૨}×૨)$	$૨(૨×૩×૪)$ + $(૩)^{૩}$	$૨(૩^{૨}×૪)$	$(૩×૪^{૨})$	
ગુણ્યને ૨ થી ગુણ્યાની રીત	$(૨)^{૩}$	$૨(૨^{૨}×૩)$	$૨(૨^{૨}×૪)$ + $(૨×૩^{૨})$	$૨(૨×૩×૪)$	$૨×૪$		
જવાબ.	$(૨^{૩})$	$૩(૨^{૨}×૩)$	$૩(૨^{૨}×૪)$ + $૩(૩^{૨}×૨)$	$૬(૨×૩×૪)$ + $(૩)^{૩}$	$૩(૪^{૨}×૨)$ + $૩(૩^{૨}×૪)$	$૩(૩×૪^{૨})$	$૪^{૩}$
અંકસ્થાન	૭	૬	૫	૪	૩	૨	૧

ઉપર બતાવેલ જવાબમાં જે આંકડાનો સંબંધ બતાવ્યો છે તેનો સ્પષ્ટ જવાબ નીચે પ્રમાણે આવી શકે એમ છે:—

(૧) ૨૩૪ ના ત્રિઘાતના જવાબના પહેલા સ્થાનની ભરતી કરવાની રીતઃ—આમાં ($૪^૩$) છે માટે ૬૪ આવ્યા. તેમાંથી ૬ વધી અને ૪ ને પહેલા સ્થાનમાં મૂકો (નવી રકમ——૪). આમાં ૪ એ ૪નો ઘન છે. કારણ ૪ × ૪ × ૪ = ૬૪.

(૨) બીજા સ્થાનની ભરતી:—

આમાં ૩ ($૪^૨$ × ૩) છે એટલે મૂળ રકમના પહેલા સ્થાનના વર્ગને બીજા સ્થાનના આંકથી ગુણી ત્રણ ગણા કર્યા. જેથી ૩ × ૧૬ ૩ = ૧૪૪ આવ્યા. તેમાં આગળના વધી ૬ ઉમેર્યા તો ૧૫૦ઃ આવ્યા. આમાંથી ૧૫ વધી રાખો અને ૦ ને બીજા સ્થાનમાં મૂકો. (નવી રકમ——૦૪).

(૩) ત્રીજા સ્થાનની ભરતી:—

આમાં ૩ ($૪^૨$ × ૨) + ૩ ($૩^૨$ × ૪) છે. એટલે મૂળ રકમના પહેલા સ્થાનના વર્ગને ત્રીજા સ્થાનના આંકથી ગુણી ત્રણ ગણા કરો. અને તેમાં બીજા સ્થાનના આંકના વર્ગને પહેલા સ્થાનના આંકથી ગુણી ત્રમણા કરી પછી ઉમેરો અને પછી તેમાં વધીના ૧૫ ઉમેરો. માટે (૯૬ + ૧૦૮ + ૧૫ = ૨૧૯) તો આવ્યા ૨૧૯ઃ આમાંથી ૨૧ વધી અને ૯ ને ત્રીજા સ્થાનમાં મૂકો. (નવી રકમ——૯૦૪.)

(૪) ચોથા સ્થાનની ભરતી:—

આમાં ૬ (૨ × ૩ × ૪) + $૩^૩$ છે. એટલે મૂળ રકમના બધા આંકડાનો આપસમાં ગુણાકાર કરી તેના ૬ ગણા કરો, તેમાં બીજા સ્થાનના આંકનો ઘન કરીને ઉમેરો અને તેમાં ૨૧ વધી ઉમેરોઃ હવે (૧૪૪ + ૨૭ + ૨૧ = ૧૯૨) આમાં ૧૯ વધી અને ૨ ને ચોથા સ્થાનમાં મૂકો. (નવી રકમ——૨૯૦૪).

(૫) પાંચમા સ્થાનની ભરતી:—

આમાં ૩ (૩^{૨} × ૨) + ૩ (૨^{૨} × ૪) છે. એટલે મૂળ રકમના બીજા સ્થાનના વર્ગને ત્રીજા સ્થાનના આંકથી ગુણી ત્રમણા કરો, તેમાં ત્રીજા સ્થાનના વર્ગ કરી તેને પહેલા સ્થાનથી ગુણી ત્રમણા કરીને ઉમેરો. પછી તેમાં ૧૯ વધી ઉમેરો. (૩ × ૯ × ૨ + ૩ × ૪ × ૪ × ૨ + ૧૯) = ૫૪ + ૪૮ + ૧૯ = ૧૨૧: આમાં ૧૨ વધી અને ૧ ને પાંચમાં સ્થાનમાં મૂકો. (નવી રકમ——૧૨૯૦૪).

(૬) છઠ્ઠા સ્થાનની ભરતી:—

આમાં ૩ (૨^{૨} × ૩) છે. એટલે મૂળ રકમના ત્રીજા સ્થાનના વર્ગને બીજા સ્થાનના આંકથી ગુણી ત્રમણા કરો અને તેમાં ૧૨ વધી ઉમેરો. (૩ × ૪ × ૩ = ૩૬ + ૧૨ = ૪૮) થયા ૪૮: આમાં ૪ વધી અને ૮ ને છઠ્ઠા સ્થાનમાં મૂકો (નવી રકમ——૮૧૨,૯૦૪).

(૭) છેલ્લા સ્થાનોની ભરતી :

આમાં (૨^{૩}) છે એટલે થયા ૮ + ૪ વધી = થયા ૧૨. આને સાતમા અને આઠમા સ્થાનમાં મૂકો (નવી રકમ ૧૨૮૧૨૯૦૪).

આ રીતે ૨૩૪નો ત્રિઘાત કરી બતાવ્યો અને જવાબની રકમ ૧૨૮૧૨૯૦૪ આવી.

પેટા ઉદાહરણ : ૩જું.

પ્રશ્ન :—૬૫૪ના ત્રિઘાત શું :

જવાબ :—ત્રિઘાતની રીત બરાબર સમજાય માટે બીજી ૬૫૪ની ત્રણ આંકડાની રકમ મૂકી છે.

(૧) પહેલા સ્થાનની ભરતી:—

૪^{૩} = ૬૪ : આમાં ૬ વધી અને ૪ ને પહેલા સ્થાને મૂકો (નવી રકમ——૪).

(૨) બીજા સ્થાનની ભરતી :—

૩ (૪^{૨} × ૫) = ૩ × ૧૬ × ૫ = ૨૪૦ + ૬ વધી = ૨૪૬ : આમાં ૨૪ વધી અને ૬ ને બીજા સ્થાનમાં મૂકો (નવી રકમ——૬૪.)

(૩) ત્રીજા સ્થાનની ભરતી :—

૩ (૪² × ૬) + ૩ (૫² × ૪) = ૨૯૮ + ૩૦૦ + ૨૪ વધી = ૬૧૨ : આમાં ૬૧ વધી અને ૨ ને ત્રીજા સ્થાનમાં મૂકો (નવી રકમ——૨૬૪).

(૪) ચોથા સ્થાનની ભરતી :—

૬ (૬ × ૫ × ૪) + ૫³ = ૭૨૦ + ૧૨૫ + ૬૧ વધી = ૯૦૬ : આમાં ૯૦ વધી અને ૬ ને ચોથા સ્થાનમાં મૂકો (નવી રકમ——૬૨૬૪).

(૫) પાંચમા સ્થાનની ભરતી :—

૩ (૬² × ૪) + ૩ (૫² × ૬) = ૪૩૨ + ૪૫૦ + ૯૦ વધી = ૯૭૨ : આમાં ૯૭ વધી અને ૬ ને ચોથા સ્થાનમાં મૂકો (નવી રકમ——૨૬,૨૬૪).

(૬) છઠ્ઠા સ્થાનની ભરતી :—

૩ (૬² × ૫) = ૫૪૦ + ૯૭ વધી = ૬૩૭ : આમાં ૬૩ વધી અને ૭ ને છઠ્ઠા સ્થાનમાં મૂકો. (નવી રકમ —— ૭૨૬,૨૬૪).

(૭) સાતમા સ્થાનની ભરતી :—

૬³ = ૨૧૬ પછી + ૬૩ વધી ૨૭૯ આવ્યા તેને સાતમા આઠમા અને નવમા સ્થાનમાં મૂકો (નવી રકમ ૨૭૯, ૭૨૬, ૨૬૪).

આ રીતે ૬૫૪ના ત્રિઘાતની રકમ ૨૭૯ ૭૨૬૨૬૪ આવી.

પેટા ઉદાહરણ ૪ થું : ચાર આંકડાની રકમના ત્રિઘાત.

પ્રશ્ન:—૨૩૪૫ ના ત્રિઘાત કરો.

: જવાબ :

(૧) પહેલા સ્થાનની ભરતી:—

૫³ = ૧૨૫ : આમાં ૧૨ વધી ને ૫ ને પહેલા સ્થાને મૂકો (નવી રકમ——૫).

(૨) બીજા સ્થાનની ભરતીઃ—

૩ (૫^{૨} × ૪) = ૩૦૦. તેમાં + ૧૨ વધી માટે ૩૧૨. આમાં ૩૧ વધી અને ૨ ને બીજા સ્થાનમાં મૂકેા (નવી રકમ——૨૫).

(૩) ત્રીજા સ્થાનની ભરતીઃ—

૩ (૫^{૨} × ૩) + ૩ (૪^{૨} × ૫) = ૨૨૫ + ૨૪૦ તેમાં + ૩૧ વધી હવે ટોટલ ૪૯૬ આમાં ૪૯ વધી અને ૬ ને ત્રીજા સ્થાનમાં મૂકેા. (નવી રકમ——૬૨૫).

(૪) ચેાથા સ્થાનની ભરતીઃ—

૬ (૫ × ૪ × ૩) + ૩ (૫^{૨} × ૨) + ૪^{૩} = ૩૬૦ + ૧૫૦ + ૬૪ = ૫૭૪ તેમાં ૪૯ વધી ઉમેરેા = ૬૨૩ આમાંથી ૬૨ વધી અને ૩ ને ચેાથા સ્થાને મૂકેા (નવી રકમ——૩,૬૨૫).

(૫) પાંચમા સ્થાનની ભરતીઃ—

૬ (૫ × ૪ × ૨) + ૩ (૩^{૨} × ૫) + ૩ (૪^{૨} × ૩) + ૬૨ વધી = ૨૪૦ + ૧૩૫ + ૧૪૪ + ૬૨ = ૫૮૧. આમાં ૫૮ વધી અને ૧ ને પાંચમા સ્થાનમાં મૂકેા. (નવી રકમ——૧૩,૬૨૫).

(૬) છઠ્ઠા સ્થાનની ભરતીઃ—

૬ (૫ × ૩ × ૨) + ૩ (૪^{૨}×૨) + ૩ (૩^{૨} × ૪) + ૫૮ વધી = ૧૮૦ + ૯૬ + ૧૦૮ + ૫૮ = ૪૪૨: આમાં ૪૪ વધી અને ૨ ને છઠ્ઠા સ્થાને મૂકેા. (નવી રકમ——૨૩૧,૬૨૫).

(૭) સાતમા સ્થાનની ભરતીઃ—

૬ (૪ × ૩ × ૨) + ૩ (૨^{૨} × ૫) + ૩^{૩} + ૪૪ વધી = ૧૪૪ + ૬૦ + ૨૭ + ૪૪ = ૨૭૫ આમાં ૨૭ વધી અને ૫ ને સાતમા સ્થાનમાં મૂકેા (નવી રકમ——૫,૨૧૩,૬૨૫).

(૮) આઠમા સ્થાનની ભરતીઃ—

૩ (૨^{૨} × ૪) + ૩ (૩^{૨} × ૨) + ૨૭ વધી = ૪૮ + ૫૪ + ૨૭ = ૧૨૯: આમાં ૧૨ વધી અને ૯ ને આઠમાં સ્થાનમાં મૂકેા. (નવી રકમ——૯૫,૨૧૩,૬૨૫).

(૯) નવમા સ્થાનની ભરતીઃ

૩ $(૨^{૨} \times ૩)$ + ૧૨ વધી = ૩૬ + ૧૨ = ૪૮ આમાં ૪ વધી અને ૮ ને નવમે સ્થાને રાખો (નવી રકમ——૮૯૫,૨૧૩,૬૨૫)

(૧૦) દશમા અને છેલ્લા સ્થાનની ભરતીઃ—

$(૨)^{૩}$ + ૪ વધી = ૮ + ૪ = ૧૨ આને યોગ્ય સ્થાને મૂકો. (નવી રકમ ૧૨,૮૯૫,૨૧૩,૬૨૫)

આ રીતે ૨૩૪૫ એટલે ચાર આંકડાની રકમના ત્રિઘાત આવ્યા. જવાબ (૧૨,૮૯૫,૨૧૩,૬૧૫.)

પેટા ઉદાહરણઃ–૫ મું.

હવે પાંચ આંકડાની રકમના ત્રિઘાત બનાવવાની રીત.

પ્રશ્નઃ–૨૩૪૫૬ ના ત્રિઘાત યાને ઘન શું ?

જવાબઃ—

(૧) પહેલા સ્થાનની ભરતીઃ—

$(૬^{૩})$ માટે ૨૧૬ : આમાં ૨૧ વધી અને ૬ ને પહેલે સ્થાને (નવી રકમ——૬).

(૨) બીજા સ્થાનની ભરતીઃ—

૩ $(૬^{૨} \times ૫)$ + ૨૧ વધી = ૫૪૦ + ૨૧ = ૫૬૧ : આમાં ૫૬ વધી અને ૧ ને બીજા સ્થાને મૂકો. (નવી રકમ——૧૬).

(૩) ત્રીજા સ્થાનની ભરતીઃ—

૩ $(૬^{૨} \times ૪)$ + ૩ (૬×૫^{૨}) + ૫૬ વધી = ૪૩૨ + ૪૫૦ + ૫૬ = ૯૩૮ : આમાં ૯૩ વધી અને ૮ ને ત્રીજા સ્થાનમાં મૂકો. (નવી રકમ——૮૧૬).

(૪) ચોથા સ્થાનની ભરતીઃ—

૬ $(૬ \times ૫ \times ૪)$ + ૩ $(૬^{૨} \times ૩)$ + $૫^{૩}$ + ૯૩ વધી = ૭૨૦ + ૩૨૪ + ૧૨૫ + ૯૩ = ૧૨૬૨ : આમાં ૧૨૬ વધી અને ૨ ને ચોથા સ્થાનમાં મૂકો. (નવી રકમ——૨,૮૧૬.)

(૫) પાંચમા સ્થાનની ભરતીઃ--

૬ (૬ × ૫ × ૩) + ૩ ($૬^{૨}$ × ૨) + ૩ ($૫^{૨}$ × ૪) + ૩ (૬ × $૪^{૨}$) + ૧૨૬ વધી = ૫૪૦ + ૨૧૬ + ૩૦૦ + ૨૮૮ + ૧૨૬ = ૧૪૭૦ : આમાંથી ૧૪૭ વધી અને ૦ ને પાંચમા સ્થાનમાં મૂકો. (નવી રકમ——૦૨,૮૧૬.)

(૬) છઠ્ઠા સ્થાનની ભરતી:—

૬ (૬ × ૫ × ૨) + ૬ (૬ × ૪ × ૩) + ૩ (૫ × $૪^{૨}$) + ૩ ($૫^{૨}$ × ૩) + ૧૪૭ વધી = ૩૬૦ + ૪૩૨ + ૨૪૦ + ૨૨૫ + ૧૪૭ = ૧૪૦૪ : આમાં ૧૪૦ વધી અને ૪ ને છઠ્ઠે સ્થાને મૂકો. (નવી રકમ——૪૦૨, ૮૧૬).

(૭) સાતમા સ્થાનની ભરતી:—

૬ (૬ × ૪ × ૨) + ૬ (૫ × ૪ × ૩) + ૩ (૬ × $૩^{૨}$) + ૩ ($૫^{૨}$ × ૨) + $૪^{૩}$ + ૧૪૦ વધી = ૨૮૮ + ૩૬૦ + ૧૬૨ + ૧૫૦ + ૬૪ + ૧૪૦ વધી = ૧૧૬૪ : આમાં ૧૧૬ વધી અને ૪ ને સાતમા સ્થાનમાં મૂકો. (નવી રકમ——૪,૪૦૨૮૧૬).

(૮) આઠમા સ્થાનની ભરતી:—

૬ (૬ × ૩ × ૨) + ૬ (૫ × ૪ × ૨) + ૩ (૫ × $૩^{૨}$) + ૩ ($૪^{૨}$ × ૩) + ૧૧૬ વધી = ૨૧૬ + ૨૪૦ + ૧૩૫ + ૧૪૪ + ૧૧૬ = ૮૫૧ : આમાં ૮૫ વધી અને ૧ ને આઠમા સ્થાનમાં મૂકો. (નવી રકમ——૧૪,૪૦૨૮૧૬).

(૯) નવમા સ્થાનની ભરતી:—

૬ (૫ × ૩ × ૨) + ૩ (૬ × $૨^{૨}$) + ૩ ($૪^{૨}$ × ૨) + ૩ (૪ × $૩^{૨}$) + ૮૫ વધી = ૧૮૦ + ૭૨ + ૯૬ + ૧૦૮ + ૮૫ = ૫૪૧ : આમાં ૫૪ વધી અને ૧ ને નવમા સ્થાનમાં મૂકો. (નવી રકમ——૧૧૪,૪૦૨,૮૧૬).

(૧૦) દશમા સ્થાનની ભરતી:—

૩ (૫ × $૨^{૨}$) + ૬ (૪ × ૩ × ૨) + $૩^{૩}$ + ૫૪ વધી = ૬૦

+ ૧૪૪ + ૨૭ + ૫૪ = ૨૮૫ : આમાં ૨૮ વધી અને ૫ ને દશમા સ્થાનમાં મૂકો. (નવી રકમ——૫,૧૧૪,૪૦૨,૮૧૬).

(૧૧) અગીઆરમા સ્થાનની ભરતીઃ—

૩ (૪ × ૨^{૨}) + ૩ (૩^{૨} × ૨) + ૨૮ વધી = ૪૮ + ૫૪ + ૨૮ = ૧૩૦: આમાં ૧૩ વધી અને ૦ ને અગીઆરમા સ્થાનમાં મૂકો. (નવી રકમ——૦૫,૧૧૪,૪૦૨,૮૧૬).

(૧૨) બારમા સ્થાનની ભરતીઃ—

૩ (૩ × ૨^{૨}) + ૧૩ વધી = ૩૬ + ૧૩ = ૪૯ આમાં ૪ વધી અને ૯ ને બારમા સ્થાનમાં મૂકો.(નવી રકમ——૯૦૫,૧૧૪,૪૦૨,૮૧૬)

(૧૩) તેરમા અને છેલ્લા સ્થાનની ભરતીઃ—

૨^{૩} + ૪ વધી = ૧૨ઃ આ ૧૨ ને ડાબી બાજુએ મૂકો. (નવી રકમ ૧૨૯૦૫૧૧૪૪૦૨૮૧૬)

આ રીતે ૨૩૪૫૬ ના ત્રિઘાત ૧૨૯૦૫,૧૧૪,૪૦૨૮૧૬ આવ્યા

પેટા ઉદાહરણ ૬૬૬

૭ આંકડાની રકમના ત્રિઘાત કરવાની રીત :

પ્રશ્નઃ—૨૩૪૫૬૭ નો ત્રિઘાત યાને ઘન શું ?

જવાબઃ—

(૧) પહેલા સ્થાનની ભરતીઃ—

૭^{૩} = ૩૪૩. આમાં ૩૪ વધી અને ૩ ને પહેલા સ્થાનમાં મૂકો. (નવી રકમ——૩)

(૨) બીજા સ્થાનની ભરતીઃ—

૩ (૭^{૨} × ૬) = ૮૮૨ તેમાં + ૩૪ વધી = ૯૧૬. આમાં ૯૧ વધી અને ૬ ને બીજા સ્થાનમાં મૂકો (નવી રકમ——૬૩).

(૩) ત્રીજા સ્થાનની ભરતીઃ—

૩ (૭^{૨} × ૫) + ૩ (૭ × ૬^{૨}) + ૯૧ વધી = ૭૩૫ + ૭૫૬ +

૯૧ = ૧૫૮૨. આમાં ૧૫૮ વધી અને ૨ ને ત્રીજા સ્થાનમાં મૂકો. (નવી રકમ——૨૬૩).

(૪) ચોથા સ્થાનની ભરતી:—

૩ (૭^{૨} × ૪) + ૬ (૭ × ૬ × ૫) + ૬^{૩} = ૫૮૮ + ૧૨૬૦ + ૨૧૬ તેમાં + ૧૫૮ વધી એટલે ૨૨૨૨ આવ્યા. આમાં ૨૨૨ વધી અને ૨ ને ચોથા સ્થાનમાં મૂકો (નવી રકમ——૨,૨૬૩).

(૫) પાંચમા સ્થાનની ભરતી:—

૩ (૭^{૨} × ૩) + ૬ (૭ × ૬ × ૪) = ૩ (૬^{૨} × ૫) + ૩ (૭×૫^{૨}) + ૨૨૨ વધી = ૪૪૧ + ૧૦૦૮ + ૫૪૦ + ૫૨૫ + ૨૨૨ = ૨૭૩૬. આમાં ૨૭૩ વધી અને ૬ ને પાંચમા સ્થાનમાં મૂકો. (નવી રકમ—— ૬૨,૨૬૩.)

(૬) છઠ્ઠા સ્થાનની ભરતી:—

૩ (૭^{૨}×૨) + ૬ (૭ × ૬×૩) + ૬ (૭ × ૫ × ૪) + ૩ (૬^{૨}×૪) + ૩ (૬ × ૫^{૨}) + ૨૭૩ વધી = ૨૯૪ + ૭૫૬ + ૮૪૦ + ૪૩૨ + ૪૫૦ + ૨૭૩ = ૩૦૪૫ આમાં ૩૦૪ વધી અને ૫ ને છઠ્ઠા સ્થાનમાં મૂકો. નવી રકમ——૫૬૩,૨૬૩).

(૭) સાતમા સ્થાનની ભરતી:—

૬ (૭ × ૬ × ૨) + ૬ (૭ × ૫ × ૩) + ૩ (૭ × ૪^{૨}) + ૬ (૬ × ૫ × ૪) + ૫^{૩} + ૩ (૬^{૨} × ૩) + ૩૦૪ વધી = ૫૦૪ + ૬૩૦ + ૩૩૬ + ૭૨૦ + ૧૨૫ + ૩૨૪ + ૩૦૪ = ૨૯૪૩. આમાં ૨૯૪ વધી અને ૩ ને સાતમા સ્થાને મૂકો (નવી રકમ——૩,૫૬૨,૨૬૩).

(૮) આઠમા સ્થાનની ભરતી:—

૬ (૭ × ૫ × ૨) + ૬ (૬ × ૪ × ૩) + ૬ (૬ × ૫ × ૩)+૩ (૬ × ૪^{૨}) + ૩ (૫^{૨} × ૪) + ૩ (૬^{૨} × ૨) + ૨૯૪ વધી = ૪૨૦+ ૫૦૪ + ૫૪૦ ૨૮૮ + ૩૦૦ + ૨૧૬ + ૨૯૪ = ૨૫૬૨. આમાં ૨૫૬ વધી અને ૨ ને આઠમા સ્થાનમાં મૂકો. (નવી રકમ—૨૨,૫૬૨,૨૬૩).

(૯) નવમા સ્થાનની ભરતીઃ—

૬ (૭ × ૪ × ૨) + ૬ (૬ × ૫ × ૨) + ૬ (૬ × ૪ × ૩) + ૩ (૭ × ૩^{૨}) + ૩ (૫^{૨} × ૩) + ૩ (૫ × ૪^{૨}) + ૨૫૬ વધી = ૩૩૬ + ૩૬૦ + ૪૩૨ + ૧૮૯ + ૨૨૫ + ૨૪૦ + ૨૫૬ = ૨૦૩૮. આમાં ૨૦૨ વધી અને ૮ને નવા સ્થાનમાં મૂકેા.(નવી રકમ——૮૨૩,૫૬૨,૨૬૩)

(૧૦) દશમા સ્થાનની ભરતીઃ—

૬ (૭ × ૩ × ૨) + ૬ (૬ × ૪ × ૨) + ૬ (૫ × ૪ × ૩) + ૪^{૩} + ૩ (૬ × ૩^{૨}) + ૬ (૫^{૨} × ૨) + ૨૦૩ વધી = ૨૫૨ + ૨૮૮ + ૩૬૦ + ૬૪ + ૧૬૨ + ૧૫૦ + ૨૦૩ = ૧૪૭૯ આમાં ૧૪૭ વધી અને ૯ ને દશમા સ્થાનમાં મૂકેા. (નવી રકમ——૯,૮૨૩,૫૬૨,૨૬૩).

(૧૧) અગીઆરમા સ્થાનની ભરતીઃ—

૬ (૬ × ૩ × ૨) + ૬ (૫ × ૪ × ૨) + ૩ (૭ × ૨^{૨}) + ૩ (૫ × ૩^{૨}) + ૩ (૪^{૨} × ૩) + ૧૪૭ વધી = ૨૧૬ + ૨૪૦ + ૮૪ + ૧૩૫ + ૧૪૪ + ૧૪૭ = ૯૬૬. આમાં ૯૬ વધી અને ૬ ને ૧૧મા સ્થાનમાં મૂકેા. (નવી રકમ——૬૯,૮૨૩,૫૬૨,૨૬૩).

(૧૨) બારમા સ્થાનની ભરતીઃ—

૬ (૫ × ૩ × ૨) + ૩ (૬×૨^{૨}) + ૩ (૪^{૨} × ૨) + ૩ (૪×૩^{૨}) + ૯૬ વધી = ૧૮૦ + ૭૨ + ૯૬ + ૧૦૮ + ૯૬ = ૫૫૨. આમાં ૫૫ વધી અને ૨ ને બારમા સ્થાનમાં મૂકેા. (નવી રકમ—— ૨૬૯,૮૨૩,૫૬૨,૨૬૩).

(૧૩) તેરમા સ્થાનની ભરતીઃ—

૬ (૪ × ૩ × ૨) + ૩ (૫×૨^{૨}) + ૩^{૩} + ૫૫ વધી = ૧૪૪ + ૬૦ + ૨૭ + ૫૫ = ૨૮૬. આમાં ૨૮ વધી અને ૬ ને તેરમા સ્થાનમાં મૂકેા. (નવી રકમ——૬,૨૬૯,૮૨૩,૫૬૨,૨૬૩).

(૧૪) ચૌદમા સ્થાનની ભરતીઃ—

૩ (૪ × ૨^{૨}) + ૩ (૩^{૨}×૨) + ૨૮ વધી = ૪૮ + ૫૪ + ૨૮=

૧૩૦. આમાં ૧૩ વધી અને ૦ ને ચૌદમા સ્થાનમાં મૂકો (નવી રકમ—— ૦૬,૨૬૯,૮૨૩,૫૬૨,૨૬૩).

(૧૫) પંદરમાં સ્થાનની ભરતીઃ—

૩ (૩ × ૨^{૨}) + ૧૩ વધી = ૪૯. આમાં ૪ વધી અને ૯ ને પંદરમા સ્થાને મૂકો. (નવી રકમ——૯૦૬,૨૬૯,૮૨૩,૫૬૨,૨૬૩).

(૧૬) સોળમા સ્થાનની ભરતી–તથા (૧૭) સત્તરમા સ્થાનની ભરતીઃ–

૨^{૩} + ૪ વધી = ૧૨: આને મૂકો. નવી રકમ—— ૧૨,૯૦૬,૨૬૯,૮૨૩,૫૬૨,૨૬૩ જવાબ તે ૨૩૪૫૬૭ નો ત્રિઘાત આ રીતની સાથે દાખલા ૩૪ ના ઉદાહરણ બીજાની રીત સાથે સરખાવો. પછી જે રીત અનુકૂળ આવે તેનો ઉપયોગ કરવો.

૭ આંકડાની રકમ સુધીના ત્રિઘાત કરી બતાવ્યા તેનું કારણ એટલું જ કે ગમે તે બે આંકડાની રકમ હોય તો તેના ત્રિઘાતની રકમમાં વધુમાં વધુ ૭ આંકડા આવે. કારણ ૯૯ એ મોટામાં મોટી બે આંકડાની રકમ છે. હવે તેના ત્રિઘાત ૯૭૦૨૯૯ થાય. આમાં ૭ આંકડા છે. હવે જો આપણને નવ ઘાત સુધી આગળ ચાલવું હોય તો ગમે તે બે આંકડાની રકમ, મૂળ ઘાત = ઘાત મૂળ લઇએ તો રીતમાં આંટીઘુંટી બહુ નથી આવતી, જો ત્રણ આંકડાની રકમ ઘાત મૂળ લઇએ અને તેમાંથી જેમ જેમ ચડતા ઘાત કરતા જઇએ તેમ તેમ રીતમાં ગુંચવણ વધતી જાય. (રીત થઇ શકે ખરી.) કારણ આવેલા આંકડાનો આપસમાં સંબંધ બેસાડતાં ગુંચવણ વધી પડે છે. અને સામાન્ય રીતે મનરંજન થતું નથી.

હવે જો કોઇપણ રકમના ચાર ઘાત કે આઠ ઘાત કરવા હોય તો પ્રથમ મૂળ રકમના વર્ગ કરવા અને આવેલ વર્ગની રકમના ફરી વર્ગ કરવા. જેથી મૂળ રકમના ચાર ઘાત થાય. હવે ફરી ચાર ઘાતવાળી રકમના વર્ગ કરીએ તો મૂળ રકમના આઠ ઘાત થાય. આ રીતે ચાર ઘાત અને આઠ ઘાતની રીત સમજાવી છે.

હવે મૂળ રકમના ત્રિઘાત કર્યા અને જે રકમ આવે તેના વર્ગ કરીએ તો મૂળ રકમના ૬ ઘાત થાય અને આવેલ ત્રિઘાતની રકમના ફરી ત્રિઘાત કરીએ તો મૂળ રકમના નવ ઘાત થાય. હવે બાકી રહી પાંચ ઘાત અને સાત ઘાતની રીત સમજાવવી. જો આપણે મૂળ રકમના ચાર ઘાતની રકમને મૂળ રકમથી ગુણીએ તો પણ મૂળ રકમના પંચ ઘાત થાય. અને ૭ ઘાતને મૂળ રકમથી ગુણીએ તો મૂળ રકમના સાત ઘાત થાય. આની રીત દાખલા ૩૪ ના ઉદાહરણ ૨જા માંથી જોઇ લેવી.

પેટા ઉદાહરણ: ૭ મો.

પંચ ઘાત બનાવવાની રીત. (ગમે તે બે આંકડાની રકમ લેવી. કારણ બે આંકડાથી વધુ આંકડાની રકમ લઇએ તો રીતમાં મુંઝવણ વધી પડે છે.)

પ્રશ્ન: ૨૩ ના પંચ ઘાત શું.

જવાબ: (૧) પહેલા સ્થાનની ભરતી:—

$૩^{૫}$ એટલે ૨૪૩: આમાં ૨૪ વધી અને ૩ ને પહેલા સ્થાનમાં મૂકો (નવી રકમ——૩)

(૨) બીજા સ્થાનની ભરતી:

૫ (૨×૩^{૪}) + ૨૪ વધી = ૮૧૦ + ૨૪ = ૮૩૪, આમાં ૮૩ વધી અને ૪ ને બીજા સ્થાનમાં મૂકો. (નવી રકમ——૪૩)

(૩) ત્રીજા સ્થાનની ભરતી:—

૧૦ $(૨^{૨} \times ૩^{૩})$ + ૮૩ વધી = ૧૦૮૦ + ૮૩ = ૧૧૬૩: આમાં ૧૧૬ વધી અને ૫ ને ત્રીજા સ્થાનમાં મૂકો. (નવી રકમ——૩૪૩)

(૪) ચોથા સ્થાનની ભરતી:—

૧૦ $(૨^{૩} \times ૩^{૨})$ + ૧૧૬ વધી = ૭૨૦ + ૧૧૬ = ૮૩૬: આમાં ૮૩ વધી અને ૬ ને ચોથા સ્થાનમાં મૂકો. (નવી રકમ——૬૩૪૩)

(૫) પાંચમા સ્થાનની ભરતીઃ—

૫ $(૨^{૪} \times ૩)$ + ૮૩ વધી = ૨૪૦ + ૮૩ = ૩૨૩; આમાં ૩૨ વધી અને ૩ ને પાંચમા સ્થાનમાં મૂકો. (નવી રકમ——૩૬૩૪૩)

(૬) છઠ્ઠા સ્થાનની ભરતીઃ—

$(૨)^{૫}$ + ૩૨ વધી = ૩૨ + ૩૨ વધી = ૬૪: આને ડાબી તરફ મૂકો. નવી રકમઃ ૬૪૩૬૩૪૩ આવ્યા તે ૨૩ નો પંચ ઘાત જવાબ.

પેટા ઉદાહરણ: ૮ મો. સાત ઘાત બનાવવાની રીત.

પ્રશ્નઃ ૨૩ ના સાત ઘાત કરો.

જવાબઃ પહેલાં સ્થાનની ભરતીઃ—

$(૩)^{૭}$=૨૧૮૭: આમાં ૨૧૮ વધી અને ૭ ને પહેલા સ્થાનમાં મૂકો (નવી રકમ——૭)

(૨) બીજા સ્થાનની ભરતીઃ—

૭ (૨×૩^{૬})=૧૦૨૦૬ તેમાં + ૨૧૮ વધી = ૧૦૪૨૪; આમાં ૧૦૪૨ વધી અને ૪ ને બીજા સ્થાનમાં મૂકો (નવી રકમ——૪૭)

(૩) ત્રીજા સ્થાનની ભરતીઃ—

૨૧ $(૨^{૨} \times ૩^{૫})$ + ૧૦૪૨ વધી =૨૦૪૧૨ + ૧૦૪૨=૨૧૪૫૪; આમાં ૨૧૪૫ વધી અને ૪ ને ત્રીજા સ્થાનમાં મૂકો (નવી રકમ ——૪૪૭.)

(૪) ચોથા સ્થાનની ભરતીઃ—

૩૫ $(૨^{૩} \times ૩^{૪})$ + ૨૧૪૫ વધી = ૨૪૮૨૫: આમાં ૨૪૮૨ વધી અને ૫ ને ચોથા સ્થાનમાં મૂકો (નવી રકમ——૫૪૪૭)

(૫) પાંચમા સ્થાનની ભરતીઃ—

૩૫ $(૨^{૪} \times ૩^{૩})$ + ૨૪૮૨ વધી = ૧૫૧૨૦ + ૨૪૮૨=૧૭૬૦૨; આમાં ૧૭૬૦ વધી અને ૨ ને પાંચમા સ્થાને મૂકો.

(નવી રકમ——૨૫,૪૪૭.)

(૬) છઠ્ઠા સ્થાનની ભરતીઃ—

૨૧ ($૨^{૫}$ × $૩^{૨}$) + ૧૭૬૦ = ૭૮૦૮: આમાં ૭૮૦ વધી અને ૮ ને છઠ્ઠા સ્થાનમાં મૂકો (નવી રકમ——૮૨૫,૪૪૭.)

(૭) સાતમા સ્થાનની ભરતીઃ—

૭ ($૨^{૬}$ × ૩) + ૭૮૦ વધી = ૧૩૪૪ + ૭૮૦ = ૨૧૨૪, આમાં ૨૧૨ વધી અને ૪ ને સાતમા સ્થાનમાં મૂકો. (નવી રકમ—— ૪,૮૨૫૪૪૭.)

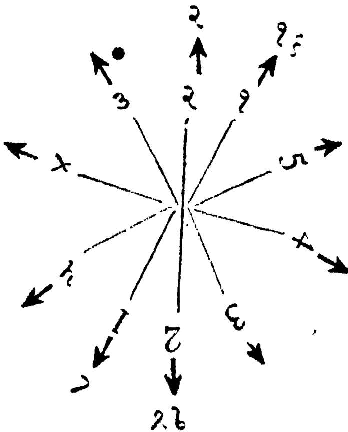
(૮) આઠમા અને તે પછીના સ્થાનની ભરતીઃ—

$(૨)^{૭}$ + ૨૧૨ વધી = ૩૪૦: આ આખી રકમ એમની એમ ડાબી બાજુએ મૂકી દેવી. માટે નવી રકમ ૩૪૦,૪૮૨,૫૪૪૭. જવાબ તે ૨૩ નો સપ્ત ઘાત થયો.

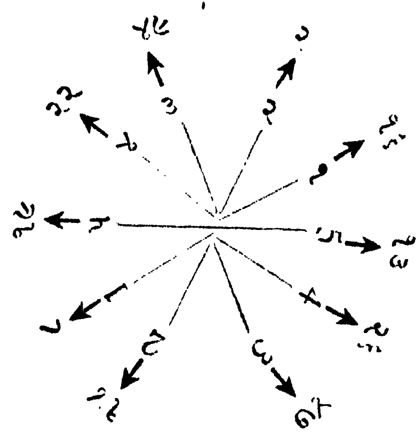
એકોત્રી એકોત્રી રામ યાને વડા એકાના આંકના પાડાની ગમત.

દાખલો ૩૮ મો.

પહેલી આકૃતિ.



બીજી આકૃતિ.



વ્યાખ્યાઃ—આમાં આકૃતિ બે આપી છે. બન્ને એક સરખી છે. દરેકમાં દશ પાંખડી છે અને બબેની એક જોડી, એવી પાંચ જોડી

થાય છે. દરેક જોડીના એક ભાગમાં ગુજરાતી આંક છે અને બીજા ભાગમાં એનો એ આંક અંગ્રેજીમાં છે. એક સરખા નંબરવાળી પાંખડીને સ્વ–સંબંધી એવું નામ આપીએ છીએ. દરેક પાંખડીની બાજુવાળી પાંખડીને પાડોસી પાંખડી એ નામ આપીએ છીએ. આમ બે રીતે પાંચ પાંચ જોડી થાય. જેમકે ૧ લી જોડીઃ–૧ અને 1: ૨જી જોડી ૨ અને 2: ૩ જી જોડી ૩ અને 3: ચેાથી જોડી ૪ અને 4 અને પાંચમી જોડી ૫ અને 5: આ પાંચ જોડીનું નામ સ્વ–સંબંધી જોડીઃ હવે બીજી રીતે પહેલી જોડી ૧ અને ૨ ની; બીજી જોડી ૨ અને ૩ ની; ત્રીજી જોડી ૩ અને ૪ ની; ચેાથી જોડી. ૪ અને ૫ ની, પાંચમી જોડી ૫ અને 1 ની. આ જોડીઓ, પાડોસી જોડી કહેવાય. પ્રથમ અકેક પાંખડી સ્વ–સંબંધી અકેક પાંખડીની જોડ કહેવાય. તેમ હવે બબ્બે પાડોસી પાંખડી તેમની સ્વ–સંબંધી બબ્બે પાડોસી પાંખડીની જોડી થાય; જેમકે પહેલી જોડી ૧ અને ૨ ની તેની સંબંધી જોડી 1 અને 2. બીજી જોડી ૨ અને ૩ ની તેની સંબંધી જોડી 2 અને 3. ત્રીજી જોડી ૩ અને ૪ ની તેની સંબંધી જોડી 4 અને 5. અને પાંચમી જોડી ૫ અને 1 ની તેની સંબંધી જોડી 5 અને ૧. આટલી પાંખડીઓના સંબંધની વ્યાખ્યા થઇ. હવે એ દરેક પાંખડી ઉપર કયા કયા આંકડા મૂકવાથી આંકમાંથી જ્ઞાન ગમત મળી શકે. દશ પાંખડીમાંથી ૪ પાંખડી ઉપર આંક છે તેનેા ખુલાસેા ૧ ઉપર ૧૬ છે, ૨ ઉપર ૨ છે. 1 ઉપર ૮ છે અને 2 ઉપર ૧૪ છેઃ ૧ લેા મુદ્દો. હવે ૧૬ ના વર્ગ ૨૫૬ થાય અને ૮ ના વર્ગ ૬૪ થાય. એ બેનેા તફાવત ૨૫૬–૬૪=૧૯૨ આવે. ૧૬ અને ૮ એ સ્વ–સંબંધી પાંખડી ઉપર છે. આવીજ રીતે ૨ નેા વર્ગ ૪ અને ૧૪ નેા વર્ગ ૧૯૬. આ બેનેા તફાવત ૧૯૬–૪=૧૯૨: આ બન્ને આંક પણ સ્વ–સંબંધી પાંખડી ઉપર છે. હવે ૩ ૪; અને ૫ નંબરવાળી પાંખડી ઉપર એવી રીતે આંક મૂકેા કે તેમના સ્વ–સંબંધી 3; 4; અને 5 ઉપર આવનારા આંકેા એ દરેક બન્નેના વર્ગો

વચ્ચેનો તફાવત ૧૯૨ નો આવે. હવે બીજો મુદ્દોઃ-૧ લી પાડોસી જોડી ૧૬ અને ૨ ની છે. ૧૬ નો વર્ગ ૨૫૬ અને ૨ નો વર્ગ ૪. એ બેનો સરવાળો ૨૬૦ થાય. તેવી જ રીતે એની સંબંધી જોડી ઉપર ૮ અને ૧૪ ના આંક છે. હવે ૮ નો વર્ગ ૬૪ અને ૧૪ નો વર્ગ ૧૯૬ એ બેનો સરવાળો ૨૬૦ એટલે આ બન્ને જોડીનો સરવાળો સરખો થયો. આ એક જોડીની સમજણ થઈ; આવી રીતે બીજી ચાર જોડીઓ ઉપર, એવી રીતે આંક મૂકો કે બબ્બે પાંખડી ઉપરના આંકના વર્ગોનો સરવાળો તેની સંબંધી જોડીમાં આવેલા આંકોના વર્ગોના સરવાળા બરાબર સરખો થાય.

ખુલાસો.

વ્યાખ્યાના પહેલા ખુલાસામાં સ્વ-સંબંધી જોડીનો તફાવત ૧૯૨ નો કહ્યો છે. હવે ૧૯૨ માંથી પૂર્ણાંક બેકી અવયવો બબ્બેની એકેક જોડી એવી પાંચ જોડી બનાવો. જેમકે, (૧ લી જોડી.) ૨ × ૯૬ : (૨જી જોડી) ૪ × ૪૮ : (૩જી જોડી) ૬ × ૩૨ : (૪થી જોડી) ૮ × ૨૪ : (પાંચમી જોડી) ૧૨ × ૧૬ : (ખાસ નોંધઃ—દરેક જોડીના અવયવ બેકી છે: એકી નથી.) હવે દરેક જોડીના અવયવને ૨થી ભાગી નવેસર જોડી બનાવો : માટે (પહેલી જોડી) ૧ × ૪૮ : (બીજી જોડી) ૨ × ૨૪ (ત્રીજી જોડી) ૩ × ૧૬ : (૪થી જોડી) ૪ × ૧૨ : (૫મી જોડી) ૬ × ૮ : આ પ્રમાણે પાંચે જોડીનાં ટુંકા રૂપ થયા. હવે આ ઉપરથી પાંખડીઓ ઉપર મૂકવાના સ્પષ્ટ આંકડાની જોડી બનાવવી. ૧લી જોડીના ટુંકા રૂપમાં ૧ અને ૪૮ છે માટે પ્રથમ ૪૮ − ૧ = ૪૭ આવે અને બીજીવાર ૪૮ + ૧ = ૪૯ આવે. આ ૪૭ અને ૪૯ ને આ રીતે ૪૭ : ૪૯ લખો. ૨ જી જોડીના ટુંકા રૂપમાં ૨ અને ૨૪ છે માટે પ્રથમ ૨૪ − ૨ = ૨૨ આવે અને પછી ૨૪ + ૨ = ૨૬ આવે માટે ૨૨ અને ૨૬ને આ રીતે ૨૨ : ૨૬ લખો : ૩જી જોડીના ટુંકા

રૂપમાં ૩ અને ૧૬ છે. માટે પ્રથમ ૧૬ − ૩ = ૧૩ આવે અને પછી ૧૬ + ૩ = ૧૯ આવે માટે ૧૩ : ૧૯ થયા: ૪થી જોડીના ટુંકા રૂપમાં ૪ અને ૧૨ છે. માટે પ્રથમ ૧૨ − ૪ = ૮ અને પછી ૧૨ + ૪ = ૧૬ આવે માટે ૮ : ૧૬ થયા : ૫ મી જોડીના ટુંકા રૂપમાં ૬ અને ૮ છે. માટે પ્રથમ ૮ − ૬ = ૨ અને પછી ૮ + ૬ = ૧૪ આવે. માટે ૨ : ૧૪ થાય. આ રીતે પાંચ જોડીના સિદ્ધ રૂપ થયા.

આ પાંચ જોડીના આંકને મારજીનમાં બતાવેલ ક્રમ પ્રમાણે લખવા. જોડીના ટુંકા રૂપમાંથી બાદબાકીની રીતે લાવેલ આંક એટલે નાનો આંક ડાબી બાજુએજ મૂકવો અને સરવાળાની રીતે લાવેલ આંક એટલે મોટો આંક જમણી બાજુએજ મૂકવો. આમાં જરાપણ ભુલ ન કરવી.

ક્રમ.	ડાબી	:	જમણી
૧લી.	૪૭	:	૪૯
૨જી.	૨૨	:	૨૬
૩જી.	૧૩	:	૧૯
૪થી.	૮	:	૧૬
૫મી.	૨	:	૧૪

ઉપર બતાવેલ આંકડા, આ દાખલામાં બતાવેલ બીજી આકૃતિમાં પાંખડીઓ ઉપર દેખાય છે. હવે આ આંકડા કયા ક્રમ પ્રમાણે પાંખડીઓ ઉપર મૂકવા તેનો ખુલાસો આ પ્રમાણે છે.

પહેલા નંબરની પાંખડી ભરવાની રીતઃ—

ચોથા નંબરની જોડીનો જમણી તરફનો આંક ગુજરાતી નંબર ૧ લાની પાંખડી ઉપર મૂકો અને તેની જોડીનો ૮ આંક અંગ્રેજી નંબર ૧ લાની પાંખડી ઉપર મૂકો.

બીજા નંબરની પાંખડી ભરવાની રીતઃ—

પાંચમા નંબરની જોડીનો ડાબી તરફનો આંક ૨ છે. તેને ગુજરાતી નંબર ૨ જાની પાંખડી ઉપર મૂકો અને તેની જોડીનો ૧૪ આંક અંગ્રેજી ૨ જા નંબરની પાંખડી ઉપર મૂકો.

ત્રીજા નંબરની પાંખડી ભરવાની રીતઃ—

પહેલા નંબરની જોડીનો જમણી તરફનો આંક ૪૯ છે તેને ગુજરાતી નંબર ૩ જાની પાંખડી ઉપર મૂકો. અને તેની જોડીનો ૪૭નો આંક અંગ્રેજી ૩ જા નંબરની પાંખડી ઉપર મૂકો.

ચોથા નંબરની પાંખડી ભરવાની રીતઃ—

બીજા નંબરની જોડીનો ડાબી તરફનો આંક ૨૨ છે. તેને ગુજરાતી નંબર ૪ થાની પાંખડી ઉપર મૂકો. અને તેની જોડીનો ૨૬નો આંક છે. તેને અંગ્રેજી ૪ થા નંબરની પાંખડી ઉપર મૂકો.

પાંચમા નંબરની પાંખડી ભરવાની રીતઃ—

ત્રીજા નંબરની જોડીનો જમણી તરફનો આંક ૧૯ છે. તેને ગુજરાતી નંબર ૫ માની પાંખડી ઉપર મૂકો. અને તેના પાડોસી આંક ૧૩ ને અંગ્રેજી પાંચમા નંબરની પાંખડી ઉપર મૂકો.

આ રીતે બધી પાંખડી ઉપર આંક ગોઠવાઈ ગયા. હવે વ્યાખ્યામાં લખ્યા પ્રમાણે મેળ મેળવીએઃ—

વ્યાખ્યામાં આપેલ પહેલા મુદ્દાની સમજણ:

પહેલા નંબરની અને બીજા નંબરની પાંખડીઓ ઉપર જે જે આંક છે. તે તે આંકના વર્ગ કર્યા. તો બન્ને જોડીમાં તફાવત ૧૯૨ નો છે. એ આપણે વ્યાખ્યાથી જાણીએ છીએ. હવે બાકી રહેલી ત્રણ પાંખડીની સ્વ-સંબંધી જોડી વચ્ચેનો તફાવત જોઇએ.

ત્રીજા નંબરની પાંખડી ઉપર ૪૯ અને ૪૭ ના આંક છે. હવે ૪૯ના વર્ગ ૨૪૦૧ અને ૪૭ના વર્ગ ૨૨૦૯ માટે ૨૪૦૧-૨૨૦૯=૧૯૨

ચોથા નંબરની પાંખડી ઉપરઃ—

૨૨ અને ૨૬ છે. માટે ૨૨નો વર્ગ ૪૮૪ અને ૨૬નો વર્ગ ૬૭૬ હવે ૬૭૬-૪૮૪=૧૯૨

પાંચમા નંબરની પાંખડી ઉપરઃ—

૧૯ અને ૧૩ ના આંક છે. માટે ૧૯ નો વર્ગ ૩૬૧ અને ૧૩ નો વર્ગ ૧૬૯ હવે ૩૬૧-૧૬૯=૧૯૨:

આ રીતે વ્યાખ્યાની પહેલી માંગણી પૂરી થઇ.

વ્યાખ્યામાં માગેલ બીજા મુદ્દાનો ખુલાસો

૧ લી પાડોસી જોડીમાં:—

ગુજરાતી પહેલા અને બીજા નંબરની પાંખડી ઉપર અનુક્રમે ૧૬ અને ૨ છે. અને અંગ્રેજી પહેલા અને બીજા નંબરની પાંખડી ઉપર અનુક્રમે ૮ અને ૧૪ છે. હવે $૧૬^2 + ૨^2 = ૨૫૬ + ૪ = ૨૬૦$ અને $૮^2 + ૧૪^2 = ૬૪ + ૧૯૬ = ૨૬૦$. માટે બધા સરખા.

૨ જી પાડોસી જોડીમાં:— .

ગુજરાતી બીજા અને ત્રીજા નંબર ઉપર અનુક્રમે ૨ અને ૪૯ છે અને અંગ્રેજી એજ નંબર ઉપર અનુક્રમે ૧૪ અને ૪૭ છે: માટે $૨^2 + ૪૯^2 = ૪ + ૨૪૦૧ = ૨૪૦૫$ અને $૧૪^2 + ૪૭^2 = ૧૯૬ + ૨૨૦૯ = ૨૪૦૫$: માટે બધા સરખા.

૩ જી પાડોસી જોડીમાં:—

ગુજરાતી ત્રીજા અને ચોથા નંબર ઉપર અનુક્રમે ૪૯ અને ૨૨ છે અને અંગ્રેજી એજ નંબર ઉપર અનુક્રમે. ૪૭ અને ૨૬ છે. માટે $૪૯^2 + ૨૨^2 = ૪૭^2 + ૨૬^2$ કારણ $૨૪૦૧ + ૪૮૪ = ૨૮૮૫$ અને $૨૨૦૯ + ૬૭૬ = ૨૮૮૫$: માટે બધા સરખા.

ચોથી પાડોસી જોડીમાં:—

ગુજરાતી ચોથા અને પાંચમા નંબર ઉપર અનુક્રમે ૨૨ અને ૧૯ છે. અને અંગ્રેજી એજ નંબર ઉપર અનુક્રમે ૨૬ અને ૧૩ છે. માટે $૨૨^2 + ૧૯^2 = ૨૬^2 + ૧૩^2$ કારણ $૪૮૪ + ૩૬૧ = ૮૪૫$ અને $૬૭૬ + ૧૬૯ = ૮૪૫$. માટે બધા સરખા.

પાંચમી પાડોસી જોડીમાં:—

ગુજરાતી પાંચમા અને અંગ્રેજી પહેલા નંબર ઉપર અનુક્રમે ૧૯ અને ૮ છે અને અંગ્રેજી પાંચમા નંબર ઉપર અને ગુજરાતી પહેલા ઉપર અનુક્રમે ૧૩ અને ૧૬ છે. માટે $૧૯^2 + ૮^2 = ૧૩^2 + ૧૬^2$: કારણ $૩૬૧ + ૬૪ = ૪૨૫$ અને $૧૬૯ + ૨૫૬ = ૪૨૫$:

આ રીતે આ દાખલો પૂરો થાય છે.

આની ગુ ચાવીઃ—

આવા ચકરમાં ખાસ પાંચ જોડી યાને દશ પાંખડી આવવી જોઇએ. આપણે પાંચ પાડોસી જોડીની પાંખડી ઉપર જે જે સિદ્ધ કરેલા આંકડા મૂક્યા; તે આંકડા આપણે અમુક અમુક બબે અવયવો ગોઠવી, સ્વ–સંબંધી જોડીની પાંખડી ઉપર આવેલ આંકના વર્ગનો સામાન્ય=એકસરખો તફાવત લઈ આવ્યા. હવે બબે અવયવમાં એક અવયવ ડાબી તરફ ગુણ્ય સ્થાને અને બીજો અવયવ જમણી બાજુએ ગુણક સ્થાને આવે એમ આપણે જાણીએ છીએ. હવે ડાબી બાજુએ ૨; ૪; ૬; ૮; ૧૦; આમ બેકી આંક ગમે તે આવવા જોઇએ. ઉપરના કોઠામાં આપણે ૧૦ ની જગોએ ૧૨ ગોઠવ્યા છે. હવે ૨; ૪; ૬; ૮; અને ૧૨ નો સાધારણ લઘુત્તમ ભાજ્ય ૨૪ આવે; અને ઉપરના ચકરમાં સામાન્ય તફાવત ૧૯૨ નો છે. તો ૧૯૨ તે ૨૪ × ૮ થાય છે. આવા ચકર બનાવવા હોય તો પ્રથમ ૧૯૨ ના તફાવતનો ચકર બની શકે તેથી. ઓછો તફાવત લઇએ તો ચકર બની શકે નહીં. હવે ૧૯૨ થી વધુ તફાવત આવે એવી રીતે સ્વ–સંબંધી પાંખડી ઉપર આંકડા મૂકવાની ઇચ્છા હોય તો બીજા નંબરનો ચકર થાય તેમાં સ્વ–સંબંધી પાંખડી ઉપર આવેલ આંકના વર્ગો વચ્ચેનો તફાવત ૨૪ × ૧૦ = ૨૪૦. આવી શકે. અને એજ પ્રમાણે ત્રીજા નંબરનો ચકર ૨૪ × ૧૨ = ૨૮૮ નો આવી શકે. આ રીતે ગુણક ૧૪; ૧૬ એમ બેકીના આંક ક્રમ પ્રમાણે આવ્યા કરે. (૨૪ × ૮) = ૧૯૨નો આંક એ સૌથી નાનામાં નાનો તફાવતનો આંક છે. તે પછીનો ચડતો આંક (૨૪ × ૧૦) = ૨૪૦ નો છે. ૨૪૦ નો આંક સામાન્ય તફાવતના આંક તરીકે સ્વીકારી ન શકાય. કારણ આમાં ૧૭ નો આંક બે વાર આવે છેઃ—

૨૪૦ માંથી પાંચ જોડી નીચે પ્રમાણે બની શકેઃ—

(૧) પહેલી જોડી. ૨ × ૧૨૦; (૨) બીજી જોડી ૪ × ૬૦; ૩જી જોડી ૬ × ૪૦; ૪થી જોડી ૮ × ૩૦; ૫મી જોડી ૧૦ × ૨૪.

આ દરેક જોડીના ટુંકા રૂપ કરવાઃ—

બધી જોડીના દરેક અવયવને ૨થી ભાગવા. હવે (૧) પહેલી જોડી ૧ × ૬૦; (૨) બીજી જોડી ૨ × ૩૦; (૩) ત્રીજી જોડી ૩ × ૨૦; (૪) ચેાથી જોડી ૪ × ૧૫; (૫) પાંચમી જોડી ૫ × ૧૨:

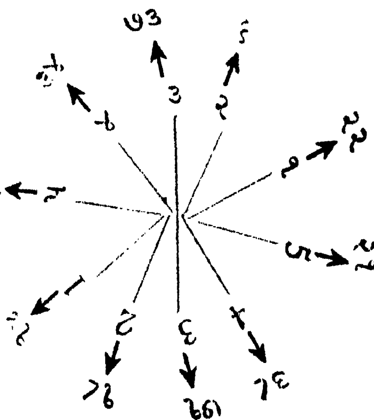
હવે આ પાંચ જોડીમાંથી સિદ્ધ રૂપ બનાવેા.

(૧). પહેલી જોડી ૬૦ − ૧ = ૫૯: અને ૬૦ + ૧ = ૬૧ માટે ૫૯ : ૬૧ (૨) બીજી જોડી ૩૦ − ૨ = ૨૮: અને ૩૦ + ૨ = ૩૨ માટે ૨૮ : ૩૨; (૩) ત્રીજી જોડી ૨૦ − ૩ = ૧૭: અને ૧૭ + ૩ = ૨૦: (૪) ચેાથી જોડી ૧૫ − ૪ = ૧૧ અને ૧૫ + ૪ = ૧૯ માટે ૧૧ : ૧૯ (૫) પાંચમી જોડી ૧૨ − ૫ = ૭ અને ૧૨ + ૫ = ૧૭ માટે ૭: ૧૭.

આમાં ઉણપ એ દેખાય છે કે ૧૭ નેા આંક બે વાર આવે છે જેથી આપણે આ ચક્કર ગેાઠવવા તરફ ઓછું ધ્યાન આપી નવેા બીજો ચક્કર બનાવશું.

હવે સામાન્ય તફાવત ૨૪૦ ના આંક પછીનેા બીજો આંક ૨૪ × ૧૨ = ૨૮૮ આવે છે તે આંક સ્વીકારી નવેા ચક્કર ગેાઠવીશું.

ઉપર બતાવેલ રીત આ વખતે ટુંકાણમાં સમજાવવા પ્રયત્ન કર્યો છે. તે ધ્યાન રાખી સમજી લેવું. અને ઇચ્છા પ્રમાણે વધુ ચક્કર બનાવી લેવા.



પાંચ જોડીએા ઉપર કરવામાં આવતી ત્રણ વિધિ તે નીચે પ્રમાણેઃ

૧ લી વિધિ	૨ જી વિધિ	૩ જી વિધિ
(૧) ૨×૧૪૪	(૧) ૧×૭૨	(૧) ૭૧ : ૭૩
(૨) ૪ × ૭૨	(૨) ૨×૩૬	(૨) ૩૪ : ૩૮
(૩) ૬ × ૪૮	(૩) ૩×૨૪	(૩) ૨૧ : ૨૭
(૪) ૮ × ૩૬	(૪) ૪×૧૮	(૩) ૧૪ : ૨૨
(૫) ૧૨×૨૪	(૫) ૬×૧૨	(૫) ૬ : ૧૮

ત્રીજી વિધિના પરિણામે સિદ્ધ થએલ જોડીના આંક નીચે પ્રમાણે મૂકો.

૧ લા નંબરની પાંખડી ભરવાની રીતઃ—

ચોથા નંબરની જોડીના જમણી તરફના આંક ૨૨ ને ગુજરાતી ૧ લા નંબરની પાંખડી ઉપર મૂકો અને તેની જોડીના ૧૪ ને અંગ્રેજી ૧ લા નંબરની પાંખડી ઉપર મૂકો.

૨ જા નંબરની પાંખડી ભરવાની રીતઃ—

પાંચમા નંબરની ડાબી બાજુના આંક ૬ ને ગુજરાતી ૨ જા નંબરની પાંખડી ઉપર મૂકો અને તેની જોડીના આંક ૧૮ ને અંગ્રેજી ૨ જા નંબરની પાંખડી ઉપર મૂકો.

ત્રીજા નંબરની પાંખડી ભરવાની રીતઃ—

૧ લા નંબરની જોડીના જમણી તરફના આંક ૭૩ ને ગુજરાતી ત્રીજા નંબર ઉપર મૂકો અને તેની જોડીના આંક ૭૧ ને અંગ્રેજી ૩ જા નંબર ઉપર મૂકો.

ચોથા નંબરની પાંખડી ભરવાની રીતઃ—

૨ જા નંબરની જોડીના ડાબી તરફના આંક ૩૪ ને ગુજરાતી ચોથા નંબર ઉપર મૂકો અને તેની જોડીના આંક ૩૮ ને અંગ્રેજી ૪ થા નંબર ઉપર મૂકો.

પાંચમા નંબરની પાંખડી ભરવાની રીતઃ—

ત્રીજા નંબરની જોડીના જમણી તરફના આંક ૨૭ ને ગુજરાતી પાંચમા નંબર ઉપર મૂકો. અને તેની જોડીના આંક ૨૧ ને અંગ્રેજી પાંચમા નંબર ઉપર મૂકો.

આ રીતે દશે પાંખડી ઉપર જૂદા જૂદા આંક આવી ગયા. હવે પહેલા અને બીજા મુદ્દાની તપાસણી કરીએ.

૧ લા મુદ્દાની તપાસઃ—

૧ લી જોડીમાં ૨૨ અને ૧૪ છે માટે $૨૨^૨ - ૧૪^૨$ = ૪૮૪ - ૧૯૬ = ૨૮૮ તફાવત.

૨ જી „ „ ૬ અને ૧૮: માટે $૧૮^૨ - ૬^૨$ = ૩૨૪ - ૩૬ = ૨૮૮

૩ જી „ „ ૭૩ અને ૭૧: માટે $૭૩^૨ - ૭૧^૨$ = ૫૩૨૯ - ૫૦૪૧ = ૨૮૮

૪ થી „ „ ૩૪ અને ૩૮ માટે $૩૮^૨ - ૩૪^૨$ = ૧૪૪૪ - ૧૧૫૬ = ૨૮૮

૫ મી „ „ ૨૭ અને ૨૧ માટે $૨૭^૨ - ૨૧^૨$ = ૭૨૯ - ૪૪૧ = ૨૮૮

૨ જા મુદ્દાની તપાસઃ—

૧ લી પાડોસી જોડીમાં:—

ગુજરાતી ૧ લા અને ૨ જા નંબરની પાંખડી ઉપર અનુક્રમે ૨૨ અને ૬ અને અંગ્રેજી એ જ નંબર ઉપર અનુક્રમે ૧૪ અને ૧૮ છે. માટે $૨૨^૨ + ૬^૨$ = ૪૮૪ + ૩૬ = ૫૨૦: $૧૪^૨ + ૧૮^૨$ = ૧૯૬ + ૩૨૪ = ૫૨૦.

૨ જી પાડોશી જોડીમાં:—

ગુજરાતી ૨ જા અને ૩ જા નંબરની પાંખડી ઉપર અનુક્રમે ૬ અને ૭૩ અને એ જ નંબરની અંગ્રેજી પાંખડી ઉપર અનુક્રમે ૧૮ અને ૭૧ છે. માટે $૬^૨ + ૭૩^૨$ = ૩૬ + ૫૩૨૯ = ૫૩૬૫: $૧૮^૨ + ૭૧^૨$ = ૩૨૪ + ૫૦૪૧ = ૫૩૬૫.

૩ જી પાડોશી જોડીમાં:—

ગુજરાતી ૩ જા અને ૪ થા નંબરની પાંખડી ઉપર અનુક્રમે ૭૩ અને ૩૪ અને એ જ નંબરની અંગ્રેજી પાંખડી ઉપર અનુક્રમે ૭૧ અને ૩૮ છે. માટે $૭૩^૨ + ૩૪^૨$ = ૫૩૨૯ + ૧૧૫૬ = ૬૪૮૫. $૭૧^૨ + ૩૮^૨$ = ૫૦૪૧ + ૧૪૪૪ = ૬૪૮૫.

૪ થી પાડોસી જોડીમાં:—

ગુજરાતી ૪ થા અને ૫ મા નંબરની પાંખડી ઉપર અનુક્રમે ૩૪ અને ૨૭ અને એ જ નંબરની અંગ્રેજી પાંખડી ઉપર અનુક્રમે

૩૮ અને ૨૧ છે માટે ૩૪^{૨} + ૨૭^{૨} = ૧૧૫૬ + ૭૨૯ = ૧૮૮૫ :
૩૮^{૨} + ૨૧^{૨} = ૧૪૪૪ + ૪૪૧ = ૧૮૮૫.

૫ મી પાડોસી જોડીમાં:—

ગુજરાતી પાંચમા નંબરની પાંખડી અને અંગ્રેજી ૧લા નંબરની પાંખડી ઉપર અનુક્રમે ૨૭ અને ૧૪ છે. અને અંગ્રેજી પાંચમા નંબરની પાંખડી અને ગુજરાતી ૧ લા નંબરની પાંખડી ઉપર અનુક્રમે ૨૧ અને ૨૨ છે. માટે ૨૭^{૨} + ૧૪^{૨} = ૭૨૯ + ૧૯૬ = ૯૨૫: ૨૧^{૨} + ૨૨^{૨} = ૪૪૧ + ૪૮૪ = ૯૨૫.

આ રીતે પાડોસી જોડીમાં સરવાળા એકસરખા આવે છે.

એકોત્રી એકોત્રીરામના પાડાની વધુ ગમત.

દાખલો ૩૯ મો

૧૦ થી ૯૯ સુધીની રકમોના વર્ગ યાને એકોત્રી એકોત્રીરામના પાડાનો પાઠ બધાને આવડે છે એમ માની લીધું છે.

રીતની સમજણ:—

૧૨ × ૧૨ (બાર બારાં રામ) = ૧૪૪. હવે ૧૨૧૨ ની રકમમાં બાર બારની બે જોડી છે. હવે એક બાર બારાંના ૧૪૪ થાય. આમાં ત્રણ આંક છે માટે ૧ ને ડાબી તરફ જરા ખસેડો અને ૪૪ ને જમણી તરફ જરા ખસેડી આમ ૧—૪૪ માંડો. હવે ૧ અને ૪૪ નો સરવાળો ૪૫ થયો, તેને ૧ અને ૪૪ ની વચ્ચે મૂકો. એટલે ૧૪૫૪૪ થશે. આ રીતે ૧૨૧૨ × ૧૨ = ૧૪૫૪૪ આવ્યા.

હવે ૧૨૧૨૧૨ × ૧૨ હોય તો ૧,૪૫,૪૫૪૪ આવે. એટલે બારની જેટલી વધારાની જોડી હોય તેટલા (૧+૪૪) ૪૫. ને ૧ અને ૪૪ ની વચ્ચે મૂકતા જવું.

હવે આવી રીતે ૪૫ × ૪૫ = ૨૦૨૫: હવે ૨૦૨૫ ની વચ્ચે—લીટી કરો. ૨૦—૨૫ (આમાં ચાર આંક પૂરા છે જેથી

બંએ આંક જમણી અને ડાબી તરફ આવશે) હવે ૪૫૪૫ × ૪૫ નો જવાબ ૨૦-૨૫ ની વચ્ચમાં ૨૦ + ૨૫ = ૪૫ આવે: જેમકે ૪૫૪૫× ૪૫=૨૦૪૫૨૫ જવાબ. તેવીજ રીતે ૪૫૪૫૪૫×૪૫=૨૦૪૫૪૫૨૫ આવે.

હવે ૮૪ × ૮૪ = ૭૦૫૬: હવે ૭૦ – ૫૬ થાય અને ૮૪૮૪×૮૪ (૭૦ + ૫૬ = ૧૨૬). હવે { ૭૦—૫૬ / ૧૨૬ } આમાં બે રકમોનો

૭૧૨૬૫૬

સરવાળો ૧૨૬ આવ્યો તેમાં ૨૬ ને ખાલી જગ્યાએ મૂક્યા અને ૧ વધી માની ૭૦ ના ૦ માં ઉમેર્યો જેથી ૭૦ માંથી ૭૧ થયા. આવી રીતે વધી જ્યાં ઉમેરવાની હોય ત્યાં ઉમેરવાનું ધ્યાનમાં રાખવું. તેવી જ રીતે જો ૮૪૮૪૮૪ × ૮૪ હોય તો જવાબ ૭૧૨૭૨૬૫૬ આવે.

૧ લી વાર	૭૦——૫૬
૨ જી વાર	–૧૨૬——
૩ જી વાર	——૧૨૬——
જવાબ	૭૧૨૭૨૬૫૬

દાખલો ૪૦ મો.

ઉપલા દાખલામાં આપણે ગુણ્ય રકમમાં બે આંકડાની બે જોડી વધારી સમજણ આપી. હવે આમાં ગુણ્યની રકમમાં બે જોડી તેમજ ગુણકની રકમમાં પણ બે જોડી લીધી છે.

(૧) ૧૨૧૨ × ૧૨૧૨ : ૪૫૪૫ × ૪૫૪૫ અને ૮૪૮૪ × ૮૪૮૪ નાં જવાબ લાવી આપો :

રીત. (દાખલા ૪૧ ના અંતમાં આપેલા ઉદાહરણની રીત સાથે સરખામણી કરવી.)

પહેલી રીત: આપણે જાણીએ છીએ કે ૧૨૧૨ × ૧૨ = ૧૪૫૪૪ થાય છે. હવે એ રકમને મારજીનમાં બતાવ્યા પ્રમાણે લખો પછી. ૧૨ × ૧૨ = ૧૪૪ અને ૧ અને ૪૪ ના સરવાળાના ૪૫ ને, ૧૪૫...૪૪ નીચે બતાવેલ રીત પ્રમાણે લખો પછી બધાનો સરવાળો કરો. અંકસ્થાનમાં કાળજીથી આંકડા મૂકો હવે ૧૨૧૨ × ૧૨૧૨ નો જવાબ ૧૪૬૮૯૪૪ છે.

૧૪૫...૪૪
૧૪૪
૪૫
૧૪૬૮૯૪૪
જવાબ

બીજી રીતઃ—૧૨૧૨ × ૧૨ = ૧૪૫૪૪ થાય છે આમાં '૪' પહેલા સ્થાનમાં છે તેમાં ત્રીજા સ્થાનના ૫ ઉમેરો એટલે ૯ થાય. આ ૯ ને જવાબની નવી રકમના ૩ સ્થાનમાં મૂકો (નવી રકમ ——૯૪૪.) (૪૪ તો બારબારાં ૧૪૪ જે મૂળ રકમ છે તેના છે.) પછી ૪ જે બીજા સ્થાનમાં છે તે અને ચોથા સ્થાનવાળા ૪ નો સરવાળો ૮ થાય તેને ચોથા સ્થાનમાં મૂકો (નવી રકમ ૧૪——૮૯૪૪) અત્રે ૧૪૫ અને ૪૪ માંથી નવી રકમ બનાવીએ છીએ તેથી ૧૪૫ યાદ રહેવા માટે મૂક્યા છે. પછી ત્રીજા સ્થાનના ૫ અને પાંચમા સ્થાનના ૧ નો સરવાળો કરો અને ૬ ના આંકને પાંચમા સ્થાનમાં મૂકો નવી રકમ ૧૪૬૮૯૪૪ આવી. આ રીતે ૧૨૧૨ × ૧૨૧૨ નો જવાબ ૧૪૬૮૯૪૪ લઈ આવ્યા (૬ આવ્યા તે ૫ મા સ્થાને સમજવા એટલે ૫ નો આંક નીકળી જાય તે પછીના આંક ૪ છે. તે એમના એમ મૂકી દેવા.)

૪૫૪૫ × ૪૫૪૫ નો જવાબ લાવી આપો.

રીતઃ પહેલી રીતઃ—

આપણે જાણીએ છીએ કે ૪૫૪૫ × ૪૫ = ૨૦૪૫૨૫ આવે હવે એ રકમને મારજીનમાં બતાવ્યા પ્રમાણે લખો પછી ૨૦૨૫ અને (૨૦+૨૫) = ૪૫ ને તે નીચે લખો પછી બધાનો સરવાળો કરો અને કાળજીથી અંકસ્થાનમાં આંકડા મૂકો. હવે ૪૫૪૫ × ૪૫૪૫ નો જવાબ ૨૦૬૫૭૦૨૫ આવે.

૨૦૪૫...૨૫
૨૦૨૫
૪૫
૨૦૬૫૭૦૨૫
જવાબ

બીજી રીતઃ—

(૨) ૪૫૪૫ × ૪૫ = ૨૦૪૫૨૫ છે. હવે ૪૫ × ૪૫ નો જવાબ ૨૦૨૫ આવે તેને મારજીનમાં બતાવ્યા પ્રમાણે લખો [૨૦——૨૫] હવે આપણી પાસે ૨૦૪૫૨૫ ની રકમ છે. તેમાંથી જવાબની રકમ બનાવવી છે. હવે પહેલા અંકસ્થાનના ૫ અને ત્રીજા અંકસ્થાનના ૫ નો સરવાળો ૧૦ થાય તેમાં ૧ વધી અને ૦ને ત્રીજા સ્થાનમાં

મૂકો. (૨૦——૦૨૫ નવી રકમ). પછી બીજા સ્થાનના ૨ અને ચોથા સ્થાનના ૪ નો સરવાળો ૬ થાય તેમાં ૧ વધી ઉમેરો તો ૭ થાય તેને નવી રકમના ચોથા સ્થાનમાં મૂકો (નવી રકમ ૨૦——૭૦૨૫) પછી ત્રીજા સ્થાનના ૫ અને પાંચમાં સ્થાનના ૦ ના સરવાળા ૫ ને નવી રકમના પાંચમા સ્થાનમાં મૂકો (નવી રકમ ૨૦——૫૭૦૨૫) પછી ચોથા સ્થાનના ૪ અને છઠ્ઠા સ્થાનના ૨ નો સરવાળો જે ૬ થાય તેને છઠ્ઠા સ્થાનમાં મૂકો (નવી રકમ ૨૦૬૫૭૦૨૫) આ રીતે ૪૫૪૫ × ૪૫૪૫નો જવાબ ૨૦૬૫૭૦૨૫ આવ્યો

(૩) ૮૪૮૪ × ૮૪૮૪ નો જવાબ લાવી આપો.

રીતઃ—પહેલી રીતઃ

આપણે જાણીએ છીએ કે ૮૪૮૪ × ૮૪ = ૭૧૨૬૫૬ આવ્યા.

હવે એ રકમ મારજીનમાં બતાવ્યા પ્રમાણે લખો પછી ૮૪ × ૮૪ = ૭૦૫૬ ને તે નીચે લખો પછી ૭૦ + ૫૬ = ૧૨૬ ને તે નીચે લખો ... ... પછી બધાનો સરવાળો કરો. અને કાળજીથી અંક સ્થાનમાં આંકડા મૂકો. હવે ૮૪૮૪ × ૮૪૮૪ નો જવાબ ૭૧૯૭૮૨૫૬ આવે છે.

૭૧૨૬...૫૬
૭૦૫૬
૧૨૬
૭૧૯૭૮૨૫૬
જવાબ

બીજી રીતઃ—૮૪ × ૮૪ = ૭૦૫૬ આવે છે તેને (૭૦——૫૬) આમ લખો. પછી ૮૪૮૪ × ૮૪ = ૭૧૨૬૫૬ આવે છે. તેમાંથી જવાબ લઇ આવવો.

જવાબના ત્રીજા સ્થાનની ભરતીઃ—

મૂળ રકમના પહેલા સ્થાનના ૬ અને ત્રીજા સ્થાનના ૬ નો સરવાળો ૧૨ આવ્યો. આમાં ૧ વધી અને ૨ ને ત્રીજા સ્થાનમાં મૂકો. (નવી રકમ ૭૧——૨૫૬)

ચોથા સ્થાનની ભરતીઃ—

પછી મૂળ રકમના બીજા સ્થાનના ૫ અને ચોથા સ્થાનના

૨ ના સરવાળામાં ૧ વધી ઉમેરો તો ૮ થાય. તેને ચોથા સ્થાનમાં મૂકો. (નવી રકમ ૭૧——૮૨૫૬)

પાંચમાં સ્થાનની ભરતીઃ—

મૂળ રકમના ત્રીજા સ્થાનના ૬ અને પાંચમા સ્થાનના ૧ નો સરવાળો ૭ થાય તેને પાંચમાં સ્થાનમાં મૂકો (નવી રકમ ૭૧——૭૮૨૫૬)

છઠ્ઠા સ્થાનની ભરતીઃ--

મૂળ રકમના ચોથા અને છઠ્ઠા સ્થાનના આંક અનુક્રમે ૨ અને ૭ છે. તેનો સરવાળો ૯ થાય. તેને છઠ્ઠા સ્થાનમાં મૂકો (નવી રકમ ૭૧૯૭૮૨૫૬.)

આ રીતે ૮૪૮૪ × ૮૪૮૪ નો જવાબ ૭૧૯૭૮૨૫૬ આવ્યો.

દાખલો ૪૧ મો.

આમાં ગુણ્યની રકમમાં બે આંકડાની ત્રણ જોડી અને ગુણકમાં બે જોડી છે.

પ્રશ્નઃ—(૧) ૧૨૧૨૧૨ × ૧૨૧૨ (૨) ૪૫૪૫૪૫ × ૪૫૩૫ (૩) ૮૪૮૪૮૪ × ૮૪૮૪ ના જવાબ લાવી આપો.

રીતઃ—(૧) પહેલી રીતઃ—

આપણે જાણીએ છીએ તેમ ૧૨૧૨ × ૧૨ = ૧૪૫૪૪ આવે છે. આ રકમને મારજીનમાં બતાવ્યા પ્રમાણે મૂકો હવે એક જોડી ૧૨ ની ગુણ્યમાં રહી અને એક ૧૨ ની જોડી ગુણકમાં રહી. માટે દરેક જોડીના આંક ૧૪૪, ૪૫, ૧૮ } ૧૮૯ આવ્યા તેને બે વાર મારજીનમાં બતાવ્યા પ્રમાણે લખો પછી બધાનો સરવાળો કરો એટલે આવશે ૧૪૬૯૦૮૯૪૪

૧૪૫......૪૪
૧૮૯......
૧૮૯...
૧૪૬૯૦૮૯૪૪
જવાબ

(૨) બીજી રીતઃ—

આપણે જાણીએ છીએ તેમ ૧૨૧૨ × ૧૨૧૨ = ૧૪૬૮૯૪૪ છે આમા સાત આંક છે, માટે તેના બે ભાગ કરો ૧૪૬ ડાબી તરફ અને ૮૯૪૪ જમણી તરફ મૂકો વચ્ચમાં ખાલી જગ્યા રાખો (જેમ કે ૧૪૬——૮૯૪૪) પછી ડાબી તરફની રકમના ૪૬ અને જમણી તરફની રકમના ૪૪ એ બેનો સરવાળો કરો તો ૯૦ આવશે આ ૯૦ ને ખાલી જગ્યામાં મૂકો તો આખી રકમ ૧૪૬૯૦૮૯૪૪ થાય આ રીતે ૧૨૧૨૧૨ × ૧૨૧૨ નો જવાબ ૧૪૬૯૦૮૯૪૪ આવ્યો

(૨) ૪૫૪૫૪૫ × ૪૫૪૫ નો જવાબ શું.

પહેલી રીતઃ—

૪૫ × ૪૫ = ૨૦૨૫ છે. અને ૪૫૪૫ × ૪૫ = ૨૦૪૫૨૫ છે એ આપણને ખબર છે. હવે ૨૦૪૫૨૫ ને મારજીનમાં બતાવ્યા પ્રમાણે લખો પછી. ૨૦૨૫ અને ૨૦ + ૨૫ = ૪૫ ને લખો પછી બીજીવાર એના એ આંક લખો પછી સરવાળો કરો તો આવશે ૨૦૬૫૯૦૭૦૨૫ જવાબ.

૨૦૪૫...૨૫
૨૦૨૫
૪૫
૨૦૨૫
૪૫
૨૦૬૫૯૦૭૦૨૫
જવાબ

બીજી રીતઃ—

૪૫૪૫ × ૪૫૪૫ = ૨૦૬૫૭૦૨૫ આવે પછી આ આઠ આંકડાના બે ભાગ પાડો ૨૦૬૫——૭૦૨૫ પછી જે જગો ખાલી છે ત્યાં ૨૦૬૫ ના ૬૫ અને ૭૦૨૫ના ૨૫નો સરવાળો કરો (૬૫+૨૫=૯૦) આ ૯૦ ને મૂકો. એટલે ૨૦૬૫૯૦૭૦૨૫ થાય.

(૩) ૮૪૮૪૮૪ × ૮૪૮૪ નો શું જવાબઃ

પહેલી રીતઃ—

૮૪ × ૮૪ = ૭૦૫૬ અને ૮૪૮૪ × ૮૪ = ૭૧૨૬૫૬ છે. હવે ૭૧૨૬૫૬ ને મારજીનમાં લખ્યા પ્રમાણે લખો. પછી ૭૦૫૬ અને ૭૦ + ૫૬ = ૧૨૬ ને લખો. આ બે આંક બીજી વાર મૂકો પછી સરવાળો કરો. જેથી જવાબ આવ્યો. ૭૧૯૮૫૩૮૨૫૬

૭૧૨૬....૫૬
૭૦૫૬
૧૨૬
૭૦૫૬
૧૨૬
૭૧૯૮૫૩૮૨૫૬

બીજી રીતઃ—

૮૪૮૪ × ૮૪૮૪ = ૭૧૯૭૮૨૫૬ છે. આમાં આઠ આંક છે. તેના બે ભાગ કરો. એક ભાગમાં ૭૧૯૭ અને બીજા ભાગમાં ૮૨૫૬ : ૭૧૯૭—૮૨૫૬ : પછી ૯૭ + ૫૬ = ૧૫૩ આવ્યા. આમાં ૫૩ ને ખાલી જગ્યામાં મૂકો અને ૧ વધી તેને ૭૧૯૭ માં ૧ ઉમેરો તો ૭૧૯૮ થાય. એટલે આખી રકમ ૭૧૯૮૫૩૮૨૫૬ થાય માટે જવાબ ૭૧૯૮૫૩૮૨૫૬ આવ્યા.

ઉદાહરણઃ ૧૨૧૨ × ૧૨૧૨ (દાખલા ૪૦ અને ૪૧ ની રીત સાથે આની રીત સરખાવો) પ્રથમ આમાં બાર બારની બે જોડી ગુણ્ય અને ગુણકમાં છે. માટે એકવાર ૧ (૧૨ × ૧૨) = ૧૪૪ આવ્યા તે આપણે જવાબના ખંડમાં (——૪૪) મૂક્યા અને ૧ વધીને હાથમાં રાખી પછી બીજીવાર ૨ (૧૨ × ૧૨) = ૨૮૮ આવ્યા તેમાં ૧ વધી નાંખ્યા તો ૨૮૯ થયા તેમાંથી ૮૯ ને ૪૪ ની ડાબી બાજુએ મૂક્યા. અને આમાં પણ ૨ વધી રાખ્યા. હવે જવાબની રકમ (——૮૯૪૪) આવી. હવે ૧ (૧૨ × ૧૨) = ૧૪૪ : હવે ૧૪૪ માં ૨ વધી ઉમેરી તો ૧૪૬ આવ્યા. તે (——૮૯૪૪)ની ડાબી બાજુએ મૂક્યા તો ૧૪૬૮૯૪૪ આવ્યા.

આમાં બાર બારની બે જોડી છે માટે પહેલીવાર (૧૨ × ૧૨) × ૧ કર્યા. પછી (૧૨ × ૧૨) × ૨ કર્યા ફરી પાછા (૧૨ × ૧૨) × ૧ કર્યા. તેવી જ રીતે જેટલી જોડી હોય તેટલા સુધી એકવાર ક્રમવાર ચડતા આંકથી ગુણ્યા જવું તે પછી ક્રમવાર એક કમતી આંકથી ગુણ્યા જવું. આમ જવાબ આવી જાય.

ઉદા. ૧૨૧૨૧૨૧૨ × ૧૨૧૨૧૨૧૨ (જુઓ પૃષ્ઠ ૧૭૬ માં ઉદા૦:—૭૭૭૭૭ × ૩૩૩૩૩ ની રીત.)

પ્રથમ ૧ (૧૨ × ૧૨) = ૧૪૪. આમાં ૧ વધી અને જવાબમાં (——૪૪). પછી ૨ (૧૪૪) = ૨૮૮. પછી ૨૮૮ + ૧ વધી = ૨૮૯, હવે ૨ વધી અને જવાબમાં (——૮૯૪૪). પછી ૩

(૧૪૪)=૪૩૨ હવે ૪૩૨ + ૨=૪૩૪. હવે ૪ વધી અને જવાબમાં ——૩૪,૮૯,૪૪). હવે ૪ (૧૪૪)=૫૭૬. હવે ૫૭૬ + ૪ વધી= ૫૮૦. હવે ૫ વધી અને જવાબમાં (——૮૦,૩૪,૮૯,૪૪.) આંહી ૪ ગણા સુધી કરવા કારણ ૪ જોડી છે, હવે ગણા કરવામાં ઉતરતા જવું. હવે ૩ (૧૪૪)=૪૩૨ + ૫=૪૩૭ હવે ૪ વધી અને જવાબમાં (——૩૭,૮૦,૩૪,૮૯,૪૪.). હવે ૨ (૧૪૪)= ૨૮૮ પછી ૨૮૮ + ૪ વધી = ૨૯૨. હવે ૨ વધી અને જવાબમાં (——૯૨,૩૭,૮૦,૩૪,૮૯,૪૪.). હવે ૧ (૧૪૪)=૧૪૪ હવે ૧૪૪ + ૨ વધી = ૧૪૬. માટે જવાબમાં ૧૪૬૯૨૩૭૮૦૩૪૮૯૪૪ આ તે ૧૨૧૨૧૨૧૨ × ૧૨૧૨૧૨૧૨ નો જવાબ આવ્યો.

આ રીતે બધુ સમજી લેવું.

હવે ઉપર જે રીતો બતાવી છે તેમાંથી જેને જે રીત રૂચે તે રીત સ્વીકારી લે.

દાખલો ૪૨ મો.

૩૪૭૩૪૭ × ૩૪૭ નો જવાબ શું?

રીત:-૩૪૭ × ૩૪૭ = ૧૨૦૪૦૯ માટે ૩૪૭૩૪૭ × ૩૪૭ = ૧૨૦——૪૦૯ ની વચ્ચમાં ૧૨૦ + ૪૦૯ = ૫૨૯ મૂકી દેવા. એટલે ૧૨૦ ૫૨૯ ૪૦૯ જવાબ.

તેવી જ રીતે ૩૪૭૩૪૭ × ૩૪૭૩૪૭ નો જવાબ શું.

રીત:—આમાં ગુણ્યમાં અને ગુણકમાં ત્રણ આંકડાની એક રકમની બે જોડી છે. રીત એની એ સમજવી. તે રીત મારજીનમાં બતાવી છે. હવે જો ગુણ્યમાં ત્રણ જોડી હોય તો પણ રીત બધી એક જ સમજવી.

૧૨૦૫૨૯...૪૦૯
૧૨૦૪૦૯
૫૨૯
૧૨૦૬૪૯૯૩૮૪૦૧ જવાબ

નોટ:—જેમ જેમ આપણે ગુણ્ય અને ગુણકની રકમમાં જોડીઓ વધારતા જઇએ તેમ તેમ રીતમાં સ્હેજ ગુંચવણ વધે છે. જેથી તેની

સ્હેજ કંટાળાભરી રીત બતાવી નથી. હું હજુ વિદ્યાર્થી છું. અને શાસ્ત્રના ઊંડા જળમાં ઉતરવાની હિંમત નથી ચાલતી. આંહી તો માત્ર મૂળ તત્ત્વોની બની શકતી સ્હેલી રીતો બતાવી છે.

ગુણાકારની પરચુરણ ગમત.

દાખલો ૪૩ મો.

૧	૯	૨
૩	૮	૪
૫	૭	૬

આ સાથે નવ ખંડનો કોઠો મૂકયો છે, તેમાં ૧ થી ૯ સુધીના આંકડા છે. પહેલી હારમાં ૧૯૨ છે. બીજી હારમાં ૩૮૪ છે. તે ૧૯૨ ના બમણા છે. અને ત્રીજી હારમાં ૧૯૨ ના ત્રમણા ૫૭૬ છે. આ પ્રમાણે બીજા ત્રણ કોઠા બનાવો.

જવાબના ત્રણ કોઠા.

૨	૧	૯
૪	૩	૮
૬	૫	૭

૨	૭	૩
૫	૪	૬
૮	૧	૯

૩	૨	૭
૬	૫	૪
૯	૮	૧

તેમાં ૧ થી ૯ સુધીના આંકડા આવે દરેક આંકડો એક જ વાર આવે અને કોઇ પણ આંકડો આવવા વગર રહી ન જાય. અને પહેલી હારમાં જે રકમ થાય તેનાથી બમણી રકમ બીજી હારમાં અને ત્રમણી રકમ ત્રીજી હારમાં આવે.

દાખલો ૪૪ મો.

૧ થી ૯ આંકડામાંથી ત્રણ આંકડાની એક ગુણ્ય રકમ ૪૮૩ બનાવી અને એ આંકડાની બીજી ગુણક રકમ ૧૨ બનાવી પછી ૪૮૩ × ૧૨ = ૫૭૯૬ આવ્યા. ગુણાકારના જવાબમાં ચાર આંક આવ્યા. હવે ગુણ્ય, ગુણક અને જવાબની ત્રણે રકમોની સાથે ગણત્રી કરીએ તોએ ત્રણેમાં ૧ થી ૯ સુધીના આંકડા એકેકવાર આવી જાય છે અને કોઇ પણ આંકડો આવ્યા વગર રહી જતો નથી. હવે આ

રીતે બીજા ૭ દાખલા બનાવેા. તેમાં ગુણ્ય રકમમાં ત્રણ આંક આવે અને ગુણક રકમમાં બે આંક આવે અને જવાબમાં ચાર આંક આવે.

રીતઃ–જવાબ	
(૧) ૪૮૩ × ૧૨ = ૫૭૯૬	(૪) ૧૫૯ × ૪૮ = ૭૬૩
(૨) ૧૩૮ × ૪૨ = ૫૭૯૬	(૫) ૧૫૭ × ૨૮ = ૪૩૮૬
(૩) ૧૮૬ × ૩૯ = ૭૨૫૪	(૬) ૨૯૭ × ૧૮ = ૫૩૪૬
	(૭) ૧૯૮ × ૨૭ = ૫૩૪૬

હવે જો ગુણ્યની રકમમાં ચાર આંક અને ગુણકની રકમમાં ૧ આંક રાખીએ તેા જવાબમાં ચાર આંક આવે અને વ્યાખ્યામાં આપેલ સરત પ્રમાણે બની શકે. આવા બે દાખલા થઇ શકે.

રીતઃ—(૧) ૧૭૩૮ × ૪ = ૬૯૫૨ : (૨) ૧૯૬૩ × ૪ = ૭૮૫૨ જવાબ.

દાખલેા ૪૫ મેા.

૧ થી ૯ સુધીના આંકડામાંથી ત્રણ આંકડાની એક રકમ ૧૫૮ ગુણ્ય બનાવેા અને બે આંકડાની ૨૩ ની રકમને ગુણક બનાવેા આ બે રકમની એક જોડી બનાવેા. હવે બે આંકડાની એક રકમ ૭૯ ને ગુણ્ય સમજો અને બે આંકડાની બીજી રકમ ૪૬ ને ગુણક કરેા. આ એની બીજી જોડી બનાવેા. આ બન્ને જોડીમાં એટલે ચારે રકમેા સાથે લઇએ તેા તેમાં ૧ થી ૯ સુધીના તમામ આંકડા એકવાર આવી જાય છે. તેમ કેાઇ આંકડેા આવ્યા વગર રહી જતેા નથી. વિશેષમાં દરેક જોડીનેા સરવાળેા એકસરખેા ૩૬૩૪ આવે છે આવી સૂચના ધ્યાનમાં રાખી બીજા ત્રણ દાખલા બનાવી આપેા.

રીતઃ—જવાબઃ—

૧ લી જોડી	બીજી જોડી	ત્રીજી જોડી
૧૫૮ × ૩૨ = ૫૦૫૬	૧૭૪ × ૩૨ = ૫૫૬૮	૧૭૪ × ૨૩ = ૪૦૦૨
૭૯ × ૬૪ = ૫૦૫૬	૯૬ × ૫૮ = ૫૫૬૮	૬૯ × ૫૮ = ૪૦૦૨

દાખલો ૪૬ મો.

૫૧૨૪૯૮૭૬ × ૩ = ૧૫૩૭૪૯૬૨૮ : આમાં ગુણ્ય અને ગુણક એ બે રકમો સાથે લઇએ તો તેમાં ૧ થી ૯ સુધીના દરેક આંક એકેકવાર આવે છે. અને કોઇ પણ આંક આવ્યા વગર રહી જતો નથી. અને જવાબમાં પણ એવી જ રીતે નવે આંક આવે છે. આવા બીજા બે દાખલા બનાવી લાવો.

રીત:—જવાબ:—

(૧) ૩૨૫૪૭૮૯૧ × ૬ = ૧૯૫૨૮૭૩૪૬ (૨) ૧૬૫૮૩૭૪૨ × ૯ = ૧૪૯૨૫૩૬૭૮

દાખલો ૪૭ મો.

૧૫ × ૯૩ = ૧૩૯૫ :: ૫૧ × ૩ = ૧૫૩ :: ૨૧ × ૬ = ૧૨૬ ::

આ ત્રણ ઉદાહરણમાં એ ખુબી છે કે ગુણ્ય અને ગુણકમાં જે આંકડા છે તેના તે જ આંકડા જવાબમાં આવે છે. માત્ર તેમાં અંકસ્થાન બદલી જાય એ દેખીતું છે હવે ૧૫ × ૯૩ = ૧૩૯૫ મા જવાબમાં ચાર આંક છે તેવા બીજા જે નવા દાખલા બનાવવાના છે, તેમાં પણ જવાબમાં ચાર આંક આવવા જોઇએ. અને એ ચાર આંક સામા ગુણ્ય અને ગુણકની રકમમાં અવશ્ય જોઇએ, તેમાં એકનો એક આંક બે વાર ન જોઇએ. હવે ગમે તો ગુણ્યમાં અને ગુણકમાં બબે આંક મૂકો અથવા ગુણ્યમાં ત્રણ તો ગુણકમાં એક આંક મૂકો. આવા ચાર દાખલા કરી બતાવો.

રીત:—જવાબ.

(૧) ૪૭૩ × ૮ = ૩૭૮૪ :: (૨) ૩૫૧ × ૯ = ૩૧૫૯ (૨) ૨૧ × ૮૭ = ૧૮૨૭ : (૪) ૩૫ × ૪૧ = ૧૪૩૫

દાખલો ૪૮ મો.

૧;૨;૩;૪;૫;૬;૭;૮;૯; અને ૦ આ દશ આંકડામાંથી ગુણ્ય, ગુણક અને જવાબની રકમો બનાવો. (એ બધામાં આ દશ આંકડા આવી જાય.) આવી એક જ રીત ધ્યાનમાં આવી છે.

રીત:—૭૧૫ × ૪૬ = ૩૨૮૯૦:

દાખલો ૪૯ મો.

૩૦૨૫ એ ચાર આંકડાની રકમ છે, તેના બે ભાગ એવી રીતે પાડો કે એક તરફ ૩૦ અને બીજી તરફ ૨૫ આવે. પછી ૩૦ અને ૨૫ નો સરવાળો કરો તો ૫૫ થાય. આ ૫૫ નો વર્ગ (૫૫ × ૫૫) = ૩૦૨૫ આવે. આવી ખુબીથી ચાર આંકડાની બીજી એક રકમો શોધી આપો તેમ જ ૭ આંકડાની તથા આઠ આંકડાની રકમો બનાવો. આમાં ૧;૨;૩;૪;૫;૬;૭;૮;૯; અને ૦ આ દશ આંકડા આવે તેમાં એકનો એક આંકડો ગમે તેટલી વાર આવે અને એમાંથી કોઈ આંક રહી જાય તેમાં પણ અડચણ નહીં.

રીત:—જવાબ.

(૧) ૯૮૦૧ આ ચાર આંકડાની રકમ તેના બે ભાગ કર્યા તો આવે ૯૮ અને ૦૧. પછી ૯૮ + ૦૧ = ૯૯. હવે ૯૯² (૯૯ × ૯૯) = ૯૮૦૧.

(૨) ૦૦૦૧ આ ચાર આંકડાની રકમ તેના બે ભાગ કરો તો આવે ૦૦ અને ૦૧ પછી ૦૦ + ૦૧ = ૦૧ થાય. આનો વર્ગ ૦૦૧ આમાં માત્ર મીંડા ખુબી માટે મૂક્યા છે. આ મીંડાનો અર્થ કાંઇ નહીં. વ્યાખ્યા પ્રમાણે મેળ લાવવા જવાબમાં ૦૦૦૧ આમ મૂકી દેવા.

(૩) ૯૯૮૦૦૧: આના બે ભાગ ૯૯૮ અને ૦૦૧: હવે બે એનો સરવાળો ૯૯૯ આવ્યો. હવે ૯૯૯ નો વર્ગ ૯૯૮૦૦૧ આવે: આ રીતે ૯૯૯૮૦૦૦૧ :: ૯૯૯૯૮૦૦૦૦૧ :: વગેરે રકમો ગોઠવાય.

તા૦ ક. પૃષ્ઠ ૫૭ માં અને ૭૮ માં અનુક્રમે ગુણ્ય ગુણ્યક બન્નેમાં ત્રગડા (વર્ગ) ની અને ગુણકમાં નવડા અને ગુણ્યમાં ત્રગડાની ખુબી બતાવી છે. હવે અહીં ગુણ્યમાં બધા છગડા અને ગુણકમાં બધા ત્રગડાની ખુબી બતાવી છે.

ઉદા૦:–૬૬૬૬×૩૩૩૩: જવાબ એકવાર ૬×૩=૧૮ ને આમ ૧–૮ મૂકો. પછી ત્રણ બગડાને ૧ ની ડાબી બાજુએ આમ ૨૨૨૧–૮ મૂકો પછી (૯–૨=૭) ત્રણ સાતડાને ૧ અને ૮ ની વચ્ચે

આમ-૧૭૭૭૮. મૂકેા. આ રીતે આખી રકમ ૨૨૨૧૭૭૭૮ થઇ તે જવાબ.

શ્રેઢીની રીતથી થતા ગુણાકાર.

દાખલેા ૫૦ મેા

એક ખેડુતની પાસે નવ ખેતર છે. અને એ ખેતરેા ગામની ચારે બાજુ જૂદી જૂદી દિશાએ આવેલા છે. વરસાદ અનિયમિત રીતે પડવાથી પહેલા ખેતરમાં ૨ મણ અનાજ પાક્યું, બીજામાં ૧ લા કરતાં ત્રમણું (= ૬ મણ) પાક્યું, ત્રીજામાં બીજાથી ત્રણ ધણું (=૧૮ મણ) આ રીતે ક્રમવાર આવતા નંબરવાળા ખેતરમાં. તેથી આગળ આવેલા નંબરવાળા ખેતર કરતાં ત્રમણું ત્રમણું ધાન પાક્યું હે શ્રેઢી વ્યવહાર જાણનાર સુજ્ઞ જન કહેા ત્યારે તે ખેડુતના નવે ખેતરમાં કુલ ધાન કેટલું પાક્યું?

રીતઃ—જવાબઃ—

આમાં ત્રણ પદ છેઃ–આદિપદ : ગુણક : અંત્યપદ
૨ : ૩ : ૯ :

આદિપદમાં ૨ લીધા તેનું કારણ પહેલાં ખેતરમાં બે મણ અનાજ પાક્યું ગુણકમાં ૩ લીધા કારણ ત્રમણા ત્રમણા થતા જાય છે. અંત્યપદમાં ૯ લીધા કારણ કુલ ખેતર ૯ છે.

પછી અંત્યપદ નવમાંથી નિસરણી યાને વલ્લી બનાવવી તેની રીતઃ–

નિસરણી.

૧	લું	...	ગુણક
૨	જું	...	વર્ગ
૩	જું	...	વર્ગ
૪	થું	...	વર્ગ
૫	મું	...	ગુણક

↑ પગથિયાં

૯ એ વિષમ = એકી = આંક છે. માટે પહેલા પગથિયામાં ગુણક એવી સંજ્ઞા મૂકેા. પછી ૯ માંથી ૧ બાદ કરીએ તેા ૮ આવે. ૮ એ સમ=બેકી = આંક કહેવાય માટે બીજા પગથિયામાં વર્ગ. એવી સંજ્ઞા રાખેા. પછી ૮ ને ૨થી ભાગીએ તેા ૪ આવે ૪ એ સમ આંક છે. માટે ત્રીજા પગથિયામાં વર્ગની સંજ્ઞા લખવી. પછી ૪ ને ૨ થી ભાગવા એટલે આવે ૨ હવે ૨ તે સમ આંક કહેવાય માટે ૪ થા પગથિયામાં વર્ગ લખેા. પછી ૨ ને ૨ થી ભાગીએ તેા

૧ આવે. આ ૧ તે વિષમ આંક કહેવાય માટે ૫ મા પગથિયામાં ગુણક એ સંજ્ઞા મૂકો. પછી ૧ માંથી ૧ બાદ કરો તો ૦ આવે. એટલે નિસરણીનાં પગથિયાં બની શકે નહીં. આ રીતે નિસરણી બનાવવાની વિધિ પૂરી થઇ.

આ નિસરણી બનાવવામાં એટલું ધ્યાનમાં રાખવાનું જે શરૂઆતમાં અંત્યપદ વિષમ હોય તો તેમાંથી ૧ બાદ કરી સમ બનાવી લેવો અને પછી દરેક પગથિયે ૨ થી ભાગતા રહેવું. અને છેવટે શેષ ૦ રહે ત્યાંથી સુધી ચલાવ્યા કરવું. જો વચમાં અંત્યપદ બેથી ભાગતાં વિષમ થઇ જાય તો ૧ બાદ કરી લેવો. આ રીતે આપણે અંત્યપદ ઉપરથી નિસરણીદ્વારા નીચે ઉતરતા આવ્યા. હવે આપણને નિસરણીના છેલ્લા પગથિયા ઉપરથી ચડવાનું છે તે સૌથી ઉપર ટોચ ઉપર આવવું. તેની રીત આ પ્રમાણે છેઃ—

સૌથી છેલ્લા પગથિયા ઉપર હમેશાં ૧ આવવો જ જોઇએ. તે પ્રમાણે આ પાંચમા પગથિયા ઉપર ૧ છે. હવે એ પાંચમા પગથિયા ઉપર ગુણકની સંજ્ઞા છે. તેમ જ દાખલાની વ્યાખ્યામાં ગુણકની સંખ્યા ૩ છે માટે ૧ × ૩ = ૩ આવ્યા. આ ત્રણ પાંચમા પગથિયાની વિધિથી આવ્યા. હવે ૪ થે પગથિયે વર્ગની સંજ્ઞા છે. માટે પાંચમા પગથિયાના પરિણામમાં આવેલ ૩ નો વર્ગ કરો તો ૯ આવ્યા હવે ત્રીજે અને બીજે પગથિયે પણ વર્ગની સંજ્ઞા છે માટે ૯ ના એકવાર વર્ગ ૮૧ વળી ફરી બીજીવાર ૮૧ ના વર્ગ ૬૫૬૧ આવ્યા. આ રીતે બીજા પગથિયાની વિધિ પૂરી થઇ હવે પહેલે પગથિયે ગુણકની સંજ્ઞા છે માટે ૬૫૬૧ ને ૩ થી ગુણો તો આવ્યા. ૧૯૬૮૩ (નિસરણીમાં જ્યાં ગુણક હોય ત્યાં વ્યાખ્યામાં આપેલ ગુણકના આંકથી ગુણવા.) આ રીતે નિસરણીનાં બધાં પગથિયાં (છેલ્લેથી પહેલે સુધી)ની વિધિ થઈ ચૂકી. અને પરિણામમાં શુદ્ધ રૂપ ૧૯૬૮૩ આવ્યા. હવે આમાંથી ૧ બાદ કરવો એટલે આવ્યા

૧૯૬૮૨. આ રકમને ભાજ્ય રકમ સમજવી પછી ગુણકનો આંક હોય તેમાંથી ૧ બાદ કરવો એટલે ૩−૧=૨ આવ્યા તેને ભાજક સમજવા માટે ૧૯૬૮૨ ÷ ૨ = ૯૮૪૧ આવ્યા પછી આ રૂપ ૯૮૪૧ ને આદિપદ જે અત્યારે ૨ છે તેથી ગુણવા. ૯૮૪૧ × ૨ = ૧૯૬૮૨ એટલે જવાબ આવે.

માટે જવાબ ૧૯૬૮૨ મણ અનાજ પાકયું.

બીજી રીત.

૧ લા ખેતરમાં ૨ માં ૩ માં ૪ માં પાંચમાં છઠ્ઠામાં ૭ માં ૮ માં ૨ મણ + ૬ + ૧૮ + ૫૪ + ૧૬૨ + ૪૮૬ + ૧૪૫૮ + ૪૩૭૪ + નવમાં ૧૩૧૨૨ = ૧૯૬૮૨. આ રીતે પણ જવાબ આવે. આ રીત શ્રેઢીની ન કહેવાય. એક સાધારણ રીત કહેવાય.

દાખલો ૫૧ મો

બાપા બેટી ચાગલી, ફેાફડ માગે ચાર.
હાટે હાટે ચોગણા એવા સોળ હાટ અપાવ.

આ દાખલો જનસમાજમાં બહુ જાણીતો છે. આની ઉત્પત્તિ એમ છે કે પુત્રી પરણી સાસરે જવા તૈયાર થઇ, ત્યારે તેના પિતાએ પોતા પાસેથી માગી લેવા પુત્રીને કહ્યું. પિતા સોપારીના વેપારી હતા. અને એમની દેશાવરમાં સોળ પેઢીઓ હતી. તેથી પુત્રીએ વ્યાખ્યામાં સૂચવ્યા પ્રમાણે પિતા પાસેથી માગી લીધું. “હે પિતાજી, આપની સોળ વખાર છે. માટે મને પહેલી વખારેથી ૪ સોપારી અપાવો, બીજી વખારેથી ૧૬ અને ત્રીજી વખારેથી ૬૪ એમ ક્રમવાર નંબરવાળી વખાર ઉપરથી ચાર ચાર ગણી સંખ્યાની સોપારી સોળે વખાર ઉપરથી અપાવો પિતાએ વચન પાળી આપ્યું. કહો ત્યારે કુલ સોપારી કેટલી થઇ ?

આ વાત કહેવત રૂપે પ્રચલિત છે. હિસાબ નજીવો દેખાતો હોય પરંતુ તેમાં ગાંભીર્ય બહુ હોય ત્યારે એમ કહેવાય છે કે એતો બાપા બેટી વાળો દાખલો છે. આ વાત બીજા રૂપમાં કહીએ તો એમ પણ કહેવાય કે આતો લાખની પાણ. એટલે હિસાબમાં જરા જરા ઉમેરો થતો જાય અને લાંબે સરવાળે રકમ વધી જાય.

આ દાખલો જનસમાજમાં બહુ પ્રીય છે જેથી તેનો જવાબ ભુલી ન જવાય તે માટે સુજ્ઞ જનોએ એના જવાબ માટે નીચેનો દોહરો ગોઠવી મૂકયો છે. તે નીચે પ્રમાણે (જવાબ ૫૭૨૬૬૨૩૦૬૦).

દોહરો

ધર સતાવન, ઓર છવીસ, બાસઠ ઉપર ધર દો ત્રીસ,
છક્કા ઉપર મીંડા ધરો, ઇતની સોપારી ગીન કર લ્યો.

આ પ્રમાણે જવાબ છે. આપણે 'આ જવાબ શ્રેઢીની રીતે લાવી બતાવવો છે. માટે તેની રીતઃ—

આમાં	આદિપદ	ગુણક	અંત્યપદ
	૪	૪	૧૬

આમાં અંત્યપદ ૧૬ છે. તે સમ–એકી–છે. માટે પહેલે પગથિયે વર્ગસંજ્ઞા મૂકો. પછી ૧૬÷૨=૮: આ ૮ સમ છે માટે બીજે પગથિયે પણ વર્ગ મૂકો. પછી ૮÷૨=૪ આ ૪ સમ છે માટે ત્રીજે પગથિયે વર્ગની સંજ્ઞા મૂકો. પછી ૪÷૨=૨. આ ૨ સમ છે માટે ચોથે પગથિયે પણ વર્ગની સંજ્ઞા મૂકો. પછી ૨ ને ૨ થી ભાગો તો ૨÷=૧ આવે. આ ૧ વિષમ છે માટે પાંચમે પગથિયે ગુણકની સંજ્ઞા મૂકો.

નિસરણી

૧ લું.....વર્ગ
૨ જું...વર્ગ
૩ જું...વર્ગ
૪ થું.....વર્ગ
૫ મું...ગુણક

હવે છેલ્લા પગથિયાથી ઉપર ચડો પાંચમે પગથિયે ગુણક છે અને અંત્યપદનું છેલ્લું ટુંકુ રૂપ ૧ છે. અને ગુણકનો આંક ૪ છે માટે ૧ × ૪ = ૪ થાય. આ પાંચમે પગથિયે સાધ્ય થયેલો આંક આવ્યો. હવે ચોથું, ત્રીજું, બીજું અને પહેલું એ પગથિયા ઉપર વર્ગની સંજ્ઞા છે. માટે ચાર વાર વર્ગ થયા કરે. પાંચમા પગથિયાનો સાધ્યઆંક ૪ માટે ૪ × ૪ = ૧૬ એ ચોથા પગથિયાનો સાધ્યઆંકઃ ૧૬ × ૧૬ = ૨૫૬ એ ત્રીજા પગથિયાનો સાધ્ય આંકઃ ૨૫૬ × ૨૫૬ = ૬૫૫૩૬ એ બીજા પગથિયાનો સાધ્યઆંકઃ પછી ૬૫૫૩૬ × ૬૫૫૩૬ = ૪૨૯૪૯૬૭૨૯૬ એ પહેલા પગથિયાનો સાધ્યઆંક. હવે તેમાંથી ૧ બાદ કરો એટલે આવે ૪૨૯૪૯૬૭૨૯૫ આ ભાજ્ય. હવે ગુણક ૪ છે માટે ૪ − ૧ = ૩ એ ભાજક. હવે ૪૨૯૪૯૬૭૨૯૫ ÷ ૩ કરો તો આવશે ૧૪૩૧૬૫૫૭૬૫ઃ હવે તેને સામાન્ય ગુણક ૪ થી ગુણો તો જવાબ આવશે ૫૭૨૬૬૨૩૦૬૦ ક્ષેપકની મદદથી ગુણાકારની ખુબી.

આ બીજી રીત છે. આ રીત સામાન્ય છે.

દુકાન નંબર	સોપારીની સંખ્યા
૧	૪
૨	૧૬
૩	૬૪
૪	૨૫૬
૫	૧૦૨૪
૬	૪૦૯૬
૭	૧૬૩૮૪
૮	૬૫૫૩૬
૯	૨૬૨૧૪૪
૧૦	૧૦૪૮૫૭૬
૧૧	૪૧૯૪૩૦૪
૧૨	૧૬૭૭૭૨૧૬
૧૩	૬૭૧૦૮૮૬૪
૧૪	૨૬૮૪૩૫૪૫૬
૧૫	૧૦૭૩૭૪૧૮૨૪
૧૬	૪૨૯૪૯૬૭૨૯૬
ટોટલ	૫૭૨૬૬૨૩૦૬૦

દાખલો પર મો

ગુણ્ય અને ગુણકના ગુણાકારમાં ક્ષેપક ઉમેરી જવાબમાં એક જ જાતના બધા આંકડા લઈ આવવાની રીતઃ—

શ્રીયુત માસ્તર ફકીરભાઈ કાસીદાસકૃત કોહેડાના હિસાબની ચોપડી ભાગ ૧ લામાં એક દાખલો નીચે પ્રમાણે આપવામાં આવ્યો છે તે ઉપરથી રમુજની ખાતર એવા બીજા વધારાના નવા દાખલા બનાવી આ નીચે રજુ કર્યા છેઃ—

ઉદાહરણ ૧ લું:—

"પંદર બાવીસો ને સાત તેના એકડા કરી લાવો આઠ" આ પ્રશ્ન છે.

ખુલાસો.

૧૫૨૨૦૭ ની રકમને અમુક રકમથી ગુણો કે જેનો જવાબ આઠ એકડાનો આવે એટલે ૧૧૧૧૧૧૧૧. આ દાખલો બહુ જ સ્હેલો છે. કારણ આમાં ગુણ્ય રકમ અને જવાબ આપેલ છે તે ઉપરથી ગુણકનો આંક શોધી કાઢવાનો છે. તેની રીત એ છે કે ફળ = જવાબ ૧૧૧૧૧૧૧૧ ÷ ગુણ્ય ૧૫૨૨૦૭ = ૭૩ આવ્યા. આ ગુણકની રકમ ૭૩ થઇ.

હવે ૧૫૨૨૦૭ માંથી આઠ બગડાની રકમ કે પછી આઠ ત્રગડાની રકમ કે પછી કોઈ પણ સરખા આઠ આંકડાની રકમ લાવવી હોય તો નીચેનો કોઠો જોઇ જવો.

ગુણકમાં ત્રણ ભાગ હોય છે એક ગુણ્ય, બીજું ગુણક અને ત્રીજું પદ (જવાબ=ફળ.) આ ત્રણમાંથી બે બાબત આપી હોય તો ત્રીજી બાબત શોધવી સ્હેલ બાબત છે પણ જ્યારે આ ત્રણમાંથી માત્ર એક જ બાબત આપી હોય ત્યારે બે બાબત શોધી કાઢવામાં જરૂર શ્રમ પડે છે. હવે પછીના દાખલાઓમાં માત્ર ફળ = જવાબની

ગુણ્ય		ગુણક		જવાબ = ફળ.
૧૫૨૨૦૭	×	૭૩	=	૧૧૧૧૧૧૧૧
૧૫૨૨૦૭	×	૧૪૬	=	૨૨૨૨૨૨૨૨
૧૫૨૨૦૭	×	૨૧૯	=	૩૩૩૩૩૩૩૩
૧૫૨૨૦૭	×	૨૯૨	=	૪૪૪૪૪૪૪૪
૧૫૨૨૦૭	×	૩૬૫	=	૫૫૫૫૫૫૫૫
૧૫૨૨૦૭	×	૪૩૮	=	૬૬૬૬૬૬૬૬
૧૫૨૨૦૭	×	૫૧૧	=	૭૭૭૭૭૭૭૭
૧૫૨૨૦૭	×	૫૮૪	=	૮૮૮૮૮૮૮૮
૧૫૨૨૦૭	×	૬૫૭	=	૯૯૯૯૯૯૯૯

રકમ આપી છે અને તે ઉપરથી ગુણ્ય અને ગુણકની રકમો યથામતિ શોધી બતાવી છે અને જ્યાં જ્યાં જરૂર પડે છે ત્યાં ત્યાં અમુક નિયમથી ક્ષેપકની મદદ લીધી છે. + ની નિશાની પછીના આંક તે ક્ષેપક સમજવા.

ઉદા:-૨ જું બધા એકડા જવાબમાં ૧ લી રીત	જવાબ	૫×૨+૧=૧૧	૫૫×૨+૧=૧૧૧	૫૫૫×૨+૧=૧૧૧૧
આવે ત્યારે ગુણ્ય અને ગુણક શું ? ૨ જી રીત		૨×૫+૧=૧૧	૨૨×૫+૧=૧૧૧	૨૨૨×૫+૧=૧૧૧૧
ઉદા:-૩ જું બધા બગડા જવાબમાં ૧ લી રીત	જવાબ	૫×૪+૨=૨૨	૫૫×૪+૨=૨૨૨	૫૫૫×૪+૨=૨૨૨૨
આવે ત્યારે ગુણ્ય અને ગુણક શું ? ૨ જી રીત		૨×૧૦+૨=૨૨	૨૨×૧૦+૨=૨૨૨	૨૨૨×૧૦+૨×૨૨૨૨
ઉદા:-૪ થું. બધા ત્રગડા જવાબમાં ૧ લી રીત	જવાબ	૫×૬+૩=૩૩	૫૫×૬+૩=૩૩૩	૫૫૫×૬+૩=૩૩૩૩
આવે ત્યારે ગુણ્ય ગુણક શું ? ૨ જી રીત		૨×૧૫+૩=૩૩	૨૨×૧૫+૩=૩૩૩	૨૨૨×૧૫+૩=૩૩૩૩
ઉદા૦ ૫ મું:-બધા ચોગડા જવાબમાં ૧ લી રીત	જવાબ	૫×૮+૪=૪૪	૫૫×૮+૪=૪૪૪	૫૫૫×૮+૪=૪૪૪૪
આવે ત્યારે ગુણ્ય અને ગુણક શું ? ૨ જી રીત		૨×૨૦+૪=૪૪	૨૨×૨૦+૪=૪૪૪	૨૨૨×૨૦+૪=૪૪૪૪
ઉદા૦ ૬ ઠું:-બધા પાંચડા જવાબમાં ૧ લી રીત	જવાબ	૫×૧૦+૫=૫૫	૫૫×૧૦+૫=૫૫૫	૫૫૫×૧૦+૫=૫૫૫૫
આવે ત્યારે ગુણ્ય અને ગુણક શું ? ૨ જી રીત		૨×૨૫+૫=૫૫	૨૨×૨૫+૫=૫૫૫	૨૨૨×૨૫+૫=૫૫૫૫

ઉદા૦ ૭ મું:–બધા છગડા જવાબમાં	૧ લી રીત ⎫ જવાબ	૫×૧૨+૬=૬૬	૫૫×૧૨+૬=૬૬૬	૫૫૫×૧૨૨૬=૬૬૬૬
આવે ત્યારે ગુણ્ય અને ગુણક શું ?	૨ જી રીત ⎭	૨×૩૦+૬=૬૬	૨૨×૩૦+૬=૬૬૬	૨૨૨×૩૦+૬=૬૬૬૬
ઉદા૦ ૮ મું બધા સાતડા જવાબમાં	૧ લી રીત ⎫ જવાબ	૫×૧૪+૭=૭૭	૫૫×૧૪+૭=૭૭૭	૫૫૫×૧૪+૭=૭૭૭૭
આવે ત્યારે ગુણ્ય અને ગુણક શું ?	૨ જી રીત ⎭	૨×૨૫+૭=૭૭	૨૨×૩૫+૭=૭૭૭	૨૨૨×૩૫+૭=૭૭૭૭
ઉદા૦ ૯ મું:–બધા આઠડા જવાબમાં	૧ લી રીત ⎫ જવાબ	૫×૧૬+૮=૮૮	૫૫×૧૬+૮=૮૮૮	૫૫૫×૧૬+૮=૮૮૮૮
આવે ત્યારે ગુણ્ય અને ગુણક શું ?	૨ જી રીત ⎭	૨×૪૦+૮=૮૮	૨૨×૪૦+૮=૮૮૮	૨૨૨×૪૦+૮=૮૮૮૮
ઉદા૦ ૧૦ મું:–બધા નવડા જવાબમાં	૧ લી રીત ⎫ જવાબ	૫×૧૮+૯=૯૯	૫૫×૧૮+૯=૯૯૯	૫૫૫×૧૮+૯=૯૯૯૯
આવે ત્યારે ગુણ્ય અને ગુણક શું ?	૨ જી રીત ⎭	૨×૪૫+૯=૯૯	૨૨×૪૫+૯-૯૯૯	૨૨૨×૪૫+૯=૯૯૯૯

● ઉપર પ્રમાણે નવડા સુધી બધું કરી બતાવ્યું. ગુણ્ય બધામાં ૫ પહેલી રીતમાં, અને ૨ બીજી રીતમાં, ક્ષેપક આંક ક્રમવાર વધતો જાય છે. ફળ (જવાબનો) આંક બધામાં એકજ છે. ગુણકનો આંક પહેલી અને બીજી રીતમાં ક્રમવાર વધતો જાય છે.

હવે નીચેના દાખલામાં કાંઇક નવી રીત છે તે કોઠો જોવાથી ધ્યાનમાં આવશે. જ્યાં જરૂર પડી છે ત્યાં ક્ષેપક મૂકયા છે અને જ્યાં ક્ષેપક વગર ચાલ્યું છે ત્યાં ફક્ત ગુણ્ય અને ગુણક મૂકયા છે.

દાખલો ૫૩ મો

જવાબમાં એકજ જાતના ૩ આંક આવે.

રીતઃ ૩૭ × ૩ = ૧૧૧; ૩૭ × ૬ = ૨૨૨, ૩૭ × ૯ = ૩૩૩; વગેરે.

દાખલો ૫૪ મો:

જવાબમાં એક જાતના ચાર આંક આવે.

(૧) રીત ૩૭૦ × ૩ + ૧ = ૧૧૧૧; ૩૭૦ × ૬ + ૨ = ૨૨૨૨; ૩૭૦ × ૯ + ૩ = ૩૩૩૩; ૩૭૦ × ૧૨ + ૪ = ૪૪૪૪ વગેરે વગેરે.

(૨) રીતઃ ૧૦૧ × ૧૧ = ૧૧૧૧; ૧૦૧ × ૨૨ = ૨૨૨૨; ૧૦૧ × ૩૩ = ૩૩૩૩; ૧૦૧ × ૪૪ = ૪૪૪૪ વગેરે વગેરે.

દાખલો ૫૫ મો:

જવાબમાં એકજ જાતના પાંચ આંક આવે.

(૧ લી) રીતઃ ૧૫૮૭ × ૭ + ૨ = ૧૧૧૧૧; ૧૫૮૭ × ૧૪ + ૪ = ૨૨૨૨૨; ૧૫૮૭ × ૨૧ + ૬ = ૩૩૩૩૩; વગેરે વગેરે.

(૨ જી) રીતઃ ૨૭૧ × ૪૧ = ૧૧૧૧૧; ૨૭૧ × ૮૨ = ૨૨૨૨૨ ૨૭૧ × ૧૨૩ = ૩૩૩૩૩; વગેરે વગેરે.

દાખલો ૫૬ મો.

જવાબમાં એકજ જાતના છ આંક લાવવા.

૧ લી રીત	૨ જી રીત.	૩ જી રીત
૩૭૦૩૭× ૩=૧૧૧૧૧૧	૧૫૮૭૩× ૭=૧૧૧૧૧૧	૮૫૪૭× ૧૩=૧૧૧૧૧૧
૩૭૦૩૭× ૬=૨૨૨૨૨૨	૧૫૮૭૩×૧૪=૨૨૨૨૨૨	૮૫૪૭× ૨૬=૨૨૨૨૨૨
૩૭૦૩૭× ૯=૩૩૩૩૩૩	૧૫૮૭૩×૨૧=૩૩૩૩૩૩	૮૫૪૭× ૩૯=૩૩૩૩૩૩
૩૭૦૩૭×૧૨=૪૪૪૪૪૪	૧૫૮૭૩×૨૮=૪૪૪૪૪૪	૮૫૪૭× ૫૨=૪૪૪૪૪૪
૩૭૦૩૭×૧૫=૫૫૫૫૫૫	૧૫૮૭૩×૩૫=૫૫૫૫૫૫	૮૫૪૭× ૬૫=૫૫૫૫૫૫
૩૭૦૩૭×૧૮=૬૬૬૬૬૬	૧૫૮૭૩×૪૨=૬૬૬૬૬૬	૮૫૪૭× ૭૮=૬૬૬૬૬૬
૩૭૦૩૭×૨૧=૭૭૭૭૭૭	૧૫૮૭૩×૪૯=૭૭૭૭૭૭	૮૫૪૭× ૯૧=૭૭૭૭૭૭
૩૭૦૩૭×૨૪=૮૮૮૮૮૮	૧૫૮૭૩×૫૬=૮૮૮૮૮૮	૮૫૪૭×૧૦૪=૮૮૮૮૮૮
૩૭૦૩૭×૨૭=૯૯૯૯૯૯	૧૫૮૭૩×૬૩=૯૯૯૯૯૯	૮૫૪૭×૧૧૭=૯૯૯૯૯૯

૪ થી રીત : ૫૨૯૧ × ૨૧ = ૧૧૧૧૧૧; ૫૨૯૧ × ૪૨ = ૨૨૨૨૨૨; ૫૨૯૧ × ૬૩ = ૩૩૧૩૩૩; ૫૨૯૧ × ૮૪ = ૪૪૪૪૪૪ વગેરે વગેરે.

૫ મી રીત: ૩૩૬૭ × ૩૩ = ૧૧૧૧૧૧; ૩૩૬૭ × ૬૬ = ૧૧૧૧૧૧ ૩૩૬૭ × ૯૯ = ૩૩૩૩૩૩ વગેરે.

૬ ઠ્ઠી રીત: ૩૦૦૩ × ૩૭ = ૧૧૧૧૧૧; ૩૦૦૩ × ૭૪ = ૨૨૨૨૨૨ ૩૦૦૩ × ૧૧૧ = ૩૩૩૩૩૩ વગેરે.

૭ મી રીત: ૨૮૪૯ × ૩૯ = ૧૧૧૧૧૧; ૨૮૪૯ × ૭૮ = ૨૨૨૨૨૨ ૨૮૪૯ × ૧૧૭ = ૩૩૩૩૩૩ વગેરે.

૮ મી રીત: ૧૦૧૦૧ × ૧૧ = ૧૧૧૧૧૨; ૧૦૧૦૧ × ૨૨ = ૧૧૧૧૧૧ ૧૦૧૯૧ × ૩૩ = ૩૩૩૩૩૯ વગેરે.

૯ મી રીત: ૧૪૪૩ × ૭૭ = ૧૧૧૧૧૧; ૧૪૪૩ × ૧૫૪ = ૨૨૨૨૨૨; ૧૪૪૩ × ૨૩૧ = ૩૩૩૩૩૩ વગેરે.

૧૦ મી રીત: ૧૨૨૧ × ૯૧ = ૧૧૧૧૧૧; ૧૨૨૧ × ૧૮૨ = ૨૨૨૨૨૨; ૧૨૨૧ × ૨૭૩ = ૩૩૩૩૩૮ વગેરે.

દાખલો ૫૭ મો.

જવાબમાં એક જ જાતનાં સાત આંક લાવવાનો કોઠો.

૩૭૦૩૭૦× ૩+૧=૧૧૧૧૧૧૧
૩૭૦૩૭૦× ૬+૨=૨૨૨૨૨૨૨
૩૭૦૩૭૦× ૯+૩=૩૩૩૩૩૩૩
૩૭૦૩૭૦×૧૨+૪=૪૪૪૪૪૪૪
૩૭૦૩૭૦×૧૫+૫=૫૫૫૫૫૫૫
૩૭૦૩૭૦×૧૮×૬=૬૬૬૬૬૬૬
૩૭૦૩૭૦=૨૧+૭=૭૭૭૭૭૭૭
૩૭૦૩૭૦=૨૪+૮=૮૮૮૮૮૮૮
૩૭૦૩૭૦=૨૭+૯=૯૯૯૯૯૯૯

દાખલો ૫૮ મો.

જવાબમાં બધા એક જ જાતના નવ આંક લાવવાનો કોઠો.

૧૨૩૪૫૬૭૯× ૯=૧૧૧૧૧૧૧૧૧
૧૨૩૪૫૬૭૯×૧૮=૨૨૨૨૨૨૨૨૨
૧૨૩૪૫૬૭૯×૨૭=૩૩૩૩૩૩૩૩૩
૧૨૩૪૫૬૭૯×૩૬=૪૪૪૪૪૪૪૪૪
૧૨૩૪૫૬૭૯×૪૫=૫૫૫૫૫૫૫૫૫
૧૨૩૪૫૬૭૯×૫૪=૬૬૬૬૬૬૬૬૬
૧૨૩૪૫૬૭૯×૬૩=૭૭૭૭૭૭૭૭૭
૧૨૩૪૫૬૭૯×૭૨=૮૮૮૮૮૮૮૮૮
૧૨૩૪૫૬૭૯×૮૧=૯૯૯૯૯૯૯૯૯

દાખલો ૫૮ મો શ્રીયુત ફકીરભાઇ કાસીદાસકૃત "કોહેડાના હિસાબની ચોપડી ભાગ ૧ લામાં છે.

દાખલો ૫૯ મો મેં વિદ્યાર્થી અવસ્થામાં કયાંક વાંચેલ છે સ્થળ અને સમય યાદ નથી. સાહિત્યના વિશાળ ક્ષેત્રમાંથી ચોરી કરવાના દોષમાંથી હું મુક્ત નથી. હું મારી નબળાઇ આપ પંચ પાસે કબુલ કરૂં છું.

દાખલો ૫૯ મો.

જવાબમાં બધા એકડા લાવવાની રીતનો કોઠો.

૧×૯+૨=૧૧
૧૨×૯+૩=૧૧૧
૧૨૩×૯+૪=૧૧૧૧
૧૨૩૪×૯+૫=૧૧૧૧૧
૧૨૩૪૫×૯+૬=૧૧૧૧૧૧
૧૨૩૪૫૬×૯+૭=૧૧૧૧૧૧૧
૧૨૩૪૫૬૭×૯+૮=૧૧૧૧૧૧૧૧
૧૨૩૪૫૬૭૮×૯+૯=૧૧૧૧૧૧૧૧૧

દાખલો ૬૦ મો.

જવાબમાં બધા બગડા લાવવાની રીતનો કોઠો.

૧×૧૮+ ૪=૨૨
૧૨×૧૮+ ૬=૨૨૨
૧૨૩×૧૮+ ૮=૨૧૨૨
૧૨૩૪×૧૮+૧૦=૨૨૨૨૨
૧૨૩૪૫×૧૮+૧૨=૨૨૨૨૨૨
૧૨૩૪૫૬×૧૮+૧૪=૨૨૨૨૨૨૨
૧૨૩૪૫૬૭×૧૮+૧૬=૨૨૨૨૨૨૨૨
૧૨૩૪૫૬૭૮×૧૮+૧૮=૨૨૨૨૨૨૨૨૨

દાખલો ૬૧ મો.

જવાબમાં બધા ત્રગડા લાવવાની રીતનો કોઠો.

૧×૨૭+ ૬=૩૩
૧૨×૨૭+ ૯=૩૩૩
૧૨૩×૨૭+૧૨=૩૩૩૩
૧૨૩૪×૨૭+૧૫=૩૩૩૩૩
૧૨૩૪૫×૨૭+૧૮=૩૩૩૩૩૩
૧૨૩૪૫૬×૨૭+૨૧=૩૩૩૩૩૩૩
૧૨૩૪૫૬૭×૨૭+૨૪=૩૩૩૩૩૩૩૩
૧૨૩૪૫૬૭૮×૨૭+૨૭=૩૩૩૩૩૩૩૩૩

દાખલો ૬૨ મો.

જવાબમાં બધા ચોગડા લાવવાની રીતનો કોઠો.

૧×૩૬+ ૮=૪૪
૧૨×૩૬+૧૨=૪૪૪
૧૨૩×૩૬+૧૬=૪૪૪૪
૨૨૩૪×૩૬+૨૦=૪૪૪૪૪
૧૨૩૪૫×૩૬+૨૪=૪૪૪૪૪૪
૧૨૩૪૫૬×૩૬+૨૮=૪૪૪૪૪૪૪
૧૨૩૪૫૬૭×૩૬+૩૨=૪૪૪૪૪૪૪૪
૧૨૩૪૫૬૭૮×૩૬+૩૬=૪૪૪૪૪૪૪૪૪

દાખલો ૬૨ મો.

જવાબમાં બધા પાંચડા લાવવાની રીતનો કોઠો.

૧×૪૫+૧૦=૫૫
૧૨×૪૫+૧૫=૫૫૫
૧૨૩×૪૫+૨૦=૫૫૫૫
૧૨૩૪×૪૫+૨૫=૫૫૫૫૫
૧૨૩૪૫×૪૫+૩૦=૫૫૫૫૫૫
૧૨૩૪૫૬×૪૫+૩૫=૫૫૫૫૫૫૫
૧૨૩૪૫૬૭×૪૫+૪૦=૫૫૫૫૫૫૫૫
૨૩૪૫૬૭૮×૪૫+૪૫=૫૫૫૫૫૫૫૫૫

દાખલો ૬૩ મો.

જવાબમાં બધા છગડા લાવવાની રીતનો કોઠો.

૧×૫૪+૧૨=૬૬
૧૨×૫૪+૧૮=૬૬૬
૧૨૩×૫૪+૨૪=૬૬૬૬
૧૨૩૪×૫૪+૩૦=૬૬૬૬૬
૧૨૩૪૫×૫૪+૩૬=૬૬૬૬૬૬
૧૨૩૪૫૬×૫૪+૪૨=૬૬૬૬૬૬૬
૧૨૩૪૫૬૭×૫૪+૪૮=૬૬૬૬૬૬૬૬
૧૨૩૪૫૬૭૮×૫૪+૫૪=૬૬૬૬૬૬૬૬૬

દાખલો ૬૪ મો.

જવાબમાં બધા સાતડા લાવવાની રીતનો કોઠો.

૧×૬૩+૧૪=૭૭
૧૨×૬૩+૨૧=૭૭૭
૧૨૩×૬૩+૨૮=૭૭૭૭
૧૨૩૪×૬૩+૩૫=૭૭૭૭૭
૧૨૩૪૫×૬૩+૪૨=૭૭૭૭૭૭
૧૨૩૪૫૬×૬૩+૪૯=૭૭૭૭૭૭૭
૧૨૩૪૫૬૭×૬૩+૫૬=૭૭૭૭૭૭૭૭
૧૨૩૪૫૬૭૮×૬૩×૬૩=૭૭૭૭૭૭૭૭૭

દાખલો ૬૫ મો.

જવાબમાં બધા આઠડા લાવવાની રીતનો કોઠો.

૧×૭૨+૧૬=૮૮
૧૨×૭૨+૨૪=૮૮૮
૧૨૩×૭૨+૩૨=૮૮૮૮
૧૨૩૪×૭૨+૪૦=૮૮૮૮૮
૧૨૩૪૫×૭૨+૪૮=૮૮૮૮૮૮
૧૨૩૪૫૬×૭૨+૫૬=૮૮૮૮૮૮૮
૧૨૩૪૫૬૭×૭૨+૬૪=૮૮૮૮૮૮૮૮
૧૨૩૪૫૬૭૮×૭૨+૭૨=૮૮૮૮૮૮૮૮૮

દાખલો ૬૬ મો.

જવાબમાં બધા નવડા લાવવાની રીતનો કોઠો.

૧×૮૧+૧૮=૯૯
૧૨×૮૧+૨૭=૯૯૯
૧૨૩×૮૧+૩૬=૯૯૯૯
૧૨૩૪×૮૧+૪૫=૯૯૯૯૯
૧૨૩૪૫×૮૧+૫૪=૯૯૯૯૯૯
૧૨૩૪૫૬×૮૧+૬૩=૯૯૯૯૯૯૯
૧૨૩૪૫૬૭×૮૧+૭૨=૯૯૯૯૯૯૯૯
૧૨૩૪૫૬૭૮×૮૧+૮૧=૯૯૯૯૯૯૯૯૯

વધારેાઃ—

अ. ૧૨૩૪૫૬૭૯×૯ ૧૧૧૧૧૧૧૧૧ આવે. જો ગુણ્યને ૧૮ થી ગુણીએ ૨૨૨૨૨૨૨૨૨ આવે આવી રીતે નવના જેટલા ગણા કરી પછી ગુણીએ તેા તેટલા ગણાવાળેા આંકની નવ આંકડાની રકમ આવે. દા. ૫૮ માં આ આંકડા છે. છતાં જરા ગમત માટે ફરીથી દાખલ કરેલ છે.

ब.

૯૮૭૬૫૪૩૨×૯=૮૮૮૮૮૮૮૮૮
૮૬૪૧૯૭૫૩×૯=૭૭૭૭૭૭૭૭૭
૭૪૦૭૪૦૭૪×૯=૬૬૬૬૬૬૬૬૬
૬૧૭૨૮૩૯૫×૯=૫૫૫૫૫૫૫૫૫
૪૯૩૮૨૭૧૬×૯=૪૪૪૪૪૪૪૪૪
૩૭૦૩૭૦૩૭×૯=૩૩૩૩૩૩૩૩૩
૨૪૬૯૧૩૫૮×૯=૨૨૨૨૨૨૨૨૨

આમાં ગુણ્ય રકમમાં જે આંકડા જે ક્રમથી મૂકાયા છે તે ક્રમ સહેજ સમજી શકાય એમ છે.

ઉપર પ્રમાણે આપણી પાસે આ વધારામાં નીચેની બે રકમેા ખાસ ધ્યાન ખેંચે છે ૧ લી રકમ ૧૨૩૪૫૬૭૯ અને બીજી રકમ ૯૮૭૬૫૪૩૨ હવે આમાંથી આપણે ગમત મેળવવા ધારીએ તેા નીચેના પ્રયેાગ કરવા.

(अ) ૧૨૩૪૫૬૭૯ આ રકમમાંથી ગમે તે એક આંક ધારેા તે આંક વડે ૯ ને ગુણેા. જે રકમ થાય તે વડે મૂળ રકમ ૧૨૩૪૫૬૭૯ ને ગુણેા તેા જવાબમાં બધા એક સરખા આંક આવશે એટલે જે આંક આપે ધારેલ હશે તે આંક આવશે; દાખલા તરીકે તમેાએ એ રકમમાંથી ૪ ધાર્યા હવે ૪×૯=૩૬ થયા. હવે ૧૨૩૪૫૬૭૯×૩૬ તેા જવાબ આવશે. ૪૪૪૪૪૪૪૪૪: આમાં તમેાએ ૪ ધાર્યા હતા. તે જ આંક આવી ઉભા.

ब. હવે ૯૮૭૬૫૪૩૨ માંથી ગમે તે એક આંક ધારેા તે આંક અને ૯ નેા ગુણાકાર કરેા જે આવે તે વડે મૂળ રકમને ગુણેા. જે જવાબ આવે તેમાં કયા આંકડા વધુ પ્રમાણમાં છે તે સામા માણસને પૂછવા. જે આંક કહેવામાં આવે તે આંકને ૯ માંથી બાદ કરવા. જે બાકી રહે તે આંક ધાર્યો હતેા એમ સમજવું. રીતઃ—આંહી પણ

૪ ધાર્યા હવે ૪ × ૯ = ૩૬ હવે ૯૮૭૬૫૪૩૨ × ૩ હવે આમાં ૫ ના આંક વધુ પ્રમાણમાં છે, એમ આવશે એટલે આપણે એ ૫ ને ૯ માંથી બાદ આવશે માટે કહી દેવું કે તમોએ ૪ નો આંક ધાર્યો

હોય

દાખલો ૬૭ મો.

આંકડાના આંકની વધુ અજાયબી.

अ.	૧×૮+૧=૯	ब.	૯−૧÷૮=૧
	૧૨×૮+૨=૯૮		૯૮−૨÷૮=૧૨
	૧૨૩×૮+૩=૯૮૭		૯૮૭−૩÷૮=૧૨૩
	૧૨૩૪×૮+૪=૯૮૭૬		૯૮૭૬−૪÷૮=૧૨૩૪
	૧૨૩૪૫×૮+૫=૯૮૭૬૫		૯૮૭૬૫−૫÷૮=૧૨૩૪૫
	૧૨૩૪૫૬×૮+૬=૯૮૭૬૫૪		૯૮૭૬૫૪−૬÷૮=૧૨૩૪૫૬
	૧૨૩૪૫૬૭×૮+૭=૯૮૭૬૫૪૩		૯૮૭૬૫૪૩−૭÷૮=૧૨૩૪૫૬૭
	૧૨૩૪૫૬૭૮×૮+૮=૯૮૭૬૫૪૩૨		૯૮૭૬૫૪૩૨−૮÷૮=૧૨૩૪૫૬૭૮
	૧૨૩૪૫૬૭૮૯×૮+૯=૯૮૭૬૫૪૩૨૧		૯૮૭૬૫૪૩૨૧−૯÷૮=૧૨૩૪૫૬૭૮૯

આ કોઠામાં શી ખુબી આવી છે તે સુજ્ઞ વાંચનારાએ જોઇ લેવી વીગત સમજાવતાં લાંબુ થઇ જાય એમ છે. એ જ વિનંતિ.

૧×૮+	૩=	૧૧
૧૨×૮+	૧૫=	૧૧૧
૧૨૩×૮+	૧૨૭=	૧૧૧૧
૧૨૩૪×૮+	૧૨૩૯=	૧૧૧૧૧
૧૨૩૪૫×૮+	૧૨૩૫૧=	૧૧૧૧૧૧
૧૨૩૪૫૬×૮+	૧૨૩૪૬૩=	૧૧૧૧૧૧૧
૧૨૩૪૫૬૭×૮+	૧૨૩૪૫૭૫=	૧૧૧૧૧૧૧૧
૧૨૩૪૫૬૭૮×૮+	૧૨૩૪૫૬૮૭=	૧૧૧૧૧૧૧૧૧

अ. સંજ્ઞાવાળો કોઠો વિદ્યાર્થીવિયમાં જોયો છે. સમય અને સ્થળ યાદ નથી. તે ઉપરથી **ब.** સંજ્ઞાવાળો કોઠો ઉપજાવી કાઢયો છે.

દશાંકના એક સરખા આંક જવાબમાં લઈ આવવા.

દાખલો ૬૮ મો.

આ નીચેના બે કોઠા ઉપરથી સહેજ અનુમાન કરી નીચેનો સિદ્ધાંત બાંધી લેવાય છે. જ્યારે ગુણાકારના જવાબ=ફળમાં દશાંકનો

હોય ત્યારે ગુણ્યની રકમમાં જમણી તરફ ૦૫ લખવા અને ગુણકની સંખ્યા એની એ રાખવી.

	લાવવાની કોઠો	બે દશાંક લાવવાની રીતનો કોઠો.	
	૨× ૫=૧૦	૫૦૫× ૨=૧૦૧૦	૨૦૨× ૫=૧૦૧૦
૫× ..૦	૨×૧૦=૨૦	૫૦૫× ૪=૨૦૨૦	૨૦૨×૧૦=૨૦૨૦
૫× ૬=૩૦	૨×૧૫=૩૦	૫૦૫× ૬=૩૦૩૦	૨૦૨×૧૫=૩૦૩૦
૫× ૮=૪૦	૨×૨૦=૪૦	૫૦૫× ૮=૪૦૪૦	૨૦૨×૨૦=૪૦૪૦
૫×૧૦=૫૦	૨×૨૫=૫૦	૫૦૫×૧૦=૫૦૫૦	૨૦૨×૨૫=૫૦૫૦
૫×૧૨=૬૦	૨×૩૦=૬૦	૫૦૫×૧૨=૬૦૬૦	૨૦૨×૩૦=૬૦૬૦
૫×૧૪=૭૦	૨×૩૫=૭૦	૫૦૫×૧૪=૭૦૭૦	૨૦૨×૩૫=૭૦૭૦
૫×૧૬=૮૦	૨×૪૦=૮૦	૫૦૫×૧૬=૮૦૮૦	૨૦૨×૪૦=૮૦૮૦
૫×૧૮=૯૦	૨×૪૫=૯૦	૫૦૫×૧૮=૯૦૯૦	૨૦૨×૪૫=૯૦૯૦

જો ઉપરના કોઠાની રીતે એથી વધારે દશાંકના આંકની જોડીઓ લાવવી હોય ત્યારે (જો ચાર દશાંકના સ્થળ લાવવા હોય ત્યારે) ૨૦૨૦૨૦૨ × ૫=૧૦૧૦૧૦૧૦ અથવા ૫૦૫૦૫૦૫×૨=૧૦૧૦૧૦૧૦ વગેરે વગેરે.

દાખલો ૬૯ મો

૧૩૮૩૭૦૦૦૧૩૮૩૭૦ × ૭૩=૧૦૧૦૧૦૧૦૧૦૧૦૧૦૧૦ આવે હવે જો બધા ૨૦ લાવવા હોય તો ૭૩ ની બદલીમાં ૭૩ × ૨ = ૧૪૬ ગુણક રાખવા જો બધા ૫૦ લાવવા હોય તો ૭૩ × ૫ = ૩૬૫ ગુણક રાખવા વગેરે વગેરે.

દાખલો ૭૦ મો

૧૧૨૨૩૩૪૪૫૫૬૬૭૭૮૯૦ × ૯ = ૧૦૧૦૧૦૧૦૧૦૧૦૧૦૧૦૧૦ આવશે. હવે જો બધા ૨૦ લાવવા હોય તો ૯ × ૨ = ૧૮ ગુણક લેવા. જો બધા ૫૦ લાવવા હોય તો ગુણકસ્થાને ૯ × ૫ = ૪૫ મૂકવા.

દાખલો ૬૯ અને ૭૦ મો બન્ને શ્રીયુત ફકીરભાઇ કાસીદાસ કૃત કોહેડાના હિસાબની ચોપડી ભાગ ૧ લામાં છે.

ભાગાકાર

દાખલો ૭૧ મો

કેટલીક ટુંકી રીતો

ઉદાહરણ ૧ લું:—

જ્યારે કોઇ પણ પૂર્ણાંક રકમને ૫ થી ભાગવા હોય ત્યારે ભાજ્ય રકમને ૨ થી ગુણવા પછી જે જવાબ આવે તેને (૧૦) દશના આંકથી ભાગ દેવો. અથવા જમણી તરફનો આંક કહાડી નાંખવો, જે આવે તે ભાગાકારનો જવાબ અને જે શેષ વધે અથવા જે જમણી તરફનો આંક આવે તેને ૨ થી ભાગવા. જે આવે તેને જવાબના શેષ સમજવા.

વ્યાખ્યા:—૭૩૫ ÷ ૫, રીત ૭૩૫ × ૨ = ૧૪૭૦. હવે તેને ૧૦ થી ભાગીએ તો ૧૪૭ આવે. અથવા જમણી તરફનો ૦ આંક કહાડી નાંખીએ તો પણ ૧૪૭ આવે. માટે ૧૪૭ તે ભાગાકારનો જવાબ અને ૦ શૂન્ય તે જવાબના શેષ.

વ્યાખ્યા:—૭૩૨ ÷ ૫: રીત ૭૩૨ × ૨ = ૧૪૬૪ હવે તેને ૧૦થી ભાગીએ અથવા જમણી તરફનો આંક જે ૪ છે તે કહાડી નાંખીએ તો ૧૪૬ આવે માટે ૧૪૬ એ ભાગાકારનો જવાબ. અને ૪ ને ૨ થી ભાગીએ તો ૨ આવે તે ૨ જવાબના શેષ સમજવા. માટે ૧૪૬ જવાબ ૨ શેષ.

ઉદાહરણ ૨ જું:—

કોઈ પણ પૂર્ણાંક રકમને ૨૫ થી ભાગવા હોય તો ભાજ્ય રકમને ૪ થી ગુણવા જે જવાબ આવે તેને ૧૦૦ થી ભાગવા યાને જમણી તરફના બે આંક કહાડી નાંખવા અને ડાબી બાજુએ જે રકમ રહે તેને ભાગાકારનો જવાબ સમજવો અને જમણી તરફના બે આંકને ૪ થી ભાગવા જે આવે તેને શેષ કહેવા.

વ્યાખ્યા:—૯૨૫ ÷ ૨૫: રીત:—૯૨૫ × ૪ = ૩૭૦૦ હવે ૩૭૦૦ ને ૧૦૦ થી ભાગીએ અથવા ડાબી તરફના ૩૭ ને અને જમણી

તરફના ૦૦ ને અલગ અલગ કરીએ તો ૩૭ આવે તે ભાગાકારનો જવાબ અને ૦૦ શેષ. જવાબ ૩૭ શેષ ૦૦

વ્યાખ્યા:—૮૬૭ ÷ ૨૫: રીત:—૮૬૭ × ૪ = ૩૪૬૮ ને ૧૦૦ થી ભાગીએ અથવા જમણી તરફના બે આંક ૬૮ ને અલગ કરીએ તો ૩૪ આવે માટે ૩૪ ભાગાકારનો જવાબ અને ૬૮ ને ૪ થી ભાગીએ તો ૧૭ આવે, માટે ૧૭ શેષ. જવાબ ૩૪ શેષ ૧૭.

ઉદાહરણ ૩ જું:—

જ્યારે કોઇ પણ પૂર્ણાંક રકમને ૧૨૫ થી ભાગવા હોય ત્યારે ભાજ્ય રકમને ૮ થી ગુણવા અને જે જવાબ આવે તેને ૧૦૦૦થી ભાગવા અથવા જમણી તરફના ૩ આંક અલગ કાઢવા અને ડાબી તરફના જે આંક આવે તે ભાગાકારનો જવાબ અને જમણી તરફના જે આંક વધે તેને ૮ થી ભાગવા જે આવે તે શેષ.

વ્યાખ્યા:—૩૪૬૭૮ ÷ ૧૨૫. રીત—૩૪૬૭૮ × ૮ = ૨૭૭૪૨૪ હવે ૨૭૭૪૨૪ ને ૧૦૦૦ થી ભાગીએ અથવા જમણી તરફના ત્રણ અંક અલગ કહાડીએ તો બાકી ૨૭૭ આવે તે ભાગાકારનો જવાબ. હવે રહ્યા ૪૨૪ ને ૮ થી ભાગીએ તો ૫૩ આવે તે શેષ. માટે જવાબ ૨૭૭ અને શેષ ૫૩.

ઉદા૦ ૪ થું:—

કોઇ પણ પૂર્ણાંક રકમને નવડાથી બનેલી રકમ વડે ભાગવા હોય ત્યારે.

વ્યાખ્યા (૧) ૨૩૪૧૦૮ ÷ ૯૯

રીત: ૧ લી.

આમાં ભાજકની રકમ ૯૯ માં બે આંક છે.

ભાજકની રકમમાં જેટલા આંક હોય તેટલા આંક મૂળ રકમમાંથી જમણી બાજુએથી અલગ કરવા અલગ કરતી વખતે | આમ ઉભી લીટી કરવી જૂઓ મારજીનમાં આપણી પાસે મૂળ ભાજ્ય રકમ ૨૩૪૧૯૮ છે. તેમાંથી જમણી તરફના બે આંક ૦૮ અને ૨૩૪૧ વચ્ચે ઉભી લીટી

૨૩૪૧	૦૮	શેષ
૨૩૬૪		૦૮
જવાબ		૬૪
૨૩૬૩	અને	—
શેષ	૭૨	૭૨

કરી છે. હવે ૦૮ ને અલગ મૂકી, શેષ તરીકે માનો. આ શેષની પહેલી રકમ તરીકે માનો. હવે આખી ભાજ્ય રકમ ૨૩૯ નીચે આડી લીટી દોરો. હવે આડી લીટી ઉપર ઉભીલીટીની ડા.ા તરફ ૨૩૪૧ એ એક રકમ થઇ. આ દાખલામાં ભાજકની રકમમાં બે આંક છે, એ આપણે જાણીએ છીએ, માટે હવે ૨૩૪૧ ની રકમમાંનો ડાબી બાજુના બે આંક ૨૩ ને આડી લીટી નીચે ૪૧ હેઠળ ગોઠવો તે એવી રીતે કે ૪ નીચે ૨ અને ૧ નીચે ૩: હવે આડી લીટી નીચે ૨૩ ગોઠવાયા. પછી ૪ અને ૨ નો સરવાળો ૬ તે ઉભી લીટીની જમણી તરફ આવેલ ૦ નીચે, આડી લીટી હેઠળ ૩ની જમણી તરફ મૂકો. પછી ૧ અને ૩ નો સરવાળો ૪ તે ૮ નીચે. આડી લીટી હેઠળ લખો. આ રીતે આડી લીટી નીચે ૨૩૬૪ ની રકમ આવી હવે બીજીવાર ૨૩૬૪ ના જમણી તરફના બે આંક ૬૪ ને શેષ નીચે બીજી રકમ તરીકે મૂકો. શેષની બે રકમ ૦૮ અને ૬૪ નો સરવાળો ૭૨ થયો. આ ૭૨ ની રકમ તે ભાજકની રકમ ૯૯થી નાની છે. જેથી તે રકમ ઉપર વધુ ક્રિયા કરવાની નથી માટે જવાબ. ૨૩૬૪ અને શેષ ૭૨.

બીજી રીત.

૨૩૪૧	૦૮
૨૩	૪૧
	૨૩
૨૩૬૪	૭૨

માટે ભાગાકારનો જવાબ ૨૩૬૪ અને શેષ ૭૨.

માર્જીનમાં બતાવ્યા પ્રમાણે ભાજ્ય રકમ ૨૩૪૧૦૮ ના જમણી તરફના બે આંક ૦૮ અને ડાબી તરફના ચાર આંક ૨૩૪૧ ની વચ્ચે સળંગ ઉભી લીટી કરી, ભાજ્ય રકમના બે ભાગ કરો. આ ઉભી લીટીની જમણી તરફ હવે પછી જે જે રકમો આવે તે બધાનો સરવાળો તે શેષ અને ડાબી બાજુ તરફ હવે જે જે રકમો આવે તે બધાનો સરવાળો તે ભાગાકારનો જવાબ સમજો.

આ પ્રમાણે આપણી પાસે પહેલીવાર ૨૩૪૧ અને ૦૮. એમ રકમો આવી. હવે ભાજકમાં બે આંક છે માટે ૨૩૪૧ ના ડાબી તરફના બે આંક મૂકી. ૨૩૪૧ ની રકમ બીજી રકમ તરીકે લખવી તે એવી રીતે કે ૪૧ નીચે ૨૩ અને ૦૮ નીચે ૪૧ આમ ૨૩૪૧ લખવા. ફરી ત્રીજીવાર બે સ્થળ ડાબી બાજૂના મૂકી દેવા. એટલે શેષ વિભાગમાં આવેલા ૪૧ નીચે માત્ર ૨૩ મૂકવા. આમ ત્રીજીવાર રકમ લખી. હવે આડી લીટી દોરો.

ભાગાકારના જવાબના વિભાગમાં ૨૩૪૧ અને ૨૩ એ બે રકમો છે. તેનો સરવાળો ૨૩૬૪ આવ્યો અને શેષવિભાગમાં ૦૮; ૪૧ અને ૨૩ આવ્યા તેનો સરવાળો ૭૨ આવ્યો. આ રીતે સળંગ ઉભી લીટીની ડાબી બાજુએ ભાગાકારના જવાબ માટે ૨૩૬૪ ની રકમ આવી અને ઉભી લીટીની જમણી તરફ શેષ માટે ૭૨ ની રકમ આવી. માટે જવાબ ૨૩૬૪ અને શેષ ૭૨.

વ્યાખ્યા (૨) ૨૧૫૪૨૪ ÷ ૯૯.

રીત ૧ લી.

	શેષ.
૨૧૫૪|૨૪ ::	૨૪
	૭૫
૨૧૭૫	૯૯
શેષ વધી ૧	−૯૯
૨૧૭૬	૦૦

આમાં ભાજકની રકમમાં બે આંક છે માટે માર્જીનમાં ભાજ્ય રકમ ૨૧૫૪૨૪ લખો ભાજકની રકમમાં બે આંક છે માટે ભાજ્ય રકમના જમણી તરફના બે આંક ૨૪ અને ડાબી તરફના બાકી રહેલા ચાર આંકની રકમ ૨૧૫૪ વચ્ચે ઉભી ટુંકી લીટી મૂકી એ ભાજ્ય આખી રકમના બે ભાગ કરો. હવે ૨૪ આવ્યા તેને અલગ શેષ વિભાગમાં પહેલી રકમ તરીકે મૂકો. હવે ભાજ્યની આખી રકમ ૨૧૫૪|૨૪ નીચે આડી લીટી દોરો (ઉપરની ઉભી લીટી આ આડી લીટીથી નીચે ન આવવી જોઇએ.)

હવે ભાજ્યની રકમમાંથી ટુંકી થએલી રકમ ૨૧૫૪. ઉપર વધુ વિધિ કરવાની રહી. ભાજકના બે આંક છે માટે ૨૧૫૪ ના ડાબી તરફના બે આંક ૨૧ મૂકી (૫૪|૨૪) ના ૫૪ ની નીચે ૨૧ મૂકેા. હવે (૫૪–૨૪) ના ૨૪ ની નીચેના સ્થાન પૂરવા રહ્યા. તે માટે ૫૪ ના ૫ અને ૨૧ ના ૨ નેા સરવાળેા ૭ થાય તેને ૨૪ ના ૨ નીચે મૂકેા. અને ૫૪ ના ૪ અને ૨૧ ના ૧ નેા સરવાળેા ૫ થાય તેને ૨૪ ના ૪ નીચે એટલે ૭ ની જમણી બાજુએ મૂકેા. આ રીતે ગુણ્યની રકમની નીચેની આડી લાઇન હેઠળ ૨૧૭૫ ની રકમ તૈયાર થઈ. આ ૨૧૭૫ ના જમણી તરફના બે આંક ૭૫ ને શેષની પહેલી રકમ ૨૫ નીચે મૂકેા. આ ૭૫ તે શેષની બીજી રકમ થઇ. હવે શેષની બે રકમ ૨૪ અને ૭૫ નેા સરવાળેા કરેા તેા ૯૯ આવે. વ્યાખ્યામાં મૂળ ભાજક ૯૯ છે માટે આવેલ શેષ ૯૯ માંથી ૯૯ બાદ કર્યા તેા શેષ ૦૦ આવ્યા. અને ૧ વધી હાથમાં રહ્યો આ શેષ ૧ વધીને આગળથી તૈયાર થએલ રકમ ૨૧૭૫ માં ઉમેરેા તેા આખી રકમ ૨૧૭૬ તૈયાર થઇ. આ રીતે ભાગાકારના જવાબમાં ૨૧૭૬ આવ્યા અને શેષ ૦૦ રહ્યા.

બીજી રીતઃ—

મારજીનમાં મૂળ ભાજ્ય રકમ આખી લખેા હવે નિયમ પ્રમાણે એ રકમના બે ભાગ સળંગ ઉભી લીટી વડે કરેા. જેથી જવાબ વિભાગમાં ૨૧૫૪ આવ્યા અને શેષ વિભાગમાં ૨૪ આવ્યા. આ પહેલી રકમ. હવે આપણને ભાગાકારના જવાબ વિભાગમાં જે આંકડા રહ્યા તે ઉપર વિધિ કરવાની છે અને તે આંકડા ૨૧૫૪ છે. એ આખી રકમને મારજીનમાં બતાવ્યા પ્રમાણે લખેા.

જવાબ	શેષ.
૨૧૫૪	૨૪ પહેલી રકમ
૨૧	૫૪ બીજી રકમ
	૨૧ ત્રીજી રકમ
૨૧૭૫	૯૯
શેષ વધી ૧	૯૯ માંથી
	બાદ ૯૯
૨૧૭૬	૦૦ ૦૦

જવાબ ૨૧૭૬ અને
શેષ ૦૦

હવે બીજી રકમમાં જવાબ વિભાગમાં માત્ર ૨૧ ની રકમ રહી તે રકમ ત્રીજી રકમમાં શેષ વિભાગમાં મૂકાઈ ગઇ. ભાજકમાં બે આંક છે જેથી જવાબવિભાગમાં જે રકમ તૈયાર થઈને ઉભી રહે તેના ડાબી તરફના બે અંકસ્થાન અલગ મૂકી નવી રકમ લખવી આ માટે મારજીનમાં જુઓ. હવે આપણી પાસે જવાબ વિભાગમાં બે રકમો ૨૧૫૪ અને ૨૧ આવી. એ બેનો સરવાળો ૨૧૭૫ આવ્યો. અને શેષવિભાગમાં ૨૪; ૫૪; અને ૨૧ એમ ત્રણ રકમો આવી એ ત્રણેનો સરવાળો ૯૯ થાય. હવે ભાજકની રકમ ૯૯ છે તો આ શેષની રકમ ૯૯ માંથી ૯૯ એકવાર જઇ શકશે જેથી ૧ વધી આવશે અને શેષની નીચે ૦૦ આવે છે. શેષની ૧ વધી આવી તે ભાગાકારના સરવાળાની આવેલ રકમ ૨૧૭૫ માં ઉમેરી તો ભાગાકારના આવેલ જવાબમાંથી ૨૧૭૬ થાય. માટે ભાગાકારનો જવાબ ૨૧૭૬ અને શેષ ૦૦.

વ્યાખ્યા: (૩) ૧૨૩૪૫૬૭ ÷ ૯૯:

રીત ૧ લી:

ભાજ્ય રકમ ૧૨૩૪૫૬૭ ને કેવી રીતે મારજીનમાં મૂકી ઉભી ટૂંકી લીટીથી બે ભાગ પાડી ઉભી લીટીની ડાબી બાજુએ ૧૨૩૪૫ અને જમણી બાજુએ ૬૭ લાવ્યા તે જુઓ. હવે શેષની પહેલી રકમ ૬૭ ને અલગ મૂકયા છે તે મારજીનમાં જુઓ.

આપણી ભાજ્ય રકમ ૧૨૩૪૫|૬૭ નીચે આડી લીટી કર્યા પછી નીચે પ્રમાણે આગળ ચાલો. ભાજકમાં બે આંક છે માટે ૧૨૩૪૫ ના બે આંક ડાબી તરફના ૧૨ ની રકમને ૧૨૩૪૫ ના ૩૪ નીચે મૂકો. હવે આપણને ભાજ્ય રકમ ૧૨૩૪૫|૬૭ માંથી ૫|૬૭ એ ત્રણ

	શેષ.
૧૨૩૪૫|૬૭ ::	૬૭
	૬૯
૧૨૪૬૯	
શેષની ૧વધી	૧૩૬ માંથી
૧૨૪૭૦	૯૯ બાદ
માટે	૩૭ શેષ
ભાગાકારનો જવાબ	
૧૨૪૭૦ અને શેષ ૪૭	

આંક નીચે આંકડા મૂકવા રહ્યા. હવે ૧૨૩૪૫| ના ૩ અને આડી લીટી નીચે ૧૨ ના ૧ નો સરવાળો જે ૪ થાય તેને ૫૬|૭ ના ૫ નીચે મૂકો. પછી ૧૨૩૪૫ ના ૪ અને ૧૨ ના ૨ નો સરવાળો જે ૬ થાય તેને ૫|૬૭ ના ૬ નીચે મૂકો. પછી આડી લીટી નીચે તૈયાર થએલ રકમ ૧૨૪ ના ૪ અને ૧૨૩૪૫ ના ૫ નો સરવાળો જે ૯ થાય તેને-૫|૬૭ ના ૭ નીચે લખો. આ પ્રમાણે ભાજ્ય રકમની નીચે આવેલ આડી લીટીની નીચે ૧૨૪૬૯ ની રકમ તૈયાર થઇ.

હવે આ રકમમાંથી જમણી તરફના બે આંક ૬૯ ને શેષની બીજી રકમ તરીકે સ્વીકારી ૬૭ નીચે મૂકો. આમ શેષવિભાગમાં બે રકમો ૬૭ અને ૬૯ થઇ. તે બેનો સરવાળો ૧૩૬ આવ્યો. આ રકમ ૯૯ ભાજકથી મોટી છે અને તેમાંથી ભાજક ૯૯ એકવાર બાદ થઇ શકે છે જેથી ૧૩૬-૯૯ બાદ કરીએ તો શેષ ૩૭ આવે અને શેષની ૧ વધી તે ભાગાકારના જવાબની તૈયાર થએલ રકમ ૧૨૪૬૯ માં ઉમેરવાથી ૧૨૪૭૦ થાય. આવી રીતે ભાગાકારનો જવાબ. ૧૨૪૭૦ : અને શેષ ૩૭.

બીજી રીત.

માર્જીનમાં બતાવ્યા પ્રમાણે ભાજ્યની રકમ ૧૨૩૪૫૬૭ ને સળંગ ઉભી લીટી વડે બે ભાગમાં વહેંચી નાંખી જવાબના વિભાગમાં પહેલી રકમ તરીકે ૧૨૩૪૫ આવ્યા અને શેષવિભાગમાં ૬૭ આવ્યા. હવે ૧૨૩૪૫ ને જાણે ભાજ્ય રકમ સમજો. એના જાણે બે ભાગ પાડયા. તેમાં જમણી તરફના બે આંક ૪૫ એક તરફ

જવાબ	શેષ
૧ લી રકમ ૧૨૩૪૫	૬૭
૨ જી રકમ......૧૨૩	૪૫
૩ જી રકમ.........૧	૨૩
૪ થી રકમ........૦	૦૧
{૧૨૪૬૯	૧૩૬ માંથી
શેષની વધી ૧	૯૯ બાદ
૧૨૪૭૦	૩૭ શેષ

માટે જવાબ

૧૨૪૭૦ અને ૩૭ શેષ

અને ડાબી બાજુના ત્રણ આંક ૧૨૩ બીજી તરફ. આ રીતે જવાબમાં બીજી રકમ ૧૨૩ અને શેષમાં ૪૫ ની આવી. હવે જાણે ભાજ્યની રકમ ૧૨૩ રહી તેના બે ભાગ પાડયા એટલે જમણી તરફ બે આંક ૨૩ અને ડાબી તરફ એક આંક ૧ મૂક્યો. આ રીતે જવાબમાં ત્રીજી રકમ ૧ અને શેષમાં ત્રીજી રકમ ૨૩ થઇ. હવે જાણે ૧ એ ભાજ્યની રકમ થઈ. જરા સગવડની ખાતર આપણે ૧ ની આગળ ૦૦ મૂકી ૦૦૧ આ રકમ તૈયાર કરી. તેના બે ભાગ પાડયા તો જમણી તરફ ૦૧ આવે અને ડાબી તરફ ૦ આવે. આ રીતે ચોથી રકમ તૈયાર થઈ અને જવાબમાં આવેલ પહેલી રકમ ૧૨૩૪૫ ના બધા આંક હિસાબમાં આવી ગયા. હવે જવાબની બધી રકમોનો સરવાળો ૧૨૪૬૯ થાય છે અને શેષની બધી રકમોનો સરવાળો ૧૩૬ થાય છે. માટે ૧ લી રીતમાં સમજાવ્યા પ્રમાણે ૧૩૬ માંથી ૧ વધી આવી અને શેષમાં બાકી રહ્યા ૩૭. જે ૧ વધી આવી તે ૧૨૪૬૯ માં ઉમેરી એટલે શુદ્ધ જવાબ ૧૨૪૭૦ થયા. માટે જવાબ ૧૨૪૭૦ અને શેષ ૩૭.

વ્યાખ્યા : (૪) ૯૮૭૬૫૪૩૨૧ ÷ ૯૯.

રીત ૧ લી :

ચાલુ નિયમ પ્રમાણે ભાજ્ય રકમ ૯૮૭૬૫૪૩૨૧ ને ઉભી ટુંકી લીટી વડે બે ભાગમાં વહેંચી નાંખો તો ડાબી તરફ ૯૮૭૬૫૪૩ અને જમણી તરફ ૨૧ આવે પછી આ આખી રકમ નીચે આડી લીટી દોરો. હવે ૯૮૭૬૫૪૩ ના

૯૮૭૬૫૪૩ | ૨૧ — શેષ
| | | | | — ૨૧
૦૬
૯૮૬૫૨ ૦૬
૧૧૧૧ અંદર અંદર ની વધી — ૨૭
૯૯૭૬૩ ૦૬
ભાગાકારનો જવાબ
૯૯૭૬૩૦૬ અને શેષ ૨૭

ાબી તરફના બે આંક ૯૮ ને ૯૮૭૬૫૪૩ ના ૭૬ નીચે મૂકો. હવે માડી લીટી નીચે તૈયાર થનાર રકમમાંથી ૯૮——ના બે આંક ેયાર થયા. હવે ૭૬ ના ૭ અને ૯૮ ના ૯ એ બેનો સરવાળો ૧૬ થાય તેમાંથી ૧ વધી અને ૬ આવ્યા. તેમાંથી ૬ ને ૯૮૭૬૫૪૩ બેમાંના ૫ નીચે મૂકો. એટલે આડી લીટી નીચે ૯૮૬——રકમ ેયાર થઈ અને ૯૮૬ વાળા ૮ નીચે ૧ વધી છે તે મૂકો. હવે ૭૬ ાળા ૬ અને આડી લીટી નીચેના ૯૮ વાળા ૮ નો સરવાળો કરીએ ા ૧૪ થાય પણ એ ૯૮ નીચે ૧ વધી છે તે પણ આ વખતે હેસાબમાં ઉમેરવી જેથી સરવાળો ૧૫ થાય. આમાંથી ૧ વધી તે ૯૮૬ વાળા ૬ નીચે મૂકવી. અને ૫ ને આડી લીટી નીચે તૈયાર થનાર રકમ જે ૯૮૬——છે, તેના ૬ ની જમણી બાજુએ મૂકો. આ રીતે આડી લીટી નીચે $\left\{\begin{matrix} ૯૮૬૫—— \\ ૧૧ \end{matrix}\right\}$ આ રકમ તૈયાર થઇ.

હવે મૂળ ભાજ્ય રકમના ૫ તે નીચે આડી લાઈન નીચે આવેલા ; અને તે નીચે આવેલ ૧ વધી. એ બધાનો સરવાળો કરીએ તો ૧૨ થાય. હવે ૧ વધી ને ૯૮૬૫——વાળી રકમના ૫ નીચે મૂકો અને ૨ ને ૫ ની જમણી બાજુએ મૂકો. જેથી $\left\{\begin{matrix} ૯૮૬૫૨—— \\ ૧૧૧—— \end{matrix}\right\}$

આ રકમ આડી લીટી નીચે તૈયાર થઈ.

હવે મૂળ ભાજ્ય રકમના ૪ તે નીચે આવેલા ૫ અને તેની નીચે આવેલ ૧ વધી. એ બધાનો સરવાળો ૧૦ આવ્યો. આમાંથી આડી લીટી નીચે તૈયાર થનાર રકમના ૨ ની જમણી બાજુએ ૦ શૂન્ય મૂકો અને ૧ વધીને ૨ ની નીચે મૂકો. જેથી $\left\{\begin{matrix} ૯૮૬૫૨૦—— \\ ૧૧૧૧—— \end{matrix}\right\}$

આવી રીતે આડી લીટી નીચે રકમ તૈયાર થઇ. હવે મૂળ ભાજ્ય રકમના ૩, તે નીચેના ૨ અને તે નીચેના ૧ વધી એ ત્રણેનો સરવાળો ૬ થાય. તે નવી તૈયાર થનાર, આડી લીટીની નીચેની રકમની જમણી

બાજુએ મૂકો. આ રીતે {૯૮૬૫૨૦૬ / ૧૧૧૧} નવી રકમ તૈયાર થઈ. આ રીતે જે જે આંકડા જે જે સ્થાનમાં છે, તે તે સ્થાનમાં કાયમ રાખી સરવાળો કરવો. જેથી ચોખ્ખી રકમ ૯૯૭૬૩૦૬ આવી. આમાંથી જમણી તરફના બે આંક ૦૬ ને પ્રથમ આવેલ શેષની રકમ ૨૧ નીચે મૂકો તો શેષના ૨૭ થાય આ રીતે ભાગાકારનો જવાબ ૯૯૭૬૩૦૬ અને શેષ ૨૭.

બીજી રીતઃ—

આમાં ભાજ્ય રકમ ૯૮૭૬૫૪૩૨૧ ના કેવી રીતે સળંગ ઉભી લીટીથી બે ભાગ પાડયા છે. તેમ જ જવાબના ખંડમાં કેવી રીતે રકમો લખાઈ છે તે, ધ્યાનથી સમજી લેવું. પછી બન્ને તરફના સરવાળા કરવા. શેષ વિભાગમાં ૨૨૫ છે તેમાંથી ૯૯ બે વાર જાશે જેથી ૧૯૮ બાદ કર્યાં તો બાકી ૨૭ શેષ રહ્યા. આમાંથી ૨ વધ્યા તે ૯૯૭૬૩૦૪ માં ઉમેર્યા. તેથી શુદ્ધ ભાગાકારનો જવાબ ૯૯૭૬૩૦૬ શેષ ૨૭

	જવાબ	શેષ
૧ લી રકમ...	૯૮૭૬૫૪૩	૨૧
૨ જી રકમ......	૯૮૭૬૫	૪૩
૩ જી રકમ.........	૯૮૭	૬૫
૪ થી રકમ............	૯	૮૭
૫ મી રકમ............	૦	૯
	૯૯૭૬૩૦૪	૨૨૫માંથી
	શેષની વધી ૨	૧૯૮ બાદ
	૯૯૭૬૩૦૬	૨૭

માટે જવાબ ૯૯૭૬૩૦૬ અને શેષ ૨૭

ઉદા૦ ૫ મું:—

આમાં ભાજકમાં ત્રણ નવડાની રકમ આવશે.

વ્યાખ્યા (૧) ૭૧૪૫૪૮૦૧૬ ÷ ૯૯૯.

રીત ૧ લી.

			શેષ
	૭૧૪૫૪૮	૦૧૬ ::	૦૧૬
	૭૧૪	૨૫૩	૨૬૩
રીતની વધી	૧	૧	૨૭૯
	૭૧૫	૨૬૩	
માટે ભાગાકારનો જવાબ,	૭૧૫૨૬૩	શેષ	૨૭૯

આમાં ભાજકના ત્રણ આંક (નવડા) છે માટે ભાજ્યની જમણી તરફના ત્રણ આંક ૦૧૬ ને ડાબી તરફના ૭ આંક ૭૧૪૫૪૮ થી ઉભી ટુંકી લીટીથી જૂદા પાડો. પછી આખી ભાજ્ય રકમ નીચે આડી સાધી લીટી કરો. જમણી તરફના ત્રણ આંક ૦૧૬ ને શેષ વિભાગમાં પહેલી રકમ તરીકે મૂકો. ભાજ્ય રકમના ડાબી તરફના ત્રણ આંક ૭૧૪ ને ભાજ્ય રકમના ૫૪૮ ની નીચે (આડી લીટી નીચે) મૂકો. તે એવી રીતે કે ૫ નીચે ૭, ૪ નીચે ૧ અને ૮ નીચે ૪. આ પ્રમાણે ભાગાકારના જવાબ માટે આવવાની રકમમાંથી ડાબી તરફના આ ત્રણ આંક તૈયાર થયા. (૭૧૪——) હવે ટુંકી ઉભી લીટીની જમણી તરફ જે ત્રણ આંક ૦૧૬ છે તે નીચેના આંકની ભરતી કરવાની રહી. જેથી ભાગાકારના જવાબની રકમ તૈયાર થશે. હવે આડી લીટીની ઉપરના ૫ અને નીચેના ૭ આંક એ બેનો સરવાળો ૧૨ થાય. આમાંથી ૨ ને ભાજ્ય રકમના ૦ નીચે મૂકો અને ૧ વધી તેને આડી લીટી નીચે આવેલા ૪ નીચે મૂકો. પછી આડી લીટી ઉપરના ૪ અને નીચેના ૧ એ બેનો સરવાળો ૫ આવે તેને ભાજ્ય રકમના ૦૧૬ વાળા ૧ નીચે મૂકો. પછી ટુંકી ઉભી લીટીની પડોસના ૮, તે નીચેના ૪ અને તેની નીચેની ૧ વધી એ ત્રણેનો સરવાળો કરીએ તો ૧૩ આવે. આમાંથી ૩ ને ૬ નીચે મૂકો. અને ૧ વધી તેને ૫ નીચે મૂકો. આ રીતે ભાજ્ય રકમના બધા આંકડા એટલે ટુંકી ઉભી લીટીની ડાબી બાજુના બધા આંકડા હીસાબમાં આવી ગયા. માટે $\left\{ 714 \quad 2\overset{5}{\underset{1}{}}3 \right\}$ આ બે રકમોના સરવાળા કરો

તો શુદ્ધ રકમ ૭૧૫૨૬૩ આવે. હવે તેમાંથી ૨૬૩ ને શેષની બીજી રકમ તરીકે શેષ વિભાગમાં મૂકો. એટલે શેષની બે રકમનો સરવાળો ૨૭૯ આવ્યા માટે ભાગાકારનો જવાબ ૭૧૫૨૬૩ અને શેષ ૨૭૯,

બીજી રીત.

આ રીતમાં શેષ વિભાગમાં ૧૨૭૮ છે. હવે તેને ૯૯૯ ભાજકથી ભાગીએ તો ૧ વધી આવે અને શેષ ૨૭૯ આવે. ૧ વધીને જવાબ વિભાગમાં આવેલ ૭૧૫૨૬૨ માં ઉમેરો તો શુદ્ધ જવાબ ૭૧૫૨૬૩ આવે માટે જવાબ ૭૧૫૨૬૩ શેષ ૨૭૯

જવાબ	શેષ
૭૧૪૫૪૮	૦૧૬
૦૦૦૭૧૪	૫૪૮
૦૦૦	૭૧૪
૭૧૫૨૬૨	૧૨૭૮માંથી
શેષવધી ૧	૯૯૯ બાદ
૭૧૫૨૬૨	૨૭૯બાકી
જવાબ ૭૧૫૨૬૩	
	શેષ ૨૭૯

ઉદા૦ ૬ ઠું:

વ્યાખ્યા (૨) ૧૨૩૪૫૬૭૮૯૮ ૭÷૯૯૯.

૧૨૩૪૫૬૭૮ | ૯૮૭	શેષ ૯૮૭	
	૧૦૩૫	
૧૨૩૫૭ ૯૨૫		
રીતમાંથીવધી ૧૧	૨૦૨૨	માંથી
	૧૯૯૮	બાદ
૧૨૩૫૮૦૩૫		
શેષની વધી ૨	૨૪	બાકી
૧૨૩૫૮૦૩૭		
માટે જવાબ ૧૨૩૫૮૦૩૭ શેષ ૨૪		

રીત પહેલી

આમાં ખાસ ધ્યાન આપવાનું એ છે જે, જે બે એકડા વધીના આવ્યા તે આડી લીટીની નીચે જમણી તરફના ત્રણ આંકડા ૯૨૫ ના ૯ અને ૨ નીચે આવ્યા માટે આ બે ૧૧ ને { ૯૨૫ / ૧૧ / ૧૦૩૫ } આ રીતે મૂકવાથી હિસાબમાં ૧૦૩૫ આવ્યા તેને શેષની બીજી રકમ તરીકે લેખવી. આ રીતે બે શેષ રકમોનો સરવાળો ૨૦૨૨ આવ્યા. આમાંથી ૯૯૯ બે વાર થાય જેથી ૧૯૯૮

ને ૨૦૨૨ માંથી બાદ કરીએ તો બાકી ૨૪ રહે. આમાં જે ૨ વધી આવી તે ભાગાકારના જવાબમાં ઉમેરો જેથી શુદ્ધ ભાગાકારની રકમ ૧૨૩૫૮૦૩૭ આવે. માટે જવાબ ૧૨૩૫૮૦૩૭ શેષ ૨૪.

બીજી રીતઃ

જવાબ	શેષ
૧૨૩૪૫૬૭૮	૯૮૭
૧૨૩૪૫	૬૭૮
૧૨	૩૪૫
	૦૧૨
૧૨૩૫૮૦૩૫	૨૦૨૨

પહેલી રીત પ્રમાણે આમાં શેષમાં ૨૦૨૨ આવ્યા. માટે ઉપરની વિધિ પ્રમાણે કરવાથી ઉપર પ્રમાણે જવાબ આવશે.

માટે જવાબ. ૧૨૩૫૮૦૩૭ શેષ. ૨૪.

ઉદા૦:–૭ મું.

વ્યાખ્યાઃ (૩) ૧૨૩૪૫૬૭૮૯૮૭૬૫૪ ÷ ૯૯૯.

રીત ૧ લી.

		શેષ.
૧૨૩૪૫૬૭૮૯૮૭	૬૫૪	૬૫૪
		૧૦૨૩
૧૨૩૫૭૯૨૫	૯૧૩	
રીતમાંથી વધી ૧૧૧	૧૧	૧૬૭૭ માંથી
		૯૯૯ બાદ
૧૨૩૫૮૦૩૭	૦૨૩	
શેષમાંથી વધી	૧	૬૭૮
૧૨૩૫૮૦૩૭	૦૨૪	માટે
જવાબ ૧૨૩૫૮૦૩૭૦૨૪ શેષ. ૬૭૮		

આમાં આડી લીટી નીચે ૧૨૩૫૭૯૨૫ ૯૧૩ આવ્યા. અને તે સાથે વધીના પાંચ એકડા આવ્યા તે એકડા (૯૨૫૯૧) આ પાંચ. આંકડા નીચે આવ્યા છે. તેમાં જમણી તરફના ત્રણ આંકડા ૯૧૩ છે તે ૯૧ નીચે બે એકડા આવ્યા માટે શેષની બીજી રકમ બનાવતી વખતે આડી લીટી નીચે જમણી તરફના ત્રણ આંકડા ૯૧૩ ની સાથે વધીના બે એકડા હીસાબમાં લેવા. તે એવી રીતે કે $\left\{\begin{array}{r}૯૧૩\\ ૧૧\\ \hline ૧૦૨૩\end{array}\right\}$ ૯૧૩ + ૧૧૦ = ૧૦૨૩ થયા.

આમાં (+૧૧૦)૦ માત્ર એકમ સ્થાન પૂરવા માટે મૂકેલ છે. આ રીતે

શેષની બે રકમો ૦૫૭ અને ૧૦૨૩ થઇ. એ બેનો સરવાળો ૧૬૭૭ આવ્યા. હવે રીતની વધીના જે પાંચ એકડા આવ્યા તે શેષમાં કેવી રીતે લીધા તે સમજાવ્યું બાકીના ૧૧૧ આવ્યા તે આડી લીટી નીચે આવેલી રકમના ૯૨૫ નીચે છે. હવે આડી લીટી નીચે આવેલ

{ ૧૨૩૫૭૯૨૫૯૧૩ / ૧૧૧૧૧ } રકમ અને તે નીચે મૂકેલ ૧૧૧૧૧ એ

બધાનો સરવાળો કરીએ તો ૧૨૩૫૮૦૩૭૦૨૩ આવે. હવે આપણી પાસે ૧૬૭૭ શેષ છે. તેમાંથી ૯૯૯ એક વાર જાય. માટે એક વધીને ૧૨૩૫૮૦૩૭૦૨૩ માં ઉમેરો તો ૧૨૩૫૮૦૩૭૦૨૪ થાય માટે શુદ્ધ જવાબ ૧૨૩૫૮૦૩૭૦૨૪ અને શેષ ૬૭૮.

બીજી રીતઃ

જવાબ.	શેષ.
૧૨૩૪૫૬૭૮૯૮૭	૬૫૪ પહેલી રકમ
×××૧૨૩૪૫૬૭૮	૯૮૭ ૨ જી રકમ
×××૧૨૩૪૫	૬૭૮ ૩ જી રકમ
×××૧૨	૩૪૫ ૪ થી રકમ
××	×૧૨ ૫ મી રકમ
૧૨૩૫૮૦૩૭૦૨૨	૨૬૭૬ માંથી
શેષની વધી ૨	૧૯૯૮ બાદ
૧૨૩૫૮૦૩૭૦૨૪	૬૭૮ બાકી રહ્યા
માટે જવાબ	આમાંથી ૨ વધી.
૧૨૩૫૮૦૩૭૦૨૪	શેષ. ૬૭૮

આ રીતમાં શેષમાં ૨૬૭૬ આવ્યા. તેમાંથી ૯૯૯ બે વાર ગયા. એટલે ૧૯૯૮ ગયા. બાકી રહ્યા ૬૭૮. જે ૨ શેષની વધી તે જવાબમાં ઉમેર્યા એટલે મારજીનમાં બતાવ્યા પ્રમાણે જવાબ આવ્યો.

ઉદાહરણ ૮ મુંઃ-

વ્યાખ્યા ૮૫૬૨૪૧૨૮૩૨૦૪૧ ÷ ૯૯૯૯૯.

રીત ૧ લીઃ

આમાં ભાજકના પાંચ આંક છે. બધામાં રીત એક જ સરખી સમજી લેવી.

૧ લી રીત.		બીજી રીત.	
	શેષ.	જવાબ	શેષ.
૮૫૬૨૪૧૨૮ ૩૨૦૪૧	૩૨૦૪૧	૮૫૬૨૪૧૨૮	૩૨૦૪૧
xxxxx૮૫૬ ૨૪૯૭૪	+૨૪૯૮૪	xxxxx૮૫૬	૨૪૧૨૮
રીતની વધી. ૧	૫૭૦૨૫	xx=	xx૮૫૬
૮૫૬ ૨૪૯૮૪		૮૫૬૨૪૯૮૪	૫૭૦૨૫
માટે જવાબ	શેષ.	માટે	
૮૫૬૨૪૯૮૪	૫૭૦૨૫	જવાબ	શેષ
		૮૫૬૨૪૯૮૪	૫૭૦૨૫

જ્યારે ભાજક એક નવડાથી વધુની રકમ હોય ત્યારે ઉપર બતાવેલ બે રીતમાંથી જેને જે રીત ફાવે તેનો ઉપયોગ કરવો.

હવે જો ભાજક રકમમાં માત્ર એકજ ૯ હોય તો પછી આવી રીતો તે પ્રસંગે સ્વીકારવાની બહુ જરૂર રહેતી નથી કારણ શાળામાં જે રીત ભાગાકારની શીખવવામાં આવે છે, તે રીત કરવી. જેથી જ્યારે ભાજક ૯ હોય ત્યારે તેવા દાખલાને આમાં મહત્વ આપ્યું નથી પરંતુ સિદ્ધાંતની ખાતરી કરવા માટે એકાદ રીત સ્વીકારવી. બહુ ભાગે બીજી રીત વધુ અનુકૂળ પડશે.

ઉદા૦ ૯ મું:—

વ્યાખ્યા (૧) ૩૪૩ ÷ ૯

૧ લી રીત.			૨ જી રીત	જવાબ	શેષ.	
૩૪ ૩	શેષ ૩			૩૪	૩	
	૭			×૩	૪	
૩ ૭				×	૩	
શેષની વધી ૧	૧૦	માંથી		૩૭	૧૦	માંથી
	૯		શેષની વધી	૧	૯	બાદ
૩ ૮						
	૧	બાકી રહ્યા			૧	
માટે ૩૮ જવાબ ૧ શેષ.			માટે ૩૮ જવાબ ૧ શેષ.			

વ્યાખ્યા (૨) ૧૨૩૪૫૬ ÷ ૯

૧ લી રીતમાં ક્યારે ક્યારે જવાબ બરાબર લાવી શકાતો નથી તે વખતે બીજી રીત ઠીક ઉપયોગી થાય છે.

	જવાબ	શેષ
૧ લી રકમ	૧૨૩૪૫	૬
૨ જી રકમ	×૧૨૩૪	૫
૩ જી રકમ	×૧૨૩	૪
૪ થી રકમ	×૧૨	૩
૫ મી રકમ	×૧	૨
૬ ઠી રકમ	×	૧
	૧૩૭૧૫	૨૧ શેષ.
શેષની વધી	૨	
	૧૩૭૧૭	૩

૨૧ શેષ ÷ ૯ = ૨ વધી ૩ શેષ.

માટે ૧૩૭૧૫ + ૨ = ૧૩૭૧૭

જવાબ.

૧૩૭૧૭ અને ૩ શેષ.

વ્યાખ્યા (૩) ૧૨૩૪૫૬૭૮૯ ÷ ૯.

રીત	૧૨૩૪૫૬૭૮	૯...પહેલી	રકમ
	×૧૨૩૪૫૬૭	૮...બીજી	રકમ
	×૧૨૩૪૫૬	૭...ત્રીજી	રકમ
	×૧૨૩૪૫	૬...ચોથી	રકમ
	×૧૨૩૪	૫...પાંચમી	રકમ
	×૧૨૩	૪...છઠી	રકમ
	×૧૨	૩—સાતમી	રકમ
	×૧	૨...આઠમી	રકમ
	×	૧...નવમી	રકમ
	૧૩૭૧૭૪૧૬	૪૫ શેષ.	
	શેષની વધી + ૫		
	૧૩૭૧૭૪૨૧		

શેષ ૪૫ ÷ ૯ = ૫ વધી

માટે જવાબ.

૧૩૭૧૭૪૨૧

દાખલો ૭૨ મો.

ઘનમૂળ શોધી કાઢવાની સહેલી રીત.

એકની એક રકમને એ જ રકમથી બે વાર ગુણીએ, જે આવે

તે ઘન જેમકે ૨ × ૨ × ૨ = ૮ : એ ૮ તે ૨ ના ઘન અને ૮ ના ૨ ઘનમૂળ ૧ થી ૯. સુધીના ઘનનેા કેાઠેા.

૧ નેા ઘન	૧	૧ નેા ઘનમૂળ	૧
૨ ,, ,,	૮	૮ ,, ,,	૨
૩ ,, ,,	૨૭	૨૭ ,, ,,	૩
૪ ,, ,,	૬૪	૬૪ ,, ,,	૪
૫ ,, ,,	૧૨૫	૧૨૫ ,, ,,	૫
૬ ,, ,,	૨૧૬	૨૧૬ ,, ,,	૬
૭ ,, ,,	૩૪૩	૩૪૩ ,, ,,	૭
૮ ,, ,,	૫૧૨	૫૧૨ ,, ,,	૮
૯ ,, ,,	૭૨૯	૭૨૯ ,, ,,	૯

ખુલાસેા:–

આ ઉપરથી સ્પષ્ટ સમજાય છે કે જો ઘનની રકમમાં એકમ સ્થાને ૧ હેાય, ૪ હેાય, ૫ હેાય ૬ હેાય અને ૯ હેાય તેા ઘન-મૂળમાં અનુક્રમે ૧, ૪, ૫, ૬ અને ૯ આવે. જો ઘનની રકમમાં એકમ સ્થાને ૦ હેાય તેા ઘનમૂળમાં ૦ આવે, એ સ્પષ્ટ છે. હવે બે, ત્રણ, સાત અને આઠ, એ ચાર અંક રહ્યા, તેમાં ૨ નેા સંબંધ ૮ સાથે, અને ૩ નેા સંબંધ ૭ સાથે છે. એટલે જો ઘનની રકમના એકમ સ્થાને ૨ હેાય તેા ઘનમૂળમાં ૮ આવે અને ઘનની રકમના એકમ સ્થાને ૮ હેાય તેા ઘનમૂળમાં ૨ આવે. એ જ પ્રમાણે ૩ અને ૭ નેા સંબંધ માની લેવેા. જો ઘનમૂળની રકમમાં માત્ર બે જ આંક આવે. એવી ઘનની રકમ હેાય તેા તે માટેની સરળ રીત અત્રે સમજાવવામાં આવશે પરંતુ ઘનમૂળમાં બેથી જેમ જેમ વધુ આંક આવે એવી ઘનની રકમમાંથી ઘનમૂળ શેાધી કાઢવા હેાય તેા જરૂર તે માટેની રીત અઘરી છે.

ઉદા૦ ૧ ૫૯૨૭૦૪ ના ઘન મૂળ શું ?

રીત:—પ્રથમ આ રકમના એકમ સ્થાને ૪ છે. તેા નિયમ પ્રમાણે જે જવાબ આવવાનેા છે તેના એકમ સ્થાનમાં ૪ આવશે. હવે આપણને જવાબનેા દશક સ્થાનનેા આંક શેાધી કાઢવેા છે. જ્યારે એકમ સ્થાનનેા આંક નક્કી થઇ જાય એટલે આપેલ રકમના જમણી તરફના ૩ આંક અલગ કહાડી નાંખવા એટલે આ રકમમાંથી આપણે ૭૦૪ અલગ રાખ્યા. બાકી આપણી પાસે ૫૯૨ રહ્યા. હવે

આપણે ઘનનો કોઠો જોવો. એટલે ૫૯૨ થી ઉતરતી કઇ રકમ છે. તે રકમ ૫૧૨ ની છે. અને તેના ઘનમૂળ ૮ છે. માટે ઘનમૂળના જવાબના દશકના અંકસ્થાને ૮ આવે માટે આખી રકમ ૮૪ થાય માટે જવાબ ૮૪.

દાખલો ૭૩ મો.

પરચુરણ ગમત

સુજ્ઞ વાચકવર્ગ રોમન અક્ષરો (આંકડા) જાણે છે, એમ માની લીધું છે.

વ્યાખ્યા ૧ લી: ૧૯ માંથી ૧ કહાડી લઇએ તો બાકી શું રહે.

જવાબ: ૨૦: તેની રીત XIX આ ૧૯ થયા. તેમાંથી બે X વચ્ચેથી I કહાડી લઇએ તો બાકી XX = ૨૦ રહે.

વ્યાખ્યા ૨ બીજી.

બે સળીના કટકા કર્યા વગર તેમાંથી ૫ અને ૧૦ બનાવો.

જવાબ:—આ II બે સળી છે. તેને આવી રીતે V ગોઠવો તો ૫ થાય અને આવી રીતે X ગોઠવો તો દશ થાય.

વ્યાખ્યા ૩ જી:

૧૨ ની રકમના એવી રીતે ભાગ કરો કે તેના અડધા સાત થાય.

જવાબની રીત:—આવી રીતે XII લખો. હવે તેના બે ભાગ આ રીતે $\frac{\text{XII}}{\text{XII}}$ કરો તો ઉપરના અડધા ભાગમાં VII આ આવ્યા. તે ૭.

વ્યાખ્યા ૪ થી.

૭ વાર એકનો એક આંક લખી ૧૦૦ ની સંખ્યા બનાવી લાવો.

જવાબની રીત;–૯૯$\frac{૯૯}{૯૯}$ = ૧૦૦. આમાં ૯ ૭ વાર આવ્યા.

વ્યાખ્યા ૫ મી:

૭ ની સાથે ૭ મેળવીએ તો ૧૧ થાય તે સાબીત કરી આપો.

જવાબની રીત:

આ VI એક વારના અને આ VI બીજી વારના. હવે પહેલી

વારના VI ને આ પ્રમાણે $\frac{VI}{\dot{A}I}$ લખો અને બીજી વારના ૭ ને પહેલી વારના ૭ નીચે ટપકાં મૂકી બતાવેલ રીત પ્રમાણે ઊંધા લખો. પછી જ્યાં સહેજ જગા ખાલી છે ત્યાં શાહી પૂરો એટલે આ રીતે XI અગીઆર થાશે.

વ્યાખ્યા ૬ ઠ્ઠીઃ

૧૯૧ માં ૨ મેળવીએ તો માત્ર ૨૦ ની અંદર સંખ્યા બને તે સાબીત કરી આપો.

જવાબની રીતઃ—૧૯૧ ને આ પ્રમાણે ૧૯૨ લખો પછી ૧ નીચે છેદમાં ૨ લખો એટલે આખી રકમ ૧૯½ સાડીઓગણીસ થશે.

વ્યાખ્યા ૭ મીઃ

સાબીત કરી આપો કે દશમાંથી દશ જાય તો બાકી દશ રહે.

જવાબની રીતઃ—બન્ને હાથની આંગળીઓ મોજાની અંદર છે. હવે જો મોજાની દશ આંગળી સહીત ખેંચી લઇએ તો પછવાડે હાથની દશ આંગળી રહે છે.

વ્યાખ્યા ૮ મીઃ

નવમાં શું ઉમેરીએ તો ૭ થાય?

જવાબની રીતઃ—આ IX થાય હવે એમાં S નાંખીએ તો SIX એટલે ૭ થાય.

વ્યાખ્યા ૯ મીઃ

અંગ્રેજી એક એકી સંખ્યાનો શબ્દ છે. તેનું માથું કાપી લઇએ તો જે શબ્દ રહે તેનો બેકી અર્થ થાય અને પછી પૂછડું કાપીએ તો "મા" શબ્દ થાય. કહો ત્યારે તે શબ્દ કયો?

જવાબની રીતઃ—અંગ્રેજી શબ્દ Seven (સાત) એ એકી સંખ્યા છે. એનું માથું કાપી લઇએ એટલે સૌથી પ્રથમનો અક્ષર લઇ લઇએ તો પછવાડે Even (=બેકી) શબ્દ રહે અને પછી પૂછડું એટલે n અક્ષર કહાડી નાંખીએ તો Eve શબ્દ રહે. Eve= જગત્માતા. વ્યાખ્યા ૧૦ મીઃ

ગણિત-ગમતના શરબતથી શીશો ભરેલો છે. શીશાને ભાગ્યા

વગર, ભૂચને કહાડયા વગર તેમ જ ભૂચમાં કાણું પાડયા વગર શી રીતે શરબત પીવાય કહો.

જવાબઃ ભૂચને શીશામાં અંદર ઉતારી દેવો.

વ્યાખ્યા ૧૧ મીઃ

૭ માંથી નવ બાદ કરીએ, નવમાંથી દશ બાદ કરીએ અને ચાલીશમાંથી ૫૦ બાદ કરીએ છતાં, એ બધાના એકત્ર પરિણામમાં ૬ આવે કહો એ શી રીતે બને.

	૭	નવ	ચાલીસ	
આ	SIX	IX	XL માંથી	આમ SIX આવે (એટલે ૭ આવે.)
બાદ	IX=૯	- X=૧૦	- L પચાસ	
	S	I	X	

વ્યાખ્યા ૧૨ મીઃ

કોઇ પણ આંકડાની ગમે તેટલી રકમના બે ભાગ કરીએ તો નીચે શૂન્ય રહે. તો તે રકમ કહો.

જવાબઃ—અંગ્રેજી 8 આ આઠડો છે. તેના બે ભાગ $\frac{o}{o}$ આ રીતે આડી લીટીથી થાય જેથી એ લીટી ઉપર અને નીચે શૂન્ય રહી જાય.

વ્યાખ્યા ૧૩ મીઃ

અંશસ્થાનના આંકથી છેદસ્થાનનો આંક મોટો હોય છતાં છેદ-સ્થાનનો આંક અંશસ્થાનમાં લઇ જઇએ અને અંશસ્થાનના આંકને છેદસ્થાનમાં લઇ આવીએ છતાં તેની કિંમતમાં ફેર પડતો નથી. કહો એ કેમ બને?

જવાબઃ—$\frac{6}{9}$ આ ૭ અંશસ્થાને અને નવ છેદસ્થાને છે. હવે જો જયાં એ બે આંક લખેલ હોય તે સ્થાનની બાજુ બદલાવીએ એટલે નીચેની બાજુ ઉપર કરીએ અને ઉપરની બાજુ નીચે કરીએ તો જે નવ છેદમાં છે તે અંશમાં આવે અને અંશના ૭ છેદમાં આવે એ સમજાય એમ છે છતાં ૭ અને નવની આકૃતિ એવી છે કે છનું મીંડું નીચે છે અને નવનું મીંડું ઉપર છે તેથી આકાર બદલી જાય છે.

દાખલો ૭૪ મો.

૧ થી ૯ આંકડાની રમત

૧ થી ૯ આંકડાને એવી રીતે ગોઠવો કે છેવટે તેમાંથી ૧૦૦ થાય. આમાં +;—;×; અને ÷; એ ચાર ચિન્હો તમારી મરજી પ્રમાણે વાપરો. ૧ થી ૯ આંક એકવાર જરૂર હિસાબમાં લેવા. કોઇ આંકડો આવ્યા વગર રહી ન જવો જોઇએ તેમજ એક આંક બે વાર ન આવવો જોઈએ.

: રીત :

(૧) ૧ + ૨ + ૩ + ૪ + ૫ + ૬ + ૭ + (૮ × ૯) = ૧૦૦.
(૨) −(૧ × ૨) − ૩ − ૪ − ૫ + (૬ × ૭) + (૮×૯) = ૧૦૦.
(૩) ૧ + (૨ × ૩) + (૪ × ૫) − ૬ + ૭ + (૮ × ૯) = ૧૦૦
(૪) (૧ + ૨ − ૩ − ૪) (૫ − ૬ − ૭ − ૮ − ૯) = ૧૦૦
(૫) ૧ + (૨ × ૩) + ૪ + ૫ + ૬૭ + ૮ + ૯ = ૧૦૦
(૬) (૧×૨) + ૩૪ + ૫૬ + ૭ − ૮ + ૯ = ૧૦૦.
(૭) ૧૨ + ૩ − ૪ + ૫ + ૬૭ + ૮ + ૯ = ૧૦૦
(૮) ૧૨૩ − ૪૫ − ૬૭ + ૮૯ = ૧૦૦.
(૯) ૧૨૩ + ૪૫ − ૬૭ + ૮ − ૯ = ૧૦૦
(૧૦) ૧૨૩ − ૪ − ૫ − ૬ − ૭ + ૮ − ૯ = ૧૦૦.

ઉદા૦ ૨ જું સમજણ

કોઠો ૧ લો	કોઠો ૨ જો	કોઠો ૩ જો	કોઠો ૪ થો
૧	૧	૧+૧^{૨}=૨ પછી ૨÷૨=૧	૧×૮+૧=૯ તેના વર્ગમૂળ ૩
૨	૩	૨ + ૨^{૨}=૬ „ ૬÷૨ = ૩	૩×૮+૧=૨૫ „ ૫
૩	૬	૩+૩^{૨}=૧૨ „ ૧૨÷૨ = ૬	૬×૮+૧=૪૯ „ ૭
૪	૧૦	૪+૪^{૨}=૨૦ „ ૨૦÷૨=૧૦	૧૦×૮+૧=૮૧ „ ૯
૫	૧૫	૫+૫^{૨}=૩૦ „ ૩૦÷૨=૧૫	૧૫×૮+૧=૧૨૧ „ ૧૧
૬	૨૧	૬+૬^{૨}=૪૨ „ ૪૨÷૨=૨૧	૨૧×૮+૧=૧૬૯ „ ૧૩
૭	૨૮	૭+૭^{૨}=૫૬ „ ૫૬÷૨=૨૮	૨૮×૮+૧=૨૨૫ „ ૧૫
૮	૩૬	૮+૮^{૨}=૭૨ „ ૭૨÷૨=૩૬	૩૬×૮+૧=૨૮૯ „ ૧૭
૯	૪૫	૯+૯^{૨}=૯૦ „ ૯૦÷૨=૪૫	૪૫×૮+૧=૩૬૧ „ ૧૯

૧ લા કોઠામાં ૧ થી ૯ સુધી ક્રમવાર આંકડા મૂક્યા છે.

૨ જા કોઠામાં:—

૧ લા કોઠામાં સૌથી પહેલો ૧ છે, તે બીજા કોઠામાં સૌથી પ્રથમ મૂકેલ છે. પછી ૧ લા કોઠાના ૧ અને ૨ નો સરવાળો ૩ તે બીજા કોઠામાં બીજે નંબરે મૂકયો છે. પછી પહેલા કોઠાના ૧ + ૨ + ૩=૬ થયા તે બીજા કોઠામાં ત્રીજો આંક છે. પછી ૧ લા કોઠાના ૧+૨+૩+૪= જે ૧૦ થયા તે બીજા કોઠાનો ૪ થો આંક છે. પછી પહેલા કોઠાના ૧+૨+૩+૪+૫ એ બધાનો સરવાળો ૧૫ તે બીજા કોઠાનો પાંચમો આંક છે. એજ નિયમે ૨૧; ૨૮; ૩૬ અને ૪૫ આવ્યા.

૩ જા કોઠાની સમજણ:—

પ્રથમ ૧ થી ૯ સુધીના આંક ક્રમવાર મૂક્યા છે. તેની સાથે તેજ આંકના વર્ગ ઉમેર્યા છે: જે જવાબ આવે છે તેને ૨ થી ભાગીએ છીએ તો ક્રમવાર બીજા કોઠાના આંકડા આવે છે.

૪ થા કોઠાની સમજણ:—

બીજા કોઠામાં સૌથી છેલ્લે ક્રમવાર આંકડા આવ્યા છે. (એટલે બીજા કોઠાનો ક્રમ) તેને ૮ થી ગુણીએ અને ૧ ઉમેરીએ અને જે આંકડો આવે તે ક્રમવાર આવતા એકી આંકના વર્ગ આવશે. જેમકે: પહેલીવાર ૧ છે તેને ૮ થી ગુણી પછી ૧ ઉમેરીએ તો ૯ થાય. ૯ તે ૩ નો વર્ગ. પછી ૩ ને ગુણ્યા ૮ તેમાં ઉમેર્યા ૧ એટલે થયા ૨૫ તે ૫ ના વર્ગ. આ પ્રમાણે ક્રમવાર એકી એટલે ૩ પછી ૫; પછી ૭; પછી ૯ વગેરે વગેરે આંકડા આવે છે.

આવા કોઠા વધુ લંબાવવા હોય તો લંબાવી શકાય એમ છે. આંહી માત્ર ૯ સુધી કરી બતાવ્યા છે.

દાખલો ૭૫ મો.

૪૮ ના આંકડાની અજાયબી.

૪૮ + ૧ = ૪૯: આ ૪૯ તે ૭ નો વર્ગ. હવે ૪૮ ÷ ૨ = ૨૪ પછી ૨૪ + ૧ = ૨૫ તે ૫ નો વર્ગ.

આવી ખુબીવાળા ઘણાએ આંકડા હશે પરંતુ હાલે માત્ર ૩ રકમો મળી આવી છે તે નીચે પ્રમાણે: (૧) ૧૬૮૦.

(અ) ૧૬૮૦ હવે ૧૬૮૦ + ૧ = ૧૬૮૧ તે ૪૧ નો વર્ગ.

(બ) ૧૬૮૦ ÷ ૨ = ૮૪૦ હવે ૮૪૦ + ૧ = ૮૪૧ તે ૨૯ નો વર્ગ.

(૨) ૫૭૧૨૦ : હવે (અ) ૫૭૧૨૦ + ૧ = ૫૭૧૨૧ તે ૨૩૯ નો વર્ગ. (બ) ૫૭૧૨૦ ÷ ૨ = ૨૮૫૬૦ હવે ૨૮૫૬૦ + ૧ = ૨૮૫૬૧ તે ૧૬૯ નો વર્ગ.

(૩) ૧૯૪૦૪૪૮

(અ) ૧૯૪૦૪૪૮ + ૧ = ૧૯૪૦૪૪૯ તે ૧૩૯૩ નો વર્ગ.

(બ) ૧૯૪૦૪૪૮ ÷ ૨ = ૯૭૦૨૨૪ હવે ૯૭૦૨૨૪ + ૧ = ૯૭૦૨૨૫ તે ૯૮૫ નો વર્ગ.

દા૦ ૭૫ અ. ૧૦ ના આંકડાની અજાયબી.

૧૦ − ૧ = ૯ તે ૩ નો વર્ગ: હવે ૧૦ ÷ ૨ = ૫. હવે ૫ − ૧ = ૪ તે ૨ નો વર્ગ.

દા૦ ૭૫ બ. ૭૮ ના આંકડાની અજાયબી.

૭૮ ÷ ૩ = ૮૧ તે ૯ નો વર્ગ. હવે ૭૮ ÷ ૨ = ૩૯ હવે ૩૯ − ૩ = ૩૬ તે ૬ નો વર્ગ.

આ ત્રણ દાખલામાં પ્રથમ અને છેલ્લામાં + અને — નો અને બીજામાં ફક્ત — નો મહિમા બતાવ્યો છે.

દાખલો ૭૬ મો.

૧૧ ના આંકડાનો રહસ્ય.

કોઇપણ રકમના બધા એકીસ્થાનમાં આવેલ આંકડાનો સરવાળો, બધા બેકીસ્થાનમાં આવેલ આંકડાના સરવાળાને સરખો થાય તો તે મૂળ રકમ ૧૧ થી નિઃશેષ ભાગી શકાય એ રીત ચાલુ ગણિતમાં આપી છે. તેવી જ રીતે એક રકમના એકીસ્થાનનો સરવાળો અને બેકીસ્થાનના આંકડાનો સરવાળો. એ બે વચ્ચે ૧૧ તફાવત હોય અથવા

આવેલ તફાવત ૧૧ થી નિઃશેષ ભાગી શકાય, તો એ આખી રકમ ૧૧ થી નિઃશેષ ભાગી શકાશે. આ નિયમ ધ્યાનમાં રાખી ૧ થી ૧૦ સુધીના આંકડામાંથી નવ આંકડાની એક રકમ નાનામાં નાની બનાવો અને બીજી રકમ મોટામાં મોટી બનાવો.

ખુલાસો.

સૌથી નાની રકમ૧૦૨૩૪૭૫૮૬ આની ખાતરી ૧+૨+૪+૫×૬= ૧૮ અને ૦ + ૩ + ૭ + ૮ = ૧૮ એકીસ્થાન અને બેકી સ્થાનના આંકડાઓનો સરવાળો એકસરખો છે.

સૌથી મોટી રકમ ૯૮૭૬૫૨૪૧૩. આની ખાતરી ૯+૭+૫+૪+ ૩ = ૨૮ અને ૮ + ૬ + ૨ + ૧ =૧૭ માટે ૨૮ – ૧૭ = ૧૧.

દાખલો ૭૭ મો

૧ થી ૯ આંકડાની રકમનો બનેલ નાનામાં નાનો વર્ગ અને મોટામાં મોટો વર્ગ.

૧૩૯૮૫૪૨૭૬ આ સૌથી નાનામાં નાનો વર્ગ તે ૧૧૮૨૬ નો વર્ગ.
૯૮૩૧૮૭૪૫૬ ,, ,, મોટામાં મોટો વર્ગ તે ૩૦૩૮૪ નો વર્ગ.

દાખલો ૭૮ મો

ગણિતના નિયમના અપવાદરૂપ જવાબ.

ગણિતના સિદ્ધાન્તમાં કોઇ કાળે ફેર આવેજ નહીં. કારણ કે બેને બે ચાર થાયજ. છતાં વિનોદમાં કેટલીકવાર એવા દાખલા પૂછાય છે કે જેના જવાબ ગમ્મત સાથે જ્ઞાન આપે છે અને ગણિતના નિયમના અપવાદ રીતે આવે છે.

૧ પ્રશ્ન : ૧૨ માંથી ૧ જાય બાકી શું રહે ? જવાબ ૦ કારણ ૧૨ એટલે બાર માસ, એક એટલે એક મહીનો અને તે ચૈતર માસ. આ માસ બારમાંથી નીકળી જાય એટલે કાંઇ ન રહે. ચૈતર માસ બાદ એટલે માણસમાંથી અક્કલ ગુમ. ચૈતર માસ નથી એટલે માણ-

સમાં મીઠું=દૈવત=નીમક નથી એમ અર્થ થાય છે. માટે ગમે તેવો રૂડો રૂપાળો માણસ હોય અને તેમાં જો ફક્ત અક્કલ-દૈવત ન હોય તો તે માણસ કોઈ કામનો લેખાતો નથી.

૨ પ્રશ્ન: ૧૨ માંથી બે જાય બાકી શું રહે ? જવાબ કાંઇ ન રહે. કારણ ૧૨ એટલે બાર માસ અને તેમાં વરસાદના બે ધોરી મહીનામાં વરસાદ ન થાય તો વરસ બરબાદ થાય. ૧૨ માંથી ૨ જાય તો દુષ્કાળ પડે. (કેટલાક જણા ૧૨ માંથી ૪ જાય એમ પ્રશ્ન પૂછે છે. ગમે તે રીતે પ્રશ્ન પૂછો પરંતુ જ્યાં ત્રણે ૠતુ-શિયાળો, ઉનાળો અને વર્ષાદની જરૂર હોય ત્યાં જો એક વર્ષાદરૂતુ નિષ્ફળ જાય તો બાકી જે બે રૂતુ રહી, તે નકામી જાણવી.

૩ પ્રશ્નઃ—સાતપાંચ થાય એટલે જવાબ મનમાં સ્થિરતા નથી.

ઉદા૦ ભાઇના મનમાં સ્થિરતા નથી: એટલે ભાઇના મનમાં સાતપાંચ થયા કરે છે.

૪ પ્રશ્નઃ—છ પાંચ=અગીઆરા ગણવા=નાસી જવું.

૫ પ્રશ્નઃ—ઉંઠા ભણાવવા=બીજાને ઠગવું.

૬ પ્રશ્નઃ—એકત્રીસ પા એટલે નપુંસક છે.

૭ પ્રશ્નઃ—આડે પાણે ઓડાયો એટલે માલ વગરનો.

૮ પ્રશ્નઃ—એકડા વગરનાં મીંડા=કાંઈ પણ માલ વગરના.

૯ પ્રશ્નઃ—શેઠનો સાળો નવનવના બે કરે છે=શેઠનો સાળો અક્કલ વગરનો છે.

૧૦ પ્રશ્નઃ—અમુક માલ ઓગણીસો છે એટલે હલકો છે.

૧૧ પ્રશ્નઃ—અમુક માલ વીસો છે એટલે માલ ચડીઆતો છે.

૧૨ પ્રશ્નઃ—કબુતરામાં ૧૨૩ પક્ષીઓ દાણા ચણે છે તે વખતે કોઇ દુષ્ટ બંદુક ફોડી એક પક્ષી મારી નાંખે છે. કહો હવે ત્યાં કેટલાં પક્ષી ચણવા બાકી રહ્યા.

જવાબઃ—એકે પક્ષી ચણવા રહ્યું નહિં. બંદુકના અવાજથી બધાં ઉડી ગયાં.

૧૩ પ્રશ્નઃ—૭ ધૂ. (૬×૨) જવાબ કમાડ. એક શેઠના એક મુરખ પુત્રને ભણાવવા માટે એક શિક્ષકને રોકવામાં આવ્યો. શેઠના પુત્રને ૭ ધૂ બાર કોઇ પણ રીતે યાદ રહી શકતા નહોતા. તેથી શિક્ષકે કમાડ ઉપર બારનો આંક લખી રાખ્યો હતો. બધાની રૂબરૂ શેઠ પુત્રને એજ પ્રશ્ન પૂછવામાં આવ્યો ત્યારે હમેશના નિયમ પ્રમાણે તેનાથી જવાબ આપી શકાયો નહિ. શિક્ષકે સમયસૂચકતા વાપરી શેઠ પુત્રને કમાડ ઉપર લખેલ ૧૨ નો આંક છે તે જોવાની સૂચના આપી. પરંતુ એમાં શક્તિજ નહોતી એટલે શિક્ષકની સૂચના સમજી ન શકયો અને જવાબમાં કહી દીધું કે " ૭ ધૂ કમાડ "

મનમાં ધારેલી રકમો કહી દેવાની રીતોના દાખલા

દાખલો ૭૯ મો

સામા માણસના ડાબા અને જમણા હાથમાં કેટલી સંખ્યા (રૂપીઆ) છે તે કહેવાની યુકિત.

સામા માણસને કહેવું કે તમારા ડાબા હાથમાં અને જમણા હાથમાં ગમે તેટલા રૂપીઆ ધારો. હવે ડાબા હાથમાં જેટલા રૂપીઆ ધાર્યા હોય તેને બેથી ગુણવાનું કહેવું. (જો એક જ આંકડાની એટલે ૧ થી ૯ સુધીની રકમ હોય તો ૨થી ગુણવા. જો ૧૦ થી ૯૯ સુધીની રકમ હોય તો ૨×૧૦=૨૦ થી ગુણવા. જો ૧૦૦ થી ૯૯૯ સુધીની રકમ હોય તો ૨×૧૦૦=૨૦૦ થી ગુણવા. આ નિયમ યાદ રાખવો) પછી તેમાં ૫ ઉમેરાવવા પછી ફરી ૫ થી ગુણવાનું કહેવું અને તેમાં જમણા હાથના રૂપીઆ ઉમેરાવવા. આટલી ક્રિયા કરાવ્યા પછી સામા માણસને કહેવું કે કુલ આંકડો શું આવ્યો તે કહો. જે આંક કહે તેમાંથી આપણને (આપણા મનમાં) ૨૫ બાદ કરવાના. પછી જે રકમ આવે તેમાં ડાબા હાથ તરફની રકમ તે ડાબા હાથમાં ધારેલા રૂપીઆ છે એમ સમજવું અને જમણી તરફના આંક જેટલા રૂપીઆ જમણા હાથમાં છે એમ સમજવું પછી જાહેરમાં સામા માણસને કહેવું કે

તમોએ આટલા રૂપીઆ ડાબા હાથમાં અને આટલા રૂપીઆ જમણા હાથમાં ધાર્યા હતા.

ઉદા૦ ૧ લું:—ડાબા હાથમાં ૮ અને જમણા હાથમાં ૬ ધારેલા છે.

રીત ૧ લીઃ—૮×૨=૧૬ પછી ૧૬+૫=૨૧ પછી ૨૧×૫=૧૦૫ પછી ૧૦૫ + ૬ = ૧૧૧ હવે ૧૧૧ - ૨૫ = ૮૬: આમાં ૮ ડાબા હાથમાં અને ૬ જમણા હાથમાં. (આમાં જ્યારે આપણને સામો માણસ ૧૧૧ નો આંક કહે ત્યારે આપણે આપણા મનમાં ૧૧૧ માંથી ૨૫ બાદ કરવા).

ઉદા૦ ૨ જું:—ડાબા હાથમાં ૨૭ અને જમણા હાથમાં ૧૫.

રીત ૧ લીઃ—(આમાં રકમો બે આંકડાવાળી છે એમ આપણને સામો પક્ષ કહે છે માટે. ૨૭ × ૨૦ = ૫૪૦. પછી ૫૪૦ + ૫ = ૫૪૫. પછી ૫૪૫ × ૫ = ૨૭૨૫: ૫૭૨૫ + ૧૫ = ૨૭૪૦. પછી આપણને સામો માણસ ૨૭૪૦ નો આંક કહી દે. ત્યારે આપણી પાસે આ આંકડા ૨૬૪૦ – ૨૫ = ૨૭૧૫ રહ્યા. માટે ૨૭ અને ૧૫ એમ ડાબી અને જમણી તરફના આંક થયા. માટે ૨૭ ડાબા હાથમાં અને ૧૫ જમણા હાથમાં.

ઉદા૦ ૩ જું—જમણા હાથમાં ૧૭ અને ડાબા હાથમાં ૫.

રીત ૧ લીઃ—શરૂઆતમાં આટલી ચોકખ કરવી કે જે રકમ ધારો છો તે એક આંકડાની છે કે બે આંકડાની. હવે બન્ને હાથમાં ધારેલી રકમ બબે આંકડાની છે કે એક હાથમાં એક આંકડાની અને બીજા હાથમાં બે આંકડાની. જો એમ હોય તો પછી ડાબા હાથમાં બે આંકડાની કે જમણા હાથમાં બે આંકની એટલો ખુલાસો મેળવી લેવો. પછી ક્રિયા કરવાનું શરૂ કરવું.

હવે ૫ × ૨૦ = ૧૦૦ પછી. ૧૦૦ + ૫ = ૧૦૫ પછી. ૧૦૫ × ૫ = ૫૨૫ પછી. ૫૨૫ + ૧૭ = ૫૪૨ પછી. ૫૪૨–૨૫ = ૫૧૭ આવ્યો. આપણને આગળથી ખબર હોય કે ડાબા હાથમાં એક

આંકડાની રકમ છે માટે ૫૧૭ ના બે ભાગ. ૫ અને ૧૭ એ રીતે કરવા. ૫ આવ્યા તે ડાબા હાથમાં અને ૧૭ આવ્યા તે જમણા હાથમાં. ઉદા૦ ૪ થું ડાબા હાથમાં ૧૭ અને જમણા હાથમાં ૫.

રીત ૧ લી:

હવે ૧૭ × ૨૦ = ૩૪૦, પછી ૩૪૦ + ૫ = ૩૪૫ પછી ૩૪૫ × ૫ = ૧૭૨૫ પછી ૧૭૨૫ + ૫ = ૧૭૩૦ હવે ૧૭૩૦–૨૫ = ૧૭૦૫ આવ્યા. આમ જ્યારે ચાર આંકડા આવે ત્યારે વગર પૂછે તેના બે ભાગ કરવા. એટલે એક તરફ ૧૭ અને બીજી તરફ ૦૫ હવે ડાબા હાથમાં ૧૭ અને જમણા હાથમાં ૦૫ એટલે ૫.

(પૃષ્ઠ ૧૭૫ માં દાખલા अ ના અનુસંધાનમાં વાંચેા.)

દાખલેા ૮૦ મેા.

પુસ્તકનાં પાનાં, લીટી અને શબ્દની અજ્ઞાત સંખ્યા શેાધવી. આથી અગાઉના દાખલામાં ૨ અને ૫ ના મહીમાથી ડાબા અને જમણા હાથમાં રૂપીઆની ધારેલ સંખ્યા શેાધવાની રીત બતાવી. હવે એ જ ૨ અને ૫ ની જ મદદથી આ દાખલેા કરવાનેા છે.

વ્યાખ્યા:–(૧) ધારેા પુસ્તકના પાનાની સંખ્યા ૨૫, લીટીની સંખ્યા ૬ અને શબ્દની સંખ્યા ૭. (આમાં પાનાની સંખ્યા ગમે તેટલા આંકડાની ધારવી, પરંતુ લીટીની અને શબ્દની સંખ્યા ૯ થી વધુ ન ધારવી.)

રીત:–૧ લી:

૨૫ × ૨ = ૫૦, પછી ૫૦ + ૫ = ૫૫ પછી ૫૫ × ૫ = ૨૭૫ + ૬ લીટીની સંખ્યા = ૨૮૧; પછી ૨૮૧ × ૨ = ૫૬૨; પછી ૫૬૨ + ૫ = ૫૬૭ પછી ૫૬૭ × ૫ = ૨૮૩૫; પછી ૨૮૩૫ + ૭ શબ્દની સંખ્યા = ૨૮૪૨ આપણને સામા માણસ તરફથી ૨૮૪૨ ની સંખ્યા કહેવામાં આવે છે. તે ઉપરથી આપણને વ્યાખ્યામાં આપેલી ત્રણ અજ્ઞાત

સંખ્યાઓ શોધવાની છે. આથી પહેલાના દાખલામાં આપણે ૨૫ બાદ કર્યા હવે આ દાખલામાં આપણને $\left\{\begin{array}{c}૨૫\\ \underline{૨૫}\\ ૨૭૫\end{array}\right\}$ આવી રીતે બે વાર મૂકાયલા ૨૫ નો સરવાળો ૨૭૫ બાદ કરવાનો છે. માટે ૨૮૪૨–૨૭૫ = ૨૫૬૭ આવ્યા. આમાં જમણી તરફના એકમસ્થાનવાળા ૭ તે શબ્દ માટે, દશક સ્થાનવાળા ૬ તે લીટી માટે, અને બાકીના ડાબી તરફના જેટલા આંક હોય તેટલા બધા પાના માટે અત્યારે ૨૫ છે માટે ૨૫ તે પાના માટે; માટે જવાબ ૨૫ પાનાં, ૬ ટ્ઠી લીટી, ૭ મો શબ્દ.

વ્યાખ્યા: ૨: ૧૨૩ પાનાની સંખ્યા ૪ થી લીટી ૫ મો શબ્દ. એ અજ્ઞાત સંખ્યા શોધી કાઢવાની છે.

રીત: ૧૨૩ × ૨ = ૨૪૬; પછી ૨૪૬ + ૫ = ૨૫૧; પછી ૨૫૧ × ૫ = ૧૨૫૫ પછી ૧૨૫૫ + ૪ લીટીની સંખ્યા = ૧૨૫૯; પછી ૧૨૫૯ × ૨ = ૨૫૧૮; પછી ૨૫૧૮ + ૫ = ૨૫૨૩; પછી ૨૫૨૩ × ૫ = ૧૨૬૧૫; પછી તેમાં ૫ શબ્દની સંખ્યા ઉમેરાવવી એટલે આવ્યા ૧૨૬૨૦: આ સંખ્યા આપણે કહેવામાં આવી. હવે તેમાંથી ૨૭૫ બાદ કરવા જેથી આવ્યા ૧૨૩૪૫ (=૧૨૬૨૦–૨૭૫) હવે આમાં ૫ એ શબ્દની સંખ્યા, ૪ એ લીટીની સંખ્યા, અને બાકી ૧૨૩ એ પાનાની સંખ્યા. જવાબ ૧૨૩ પાનાંની સંખ્યા, ૪ થી લીટી, ૫ મો શબ્દ.

જે વખતે આ પુસ્તક લખાતું હતું, તે વખતે મુંબઇમાં પ્રસિદ્ધ થતા “સ્વદેશ” નામના કચ્છની ખબરો પૂરી પાડનારૂં એક અઠવાડીક પત્રમાં નીચે પ્રમાણે એક ગણિતનો દાખલો રજુ થએલ વાંચવામાં આવેલ તેની વીગત નીચે છે.

“સ્વદેશ”ના તા. ૧૪ મી એપ્રીલ સને ૧૯૮૨ ના અંકમાં પાને ૯ મેં શ્રીયુત ભવાનીશંકરભાઈ નાનાભાઈ દવે તરફથી “છુમંતરના ભેદવાળો લેખ રજુ થયો છે. એ પ્રશ્નનો જવાબ કેવી રીતે લઇ

આવવેા તેની રીત પણ સાથે આપેલી છે. એ આ પુસ્તકના સુજ્ઞ વાંચકવર્ગને રસ પડશે એમ ધારી એની રીત આંહી દાખલ કરી છે. તે માટે મૂળ લેખક અને સ્વદેશપત્રનેા રૂણી છું:

વ્યાખ્યા: પાનાની સંખ્યા ૨૨૫: લીટીની સંખ્યા ૭ અને શબ્દની સંખ્યા ૯.

રીત:–પ્રથમ ૨૨૫ × ૧૦ = ૨૨૫૦; પછી ૨૨૫૦ + ૨૦ (ક્ષેપક) = ૨૨૭૦; પછી ૨૨૭૦ + ૭ લીટી = ૨૨૭૭; પછી ૨૨૭૭ + ૫ હનુમાનનાં (આ પણ ક્ષેપક) = ૨૨૮૨; પછી. ૨૨૮૨ × ૧૦ = ૨૨૮૨૦; પછી ૨૨૮૨૦ + ૯ શબ્દ = ૨૨૮૨૯:

હવે ૨૨૮૨૯ એ આંક કહેવામાં આવે એટલે તેમાંથી ૨૫૦ બાદ કરવા. જેથી બાકી ૨૨૫૭૯ રહ્યા તેમાં જવાબ ૨૨૫ પાના ૭ લીટી અને ૯ શબ્દ.

આવા દાખલાની ગુપ્ત ચાવી એ છે કે પ્રથમ પાનાની સંખ્યાને ૧૦ થી ગુણવા અને તેમાં લીટીની સંખ્યા ઉમેરવી. આમ કરવાથી પાનાની સંખ્યા ડાબી બાજુએ આવી અને લીટીની સંખ્યા જમણી તરફ આવે એ દેખીતું છે. હવે બીજીવાર એ આવેલ રકમને દશથી ગુણવા અને પછી શબ્દની સંખ્યા ઉમેરવી. આમાં ખાસ એ બાબત નેાંધમાં લેવી જોઇએ કે લીટી અને શબ્દના માટે જે આંકેા ધારવામાં લેવાય તે આંકેા દરેક નવથી વધુ ન હેાવા જોઇએ. દશથી ગુણતાં પ્રથમ ૦ આંક જમણી તરફ વધે. તે સ્થળે લીટી અને શબ્દના આંક આવે એ સ્પષ્ટ છે. માટે જમણી તરફ એકમસ્થાને શબ્દ. અને દશકના અંકસ્થાને લીટીની સંખ્યા. અને ડાબી તરફ જેટલા આંકડા હેાય તે બધા પાનાની સંખ્યા સમજાય.

વધુ ખુલાસાવાર:—

૨૨૫ પાનાંની સંખ્યા ૭ લીટીની સંખ્યા અને ૯ શબ્દની સંખ્યા. રીત ૨૨૫ × ૧૦ = ૨૨૫૦; પછી ૨૨૫૦ + ૭ = ૨૨૫૭; પછી ૨૨૫૭ × ૧૦ = ૨૨૫૭૦; પછી ૨૨૫૭૦ + ૯ = ૨૨૫૭૯.

આ પ્રમાણે છેલ્લે આપણને સંખ્યાનો આંક કહેવામાં આવે તે પ્રમાણે આપણને સામો માણસ કહે છે કે કુલ રકમ ૨૨૫૭૯ થઈ તે ઉપરથી આપણે ઉપર આપેલ ખુલાસા પ્રમાણે ૨૨૫; ૭; ૯; આ રકમના ત્રણ ભાગ પાડ્યા. એટલે એકમસ્થાનની રકમ તે શબ્દ માટે, દશકસ્થાનની રકમ તે લીટી માટે અને બાકી ડાબી બાજુની પૂરી રકમ તે પાના માટે છે.

આ રીત સાદી અને સરળ થઇ. હજુ એને જરા આંટીવાળી બનાવવી હોય તો તેમાં અમુક નિયમે ક્ષેપક ઉમેરવા જોઇએ. અને એવા ક્ષેપક આપણે આપણી મરજી પ્રમાણે દાખલ કરી શકીએ.

આવા દાખલામાં એકવાર ૨૦ ક્ષેપક તરીકે દાખલ કર્યા, વળી બીજીવાર ૫ દાખલ કર્યા. અને એકવાર ૧૦ થી ગુણ્યા. આ રીતે ૨૦ + ૫ = ૨૫ અને ૨૫ x ૧૦ = ૨૫૦ આટલી રકમ ક્ષેપકની થઈ તે આપણે સૌથી છેલ્લે આપણને જે રકમ કહેવામાં આવે છે તેમાંથી બાદ કરીએ છીએ ત્યારે ૨૨૫૭૯ ની રકમ આવીને ઉભી રહે છે.

આવા દાખલાની નવી ઉપજાવી કાઢેલી રીતઃ—

પૃષ્ઠસંખ્યા x ૧૦ + ૯૯ ક્ષેપક + લીટીની સંખ્યા x ૧૦ + શબ્દની સંખ્યા = કુલ સંખ્યા. પછી કુલ સંખ્યા–૯૯૦ (કારણ ક્ષેપક ૯૯ x ૧૦ = ૯૯૦)

ઉદા૦ ૧ લું:–૩ પૃષ્ઠ સંખ્યા, ૪ લીટી સંખ્યા. ૫ શબ્દ સંખ્યા.

હવે ૩ x ૧૦ = ૩૦ પછી ૩૦ + ૯૯ = ૧૨૯; પછી ૧૨૯ + ૪ = ૧૩૩; પછી ૧૩૩ x ૧૦ = ૧૩૩૦; પછી ૧૩૩૦ + ૫ = ૧૩૩૫; આપણને કહેવામાં આવે તે સંખ્યા. ૧૩૩૫ માટે ૧૩૩૫–૯૯૦ = ૩૪૫ માટે ૩; ૪; ૫; જવાબ. નવી રીત.

પૃષ્ઠસંખ્યા x ૧૦ + ૯૯ ક્ષેપક + લીટીસંખ્યા + ૯ હનુમાનના x ૧૦ + શબ્દસંખ્યા = કુલ સંખ્યા. હવે ૯૯ ક્ષેપક + ૯ હનુમાનના

×૧૦ = ૧૦૮૦ બાદ કરવાના માટે કુલ સંખ્યા–૧૦૮૦ = ત્રીજું સ્થાન, બીજું સ્થાન અને પહેલું સ્થાનઃ

૩ × ૧૦ = ૩૦ પછી ૩૦ + ૯૯=(મૂળ રકમમાં ત્રણ સ્થાન.) ૧૨૯: પછી ૧૨૯ + ૪ = ૧૩૩; પછી ૧૩૩ + ૯ = ૧૪૨ પછી ૧૪૨ × ૧૦ = ૧૪૨૦ પછી ૧૪૨૦ + ૫ = ૧૪૨૫ આ ૧૪૨૫ કુલ સંખ્યા માટે ૧૪૨૫–૧૦૮૦ = ૩૪૫ આમાં ૫ શબ્દસંખ્યા, ૪ લીટીની સંખ્યા અને ૩ પાનાની સંખ્યા જવાબ. આ પ્રમાણે ગમે તે રીતે નવા દાખલા કરી શકાય.

દાખલો ૮૧ મો.

આથી અગાઉના દાખલામાં સામા માણસે મનમાં ધારેલ સંખ્યા શોધી કાઢવાની રીતો બતાવી તેમાં દાખલા ૭૯ માં માત્ર બે જ આંકડા શોધવાના છે તેમાં આપણે મુખ્ય રીત ૨ અને ૫ ની લીધી. દાખલા ૮૦ માં ત્રણ રકમો શોધવાની રીત બતાવી. તેમાં ૨ અને ૫ વાળી વિધી. બે વાર કરી હવે જો આપણને ચાર અજ્ઞાત સંખ્યા શોધવાની હોય તો ૨ અને ૫ ની રીત ત્રણવાર કરવી તે માટે નીચેનો દાખલો આપ્યો છે.

દાખલોઃ ૩ પૃષ્ઠની સંખ્યા, ૪ લીટીની સંખ્યા ૫ શબ્દની સંખ્યા અને ૬ અક્ષરની સંખ્યાઃ

૧ લી વારઃ ૩ × ૨ = ૬; પછી ૬ + ૫ = ૧૧; ૧૧ × ૫ = ૫૫; ૫૫ + ૪ = ૫૯: (લીટી.)

૨ જી વારઃ ૫૯ × ૨ = ૧૧૮. ૧૧૮ + ૫ = ૧૨૩; ૧૨૩ × ૫ = ૬૧૫; ૬૧૫ + ૫ = ૬૨૦: (શબ્દ)

૩ જી વારઃ ૬૨૦ × ૨ = ૧૨૪૦; ૧૨૪૦ + ૫ = ૧૨૪૫; ૧૨૪૫ × ૫ = ૬૨૨૫; ૬૨૨૫ + ૬ અક્ષર = ૬૨૩૧: કુલ સંખ્યા ૬૨૩૧ આવ્યા.

હવે એકવાર હોય તો ૨૫ (૨૫ × ૧): બે વાર કરવા હોય

તો ૨૫ × ૧૧ અને ત્રણુવાર હોય તો ૨૫ × ૧૧૧ = ૨૭૭૫ આવે. આ રકમ બાદ કરવાની માટે ૬૨૩૧–૨૭૭૫ = ૩૪૫૬ આવ્યા.

જવાબ ૩ પૃષ્ઠસંખ્યા, ૪ લીટીની સંખ્યા. ૫ શબ્દની સંખ્યા. અને ૬ અક્ષરની સંખ્યા.

દાખલો अ.

દાખલા ૭૯ ના ઉદા૦ ૧ લાના અનુસંધાનમાં. પૃષ્ઠ ૧૭૦.

વ્યાખ્યાઃ ડાબા હાથમાં ૮ અને જમણા હાથમાં ૬ ધારેલા છે.

રીતઃ ૨ જી. ૩ અને ૫ ની મદદ (એટલે ૩ × ૧૫ = ૧૫ બાદ)

ડાબા હાથના ૮ × ૨ = ૧૬: પછી ૧૬ + ૩ = ૧૯ પછી ૧૯ × ૫ = ૯૫ પછી ૯૫ + ૬ = ૧૦૧ આ આંક આપણને સામો માણસ આપણના પૂછવાથી કહે છે તેમાંથી ૧૫ બાદ કરવા. એટલે ૧૦૧–૧૫ = ૮૬ આવ્યા.

જવાબ.

આમાં દશક સ્થાનવાળા ૮ તે ડાબા હાથમાં અને એકમસ્થાનવાળા તે ૬ જમણા હાથમાં.

રીતઃ ૩ જી ૪ અને ૫ ની મદદ (એટલે ૪ × ૫ = ૨૦ બાદ.)

૮ × ૨ = ૧૬: પછી ૧૬ + ૪ = ૨૦: પછી ૨૦ × ૫૦ = ૧૦૦: પછી ૧૦૦ + ૬ = ૧૦૬ આપણા પૂછવાથી સામો માણસ આપણને ૧૦૬ આવ્યા એમ કહે છે. તેમાંથી આપણે આપણા મનમાં ૨૦ બાદ કરવા એટલે આવશે ૮૬.

રીત ૪ થી ૬ અને ૫ ની મદદ એટલે ૬ × ૫ = ૩૦ બાદ.

રીત ૫ મી ૭ અને ૫ ની મદદ એટલે ૭ × ૫ = ૩૫ બાદ.

રીત ૬ ઠ્ઠી ૮ અને ૫ ની મદદ એટલે ૮ × ૫ = ૪૦ બાદ.

રીત ૭ મી ૯ અને ૫ ની મદદ એટલે ૯ × ૫ = ૪૫ બાદ.

આમાંથી જે રીત અનુકૂળ આવે તે સ્વીકારવી, એથી જૂદી જૂદી વખતે નવીનતા લાવી શકાય,

દાખલા ૭૯ ના ઉદા૦ ૨ જાના અનુસંધાનમાં. પૃષ્ઠ ૭૬૯

વ્યાખ્યાઃ ડાબા હાથમાં ૨૭ અને જમણા હાથમાં ૧૫.

રીત ૨ જીઃ ૩ અને ૫ ની મદદ એટલે ૩ × ૫ = ૧૫ બાદ.

૨૭ × ૨૦ = ૫૪૦: પછી ૫૪૦ + ૩ = ૫૪૩: પછી ૫૪૩×૫= ૨૭૧૫: પછી ૨૭૧૫ + ૧૫ = ૨૭૩૦: આ રકમ આપણને સામો માણસ કહી દે. એટલે આપણે આપણા મનમાં ૨૭૩૦ માંથી ૧૫ બાદ કરીએ તો ચોકખી રકમ ૨૭૧૫ આવે. આમાં ડાબા હાથમાં ૨૭ અને જમણા હાથમાં ૧૫ એમ જવાબ કહી દેવો.

એ જ પ્રમાણે ૪ અને ૫ (એટલે ૪ × ૫ = ૨૦ બાદઃ ૬ અને ૫ (એટલે ૩૦ બાદ): ૭ અને ૫ (એટલે ૩૫ બાદ): ૮ અને ૫ (એટલે ૪૦ બાદ). અને ૯ અને ૫ (એટલે ૪૫ બાદ) એમ જૂદી જૂદી જોડીની ખૂબી અજમાવવી.

દાખલા ૭૯ ના ઉદા૦ ૩ જાના અનુસંધાનમાં પૃષ્ઠ. ૧૬૯

વ્યાખ્યાઃ જમણા હાથમાં ૧૭ અને ડાબા હાથમાં ૫.

રીતઃ ૨ જી. ૩ અને ૫ ની મદદ (૩ × ૫ = ૧૫ બાદ).

૫ × ૨૦ = ૧૦૦: પછી ૧૦૦ + ૩ = ૧૦૩: પછી ૧૦૩ × ૫ = ૫૧૫: પછી ૫૧૫ + ૧૭ = ૫૩૨: આ રકમ આપણને કહેવામાં આવી. હવે તેમાંથી આપણે ૧૫ બાદ કર્યા તો ૫૧૭ આવ્યા. હવે ૫ ડાબા હાથમાં અને ૧૭ જમણી બાજુએ જવાબ.

આ પ્રમાણેઃ ૪ × ૫ = ૨૦: ૬ × ૫ = ૩૦: ૭ × ૫ = ૩૫: ૮ × ૫ = ૪૦ અને ૯ × ૫ = ૪૫: એમ જૂદી જૂદી રીત ગોઠવી લેવી.

દાખલા ૭૯ ના ઉદા૦ ૪ થાના અનુસંધાનમાં પૃષ્ઠ. ૧૭૪

વ્યાખ્યાઃ ડાબા હાથમાં ૧૭ અને જમણા હાથમાં ૫. **૩ અને ૫**

રીત ૨ જીઃ—૧૭ × ૨૦ = ૩૪૦. પછી ૩૪૦ + ૩ = ૩૪૩: ૩૪૩ × ૫ = ૧૭૧૫: પછી ૧૭૧૫ + ૫ = ૧૭૨૦ આવ્યા. આમાંથી ૩ × ૫ = ૧૫ બાદ કરવા તે ૨૭૦૫ આવ્યા તેના બે ભાગ કર્યા

(૧૭—૦૫) માટે ૧૭ ડાબા હાથમાં અને ૦૫ એટલે ૫ જમણા હાથમાં જવાબ.

આ રીતે ૪ અને ૫ થી, ૬ અને ૫ થી, ૭ અને ૫ થી, ૮ અને ૫ થી અને ૯ અને ૫ થી, જૂદી જૂદી જ્ઞાનગમ્મત મેળવવી.

દાખલો ब

દાખલા ૮૦ ની વ્યાખ્યા ૧ લીના અનુસંધાનમાં પૃષ્ઠ ૧૭૦.

વ્યાખ્યા ૧ લી પાનાની સંખ્યા ૨૫: લીટીની સંખ્યા ૬ અને શબ્દની સંખ્યા ૭.

રીત ૨ જી: ૩ અને ૫ ની મદદ.

૨૫ × ૨ = ૫૦: પછી ૫૦ + ૩ = ૫૩: પછી ૫૩ × ૫ = ૨૬૫ આમાં ૬ લીટીની સંખ્યા ઉમેરી તો ૨૭૧ થયા. હવે ફરી ૨૭૧ × ૨ = ૫૪૨: પછી ૫૪૨ + ૩ = ૫૪૫: પછી ૫૪૫ × ૫ = ૨૭૨૫. તેમાં શબ્દની સંખ્યા ૭ ઉમેરી તો થયા ૨૭૩૨. આ આંક આપણને સામો માણસ કહે છે. આમાં ૧૫ બાદ કરવાની મૂખ્ય રકમ છે. તેની બે વાર વિધિ થાય છે માટે ૧૫ × ૧૧ = ૧૬૫ બાદ કરવાના છે. ૨૭૩૨ − ૧૬૫ = ૨૫૬૭ આ જવાબના આંક આવ્યા. માટે ૨૫ પાનાની સંખ્યા. ૬ લીટી અને ૭ શબ્દ.

ઉપર જે જૂદી જૂદી ૫ જોડીઓ બનાવી છે, તેની મદદ લઇ નવા દાખલા ઉપજાવી કાઢવા.

દાખલો क

દાખલા ૮૧ ના અનુસંધાનમાં પૃષ્ઠ ૧૭૪.

વ્યાખ્યા: ૩ પૃષ્ઠની સંખ્યા, ૪ લીટીની સંખ્યા, ૫ શબ્દની સંખ્યા અને ૬ અક્ષરની સંખ્યા શોધી કાઢવાની છે.

રીત ૨ જી. ૩ અને ૫ની મદદ લેવાની છે.

૧ લી વાર: ૩ × ૨ = ૬ પછી ૬ + ૩ = ૯: પછી ૯ × ૫ = ૪૫: પછી ૪૫ + ૪ = લીટી ૪૯.

૨ જી વાર : ૪૯ × ૨ = ૯૮: પછી ૯૮ + ૩ = ૧૦૧: પછી ૧૦૧ × ૫ = ૫૦૫: પછી ૫૦૫ + ૫ શબ્દનો આંક = ૫૧૦ આવ્યા.

૩ જી વાર : ૫૧૦ × ૨ = ૧૦૨૦: પછી ૧૦૨૦ + ૩ = ૧૦૨૩. પછી ૧૦૨૩ × ૫ = ૫૧૧૫ + ૬ શબ્દનો આંક = ૫૧૨૧ આવ્યા.

આ આંકડો આપણને કહેવામાં આવે છે. આમાં મૂળ બાદ કરવાની રકમ ૧૫ છે. અને તેના ઉપર ત્રણવાર વિધિ થાય છે. માટે ત્રણવારના ૧૧૧ ને ૧૫ થી ગુણીએ તો ૧૬૬૫ આવ્યા તે ૫૧૨૧ માંથી બાદ કરવા. જેથી આવશે ૩૪૫૬ તેમા ૩ : ૪ : ૫ : અને ૬ છે. તેમને અનુક્રમે પાનાની સંખ્યા, લીટીની સંખ્યા, શબ્દની સંખ્યા અને અક્ષરની સંખ્યા કહેવી.

આ પ્રમાણે બીજી જોડીઓની મદદ લઈ આનંદ ભોગવવો.

દાખલો ૯.

સાઠ સંવત્સરીનો કોઇ પણ આંક શોધી આપવો.

આપણા ઋષિ મૂનિઓએ વખતની ગણત્રીનો એક એવો નિયમ બાંધ્યો છે કે સાઠ સાઠ વરસે ફરીને એનો એ વખત આવે. એક વરસની મુદતને એક સંવત્સર કહી છે: આવી સાઠ સંવત્સર ગણત્રીમાં લીધી છે. વીસ વીસ વરસની મુદતને “ વીસી ” એવી સંજ્ઞા આપી છે. આવી વીસી ત્રણ થાય છે. એક વીસીને “બ્રહ્માની વીસી,” બીજીને “ વિષ્ણુની વીસી ” અને ત્રીજીને “ મહેશની વીસી ” = “શિવની વીસી ”. જેટલો વખત બ્રહ્માની વીસી ચાલે તેટલા વખતમાં જગતમાં મનુષ્યોમાં જન્મપ્રમાણ વધે. વિષ્ણુની વીસી ચાલે તેટલા વખતમાં જગતમાં આબાદી સ્થિર રહે અને શંકરની વીસીમાં જગતમાં સંહાર (નાશ)ના જોર વધે. અત્યારે એમ કહેવાય છે કે સૂર્યની સપાટીપર અમુક પ્રમાણમાં ડાઘો છે. આવા ડાઘો જેટલા પ્રમાણમાં પૃથ્વી તરફ દેખાય તેટલા પ્રમાણમાં પૃથ્વીના વાતાવરણમાં ફેરફાર થાય અને પરિણામે પૃથ્વી ઉપર સુખદુ:ખની અસર થાય. આવા ડાઘો અમુક મુદતના અંતરે પૃથ્વી ઉપર દેખાય છે. આથી સમજી શકાય છે કે જુની માન્યતા અને નવી માન્યતામાં કેટલું મળતાપણું છે.

વ્યાખ્યા:-૧ થી ૬૦ સુધીના આંકમાંથી ગમે તે આંક ધારો તે આંક અમે કહી આપીએ.

ખુલાસો

૧ લો કોઠો						૨ જો કોઠો						૩ જો કોઠો					
૩	૫	૭	૯	૧૧	૧	૩	૬	૭	૧૦	૧૧	૨	૫	૬	૭	૧૩	૧૨	૪
૧૩	૧૫	૧૭	૧૯	૨૧	૨૩	૧૪	૧૫	૧૮	૧૯	૨૨	૨૩	૧૪	૧૫	૨૦	૨૧	૨૨	૨૩
૨૫	૨૭	૨૯	૩૧	૩૩	૩૫	૨૬	૨૭	૩૦	૩૧	૩૪	૩૫	૨૮	૨૯	૩૦	૩૧	૩૬	૩૭
૩૭	૩૯	૪૧	૪૩	૪૫	૪૭	૩૮	૩૯	૪૨	૪૩	૪૬	૪૭	૫૨	૩૮	૩૯	૪૪	૪૫	૪૬
૪૯	૫૧	૫૩	૫૫	૫૭	૫૯	૫૦	૫૧	૫૪	૫૫	૫૮	૫૯	૪૭	૫૩	૫૪	૫૫	૬૦	૧૩

૪ થો કોઠો						૫ મો કોઠો						૬ ઠ્ઠો કોઠો.					
૯	૧૦	૧૧	૧૨	૧૩	૮	૧૭	૧૮	૧૯	૨૦	૨૧	૧૬	૩૩	૩૪	૩૫	૩૬	૩૭	૩૨
૧૪	૧૪	૨૪	૨૫	૨૬	૨૭	૨૨	૨૩	૨૪	૨૫	૨૬	૨૭	૩૮	૩૯	૪૦	૪૧	૪૨	૪૩
૨૮	૨૯	૩૦	૩૧	૪૦	૪૧	૨૮	૨૯	૩૦	૩૧	૪૮	૪૯	૪૪	૪૫	૪૬	૪૭	૪૮	૪૯
૪૨	૪૩	૪૪	૪૫	૪૬	૪૭	૫૦	૫૧	૫૨	૫૩	૫૪	૫૫	૫૦	૫૧	૫૨	૫૩	૫૪	૫૫
૫૬	૫૭	૫૮	૫૯	૬૦	૧૩	૫૬	૫૭	૫૮	૫૯	૩૦	૬૦	૫૬	૫૭	૫૮	૫૯	૬૦	૪૧

હવે ધારો કે આપણે ૩૭ નો આંક મનમાં ધાર્યો. તે શી રીતે શોધી શકાય ? હવે ૩૭ નો આંક ૧ લા કોઠામાં, બીજી વાર ૩૭ નો આંક ૩ જા કોઠામાં છે અને ૬ ઠ્ઠા કોઠામાં છે. હવે એ ત્રણ કોઠાની જમણી તરફ ખૂણામાં સૌથી ઉપરની હારમાં જે આંકડા હોય તેનો સરવાળો કરી લેવો. જુઓ કે પહેલા કોઠામાં ૧ છે. પછી ત્રીજા કોઠામાં ૪ છે. અને છઠ્ઠા કોઠામાં ૩૨ છે. હવે એ ત્રણેનો સરવાળો ૧ + ૪ + ૩૨ = ૩૭ થયા.

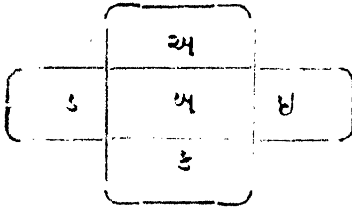
દાખલો ૮૨ મો.

તમારા મનમાં તમારા નામથી અમુક રૂપીઆ ધારો, એટલા રૂપીઆ અમારા ધારો. એ બે રકમોનો સરવાળો કરો. અને તેમાં ૧૨

રૂપીઆ ધર્મના ઉમેરો. હવે જે રૂપીઆ થાય તેના અડધા કરો એટલે અડધા બીજા ખરચી નાખો. અને એક અડધામાંથી તમારા લઇ લ્યો. હવે તમારા પાસે કેટલા રહ્યા તે અમે કહી આપીશું.

જવાબ ૬ રહ્યા.

આ દાખલો બહુ જ સહેલો છે. કારણ આમાં ધર્મના જેટલા કહ્યા હોય તેના અડધ જવાબ આવે. આવા દાખલા શરૂઆતના બાળક વિદ્યાર્થીઓ માટે છે.



વ્યાખ્યા : હવે બ ખંડમાં તમો ગમે તે એક આંક મૂકો. પછી અ અને ક માં ગમે તે આંક મૂકો. એ ત્રણેનો સરવાળો કરો પછી ડ અને ઇ માં ગમે તે આંકો મૂકો અને ડ બ અને ઇ એ ત્રણેનો સરવાળો કરો. પછી અ, બ, ક નો અને ડ, બ, ઇ નો સરવાળો બે સાથે મેળવો. હવે અ, ડ, ક, અને ઇ નો સરવાળો કરી ઉપર કહેલા સરવાળામાંથી બાદ કરો. હવે સામા પક્ષવાળાને પૂછો કે એ બાદબાકીનો જવાબ શું આવ્યો. જે કહેવામાં આવે તેના અડધા કરો. તે આંક એમણે વચલા ખંડ બ માં મૂક્યો હતો એમ જાણવું.

ધારો બ માં ૩ મૂકે છે પછી અ માં ૪ અને ક માં ૫ માટે ૩ + ૪ + ૫ = ૧૨ હવે ડ માં ૬ અને ઇ માં ૭ માટે ૬ + ૩ + ૭ = ૧૬ હવે ૧૨ + ૧૬ = ૨૮ મોટી રકમ અને અ, ડ, ક અને ઇ ના અનુક્રમે ૪ + ૬ + ૫ + ૭ = ૨૨ નાની રકમ માટે ૨૮ − ૨૨ = ૬ હવે ૬ ના અડધા ૩ તે જવાબ

દાખલો ૮૩ મો

તમારા મનમાં ૧ રૂપીઆની અમુક નારંગી ધારો. એકેકના ચાર કટકા અને એકેક કટકામાંથી ચચ્ચાર બીજ કાઢો, દરેક બીજને

જમીનમાં વાવી ઝાડ ઉગાડો અને દરેક ઝાડ ઉપરથી એકેક નારંગી ઉતારો. હવે જેટલી નારંગી થાય તે બધી તમારા મનમાં ધારેલ ભાવ પ્રમાણે વેંચી નાંખો. હવે તમને જે લાભ થયો તે કહું ? સામો માણસ કહેશે કે હા ભલે કહો ત્યારે કહી દેવું કે તમને રૂપીઆ ૧૫ નો લાભ થયો જવાબ.

ખુલાસો

આમાં મૂળ નારંગીના ૪ ભાગ થાય છે. ફરી એકેક કટકામાંથી ચાર બીજ નીકળે છે. બીજ જેટલા ઝાડ એટલે ફળ = નારંગી આવે. આ પ્રમાણે ૧ ના ૧૬ ગણા થયા છે. આપણુને ૧ શરૂઆતમાં ખરચ થાય છે, તે ૧૬ માંથી બાદ કરતાં બાકી ૧૫ રહ્યા. માટે ૧૫ લાભ થયો એ જવાબ.

હવે સ્પષ્ટ ખુલાસો:—

ધારો ૧ રૂપીઆની ૮ નારંગી. તેના ચાર કટકા કર્યાં તો થયા ૩૨. ફરી ૩૨ ના ૪ ગણા થયા ૧૨૮. (આટલા ઝાડ થયા અથવા એટલી નારંગી ઉપજી.) હવે ૧ રૂપીઆની ૮ લેખે વેંચી નાંખે તો ૧૬ રૂપીઆ મળે. આપણે ૧ રૂપીઓ ખરચ્યો માટે ૧૬ − ૧ = ૧૫ રૂપીઆ બચ્યા. માટે જવાબ ૧૫ રૂપીઆ.

દાખલો ૮૪ મો:

તમારા મનમાં ૧ રૂપીઆના અમુક (તમારી ઇચ્છામાં આવે તેટલા) લીંબુ ધારો. તેના બે ભાગ કરો. દરેક ભાગમાંથી ત્રણ બીજ કહાડો. દરેક બીજને જમીનમાં વાવીએ તો એક ઝાડ થાય, પછી એકેક ઝાડને ચાર ચાર ડાંખળી અને એકેક ડાંખળીમાં પાંચ પાંચ લીંબુ થયાં એ બધા લીંબુ પ્રથમના ધારેલા ભાવ પ્રમાણે વેંચી નાંખો. એ વેપારમાં તમોને જે નફો થયો તે અમે કહી શકીશું. (તમોને નફો ૧૧૯ રૂપીઆ થયો.)

ખુલાસો.

તમોએ ૧ રૂપીઆના ૪ લીંબુ લીધા, તેના ૨ ભાગ કર્યા તો થયા ૮ પછી દરેકમાંથી ત્રણ ત્રણ બીજ કાઢયા. તો થયા ૨૪ તેટલા જ ઝાડ થયા. તે દરેકની ૪ ડાંખળી એટલે ૯૬ આવ્યા. દરેકમાંથી ૫ લીંબુ ઉતર્યા તો (૯૬ × ૫) = ૪૮૦ થયા. આપણે ૧ રૂપીઆના ૪ લીંબુ વેંચ્યા. તો આપણને ૧૨૦ રૂપીઆ મળ્યા. આપણને ૧ રૂપીઓ ખરચ થયો હતો, તે આ ૧૨૦ માંથી બાદ કરવાથી ચોક્ખો નફો ૧૧૯ રૂપીઆ થયો.

ચાવીઃ—આમાં મૂળ અજ્ઞાત સંખ્યાના પ્રથમ બમણા પછી ત્રણગણા પછી ચારગણા અને પછી પાંચગણા થાય એટલે (૨ × ૩ × ૪ × ૫) = ૧૨૦ ગણા થયા. તેમાં પ્રથમ આપણને ૧ ખરચ થએલ તે આપણે ૧૨૦ માંથી બાદ કરીએ તો ૧૧૯ રહે માટે જવાબ ૧૧૯ રૂપીઆ લાભ થયો.

દાખલો ૮૫ મોઃ

બાર મહીનામાંથી ગમે તે એક મહીનો ધારો. હવે પહેલો મહીનો જુન, બીજો જુલાઇ. એ ક્રમ પ્રમાણે તમારા મનમાં ધારેલ મહીનાનો જે નંબર આવે તે તમારા મનમાં યાદ રાખો (અમારાથી ગુપ્ત રાખો) તે આંકમાં ૧૭ ઉમેરો અને પછી ૧૨ બાદ કરો બાકી જે શેષ વધે તે કહો તે ઉપરથી તમોએ જે મહીનો ધાર્યો હશે તે હું કહી આપીશ.

ખુલાસો.

સામો માણસ "૧ શેષ વધ્યો" એમ કહે તો તેણે જાન્યુવારિ મહીનો ધાર્યો છે એમ કહેવું. બે વધે તો ફેબ્રુવારિ અને ૦ વધે તો ડીસેમ્બર એમ સમજવું.

દાખલો ૮૬ મો.

મીંડાં વગરની કોઇ પણ સંખ્યા તમારા મનમાં ધારો. તેને ૯થી ગુણો. ગુણાકારના જવાબમાં જે આંકડા આવે તેમાંથી તમારી મર-

જીમાં આવે તે એક આંક છૂપાવી રાખેા. અને બાકીના જે આંકડા રહ્યા હોય તે સઘળાનેા સરવાળેા અમને કહેા. તે ઉપરથી તમેાએ જે આંક છૂપાવ્યેા હશે તે અમે તમને કહી આપશું.

ખુલાસેા

કેાઈપણ રકમને ૯ થી ગુણીએ તેા ગુણાકારના જવાબમાં જે જે આંકડા આવે તે તે બધા આંકડાનેા સરવાળેા ૯ થાય. હવે જે આંકડેા છુપાવ્યેા હેાય તે આંકડેા નવમાં ખૂટતેા દેખાઇ આવે. એટલે તે આંક તરત કહી દેવેા. હવે આંકડેા છુપાવ્યા પછી સરવાળેા ૯ કહેવામાં આવે ત્યારે કાંતેા ૦ શૂન્ય છૂપાવેલ છે અથવા ૯ છૂપાવેલ છે એમ કહેવું

ઉદા૦—૧. ધારેા. ૧૨૩ રકમ છે. તેને ૯ થી ગુણીએ તેા ગુણાકારનેા જવાબ ૧૧૦૭ આવે. આમાંથી ૦ છૂપાવ્યેા, બાકીના આંકડાનેા સરવાળેા ૯ કહેવામાં આવે તેા આમાંથી ૦ છૂપાવેલ છે એમ કહેવું.

ઉદા૦ ૨ :–૧૩૩ × ૯ = ૧૧૯૭ : હવે આમાંથી ૯ છૂપાવ્યા. અને બાકીના આંકડાનેા સરવાળેા ૯ કહ્યો. આમાં ૯ છૂપાવ્યા એમ સ્પષ્ટ થાય છે.

આ બે દાખલામાં. જવાબ બે કહેવા. કાં તેા ૯ છૂપાવ્યા છે અને કાં તેા ૦ છૂપાવેલ છે. કારણ જ્યારે ૯ બાકી રહે એમ હેાય ત્યારે આટલી મુસ્કેલી આવે છે. પરંતુ બીજા આંક હેાય તેા આટલી અડચણ આવતી નથી. જેમકે ૧૧૯૭ છે તેમાંથી ૭ છૂપાવ્યેા અને બાકીના આંકડાનેા સરવાળેા કરીએ તેા ૧૧ આવ્યા. ફરી ૧૧ ના બે આંકડાનેા સરવાળેા કરેા તેા ૨ આવ્યા. આ રીતે આપણને કહેવામાં આવે કે સરવાળેા ૧૧ આવ્યેા એટલે આપણે તરત ૧૧ ના ૨ સમજી. નવમાંથી ૨ બાદ કર્યા તેા બાકી ૭ રહ્યા. માટે ૭ નેા આંકડેા છૂપાવ્યેા છે એમ કહેવું.

દાખલો ૮૭ મો.

મીંડા વગરની એક રકમ ધારો. તમોએ ધારી હોય તેના દોઢા કરો. પછી બમણા કરો, પછી ત્રણગણા કરો, જે ગુણાકારનો જવાબ આવે, તેમાંથી ગમે તે આંક છૂપાવી રાખો અને બાકીના આંકવાળી રકમ અમને કહી આપો. જ્યાં આંક છૂપાવ્યો હોય તે સ્થળ માટે ત્યાં જગ્યા ખાલી રાખો અમો તમને તમારી ધારેલી રકમ કહી આપશું.

ખુલાસો

ઉદા૦–સામો માણસ આપણને ૧૧૧૦ × રકમ કહે છે. જ્યાં આ × નિશાની છે, તે આંક તેણે છૂપાવેલ છે. છૂપાવેલ આંક એકમ સ્થાને છે. હવે જે આંકડા છે તેનો સરવાળો ૩ થાય છે. હવે ૯ માંથી આ ૩ ને બાદ કરવા. બાકી આવશે ૬ તે ૬ ને એકમસ્થાને મૂકવા. એટલે આખી રકમ ૧૧૧૦૬ આવશે. આ રકમને ૯ થી ભાગવા એટલે આવશે. ૧૨૩૪. આ રકમ તમોએ ધારી હતી. તે જવાબ. (કારણ વ્યાખ્યામાં કહ્યું છે કે દોઢા કરો, પછી બમણા કરો પછી ત્રમણા કરો એટલે જે રકમ તમોએ ધારી છે તેના ૯ ગણા કરો. જ્યાં નવગણા કરવાની વાત આવે ત્યાં જવાબમાં આવેલ બધા આંકડાનો સરવાળો નવ આવે જ. આ એક રીત થઇ હવે ૨જી રીત.

હવે. સામો માણસ આપણને ૧૧૧ × ૬ આ પ્રમાણે રકમ કહે છે જો આપણે × આ ખાલી સ્થળે ૦ કલ્પીએ તો મૂળ રકમ ૧૨૩૪ થાય. પણ જો આ × સ્થળે ૯ કલ્પીએ તો આખી રકમ ૧૧૧૯૬ થાય પછી ૧૧૧૯૬ ÷ ૯ તો જવાબ ૧૨૪૪ આવે. જ્યાં આવી મુશ્કેલી આવે ત્યાં સમયસૂચકતા વાપરવી એ જવાબ કહી દેવા.

દાખલો ૮૮ મો.

તમારા મનમાં એક રકમ ધારો, હવે એ રકમમાં જેટલા આંકડા હોય તેનો સરવાળો કરો, જે સરવાળો આવે તે તમારી ધારેલ રકમ-

માંથી બાદ કરો. જે બાદબાકી આવે તેમાંથી એક આંક છૂપાવી રાખો અને બાકીની રકમ અમારી પાસે જાહેર કરો. એટલે અમે કહી આપશું કે આપે કયો આંકડો છૂપાવ્યો છે.

ખુલાસો

સામો માણસ ૧૨૩૪૫૬૭ ની રકમ ધારે છે. હવે એ બધા આંકડા ૧ + ૨ + ૩ + ૪ + ૫ + ૬ + ૭ = ૨૮ આવ્યા. તે ૧૨૩૪૫૬૭= માંથી બાદ કરીએ તો આવશે ૧૨૩૪૫૩૯. હવે એમાંથી ૧૨૩ × ૫૩૯ એવી રીતે રકમ કહેવામાં આવે. એટલે આપણે એ બધા આપેલ આંકડાનો સરવાળો આપણા મનમાં કરવો તે સરવાળો ૨૩ આવશે. ફરી ૨ અને ૩ નો સરવાળો ૫ આવશે. આ ૫ ને ૯માંથી બાદ કરવા. એટલે ૪ આવશે. હવે જાહેરમાં કહી દેવું કે તમોએ ૪ નો આંકડો છૂપાવ્યો છે.

સરખી ભાગીદારીના સહેલા દાખલા

દાખલો ૮૯.

अ, ब, क, એ નામના ત્રણ છોકરા બજારમાંથી અમુક સંખ્યાની પાકી કેરી લઇ આવ્યા. કામ પ્રસંગે ત્રણેને બહાર જવું પડયું. જતી વખતે એમણે ઠરાવ કર્યો કે આપણામાંથી જે કોઇ જ્યારે આવે ત્યારે તેણે પોતાના ભાગની ૧/૩ કેરી (પોતાના ત્રીજા ભાગની) ખાઈ લેવી. આ પ્રમાણે પ્રથમ **अ** આવ્યો, તેણે જેટલી કેરી હતી. તેમાંથી પોતાના ત્રીજા ભાગની કેરી ખાઇ ગયો. ત્યારપછી **ब** આવ્યો હવે જે સંખ્યા બાકી રહી તેમાંથી ત્રીજા ભાગની (એટલે જેટલી કેરી હતી તેના ત્રીજા ભાગની) ખાઇ ગયો. પછી **क** આવ્યો. જે કેરીઓ હતી, તેમાંથી ત્રીજા ભાગની તેણે ખાધી. છેલ્લે ત્રણે જણા સાથે આવ્યા. અને જે સંખ્યા બાકી રહી હતી તેમાંથી સરખા ત્રણ ભાગ કરી. ત્રણ જણાએ આપસમાં વહેંચી કેરી ખાઈ ગયા. કહો ત્યારે કુલ કેરી કેટલી અને દરેકને મળી કેટલી ?

(આમાં પૂર્ણાંક આંકનો જવાબ લઇ આવવો.) કુલ સંખ્યા સૌથી નાનામાં નાની આવવી જોઇએ.

ખુલાસો

આ દાખલામાં અમુક સંખ્યાના સરખા ત્રણ ભાગ ચાર વાર થાય છે (કારણ પ્રથમ **अ**, **ब** અને **क**. દરેક જણ જૂદા જૂદા આવે છે અને ત્રીજે ત્રીજે ભાગ લઇ જાય છે અને ચોથી વાર ત્રણે જણા સાથે મળી, બચત રકમના ત્રણ સરખા ભાગ પાડે છે.) માટે ૩ ની રકમને ૩ થી ૪ વાર ગુણવા (૩ × ૩ × ૩ × ૩ = ૮૧) એટલે આવ્યા ૮૧. માટે કુલ કેરીની સંખ્યા ૮૧. હવે દરેકને કેટલી મળી તે તપાસીએ.

अ: પ્રથમ **अ** ને ૮૧ નો ૩ જો ભાગ ૨૭ મળી. બાકી રહી ૫૪.
ब: પ્રથમ **ब** ને ૫૪ નો ૩ જો ભાગ ૧૮ મળી. બાકી રહી ૩૬.
क: પ્રથમ **क** ને. ૩૬ નો ૩ જો ભાગ ૧૨ મળી. બાકી રહી ૨૪.

હવે બીજી વાર ૨૪માંથી ત્રણે જણાએ સરખે ભાગે વહેંચી લીધી એટલે દરેકને આઠ આઠ મળી માટે જવાબ કુલ ૮૧ કેરી.

	अ	ब	क
પ્રથમ મળી	૨૭	૧૮	૧૨
બીજીવાર મળી	૮	૮	૮
કુલ	૩૫	૨૬	૨૦

દાખલો ૯૦ મો.

अ, **ब**, **क** અને **ड**, એ ચાર ચોર એક શ્રીમંતના ઘરમાંથી રૂપીઆ ચોરી લાવ્યા. રાત્રીનો સમય હોતાં, તેઓ એક નિર્ભય સ્થળે રોકાયા. આમાંથી ત્રણ જણ સુતા અને એક **अ** ચોકી કરવા રોકાયો. બધાને ઉંઘતા જોઇ ધન દેખી તેનું મન ચળાયમાન થયું. જેટલા રૂપીઆ હતા તેમાંથી ચોથા ભાગના રૂપીઆ પોતાના સમજી લઇ લીધા. બીજીવાર **ब** નો ચોકી કરવાનો વારો આવ્યો. તેણે પણ

પડેલ રકમમાંથી ચેાથા ભાગની રકમ પેાતાની સમજી લઇ લીધી. આ પ્રમાણે **क** ને અને પછી **ड** ને વારે આવ્યેા. દરેક જણાએ જેટલા રૂપીઆ રહેતા આવ્યા. તેમાંથી ચેાથા ભાગના રૂપીઆ ઉપર પેાતાનેા હક સમજી લઇ લીધા. અંદરખાને બધાના મનમાં ચેારી (લુચ્ચાઇ) એટલે સૌ કાળજીથી ઉઠયા અને જાણે કાંઇ બન્યું નથી એ રીતે બાકી બચેલ રૂપીઆના સરખા ચાર ભાગ પાડી, એકેક ભાગના રૂપીઆ દરેક જણાએ લીધા. કહેા ત્યારે કુલ રૂપીઆ કેટલા અને દરેકને મળ્યા કેટલા ? કુલ સંખ્યા નાનામાં નાની લાવવી.

ખુલાસેા જવાબ પૂર્ણાંકમાં લાવવેા.

આથી આગળના દાખલાની માફક આમાં અમુક સંખ્યાના ચાર ચાર સરખા ભાગ પાંચ વાર થાય છે. માટે ચારને ચારથી પાંચ વાર ગુણવા. એટલે ૪ ના પાંચ ઘાત કરવા. (૪ × ૪ × ૪ × ૪ × ૪ = ૧૦૨૪.) આ ૧૦૨૪. એ ચેારી લાવેલ રૂપીઆની સંખ્યા હતી એમ સમજવું.

अ પ્રથમ	**अ** એ ૧૦૨૪ નેા	ચેાથેા ભાગ	૨૫૬ રૂ.	લીધા,	બાકી ૭૬૮	વધ્યા.
ब ,,	**ब** એ ૭૬૮ નેા	,, ,,	૧૯૨ રૂ.	,,	,, ૫૭૬	,,
क ,,	**क** એ ૫૭૬ નેા	,, ,,	૧૪૪ રૂ.	,,	,, ૪૩૨	,,
ड ,,	**ड** એ ૪૩૨ નેા	,, ,,	૧૦૮ રૂ.	,,	,, ૩૨૪	,,

પાંચમીવાર ૩૨૪ રૂપીઆના ચાર સરખા ભાગ કર્યા તેા ૮૧ આવ્યા. એ ૮૧ રૂપીઆ દરેક જણાએ બીજીવાર લીધા.

	अને		**ब**ને		**क**ને		**ड**ને		
પહેલીવાર	૨૫૬		૧૯૨		૧૪૪		૧૦૮		રૂ. મળ્યા.
બીજીવાર	૮૧		૮૧		૮૧		૮૧		રૂ. મળ્યા.
આ રીતે કુલ	૩૩૭	+	૨૭૩	+	૨૨૫	+	૧૮૯	=	૧૦૨૪

જવાબ કુલ રૂ. ૧૦૨૪. તેમાંથી **अ**ને મળ્યા ૩૩૭, **ब**ને મળ્યા ૨૭૩ **क**ને મળ્યા ૨૨૫ અને **ड**ને મળ્યા ૧૮૯.

આવા દાખલામાં ચોકખી રીતે ઘાત કરવાના છે. જેટલા ભાગીદાર તેટલા આંક લેવા. પછી તેમાં ૧ ઉમેરીએ તો જે આંક આવે એ આંક જેટલીવાર ગુણાય. જો પાંચ ભાગીદાર હોય તો પાંચનો ૭ ઘાત કરવો. ૭ ભાગીદાર હોય તો ૭ના સાત ઘાત કરવા. એ પ્રમાણે સમજી લેવું. આ પ્રમાણે જેટલા દાખલા કરવા હોય તેટલા કરી લેવા. આ માટે જો આંકડાની જરૂર પડે તો ઘાત પ્રકરણમાં ઘાતનો બનાવેલ કોઠો જોઇ લેવો. (દાખલો ૩૬ મો)

સરખી ભાગીદારીના અઘરા દાખલા પ્રકાર ૧ લો.

દાખલો ૯૧ મો.

ત્રણ જણા **अ**, **ब** અને **क**, રસ્તે ચાલ્યા જતા હતા. તેમને રસ્તામાં મોતીની એક માળા મળી. બહુએ તપાસ કરી પણ માળાનો ધણી પાધરો થયો નહીં. છેવટે નાઇલાજ થઇ, તેઓ ધર્મશાળામાં આવીને ઉતર્યા. રાત પડી ગઇ હતી, જેથી સૂર્ય ઉગ્યા પછી મોતી વહેંચી લેવાનો ઠરાવ કરી બે જણા સુતા અને **अ.** જાગીને ચોરી કરવા બેઠો. બન્નેને સુતેલા જોઇ **अ** એ માળાના મોતીના ત્રણ સરખા ભાગ પાડ્યા તો ૧ મોતી વધ્યું. તેથી **अ** એ ત્રીજા ભાગનાં મોતી અને ૧ વધ્યું તે પોતાના ભાગનાં સમજી ખીસામાં સેરવી દીધાં. પછી આવ્યો **ब** નો વારો, એ વખતે બચેલ મોતીનાં ત્રણ સરખા ભાગ પાડ્યા તો વળી ૧ મોતી વધ્યું, તે સઘળાં **ब** એ પોતાના ભાગનાં સમજી પોતાના ખીસામાં સેરવી દીધાં. હવે આવ્યો **क** નો વારો. તેણે પણ તેના વખતમાં જેટલાં મોતી હતાં, તેના ત્રણ સરખા ભાગ પાડ્યા તો વળી ૧ મોતી વધ્યું. જેથી **क** એ પણ ત્રીજા ભાગના મોતી સાથે ૧ વધારાનું મોતી પોતાના ભાગમાં સમજી ખીસામાં સેરવી દીધાં. ત્રણેનાં મનમાં કળીયુગ હતો તેથી બધા ડોળ ઘાલી છેલ્લે સાથે મળી બચેલ મોતીના ત્રણ સરખા ભાગ પાડ્યા તો વળી ૧ મોતી વધ્યું. આ વધેલ મોતી ધર્મશાળાના રખેવાળને

આપી દીધું અને બાકીનાં મોતી ત્રણે જણાએ સરખે ભાગે વહેંચી લીધાં. કહો ત્યારે કુલ મોતીની સંખ્યા કેટલી અને દરેકને મળ્યાં કેટલાં ? જવાબ પૂર્ણાંકમાં લઇ આવવો. અને તે સંખ્યા સૌથી નાનામાં નાની લાવવી.

ખુલાસો.

આગળના બે દાખલા કરતાં આ દાખલામાં વ્યાખ્યા જૂદી છે. કારણ આમાં જેટલી જેટલી વાર રકમના ભાગ થાય તેટલી તેટલી વાર એકેક વધ્યા કરે છે.

આ માટે એવો નિયમ છે કે જેટલા ભાગીદાર કહ્યા હોય તે સંખ્યાથી ૧ વધુ જેટલા ઘાત થાય એટલે આગળના દાખલાની રીત પ્રમાણે ઘાત કરવા. એટલે ત્રણ ભાગીદાર છે માટે ત્રણના ચાર ઘાત કરવા. એટલે ૩ × ૩ × ૩ × ૩ = ૮૧ આવે. હવે જેટલા ભાગીદાર હોય તેનાથી ૧ કમી. જેટલા આંક આ ૮૧ માંથી બાદ કરો એટલે ૮૧–૨ = ૭૯. હવે કુલ મોતીની સંખ્યા ૭૯ સમજવી.

પહેલીવારની વહેંચણી.

અ ને ૭૯ ના ત્રીજા ભાગના ૨૬ અને ૧ વધારે એટલે ૨૭ મળે બાકી ૫૨ વધે.

બ ને ૫૨ માંથી ત્રીજા ભાગના ૧૭ અને ૧ વધારાનો એમ ૧૮ મળે. બાકી ૩૪ વધે.

ક ને ૩૪ ના ત્રીજા ભાગના ૧૧ અને ૧ વધારાનો એમ ૧૨ મળે. બાકી ૨૨ વધે.

બીજીવારની વહેંચણી.

છેલ્લે ૨૨ વધ્યા તેના ત્રણ સરખા ભાગ પાડીએ તો ૭ થાય અને ૧ વધે તે રખેવાળને અપાય છે. હવે તારીજ

अ ને	પહેલીવાર	૨૭	મળે	અને	બીજીવાર	૭	મળે	એમ	એકંદર	૩૪ મળે
ब ને	,,	૧૮	,,	,,	,,	૭	,,	,,	,,	૨૫ મળે
क ને	,,	૧૨	,,	,,	,,	૭	,,	,,	,,	૧૯ મળે
અને ધર્મશાળાના રખેવાળને ૧ મળે								,,	,,	૧
								કુલ સંખ્યા		૭૯

ઉદા૦ ૧ લું:—

વ્યાખ્યા બધી લગભગ એની એ સમજવી. પણ ભાગ પાડતાં દરેક વખતે ઉપરના દાખલામાં જ્યાં એકેક વધે છે એમ કહેવામાં આવ્યું છે ત્યાં બબે વધે છે એમ સમજવું. કહો ત્યારે આ દાખલામાં મોતીની કુલ સંખ્યા કેટલી અને દરેકને મળે કેટલાં? કુલ સંખ્યા સૌથી નાની પૂર્ણાંકમાં લાવવી.

ખુલાસો.

ચાલુ નિયમ પ્રમાણે એકવાર ૮૧ ની સંખ્યા માનવી. ઉપરના દાખલામાં એકેક દરેક ભાગ પાડતી વખતે વધે છે જેથી આપણે ૮૧ માંથી ૨ બાદ કર્યા. આ વ્યાખ્યામાં બબે દરેક ભાગ પાડતી વખતે વધે છે માટે ૨ × ૨ = ૪ મૂળ ૮૧ માંથી બાદ કરવા જેથી ૭૭ કુલ મોતીની સંખ્યા સમજવી.

પહેલીવારની વહેંચણી.

अ. પ્રથમ ૭૭ છે. માટે એમાંથી ૨ અલગ કહાડીએ તો બાકી ૭૫ રહે તેના ત્રીજા ભાગના ૨૫ થાય જેથી **अ** ને ૨૫ અને ૨ એટલે ૨૭ મળે છે. બાકી ૫૦ બચે છે.

ब. પ્રથમ ૫૦ છે તેમાંથી ૨ અલગ લઇએ તો બાકી ૪૮ રહે જેથી ત્રીજા ભાગના ૧૬ અને ૨ વધારાના એમ કુલ ૧૮ મળે છે અને બાકી ૩૨ વધે છે.

क. પ્રથમ ૩૨ છે. તેમાંથી ૨ કહાડી નાંખીએ તો ૩૦ રહે જેથી ત્રીજા ભાગના ૧૦ અને ૨ વધારાના એમ કુલ ૧૨ મળે છે અને બાકી ૨૦ વધે છે.

બીજીવારની વહેંચણી.

આ વખતે ૨૦ નંગ છે. તેમાંથી ૨ વધારાના રખેવાળને અપાય છે બાકી ૧૮ રહે છે તેના ત્રણ સરખા ભાગ પાડીએ તો દરેકને ૭ ૭ મળે છે.

તારીજ.

अ ને	પ્રથમવાર	ર૭	મળે	અને	બીજીવાર	૬	મળે	એમ	કુલ	૩૩	મળે
ब ને	,,	૧૮	,,	,,	,,	૬	,,	,,	,,	૨૪	,,
क ને	,,	૧૨	,,	,,	,,	૬	,,	,,	,,	૧૮	,,
રખેવાળને વધારાના ૨ મોતી મળે છે.								,,	,,	૨	,,
								કુલ એકંદર		૭૭	મોતી.

દાખલો ૯૨ મો.

વ્યાખ્યા ૧ **अ**, **ब**, **क**, **ड** અને **इ**. એમ પાંચ જણા વચ્ચે અમુક સંખ્યામાં રૂપીઆ મળ્યા. એ રૂપીઆ એમણે ત્રીજોરીમાં સાચવી રાખ્યા. ત્રીજોરીને લાગુ પડે એવી ચાવી દરેક જણા પાસે હતી. કામ પ્રસંગે પાંચ જણા બહાર ગયા. હવે પ્રથમ **अ** આવ્યો, તેણે ત્રીજોરી ખોલી. રૂપીઆના પાંચ સરખા ભાગ પાડ્યા તો ૧ રૂપીઓ વધ્યો જેથી ૧ વધારાનો અને પાંચમા ભાગના રૂપીઆ પોતાના સમજી લઇ લીધા. પછી આવ્યો **ब**. એ વખતે ત્રીજોરીમાં જેટલા રૂપીઆ હતા તેના પાંચ સરખા ભાગ પાડ્યા તો વળી ૧ રૂપીઓ વધ્યો તેથી **ब** એ એ એક વધારાનો રૂપીઓ અને પાંચમા ભાગના રૂપીઆ પોતાના સમજી લઇ લીધા પછી ક્રમવાર **क**, **ड** અને **इ** ના વારા આવ્યા એ ત્રણે જણાનો જે વખતે વારો આવે ત્યારે જેટલી સંખ્યા હોય તેના સરખા પાંચ ભાગ પાડે ત્યારે ૧ વધે જેથી દરેક જણ ૧ વધારાનો અને પાંચમા ભાગના રૂપીઆ મળી લઇ લે છે. સૌથી છેલ્લે જે રકમ બચે તેના પણ પાંચ સરખા ભાગ પાડે ત્યારે પણ ૧ રૂપીઓ વધે છે તે વધારાનો ૧ રૂપીઓ ધર્માદા

ખરચી નાંખે છે અને બાકીની રકમ સરખે ભાગે વહેંચી લે છે. કહો ત્યારે કુલ રૂપીઆ કેટલા અને દરેકને મળ્યા કેટલા? આમાં અપૂર્ણાંકનો આંકડો ન આવવો જોઇએ બધાને પૂર્ણાંક રકમ મળે છે. કુલ સંખ્યા સૌથી નાની લાવવી.

ખુલાસો.

આપણા ચાલુ નિયમ પ્રમાણે પાંચ ભાગીદાર છે માટે $(૫)^૬$ ના ઘાત કરવા એટલે ૫ × ૫ × ૫ × ૫ × ૫ × ૫ = ૧૫૬૨૫ સંખ્યા આવે. આમાં ૧ વધે છે. માટે ભાગીદાર ૫ માંથી ૧ બાદ કરીએ તો ૪ આવે માટે ૧૫૬૨૫–૪ = ૧૫૬૨૧ એ સંખ્યા રૂપીઆની સમજવી.

પહેલીવારની વહેંચણી.

अ. કુલ રૂપીઆ ૧૫૬૨૧ માંથી ૧ વધારાનો કહાડી નાંખીએ એટલે ૧૫૬૨૦ રહ્યા. તેના પાંચમા ભાગના ૩૧૨૪ થાય. જેથી **अ** ને ૩૧૨૪ + ૧ મળે છે. બાકી ૧૨૪૯૬ વધે છે.

ब. કુલ રૂ. ૧૨૪૯૬ માંથી ૧ જાય બાકી ૧૨૪૯૫ રહે તેના પાંચમા ભાગના ૨૪૯૯ થાય જેથી **ब** ને ૨૪૯૯ + ૧ = ૨૫૦૦ મળે અને બાકી ૯૯૯૬ રહે છે.

क. કુલ ૯૯૯૬ માંથી ૧ જાય બાકી ૯૯૯૫ રહે. તેના પાંચમા ભાગના ૧૯૯૯ થાય જેથી **क** ને ૧૯૯૯ + ૧ = ૨૦૦૦ મળે અને બાકી ૭૯૯૬ વધે.

ड. કુલ ૭૯૯૬ માંથી ૧ જાય બાકી ૭૯૯૫ રહે, તેના પાંચમા ભાગના ૧૫૯૯ થાય જેથી **ड** ને ૧૫૯૯ + ૧ = ૧૬૦૦ મળે અને બાકી ૬૩૯૬ વધે.

इ. કુલ ૬૩૯૬ માંથી ૧ જાય બાકી ૬૩૯૫ રહે. તેના પાંચમા ભાગના ૧૨૭૯ થાય જેથી **इ** ને ૧૨૭૯ + ૧ = ૧૨૮૦ મળે અને બાકી ૫૧૧૬ વધે છે.

બીજીવારની વહેંચણી.

બીજીવારની વહેંચણી વખતે ૫૧૧૬ રૂપીઆ છે, તેમાંથી ૧ વધારાનો અલગ કહાડી ધર્માદા ખરચવામાં આવે છે. બાકી ૫૧૧૫ સરખે પાંચ ભાગે વહેંચી લેવામાં આવે છે એટલે દરેકને ૧૦૨૩ મળે છે.

તારીજ

अ ને	પ્રથમ	રૂ. ૩૧૨૫	મળ્યા	અને	બીજીવાર	રૂ. ૧૦૨૩	જુમલે	રૂ. ૪૧૪૮
ब ને	,,	,, ૨૫૦૦	,,	,,	,,	રૂ. ૧૦૨૩	જુમલે	રૂ. ૩૫૨૩
क ને	,,	,, ૨૦૦૦	,,	,,	,,	રૂ. ૧૦૨૩	જુમલે	રૂ. ૩૦૨૩
ड ને	,,	,, ૧૬૦૦	,,	,,	,,	રૂ. ૧૦૨૩	,,	રૂ. ૨૬૨૩
इ ને	,,	,, ૧૨૮૦	,,	,,	,,	રૂ. ૧૦૨૩	,,	રૂ. ૨૩૦૩
			ધર્માદામાં ૧ વધારાનો વપરાય છે.					રૂ. ૧
						જવાબ કુલ		૧૫૬૨૧

વ્યાખ્યા (૨) વ્યાખ્યા એની એ પરંતુ જ્યારે દરેક જણ પોતાનો પાંચમો ભાગ લે છે અને છેવટે બધા સાથે મળી પાંચ સરખા ભાગ કરી વહેંચી લે છે તે વખતે અકેક વધે છે એમ ઉપરની વ્યાખ્યામાં કહ્યું છે. પણ આ વ્યાખ્યામાં એટલી નવીનતા છે કે જ્યાં અકેક વધે છે ત્યાં બબે વધે છે એમ સમજવું અને છેલ્લે પણ બે વધે છે તે ધર્માદામાં વાપરે છે. કહો ત્યારે કુલ રૂપીઆ કેટલા અને દરેકને મળે કેટલા ?

ખુલાસો.

પ્રથમ ચાલુ સરળ નિયમ પ્રમાણે ૧૫૬૨૫ ની સંખ્યા આવી જ્યારે આગલા દાખલામાં ૧ વધે ત્યારે આપણે ૪ બાદ કરીએ છીએ તેથી જ્યારે આ દાખલામાં ૨ વધે ત્યારે આપણે ૮ બાદ કરવા જોઈએ માટે કુલ રૂપીઆની સંખ્યા ૧૫૬૨૫−૮=૧૫૬૧૭ આવી.

આ રકમમાંથી પાંચે જણા ભાગ પાડી લે છે.

अ.) ૧૫૬૧૭ રૂપીઆ છે. તેમાંથી વધારાના ૨ બાદ કર્યા તો બાકી ૧૫૬૧૫ આવ્યા તેના પાંચમા ભાગના ૩૧૨૩ થયા જેથી अ ને ૩૧૨૩ તથા બે વધારાના એમ જુમલે ૩૧૨૫ મળે છે. અને બાકી ૧૨૪૯૨ રહે છે. આ રીતે આગળ પ્રમાણે ભાગ પાડીએ તો જવાબ નીચે પ્રમાણે આવે.

अ ને	ब ને	क ને	ड ने	इ ને રૂ. મળે છે.
૩૧૨૫ +	૨૫૦૦ +	૨૦૦૦ +	૧૬૦૦ +	૧૨૮૦ પ્રથમવાર
૧૦૨૨ +	૧૦૨૨ +	૧૦૨૨ +	૧૦૨૨ +	૧૦૨૨ બીજીવાર
ટોટલ ૪૧૪૭ +	૩૫૨૨ +	૩૦૨૨ +	૨૬૨૨ +	૨૩૦૨+૨ ધર્માદા

= ૧૫૬૧૭ ટોટલ રૂ.

વ્યાખ્યા (૩.)

મૂળની વ્યાખ્યા કાયમ, પરંતુ દરેક વખતે પાંચમો ભાગ પાડતાં ૩ વધે છે. અને છેવટે પણ ૩ વધે છે. તે ધર્માદામાં વપરાય છે. કહો ત્યારે કુલ રૂપીઆ કેટલા અને દરેકને કેટલા મળે છે ?

ખુલાસો.

ચાલુ સરળ નિયમ પ્રમાણે ૧૫૬૨૫ ની સંખ્યા આવી. આવા દાખલામાં ૧ વધે તો ૪ બાદ થાય ત્યારે ૩ વધે તો ૧૨ બાદ કરવા જોઇએ માટે ૧૫૬૨૫–૧૨ = ૧૫૬૧૩ આવ્યા. આ કુલ રૂપીઆ ૧૫૬૧૩ જવાબ. હવે આ રકમમાંથી પાંચ જણા ભાગ પડાવે છે.

જવાબ

अને	बને	कને	डને	इને રૂપીઆ મળેછે.
૩૧૨૫ +	૨૫૦૦ +	૨૦૦૦ +	૧૬૦૦ +	૧૨૮૦ પ્રથમવાર
૧૦૨૧ +	૧૦૨૧ +	૧૦૨૧ +	૧૦૨૧ +	૧૦૨૧ બીજીવાર
૪૧૪૬ +	૩૫૨૧ +	૩૦૨૧ +	૨૬૨૧ +	૨૩૦૧ + ૩ ધર્માદા

= ૧૫૬૧૩ ટોટલ રૂ.

વ્યાખ્યા (૪)

વ્યાખ્યા એની એ, પરંતુ જ્યારે જ્યારે ૫ મા ભાગના રૂપીઆ લેવાય તે વખતે ચાર ચાર વધે છે. અને છેલ્લે પણ ૪ વધે છે તે ધર્માદામાં ખરચે છે. કહો ત્યારે કુલ રૂપીઆ કેટલા અને દરેકને મળે કેટલા ?

ખુલાસો.

આમાં ૪ વધે છે માટે ૧ વધે તો ૪ અને ૪ વધે તો ૧૬ મૂળ રકમ ૧૫૬૨૫ માંથી બાદ કરવા એટલે આવ્યા. ૧૫૬૦૯

આ ૧૫૬૦૯ તે કુલ રૂપીઆની સંખ્યા. તેમાંથી પાંચે જણા વ્યાખ્યા પ્રમાણે ભાગ પાડી લે છે.

अने बने कने डने इने રૂપીઆ મળે છે

૩૧૨૫ + ૨૫૦૦ + ૨૦૦૦ + ૧૬૦૦ + ૧૨૮૦ પ્રથમ વાર

૧૦૨૦ + ૧૦૨૦ + ૧૦૨૦ + ૧૦૨૦ + ૧૦૨૦ બીજી વાર

૪૧૪૫ + ૩૫૨૦ + ૩૦૨૦ + ૨૬૨૦ + ૨૩૦૦ + ૪ ધર્માદાના = ૧૫૬૦૯

જવાબ કુલ રૂપીઆ

બીજી રીત

પહેલાને જે મળે તે માટે ૧ ધારવો. હવે બીજાને, પહેલાના ભાગનો $\frac{૪}{૫}$ મળે છે. એમ ક્રમવાર આવતા નંબરવાળાને પોતાથી આગળનાને જે મળે છે તેનો $\frac{૪}{૫}$ મળ્યા કરે આમાં એકેક, બબ્બે, ત્રણ ત્રણ ચાર ચાર ભાગ ઉપરાંત મળે છે, એ વાત અત્યારે ગૌણ રાખીએ; આથી બીજાને, ત્રીજાને, ચોથાને, પાંચને અને સૌથી છેલ્લે પાંચેને બધાની રૂબરૂમાં જે મળે તે આંક આપણી રીતથી અપૂર્ણાંકમાં આવશે તેમાં અંશસ્થાનવાળા આંકને આપણે હિસાબથી અલગ રાખીએ તો નીચે પ્રમાણે અપૂર્ણાંક આવે ૧ લાને ૧, ૨ જાને $\frac{૪}{૫}$, ત્રીજાને $\frac{\times}{૨૫}$, ચોથાને $\frac{\times}{૧૨૫}$, પાંચમાને $\frac{\times}{૬૨૫}$ છેલ્લીવાર માટે જે રકમ રહી તે $\frac{\times}{૩૧૨૫}$ હવે ૧ + $\frac{૪}{૫}$ + $\frac{\times}{૧૨૫}$ + $\frac{\times}{૬૨૫}$ + $\frac{\times}{૩૧૨૫}$ છે તેનો

લઘુત્તમ સાધારણ ભાજ્ય ૩૧૨૫ આવે. હવે ૧ ને રૂ૫ આપતાં ૩૧૨૫ અંશમાં આવ્યા. એટલે ૧ લાને ૩૧૨૫ મળ્યા આ મૂળ રકમના ($\frac{૧}{૫}$ + ૧) છે એટલે ૩૧૨૫ – ૧ = ૩૧૨૪ આવ્યા હવે ૩૧૨૪ તે મૂળ રકમનો પાંચમો ભાગ થાય. માટે ૩૧૨૪ × ૫ = ૧૫૬૨૦ આવ્યા. હવે આ ૧૫૬૨૦ માં ૧ ઉમેરીએ તો ૧૫૬૨૧ થાય જેથી ૧૫૬૨૧ નો પાંચમો ભાગ + ૧ તે ૩૧૨૫ થાય માટે જવાબ. ૧૫૬૨૧ (વ્યાખ્યા ૧ લીનો)

(૨) હવે ૩૧૨૫ – ૨ = ૩૧૨૩ : માટે ૩૧૨૩ × ૫ = ૧૫૬૧૫ પછી ૧૫૬૧૫ + ૨ = ૧૫૬૧૭ જવાબ ૧૫૬૧૭. (વ્યાખ્યા બીજીનો.)

(૩) હવે ૩૧૨૫ – ૩ = ૩૧૨૨ માટે ૩૧૨૨ × ૫ = ૧૫૬૧૦. પછી ૧૫૬૧૦ + ૩ = ૧૫૬૧૩ જવાબ ૧૫૬૧૩. (વ્યાખ્યા ત્રીજીનો.)

(૪) હવે ૩૧૨૫ – ૪ = ૩૧૨૧ માટે ૩૧૨૧ × ૫ = ૧૫૬૦૫ પછી ૧૫૬૦૫ + ૪ = ૧૫૬૦૯ જવાબ ૧૫૬૦૯. (વ્યાખ્યા ચોથીનો.)

આ પ્રમાણે બીજા દાખલામાં આ રીત લાગુ પાડવી. સુજ્ઞ વાંચકવર્ગને જે રીત અનુકૂળ આવે તે સ્વીકારે.

દાખલો ૯૧ મો.

વ્યાખ્યા ૧ લી:

अ, **ब**. **क** અને **ड** નામના ભાગીદારો અમુક સંખ્યાના રૂપીઆ લઇ આવ્યા. એ રૂપીઆ એક સ્થળે રાખ્યા. પ્રથમ **अ** આવ્યો, તેણે એ રકમના ચાર સરખા ભાગ પાડયા તો ૧ વધ્યો. તેથી ચોથા ભાગના અને ૧ વધારાનો એમ જુમલે રૂપીઆ પોતાના ભાગના ધારીને લઇ લીધા. પછી આવ્યો **ब**. તેણે પણ બચેલ રકમના ચાર સરખા ભાગ પાડયા તો ૧ વધ્યો. જેથી તેણે પણ ચોથા ભાગના અને ૧ વધારાનો એમ જુમલે રૂપીઆ પોતાના ધારીને લઈ લીધા. હવે આવ્યો **क** નો વારો. તેણે પણ જે રકમ બચી હતી તેના ચાર સરખા ભાગ પાડયા તો ૧ વધ્યો, તેથી તેણે

પણ એ ચોથા ભાગના અને ૧ વધારાનો એમ જુમલે રૂપીઆ પોતાના જાણીને લઇ લીધા. છેલ્લે આવ્યો **ड** નો વારો તેણે પણ જેટલી રકમ બાકી રહી હતી તેના ચાર ભાગ પાડયા તો ૧ વધ્યો તેથી તેણે એ ચોથા ભાગના અને ૧ વધારે એમ જુમલે રૂપીઆ પોતાના સમજીને લઇ લીધા. છેલ્લે બધા જણા સાથે મળી જે રકમ બચી હતી તેના ચાર સરખા ભાગ પાડયા ત્યારે પણ ૧ વધ્યો જેથી એ એક રૂપીઓ, તેમણે નોકરને આપી દીધો. અને બાકીના રૂપીઆ સરખે ભાગે વહેંચી લીધા. કહો ત્યારે કુલ રૂપીઆ કેટલા અને દરેક જણને મળ્યા કેટલા? જવાબ પૂર્ણાંકમાં લાવવો અને વહેંચણી પણ પૂર્ણાંકમાં કરવી.

ખુલાસો

ચાર ભાગીદાર છે માટે ચાલુ નિયમ પ્રમાણે ૪ ના ૫ ઘાત કરવા એટલે ૪ × ૪ × ૪ × ૪ × ૪ = ૧૦૨૪ થયા. હવે દરેક વખતે ભાગ પાડતાં ૧ વધે છે માટે ૧૦૨૪ - ૩=૧૦૨૧ આવ્યા (કારણ આમાં ભાગીદાર ૪ છે માટે ૪ - ૧ = ૩ તે બાદ કર્યા) હવે ૧૦૨૧ રૂપીઆ આવ્યા. તેમાં ૪ ભાગીદાર વ્યાખ્યા પ્રમાણે વહેંચણી કરે છેઃ-

अने	પ્રથમવાર	૨૫૫ + ૧ = ૨૫૬	બીજીવાર	૮૦	એકંદર	૩૩૬	મળે છે
बने	,,	૧૯૧ + ૧ = ૧૯૨	,,	૮૦	,,	૨૭૨	,,
कने	,,	૧૪૩ + ૧ = ૧૪૪	,,	૮૦	,,	૨૨૪	,,
डने	,,	૧૦૭ + ૧ = ૧૦૮	,,	૮૦	,,	૧૮૮	,,
		બાકી છેલ્લે વધારાનો નોકરને.				૧	,,

એકંદર રૂપીઆ ૧૦૨૧ જવાબ.

વ્યાખ્યા (૨)

વ્યાખ્યા એની એ પરંતુ દરેક વખતે જ્યારે ચોથા ભાગના રૂપીઆ લેવાય તે વખતે બબે રૂપીઆ વધે છે, તે બે વધારાના દરેક

ભાગીદાર લે છે અને સૌથી છેલ્લે જે બે રૂપીઆ વધે છે તે નોકરને અપાય છે ત્યારે કહો ત્યારે કુલ રૂપીઆ કેટલા અને દરેકને મળ્યા કેટલા ?

ખુલાસો

આગળથી આપણે જાણીએ છીએ કે ૧ વધારો હોય તો મૂળ ૧૦૨૪ માંથી ૩ બાદ થાય, આ વખતે ૨ વધારો છે તો ૩ × ૨ = ૬ બાદ કરવા એટલે ૧૦૨૪ − ૬ = ૧૦૧૮ કુલ સંખ્યા રૂપીઆની. તેની વહેંચણી નીચે પ્રમાણેઃ–

અને	પ્રથમવાર	૨૫૪ + ૨ = ૨૫૬	બીજીવાર ૭૯	એકંદર	૩૩૫ મળે છે
બને	,,	૧૯૦ + ૨ = ૧૯૨	,, ૭૯	,,	૨૭૧ ,,
કને	,,	૧૪૨ + ૨ = ૧૪૪	,, ૭૯	,,	૨૨૩ ,,
ડને	,,	૧૦૬ + ૨ = ૧૦૮	,, ૭૯	,,	૧૮૭ ,,
			બાકી છેલ્લો વધારો નોકરને		૨ ,,
				એકંદર રૂપીઆ	૧૦૧૮ જવાબ

વ્યાખ્યા (૩)

વ્યાખ્યા એની એ પરંતુ જ્યારે દરેક વખતે ચોથા ભાગના રૂપીઆ લેવાય છે. તે વખતે ત્રણ ત્રણ રૂપીઆ વધે છે તે ત્રણ વધારાના દરેક ભાગીદાર લે છે. અને સૌથી છેલ્લે, જે ત્રણ રૂપીઆ વધે છે તે નોકરને આપી દે છે ત્યારે કહો ત્યારે કુલ રૂપીઆ કેટલા અને દરેકને મળ્યા કેટલા ?

ખુલાસો :

૩ વધારો માટે ૩ × ૩ = ૯ છે તે ૧૦૨૪ માંથી બાદ કરવા. તેથી ૧૦૧૫ આવે આ કુલ સંખ્યા સમજવી. તેની વહેંચણી નીચે પ્રમાણે.

અ ને	પ્રથમવાર	૨૫૩ + ૩ = ૨૫૬	બીજીવાર ૭૮ રૂ.	મળે તો કુલ ૩૩૪
બ ને	,,	૧૮૯ + ૩ = ૧૯૨	,, ૭૮ રૂ.	,, ,, ,, ૨૭૦

क ને	,,	૧૪૧ + ૩ = ૧૪૪	,, ૭૮	,, ,, ,,	૨૨૨
ड ને	,,	૧૦૫ × ૩ = ૧૦૮	,, ૭૮	,, ,, ,,	૧૮૬
		નોકરને વધારાના છેલ્લે ૩ રૂ. મળે છે			૩
				કુલ રૂપીઆ	૧૦૧૫

અપવાદ :

આવા દાખલામાં ભાગીદાર ૨ હોય ત્યારે ઉપરનો નિયમ લાગુ નથી પડી શકતો કારણ રકમ બહુ નાની આવી જાય છે. જો ૨ ના ૪ ઘાત કરી ૧ બાદ કરીએ તો જવાબ આવે.

વળી વિશેષ એ જોવાનું છે કે આ જે જવાબો આપ્યા છે તેથી ઓછી રકમમાં જવાબ નહીં આવે. માટે આવેલ જવાબ સૌથી નાનામાં નાની રકમ છે.

સરખી ભાગીદારીના અઘરા દાખલા પ્રકાર ૨ જો.

દાખલો ૯૪ મો.

अ, ब અને **क** એમ ત્રણ ભાગીદાર છે. એમની વચ્ચે અમુક રૂપીઆ નીચે લખેલી સરત પ્રમાણે વહેંચવાના છે. પ્રથમ જે રકમ છે તેના ત્રણ સરખા ભાગ પાડતાં ૧ રૂપીઓ વધે છે. તેથી એ ત્રીજા ભાગના રૂપીઆ અને ૧ રૂપીઓ વધારાનો **अ** ને મળે છે. પછી વળી જે રકમ બચી તેના ફરી ત્રણ સરખા ભાગ પાડતાં ૧ રૂ. વધે છે તેથી એ ત્રીજા ભાગના રૂપીઆ અને ૧ વધારાનો **ब** ને આપવામાં આવે છે. ફરી ત્રીજીવાર જે સંખ્યા બચી છે તેના ફરી ત્રણ સરખા ભાગ પાડવામાં આવે છે, ત્યારે પણ ૧ રૂ. વધે છે તેથી એ ત્રીજા ભાગના રૂપીઆ અને ૧ વધારાનો એમ જુમલે **क** ને આપવામાં આવે છે. ફરી ચોથીવાર જે સંખ્યા વધે છે તેના ત્રણ સરખા ભાગ પાડતાં બાકી કાંઇ વધતું નથી. એટલે સૌથી છેલ્લે ત્રણજણા સરખે ભાગે રૂપીઆ વહેંચી લે છે. કહો ત્યારે કુલ રૂપીઆ કેટલા અને દરેકને

મળ્યા કેટલા ? જવાબ અને ભાગમાં રૂપીઆ પૂર્ણાંક લાવવા, કુલ સંખ્યા સૌથી નાનામાં નાની લાવવી.

ખુલાસો.

પહેલા પ્રકારના સરખી ભાગીદારીના અઘરા દાખલામાં જેટલીવાર રકમના સરખા ભાગ થાય તેટલીવાર એકસરખો વધારો કાયમ રહે છે. ત્યારે આ બીજા પ્રકારમાં સૌથી છેલ્લે જ્યારે બધા ભાગીદાર સાથે મળી વહેંચણી કરે છે ત્યારે વધારો રહેતો નથી. આવા ભેદના કારણે આ પ્રકારના દાખલાની રીતમાં નીચે પ્રમાણે ફેર આવે છે. સરખી ભાગીદારીના સહેલા દાખલા અને સરખી ભાગીદારીના અઘરા દાખલા પ્રકાર ૧ લો. એમાં જેટલા ભાગીદાર હોય તેટલા રકમના ઘાત કરતી વખતે એમ સમજાવ્યું છે કે જો ૩ ભાગીદાર હોય તો ૩ ના ૪ ઘાત કરવા. ૪ ભાગીદાર હોય તો ૪ ના ૫ ઘાત કરવા અને ૫ હોય તો ૫ ના ૬ ઘાત કરવા. હવે આ પ્રકારમાં જો ૩ ભાગીદાર હોય તો ૩ ના ૩ ઘાત કરવા પાંચ હોય તો ૫ ના ૫ ઘાત કરવા વગેરે વગેરેઃ આમાં જે વધારો આવે તે એક જ નિયમથી આવશે. તે વિગત દરેક વ્યાખ્યા વાંચી ધ્યાનમાં લેવી.

હવે આમા ૩ ભાગીદાર છે. માટે ૩ ના ૩ ઘાત (૩×૩×૩)= ૨૭ થાય. ૧ વધે છે માટે ૩ − ૧ = ૨. તે ૨ ને ૨૭ માંથી બાદ કરવા. તેથી ૨૫ આવશે આ ૨૫ કુલ રૂપીઆ આવ્યા. અને તેની વહેંચણી નીચે પ્રમાણે થાયઃ—

अ	ને	પ્રથમવાર	૮ + ૧ = ૯	બીજીવાર	૨	રૂપીઆ મળે	કુલ ૧૧
ब	ને	”	૫ + ૧ = ૬	”	૨	”	” ૮
क	ને	”	૩ + ૧ = ૪	”	૨	”	” ૬
						કુલ રૂપીઆ.	૨૫.

ભાગ પાડતી વખતે બએ વધે અને છેલ્લે સરખે ભાગે વહેંચી લેવાય એમ આમાં નહીં બની શકે.

દાખલો ૯૫ મો.

अ, ब, क અને **ड** એ ચાર ભાગીદારો વચ્ચે રૂપીઆ વહેંચવાના છે. (વ્યાખ્યા આથી પહેલાં આવીજ તરેહના દાખલામાં વિસ્તારથી લખી છે જેથી સ્થળ બચાવવાના કારણે ટુંકાણમાં લખવામાં આવશે.) દરેક વખતે ચાર સરખા ભાગ પાડતી વખતે ૩ રૂા. વધે છે. અને જ્યારે છેલ્લીવાર ચારે જણા સાથે બેસી ભાગ પાડે છે ત્યારે કાંઇ પણ વધતું નથી. કહો ત્યારે કુલ રૂપીઆ કેટલા અને દરેકને મળે કેટલા. જવાબમાં રૂપીઆની સંખ્યા પૂર્ણાંકમાં લાવવી તેમ જ દરેકના ભાગમાં પણ રૂપીઆ પૂર્ણાંકમાં આવે.

ખુલાસો.

ચાર ભાગીદાર માટે ૪ ના ૪ ઘાત ૨૫૬ આવે. આમાં ૧ વધે તો મૂળ ૨૫૬ માંથી ૩ બાદ કરવાના. આ દાખલામાં ૩ વધે છે માટે ૩ × ૩ = ૯ આવ્યા તે ૨૫૬ માંથી બાદ કરવા તેથી ૨૪૭ આવ્યા આ ૨૪૭ રૂપીઆની વહેંચણી નીચે પ્રમાણે,

	પહેલીવાર	બીજીવાર	કુલ રૂપીઆ.
अ ને મળે	૬૧ + ૩ = ૬૪	અને ૧૮ = ૮૨	ટોટલ રૂપીઆ
ब ને ,,	૪૫ + ૩ = ૪૮	,, ૧૮ = ૬૬	
क ને ,,	૩૩ + ૩ = ૩૬	,, ૧૮ = ૫૪	૨૪૭
ड ને ,,	૨૪ + ૩ = ૨૭	,, ૧૮ = ૪૫	

દાખલો ૯૬ મો.

પાંચ ભાગીદારો વચ્ચે રૂપીઆ વહેંચો તે એવી રીતે કે દરેક વખતે પાંચમા ભાગના રૂપીઆ લેતી વખતે એકેક વધે અને સૌથી છેલ્લે પાંચે જણા સાથે મળી સરખે ભાગે વહેંચી લે છે ત્યારે કાંઇપણ વધતું નથી. કહો ત્યારે કુલ રૂપીઆ કેટલા અને દરેકને મળે કેટલા ? જવાબ પૂર્ણાંકમાં લાવવો અપૂર્ણાંક નહીં ચાલે. કુલ સંખ્યા સૌથી નાની લાવવી.

ખુલાસો.

પાંચ ભાગીદાર માટે ૫ ના પાંચ ઘાતઃ ૫ × ૫ × ૫ × ૫ × ૫ = ૩૧૨૫ આવ્યા. હવે આમાં ૧ વધે છે ૧ માટે ૪ ઓછા કરવા એટલે ૩૧૨૫ − ૪ = ૩૧૨૧ કુલ રૂપીઆ. તેની વહેંચણી નીચે પ્રમાણે.

	પહેલીવાર	બીજીવાર	ટોટલ
૧ લા ને રૂપીઆ મળે છે.	૬૨૪ + ૧ = ૬૨૫	+ ૨૦૪	= ૮૨૯
૨ જા ને ,, ,,	૪૯૯ + ૧ = ૫૦૦	+ ૨૦૪	= ૭૦૪
૩ જા ને ,, ,,	૩૯૯ + ૧ = ૪૦૦	+ ૨૦૪	= ૬૦૪
૪ થા ને ,, ,,	૩૧૯ + ૧ = ૩૨૦	+ ૨૦૪	= ૫૨૪
૫ મા ને ,, ,,	૨૫૫ + ૧ = ૨૫૬	+ ૨૦૪	= ૪૬૦

કુલ રૂપીઆ જવાબ ૩૧૨૧

દાખલો ૯૭ મો.

૭ ભાગીદારો વચ્ચે એવી રીતે રૂપીઆ વહેંચી આપો કે દરેક વખતે છઠ્ઠા ભાગના રૂપીઆ લેતી વખતે પાંચ પાંચ રૂપીઆ વધે છે તે દરેક છઠ્ઠા ભાગ સાથે ભાગીદારને આપવામાં આવે છે અને સૌથી છેલ્લે જ્યારે છએ જણા સાથે બેસી ભાગ પાડે છે ત્યારે કાંઈ પણ વધતું નથી કહો ત્યારે કુલ રૂપીઆ કેટલા અને દરેકને મળ્યા કેટલા? જવાબ પૂર્ણાંકમાં લાવી આપો કુલ સંખ્યા સૌથી નાની લાવવી.

ખુલાસો.

૭ ભાગીદાર માટે ૬ ના ૬ ઘાત કરીએ તો ૪૬૬૫૬ આવે. આમાં ૫ વધે છે જો ૧ વધે એમ હોય તો ૬ − ૧ = ૫ ઓછા કરવા જોઇએ. આ વખતે ૫ છે માટે ૨૫ ઓછા કરવા જેથી ૪૬૬૫૬ − ૨૫ = ૪૬૬૩૧ આવે. આટલા રૂપીઆ કુલ આવ્યા તેની વહેંચણી નીચે પ્રમાણે.

પહેલીવાર રૂ. મળે		બીજીવાર રૂ. મળે	ટોટલ
૧ લાને	૭૭૭૧ + ૫ = ૭૭૭૬;	+ ૨૬૦૦ =	૧૦૩૭૬
૨ જાને	૬૪૭૫ + ૫ = ૬૪૮૦;	+ ૨૬૦૦ =	૯૦૮૦
૩ જાને	૫૩૯૫ + ૫ = ૫૪૦૦;	+ ૨૬૦૦ =	૮૦૦૦
૪ થાને	૪૪૯૫ + ૫ = ૪૫૦૦;	+ ૨૬૦૦ =	૭૧૦૦
૫ માને	૩૭૪૫ + ૫ = ૩૭૫૦;	+ ૨૬૦૦ =	૬૩૫૦
૬ ઠાને	૩૧૨૦ + ૫ = ૩૧૨૫;	+ ૨૬૦૦ =	૫૭૨૫
		જવાબ કુલ રૂપીઆ	૪૬૬૩૧

દાખલો ૯૮ મો.

સાત ભાગીદારો વચ્ચે એવી રીતે રૂપીઆ વહેંચો કે દરેક વખતે સાતમા ભાગના રૂપીઆ લેતી વખતે એકેક રૂ. વધે તે દરેક ભાગીદાર લેતો આવે અને સૌથી છેલ્લે જ્યારે સાતે ભાગીદાર સાથે બેસી ભાગ પાડે ત્યારે કાંઇ પણ વધે નહીં. કહો ત્યારે કુલ રૂપીઆ કેટલા અને દરેકને મળે કેટલા ? અપૂર્ણાંકમાં જવાબ ન આવવો જોઇએ. જવાબની રકમ સૌથી નાની હોવી જોઇએ.

ખુલાસો.

સાત ભાગીદાર માટે ૭ના ૭ ઘાત કરીએ તો ૮૨૩૫૪૩ આવે દરેક ભાગ પાડતી વખતે ૧ વધે છે માટે ૭−૧ = ૬ એ રકમમાંથી બાદ કરવા ૮૨૩૫૪૩−૬ = ૮૨૩૫૩૭ કુલ રૂપીઆ.

	પહેલીવાર રૂ. મળે	અને બીજીવાર રૂ. મળે		ટોટલ
૧ લાને	૧૧૭૬૪૮ + ૧ = ૧૧૭૬૪૯	અને	૩૯૯૯૦ =	૧૫૭૬૩૯
૨ જાને	૧૦૦૮૪૧ + ૧ = ૧૦૦૮૪૨	,,	૩૯૯૯૦ =	૧૪૦૮૩૨
૩ જાને	૮૬૪૩૫ + ૧ = ૮૬૪૩૬	,,	૩૯૯૯૦ =	૧૨૬૪૨૬
૪ થાને	૭૪૦૮૭ + ૧ = ૭૪૦૮૮	,,	૩૯૯૯૦ =	૧૧૪૦૭૮
૫ માને	૬૩૫૦૩ + ૧ = ૬૩૫૦૪	,,	૩૯૯૯૦ =	૧૦૩૪૯૪
૬ ઠાને	૫૪૪૩૧ + ૧ = ૫૪૪૩૨	,,	૩૯૯૯૦ =	૯૪૪૨૨
૭ માને	૪૬૬૫૫ + ૧ = ૪૬૬૫૬	,,	૩૯૯૯૦ =	૮૬૬૪૬
			કુલ રૂપીઆ	૮૨૩૫૩૭

દાખલો ૯૯ મો.

આઠ ભાગીદારો વચ્ચે એવી રીતે રૂપીઆ વહેંચો કે દરેક આઠમો ભાગ પાડતી વખતે સાત સાત રૂપીઆ વધે તે દરેક ભાગીદાર પોતાના આઠમા ભાગ સાથે લે છે અને સૌથી છેલ્લે બધા સાથે મળી ભાગ પાડે ત્યારે બધા સરખા ભાગે લઇ લે અને પછવાડે કાંઇ પણ વધે નહીં કહો ત્યારે કુલ રૂપીઆ કેટલા અને દરેકને મળે કેટલા. જવાબમાં અપૂર્ણાંક ન લાવવા. અને જવાબની રકમો સૌથી નાની જોઇએ.

ખુલાસો.

૮ ભાગીદારો માટે ૮ ના ૮ ઘાત ૧૬૭૭૭૨૧૬ આવ્યા. સાત સાત વધે. ૧ વધે તો ૭ ઓછા માટે ૭ વધે તો ૪૯ ઓછા માટે ૧૬૭૭૭૨૧૬−૪૯=૧૬૭૭૭૧૬૭ કુલ રૂપીઆ તેની વહેંચણી નીચે પ્રમાણે.

ભાગીદારના નંબર	પહેલીવાર મળે તે અને ૭ વધારા સાથે		બીજીવાર મળે		ટોટલ
૧ લાને	૨૦૯૭૧૫૨	+	૭૨૦૫૯૪	=	૨૮૧૭૭૪૬
૨ જાને	૧૮૩૫૦૦૮	+	૭૨૦૫૯૪	=	૨૫૫૫૬૦૨
૩ જાને	૧૬૦૫૬૩૨	+	૭૨૦૫૯૪	=	૨૩૨૬૨૨૬
૪ થાને	૧૪૦૪૯૨૮	+	૭૨૦૫૯૪	=	૨૧૨૫૫૨૨
૫ માને	૧૨૨૯૩૧૨	+	૭૨૦૫૯૪	=	૧૯૪૯૯૦૬
૬ ઠ્ઠાને	૧૦૭૫૬૪૮	+	૭૨૦૫૯૪	=	૧૭૯૬૨૪૨
૭ માને	૯૪૧૧૯૨	+	૭૨૦૫૯૪	=	૧૬૬૧૭૮૬
૮ માને	૮૨૩૫૪૩	+	૭૨૦૫૯૪	=	૧૫૪૪૧૩૭
			કુલ રૂપીઆ		૧૬૭૭૭૧૬૭

દાખલો ૧૦૦ મો.

નવ ભાગીદારો વચ્ચે એવી રીતે રૂપીઆ વહેંચી આપો કે દરેક નવમો ભાગ પાડતી વખતે એકેક વધે અને દરેક જણ એ

નવમેા ભાગ અને ૧ વધારાનેા લે અને સૌથી છેલ્લે જ્યારે નવે જણા સાથે બેસી સરખે ભાગે વહેંચણી કરે ત્યારે કાંઇ પણ વધે નહીં. કહેા ત્યારે કુલ રૂપીઆ કેટલા અને દરેક જણને કેટલા મળે છે. જવાબ પૂર્ણાંકમાં લઇ આવવેા. જવાબની રકમેા સૌથી નાની આવવી જોઇએ.

ખુલાસેા.

૯ ભાગીદાર છે માટે નવના નવ ઘાત કરીએ તેા ૩૮૭૪૨૦૪૮૯ આવે. હવે પ્રથમ દરેક નવમેા ભાગ પાડતી વખતે એકેક વધે છે માટે મૂળ નવ ઘાતમાંથી ૮ બાદ કરવા (આપણા ચાલુ નિયમ પ્રમાણે) માટે કુલ રૂપીઆની સંખ્યા ૩૮૭૪૨૦૪૮૯−૮=૩૮૭૪૨૦૪૮૧ આવ્યા તેની વહેંચણી નીચે પ્રમાણે.

ભાગીદારના ક્રમવાર નંબર	દરેક ભાગીદારને મળતેા નવમેા ભાગ અને વધારાના ૮ તેનેા સરવાળેા		દરેક ભાગીદારને બાકીવાર મળતી સરખી રકમ		એકંદર
૧ લાને	૪૩૦૪૬૭૨૧	+	૧૪૯૧૩૦૮૦	=	૫૭૯૫૯૮૦૧
૨ જાને	૩૮૨૬૩૭૫૨	+	૧૪૯૧૩૦૮૦	=	૫૩૧૭૬૮૩૨
૩ જાને	૩૪૦૧૨૨૨૪	+	૧૪૯૧૩૦૮૦	=	૪૮૯૨૫૩૦૪
૪ થાને	૩૦૨૩૩૦૮૮	+	૧૪૯૧૩૦૮૦	=	૪૫૧૪૬૧૬૮
૫ માને	૨૬૮૭૩૮૫૬	+	૧૪૯૧૩૦૮૦	=	૪૧૭૮૬૯૩૬
૬ ઠ્ઠાને	૨૩૮૮૭૮૭૨	+	૧૪૯૧૩૦૮૦	=	૩૮૮૦૦૯૫૨
૭ માને	૨૧૨૩૩૬૬૪	+	૧૪૯૧૩૦૮૦	=	૩૬૧૪૬૭૪૪
૮ માને	૧૮૮૭૪૩૬૮	+	૧૪૯૧૩૦૮૦	=	૩૩૭૮૭૪૪૮
૯ માને	૧૬૭૭૭૨૧૬	+	૧૪૯૧૩૦૮૦	=	૩૧૬૯૦૨૯૬
જવાબ	કુલ રૂપીઆ				૩૮૭૪૨૦૪૮૧

સરખી ભાગીદારીના અઘરા દાખલાના પ્રકાર બીજામાં ખાસ એ જોવાનું છે કે જ્યારે ભાગીદારોની સંખ્યા એકી હોય ત્યારે દરેક વખતે ભાગ પાડતાં એકજ વધે છે. પણ જ્યારે ભાગીદારોની સંખ્યા

એકી હોય છે ત્યારે દરેક વખતે ભાગ પાડતાં વધવાની રૂકમમાં કાંઇક નવીનતા હોય છે તે એ કે જો ચાર ભાગીદાર હોય તો દરેક ભાગ પાડતી વખતે ત્રણ ત્રણ વધે છે. એટલે જેટલા એકી ભાગીદાર હોય તેથી ૧ કમતી. (ચાર છે માટે ત્રણ). જો ૭ ભાગીદાર હોય તો દરેક વખતે ભાગ પાડતાં ૫ વધે (૭ છે માટે ૧ કમતી). અને જો આઠ ભાગીદાર હોય તો દરેક વખતે ભાગ પાડતાં (૮−૧) = ૭ વધે છે. આવા પ્રકારમાં આ રીતથી માત્ર એક જ વ્યાખ્યાવાળો દાખલો એક જ આવી શકે છે.

સરખી ભાગીદારીના અઘરા દાખલા. પ્રકાર ૩ જો.

દાખલો अ.

દાખલા ૯૪ ના અનુસંધાનમાં.

વ્યાખ્યા. વ્યાખ્યા દાખલા ૯૪ માં આપી છે, તેની તે સમજવી. ફેર માત્ર દરેક ભાગ પાડતી વખતે તે દાખલામાં એકેક વધે છે, એમ કહેવામાં આવ્યું ત્યારે આ અનુસંધાનવાળા દાખલામાં દરેક ભાગ પાડતી વખતે બબે વધે છે એમ સમજવું. કહો ત્યારે કુલ રૂપીઆ કેટલા અને દરેક ભાગીદારને મળ્યા કેટલા ? જવાબો પૂર્ણાંકમાં લાવવા અને એ રકમો સૌથી નાની હોવી જોઇએ.

ખુલાસો.

સૂચનાઃ=આ અનુસંધાનવાળું પ્રકરણ જૂદું લખવાનું કારણ એ કે આવા દાખલાની રીતો જૂદી જૂદી છે.

આ પ્રકારમાં મૂળ રકમના એ રકમના આંક જેટલા જ ઘાત થશે. જો ૩ ભાગીદાર હોય તો ૩ ના ત્રણ ઘાતઃ ચાર ભાગીદાર હોય તો ૪ ના ૪ ઘાતઃ પાંચ ભાગીદાર હોય તો ૫ ના ૫ ઘાત વગેરે વગેરે. (આગળના બે પ્રકારમાં સરખી ભાગીદારીના સહેલા દાખલામાં અને સરખી ભાગીદારીના અઘરા દાખલા પ્રકાર ૧ લામાં કહ્યું છે કે જો ૩ ભાગીદાર હોય તો ૩ ના ૪ ઘાત કરવા. ચાર ભાગીદાર હોય તો ૪ ના ૫ ઘાત કરવા વગેરે વગેરે.)

આમાં હવે ૩ ના ૩ સાત ૨૭ થયા. જો અકેક વધે તો ૨૭ ની રકમ લેવી. આમાં બબે વધે માટે ૨૭ ના ૨ ગણા કરવા તો આવ્યા ૫૪ અને ૧ વધે તો ૨ કમી કરવા અને ૨ વધે તો ૪ કમી કરવા માટે ૫૪ – ૪ = ૫૦ આવ્યા. હવે ૫૦ એ પૂર્ણાંક આંક છે. ૫૦ એ સૌથી નાની રકમ છે એટલે કે ૫૦ થી નીચી બીજી કોઇ રકમ નથી કે તેને વ્યાખ્યા લાગુ પાડી શકીએ.

अ ને	પ્રથમવાર	૧૮ રૂ.	મળે	અને	બીજીવાર	૪	મળે	ટોટલ	૨૨
ब ને	„	૧૨ રૂ.	„	„	„	૪	„	„	૧૬
क ને	„	૮ રૂ.	„	„	„	૪	„	„	૧૨
							કુલ રૂપીઆ		૫૦

૯૪ મા દાખલામાં **अ** ને ૮ + ૧ = ૯ મળે છે. ત્યારે આમાં **अ** ને ૮ ના બમણા ૧૬ અને + ૧ ના બમણા ૨, એમ જુમલે ૧૮ મળે છે આમ બીજા બે ભાગીદાર માટે સમજી લેવું. અને ૯૪ મા દાખલામાં **अ** ને બીજીવાર ૨ મળે છે ત્યારે આમાં ૨ ના બમણા ૪ મળે છે. આ પ્રમાણે બમણાઇની ખુબી ધ્યાનમાં લેવાની છે.

દાખલો **ब**

દાખલો ૯૫ ના અનુસંધાનમાં

વ્યાખ્યા ૧ લીઃ—વ્યાખ્યા દાખલા ૯૫ માં આપી છે, તેની તે સમજવી ફેર માત્ર એટલોજ કે તે દાખલામાં દરેક ભાગ પાડતી વખતે ત્રણ ત્રણ વધે છે. એમ કહેવામાં આવ્યું છે ત્યારે આ અનુ-સંધાનવાળા દાખલામાં બબે વધે છે એમ કહેવામાં આવે છે. કહો ત્યારે કુલ રૂપીઆ કેટલા. અને દરેકને મળે કેટલા? જવાબમાં પૂર્ણાંક લાવવા અને એ રકમો સૌથી નાની હોવી જોઇએ.

ખુલાસો.

આ એકી ભાગીદારની સંખ્યાનો દાખલો છે. ૯૫ મા દાખલામાં ત્રણ ત્રણ વધે છે એમ કહેવાયું છે તેથી આ પહેલી વ્યાખ્યામાં બબે ધે છે એમ કહ્યું છે. અને એ વ્યાખ્યાને ૧ લી વ્યાખ્યા કહી છે.

બીજી વ્યાખ્યામાં અકેક વધે છે એમ કહેવામાં આવશે. હવે જ્યારે એકી નંબરની ભાગીદારોની સંખ્યા હશે ત્યારે પહેલી વ્યાખ્યામાં વધવામાં જે સંખ્યા હશે તેથી એક વધુ બીજી વ્યાખ્યામાં અને તેથી એક વધુ ત્રીજી વ્યાખ્યામાં. એમ ક્રમ સમજજો અને જ્યારે બેકી ભાગીદારોની સંખ્યા હશે ત્યારે ક્રમમાં અકેક ઓછો થતો જાય છે. એમ વ્યાખ્યાના ક્રમ ગોઠવવામાં આવશે. જેમકે જો સાત ભાગીદાર હશે ત્યારે આ અનુસંધાનવાળા પ્રકરણમાં વ્યાખ્યા ૧ લી માં દરેક ભાગ પાડતી વખતે બબે વધશે, બીજી વ્યાખ્યામાં દરેક ભાગ પાડતી વખતે ત્રણ ત્રણ વધશે. ત્રીજી વ્યાખ્યામાં દરેક ભાગ પાડતી વખતે ચાર ચાર વધશે. આમ ક્રમ સમજજો અને જો આઠ ભાગીદાર હશે ત્યારે અનુસંધાનવાળા પ્રકરણમાં વ્યાખ્યા ૧ લી માં દરેક ભાગ પાડતી વખતે ૬ વધે છે. બીજી વ્યાખ્યામાં દરેક ભાગ પાડતી વખતે ૫ વધે છે. ત્રીજી વ્યાખ્યામાં દરેક ભાગ પાડતી વખતે ચાર વધે છે. આમ ક્રમ સમજજો. આ પ્રમાણે બેકી અને એકી ભાગીદારોના અનુસંધાનવાળા દાખલા ગોઠવ્યા છે અને એમની રીતેમાં પણ એજ ક્રમ જાળવવા પ્રયત્ન કરેલો છે. મૂળ ૯૫ મા દાખલામાં કુલ રૂપીઆની પૂર્ણાંક સંખ્યા ૨૫૬ આવી. આથી નાની બીજી સંખ્યા નહીં આવે. હવે આ વખતે ૨૫૬ × ૨ = ૫૧૨ આવ્યા આ દાખલામાં અકેક વધવાના હોય તો આવેલ રકમમાંથી ૩ બાદ કરવા જોઇએ. આ વ્યાખ્યામાં બબે વધે છે માટે ૩ × ૨ = ૬ બાદ કરવા, માટે ૫૧૨ − ૬ = ૫૦૬. એ પૂર્ણાંક કુલ રૂપીઆ આવ્યા. આથી નાની સંખ્યા સ્વીકારી શકાશે નહીં. હવે ૫૦૬ ના નીચે પ્રમાણે ભાગ પાડો.

		પહેલીવાર		બીજીવાર	કુલ	
अ ને	મળે	૧૨૬ + ૨ = ૧૨૮	અને	૩૯(=૧૮×૨+૩)	=૧૬૭	કુલ ૫૦૬
ब ને	,,	૯૪ + ૨ = ૯૬	અને	૩૯	=૧૩૫	
क ને	,,	૭૦ + ૨ = ૭૨	અને	૩૯	=૧૧૧	
ड ને	,,	૫૨ + ૨ = ૫૪	અને	૩૯	= ૯૩	

સૂચના:—મૂળ ૯૫ મા દાખલામાં **અ** ને પહેલીવાર જેટલા (૬૪) મળે છે તેના બમણા આ વખતે મળે છે. (૧૨૬+૨=૧૨૮) આમાં + ૨ બતાવ્યા છે તેનું કારણ એ કે મૂખ્ય રકમના ચાર ભાગ પાડતાં **અ** પોતાનો ૪ થો ભાગ લે છે અને તે સાથે ભાગ પાડતાં જે ૨ વધે છે તે પણ લે છે, ત્યારે ૧૨૮ થાય છે. હવે **અ** ને મૂળ ૯૫ મા દાખલામાં બીજીવાર ૧૮ મળે છે. અને આ દાખલામાં ૩૯ બીજીવાર મળે છે. તેનું કારણ કે ૧૮ ના બમણા ૩૬ અને ૩ વધારાના એમ કુલ ૩૯. આમાં ૧૮ ના બમણા કરી ૩ શા માટે ઉમેર્યાં તેનું કારણ જ્યારે બેકી ભાગીદારની સંખ્યાના બીજા દાખલા કરશું ત્યારે કારણ સમજાશે. એકી ભાગીદારની સંખ્યા હોય છે ત્યારે મૂળ દાખલામાં જે સંખ્યા ભાગીદારને બીજીવાર મળે તેના ક્રમવાર બમણા અથવા ત્રણ ગણા વગેરે વગેરે થતા આવે અને બેકી ભાગીદારની સંખ્યા હોય ત્યારે મૂળ દાખલામાં જે આંક હોય તેના ક્રમવાર બમણા, ત્રણ ગણા થાય અને અમુક આંક અમુક નિયમ પ્રમાણે ઉમેરાય ત્યારે સંખ્યા પૂરી થાય. આમાં ૩ ઉમેરીએ છીએ કારણ ભાગીદાર ૪ છે માટે ૪ − ૧ = ૩: આટલો લાંબો ચકરાવો લઇ આંકડા લાવવાની મતલબ એ છે કે ચાલુ ભાગાકારની રીત ન કરવી હોય ત્યારની આ વાત છે. જો મૂળ રકમ આપણા હાથમાં આવી ગઇ તો પછી દાખલામાં આપેલી વ્યાખ્યા પ્રમાણે ક્રમવાર ભાગાકાર કરતા જઇએ તો કોઠામાં આપેલ આંકડા સ્વયંવ આવી જાય. હવે સુજ્ઞ વાંચનારને જે વાત અનુકૂળ આવે તે સ્વીકારવી અને જેમાં મજા ન આવે તે વાત રહેવા દેવી જોઇએ. કુલ આંક ૫૦૬ ÷ ૪ તો જવાબમાં આવે ૧૨૬ અને ૨ શેષ વધે. એ બે શેષ વધ્યા તે ૧૨૬ માં ઉમેરીએ તો ૧૨૮ આવે.

હવે આ પ્રમાણે આવેલ ૧૨૮ ને ૫૦૬ માંથી બાદ કરીએ તો આવશે ૩૭૮ : માટે ૩૭૮ ÷ ૪ = ૯૪ અને ૨ શેષ માટે ૯૪ + ૨ = ૯૬ આ મળે બને. આ પ્રમાણે બધું સમજવાનું છે.

વ્યાખ્યા ૨ જી.

વ્યાખ્યા દાખલા ૯૫ માં છે તેની તે સમજવી. ફેર માત્ર એટલો જ કે દરેક ભાગ પાડતી વખતે એકેક વધે છે. જ્યારે મૂળ દાખલામાં દરેક ભાગ પાડતી વખતે ત્રણ ત્રણ વધે છે. કહો ત્યારે કુલ રૂપીઆ પૂર્ણાંક કેટલા અને દરેકને પૂર્ણાંક મળે કેટલા. કુલ સંખ્યા સૌથી નાની હોવી જોઇએ.

ખુલાસો.

૯૫ માં દાખલાનો આ ત્રીજો દરજ્જો છે માટે તેમાંની સાધ્ય રકમ ૨૫૬ ના ૩ ગણા કરવા જેથી કુલ રૂપીઆ ૭૬૮ આવ્યા. અત્રે ભાગ પાડતી વખતે એકેક વધે છે માટે ૭૬૮–૩ : તો ૭૬૫ આવ્યા આથી નાની બીજી રકમ સ્વીકારી શકાશે નહીં.

હવે ૭૬૫ માંથી ચારે જણાને નીચે પ્રમાણે વહેંચણી કરી આપવી.

	પહેલીવાર	બીજીવાર		કુલ
अને મળે	૧૯૧ + ૧ = ૧૯૨	અને ૬૦	(= ૧૮ × ૩ + ૬ = ૬૦)	=૨૫૨
बને મળે	૧૪૩ + ૧ = ૧૪૪	અને ૬૦	ઉપરની વ્યાખ્યામાં ૩	=૨૦૪
कને મળે	૧૦૭ + ૧ = ૧૦૮	અને ૬૦	ઉમેરવાના હતા અને	=૧૬૮
डને મળે	૮૦ + ૧ = ૮૧	અને ૬૦	આમાં ૩ × ૨ = ૬ છે.	+૧૪૧
			કુલ	૭૬૫

દાખલો क.

દાખલો ૯૬ ના અનુસંધાનમાં. પૃષ્ઠ ૨૦૧

વ્યાખ્યા ૧ લીઃ દાખલા ૯૬ માં જે વ્યાખ્યા આપી છે, તેની તે જ વ્યાખ્યા અત્રે સમજવી. ફેર એટલો જ કે દરેક ભાગ પાડતી વખતે ત્યાં એકેક વધે છે ત્યારે આંહી બબ્બે વધે છે. કહો ત્યારે કુલ રૂપીઆ કેટલા? અને દરેકને મળે કેટલા? જવાબ પૂર્ણાંક લાવવો. કુલ રૂપીઆની સંખ્યા સૌથી નાની લાવવી જોઇએ.

ખુલાસો.

દાખલા ૯૬ માં સાધ્ય રકમ આપણે ૩૧૨૫ મેળવી. દાખલા ૯૬ નો આ બીજો દરજ્જો છે. માટે ૩૧૨૫ ના બમણા કરવા. તે આવ્યા ૬૨૫૦. આ વ્યાખ્યામાં બબે વધે છે. જો એકેક વધે તો ૫ − ૧ = ૪ બાદ થાય અને બબે વધે તો ૪ × ૨ = ૮ બાદ થાય. માટે ૬૨૫૦−૮ = ૬૨૪૨ કુલ રૂપીઆ. આથી નાની સંખ્યા સ્વીકારી શકાશે નહી. હવે તેની વહેંચણી કરો.

	પહેલીવાર મળે		બીજીવાર	ટોટલ
૧ લાને	= ૧૨૪૮ + ૨ = ૧૨૫૦	અને	૪૦૮ = ૧૬૫૮	
૨ જાને	= ૯૯૮ + ૨ = ૧૦૦૦	,,	૪૦૮ = ૧૪૦૮	
૩ જાને	= ૭૯૮ + ૨ = ૮૦૦	,,	૪૦૮ = ૧૨૦૮	
૪ થાને	= ૬૩૮ + ૨ = ૬૪૦	,,	૪૦૮ = ૧૦૪૮	
૫ માને	= ૫૧૦ + ૨ = ૫૧૨	,,	૪૦૮ = ૯૨૦	૬૨૪૨

સૂચના—દાખલા ૯૬ માં દરેકને પ્રથમવાર અને બીજીવાર જે મળે છે તેના બમણા આ બીજા દરજ્જાની વ્યાખ્યામાં મળે છે.

વ્યાખ્યા ૨ જી.

દાખલા ૯૬ માં જે વ્યાખ્યા આપી છે તેની તે જ વ્યાખ્યા સમજવી. દરેક ભાગ પાડતી વખતે ત્યાં એકેક વધે છે ત્યારે આ વ્યાખ્યામાં દરેક ભાગ પાડતી વખતે ત્રણ ત્રણ વધે છે. કહો ત્યારે કુલ રૂપીઆ કેટલા? અને દરેકને મળે કેટલા? જવાબ પૂર્ણાંકમાં લાવવો અને તે રકમ સૌથી નાની હોવી જોઇએ.

ખુલાસો.

દાખલા ૯૬ માં સાધ્ય રકમ ૩૧૨૫ છે. આ વ્યાખ્યા દાખલા ૯૬ નો ત્રીજો દરજ્જો માટે ૩૧૨૫ × ૩ = ૯૩૭૫: એ સાધ્ય રકમ થઈ. હવે ત્રણ ત્રણ વધે છે. માટે ૪ × ૩ = ૧૨ બાદ કરવા માટે ૯૩૭૫ − ૧૨ = ૯૩૬૩ આવ્યા. તે કુલ રૂપીઆની સંખ્યા ૯૩૬૩ થઈ. તેની વહેંચણી નીચે પ્રમાણે.

પહેલીવાર મળે	બીજીવાર મળે	કુલ	
૧ લાને ૧૮૭૨ + ૩ = ૧૮૭૫	અને ૬૧૨	= ૨૪૮૭	કુલ ૯૩૬૩
૨ જાને ૧૪૯૭ + ૩ = ૧૫૦૦	„ ૬૧૨	= ૨૧૧૨	
૩ જાને ૧૧૯૭ + ૩ = ૧૨૦૦	„ ૬૧૨	= ૧૮૧૨	
૪ થાને ૯૫૭ + ૩ = ૯૬૦	„ ૬૧૨	= ૧૫૭૨	
૫ માને ૭૬૫ + ૩ = ૭૬૮	„ ૬૧૨	= ૧૩૮૦	

સૂચના—દાખલા ૯૬ માં દરેકને પ્રથમવાર અને બીજીવાર જે રકમ મળે છે તે તે રકમના ત્રણ ગણા અત્રે મળે છે.

વ્યાખ્યા ૩ જી.

દાખલા ૯૬ માં જે વ્યાખ્યા છે તેની તે વ્યાખ્યા અત્રે સમજવી. ફેર એટલો જ કે દાખલા ૯૬ માં દરેક ભાગ પાડતી વખતે એકેક વધે છે ત્યારે આ વ્યાખ્યામાં ચાર ચાર વધે છે. કહો ત્યારે કુલ સંખ્યા કેટલી? અને દરેકને મળે કેટલી? જવાબ પૂર્ણાંકમાં લાવવા.

ખુલાસો.

આ વ્યાખ્યા દાખલા ૯૬ નો ચોથો દરજ્જો છે. દાખલા ૯૬ માં સાધ્ય રકમ ૩૧૨૫ છે. માટે ૩૧૨૫ × ૪ = ૧૨૫૦૦ આવ્યા. હવે ચાર ચાર વધે છે માટે ૪ × ૪ = ૧૬ બાદ કરવા. ૧૨૫૦૦ − ૧૬ = ૧૨૪૮૪ કુલ સંખ્યા થઇ. તેની વહેંચણી નીચે પ્રમાણે.

પહેલીવાર મળે	બીજીવાર મળે	ટોટલ	
૧ લાને ૨૪૯૬ + ૪ = ૨૫૦૦	અને ૮૧૬	= ૩૩૧૬	ટોટલ ૧૨૪૮૪
૨ જાને ૧૯૯૬ + ૪ = ૨૦૦૦	„ ૮૧૬	= ૨૮૧૬	
૦ જાને ૧૫૯૬ + ૪ = ૧૬૦૦	„ ૮૧૬	= ૨૪૧૬	
૪ થાને ૧૨૭૬ + ૪ = ૧૨૮૦	„ ૮૧૬	= ૨૦૯૬	
૫ માને ૧૦૨૦ + ૪ = ૧૦૨૪	„ ૮૧૬	= ૧૮૪૦	

સૂચના—દાખલા ૯૬ માં દરેકને પ્રથમવાર જે મળે છે અને બીજીવાર જે મળે છે. તેના ચાર ચાર ગણા આમાં મળે છે.

દાખલો ૪.

દાખલા ૯૭ના અનુસંધાનમાં. પૃષ્ઠ ૨૦૨

વ્યાખ્યા ૧ લી.

દાખલા ૯૭ માં જે વ્યાખ્યા આપી છે, તેની તે જ વ્યાખ્યા અત્રે સમજવી. ફેર એટલો જ કે દરેક ભાગ પાડતી વખતે ત્યાં પાંચ પાંચ વધે છે ત્યારે આ વ્યાખ્યામાં દરેક ભાગ પાડતી વખતે ચાર ચાર વધે છે. કહો ત્યારે દરેકને કેટલા રૂપીઆ મળે ? અને કુલ કેટલા ? જવાબો પૂર્ણાંકમાં લાવવા અને આવેલ જવાબો સૌથી નાની રકમો હોવી જોઇએ.

ખુલાસો.

આ વ્યાખ્યા તે દાખલા ૯૭ નો બીજો દરજ્જો છે. દાખલા ૯૭ માં સાધ્ય રકમ ૪૬૬૫૬ છે. માટે આમાં ૪૬૬૫૬ × ૨ = ૯૩૩૧૨ કરવા. હવે આમાં એકેક વધે છે, એમ કહ્યું હોય ત્યારે પાંચ બાદ થાય (કારણ ૬ − ૧ = ૫) આમાં ચાર ચાર વધે છે માટે ૫ × ૪ = ૨૦ ઓછા કરવાના. ૯૩૩૧૨ − ૨૦ = ૯૩૨૯૨. આ રકમ ૭ જણા વચ્ચે વહેંચી આપવાની છે.

	પહેલીવાર મળે	બીજીવાર મળે	ટોટલ	
૧ લાને	૧૫૫૪૮ + ૪ = ૧૫૫૫૨	અને ૫૨૦૫	= ૨૦૭૫૭	કુલ રૂપીઆ ૯૩૨૯૨
૨ જાને	૧૨૯૫૬ + ૪ = ૧૨૯૬૦	,, ૫૨૦૫	= ૧૮૧૬૫	
૩ જાને	૧૦૭૯૬ + ૪ = ૧૦૮૦૦	,, ૫૨૦૫	= ૧૬૦૦૫	આ રકમોથી નાની રકમો સ્વીકારી શકાશે નહીં.
૪ થાને	૮૯૯૬ + ૪ = ૯૦૦૦	,, ૫૨૦૫	= ૧૪૨૦૫	
૫ માને	૭૪૯૬ + ૪ = ૭૫૦૦	,, ૫૨૦૫	= ૧૨૭૦૫	
૬ ઠાને	૬૨૪૬ + ૪ = ૬૨૫૦	,, ૫૨૦૫	= ૧૧૪૫૫	

સૂચના—દાખલા ૯૭ માં પહેલાને જે રકમ મળે તેના બમણા પહેલીવાર મળે અને પહેલાને બીજીવાર જે રકમ મળે તેના બમણા + ૫ વધુ મળે એટલે મૂળ દાખલામાં પહેલાને બીજીવાર ૨૬૦૦ મળે તો આ વખતે ૨૬૦૦ × ૨ = ૫૨૦૦ થાય. હવે તેમાં ૫ ઉમેર્યા તો

થયા ૫૨૦૫. આ પ્રમાણે બીજાઓને મળે એમ સમજવું.

વ્યાખ્યા ૨ જી.

● દાખલા ૯૭ માં જે વ્યાખ્યા આપી છે તેની તે વ્યાખ્યા આંહી પણ સમજવી. ફેર એટલેા જ કે દાખલા ૯૭ માં દરેક ભાગ પાડતી વખતે પાંચ પાંચ વધે છે ત્યારે આ વ્યાખ્યામાં ત્રણ ત્રણ વધે છે. કહેા ત્યારે કુલ રૂપીઆ કેટલા ? અને દરેકને મળે કેટલા ? જવાબેા પૂર્ણાંકમાં લાવવા અને આવેલ જવાબેાની રકમેા સૌથી નાની હેાવી જોઇએ.

ખુલાસેા.

ચારે ભાગીદારના દા૦. ૯૫ ના અનુસંધાનવાળા દાખલામાં પૃષ્ટ ૨૦૯ સૂચનાવાળા હેડીંગમાં બીજીવાર જે રકમ મળે છે. તેમાં કેવી રીતે બમણા ત્રમણા કરી વધારાના આંક ૩ અને પૃષ્ટ ૨૧૦ માં ૬ ખુલાસા નીચે કેવી રીતે મૂકવા તે સમજાવ્યું છે. અને તે સાથે આ વ્યાખ્યાની રીત પણ મેળવવી જોઇએ કારણ કે છ ભાગીદાર તે બેકી ભાગીદાર કહેવાય.

આ વ્યાખ્યા તે દાખલા ૯૭ નેા ત્રીજો દરજ્જો સમજવેા માટે મૂળ સાધ્ય રકમ ૪૬૬૫૬ છે તેને ૩ થી ગુણવા. ૪૬૬૫૬ × ૩ = ૧૩૯૯૬૮. હવે ત્રણ ત્રણ વધે છે માટે ૫ × ૩ = ૧૫ બાદ કરવા. માટે ૧૩૯૯૬૮ − ૧૫ = ૧૩૯૯૫૩ થયા. આની વહેંચણી કરેા.

	પહેલીવાર મળે			બીજીવાર મળે	ટેાટલ
૧ લાને	૨૩૩૨૫ + ૩	= ૨૩૩૨૮	અને	૭૮૧૦	= ૩૧૧૩૮
૨ જાને	૧૯૪૩૭ + ૩	= ૧૯૪૪૦	,,	૭૮૧૦	= ૨૭૨૫૦
૩ જાને	૧૬૧૯૭ + ૩	= ૧૬૨૦૦	,,	૭૮૧૦	= ૨૪૦૧૦
૪ થાને	૧૩૪૯૭ + ૩	= ૧૩૫૦૦	,,	૭૮૧૦	= ૨૧૩૧૦
૫ માને	૧૧૨૪૭ + ૩	= ૧૧૨૫૦	,,	૭૮૧૦	= ૧૯૦૬૦
૬ ઠ્ઠાને	૯૩૭૨ + ૩	= ૯૩૭૫	,,	૭૮૧૦	= ૧૭૧૮૫

કુલ રૂપીઆ ૧૩૯૯૫૩

આ જવાબેાની રકમેાથી નાની રકમેા સ્વીકારી શકાશે નહીં.

સૂચના. વ્યાખ્યા ૧ લી પ્રમાણે સમજવી અને ફેર છે તે ધ્યાનમાં લેવું.

વ્યાખ્યા ૩ જી.

દાખલા ૯૭માં જે વ્યાખ્યા આપી છે તેની તે વ્યાખ્યા અત્રે સમજવી. ફેર માત્ર એટલો જ કે દાખલા ૯૭માં દરેક ભાગ પાડતી વખતે પાંચ પાંચ વધે છે ત્યારે આ વ્યાખ્યામાં બબ્બે વધે છે. કહો ત્યારે કુલ સંખ્યા કેટલી અને દરેકને શું શું મળે ? જવાબો પૂર્ણાંકમાં લાવવા. અને આવેલ જવાબોની રકમો સૌથી નાની હોવી જોઇએ.

ખુલાસો

આ વ્યાખ્યા તે દાખલા ૯૭નો ચોથે દરજ્જે સમજવો. માટે મૂળ સાધ્ય રકમ ૪૬૬૫૬ ને ૪ થી ગુણવા માટે ૪૬૬૫૬ × ૪ = ૧૮૬૬૨૪. હવે બબ્બે વધે છે માટે ૫ × ૨ = ૧૦ બાદ કરવા. માટે ૧૮૬૬૨૪ − ૧૦ = ૧૮૬૬૧૪ તેની વહેંચણી નીચે પ્રમાણે.

	પહેલીવાર મળે		બીજીવાર મળે	ટોટલ
૧લાને	૩૧૧૦૨ + ૨ = ૩૧૧૦૪	અને	૧૦૪૧૫	= ૪૧૫૧૯
૨જાને	૨૫૯૧૮ + ૨ = ૨૫૯૨૦	,,	૧૦૪૧૫	= ૩૬૩૩૫
૩જાને	૨૧૫૯૮ + ૨ = ૨૧૬૦૦	,,	૧૦૪૧૫	= ૩૨૦૧૫
૪થાને	૧૭૯૯૮ + ૨ = ૧૮૦૦૦	,,	૧૦૪૧૫	= ૨૮૪૧૫
૫માને	૧૪૯૯૮ + ૨ = ૧૫૦૦૦	,,	૧૦૪૧૫	= ૨૫૪૧૫
૬ઠ્ઠાને	૧૨૪૯૮ + ૨ = ૧૨૫૦૦	,,	૧૦૪૧૫	= ૨૨૯૧૫

૧૮૬૬૧૪ કુલ

આથી નાની રકમ સ્વીકારી શકાશે નહીં.

સૂચના. આમાં, દાખલા ૯૭માં પહેલાને જે રકમ મળે છે તેના ચાર ગણા છે અને બીજીવાર મળે છે તેના પણ ચાર ગણા તથા ૫ × ૩ = ૧૫ વધારે.

વ્યાખ્યા ૪ થી

આની વ્યાખ્યા દાખલા ૯૭ની વ્યાખ્યાને બધી રીતે મળતી છે. ફેર એટલો જ કે ત્યાં દરેક ભાગ પાડતી વખતે પાંચ પાંચ વધે

છે ત્યારે આંહીં અકેક વધે છે. કહો ત્યારે કુલ સંખ્યા કેટલી? અને દરેકને મળે કેટલા? જવાબો પૂર્ણાંકમાં લાવવા. આવેલ જવાબ સૌથી નાનામાં નાની રકમ હોવી જોઇએ.

ખુલાસો

આ વ્યાખ્યાને દાખલા ૯૭નો પાંચમો દરજ્જો સમજો. માટે મૂળ સાધ્ય રકમ ૪૬૬૫૬ ને ૫ થી ગુણો માટે ૪૬૬૫૬ × ૫ = ૨૩૩૨૮૦ આવ્યા. અકેક વધે છે માટે ૬ − ૧ = ૫ બાદ કરો. તો આવશે ૨૩૩૨૮૦ − ૫ = ૨૩૩૨૭૫. આ ૨૩૩૨૭૫ને નીચે પ્રમાણે વહેંચી આપો.

	પહેલીવાર મળે		બીજીવાર મળે	ટોટલ
૧લાને	૩૮૮૭૯ + ૧ = ૩૮૮૮૦	અને	૧૩૦૨૦	= ૫૧૯૦૦
૨જાને	૩૨૩૯૯ + ૧ = ૩૨૪૦૦	,,	૧૩૦૨૦	= ૪૫૪૨૦
૩જાને	૨૬૯૯૯ + ૧ = ૨૭૦૦૦	,,	૧૩૦૨૦	= ૪૦૦૨૦
૪થાને	૨૨૪૯૯ + ૧ = ૨૨૫૦૦	,,	૧૩૦૨૦	= ૩૫૫૨૦
૫માને	૧૮૭૪૯ + ૧ = ૧૮૭૫૦	,,	૧૩૦૨૦	= ૩૧૭૭૦
૬ઠ્ઠાને	૧૫૬૨૪ + ૧ = ૧૫૬૨૫	,,	૧૩૦૨૦	= ૨૮૬૪૫

કુલ ટોટલ ૨૩૩૨૭૫

આથી નાની રકમ સ્વીકારી શકાય એમ નથી.

સૂચના. દાખલા ૯૭માં ૧ લાને જે રકમ મળે છે તેનાથી અત્રે મળતી રકમ પાંચગણી છે. અને બીજી વારની રકમ પણ ૫ ગણી છે. અને બેકી ભાગીદારના નિયમ પ્રમાણે ૨૦ વધારે છે. (તે વધારો ૫ નો ૪ ગણો છે.)

દાખલો ૬

દાખલા ૯૮ના અનુસંધાનમાં. પૃષ્ઠ ૨૦૮

વ્યાખ્યા ૧લી.

દાખલા ૯૮ની વ્યાખ્યા પ્રમાણે અત્રે વ્યાખ્યા સમજવી. ફેર એટલો જ કે, દરેક વખતે ભાગ પાડતાં ત્યાં જ્યારે અકેક વધે છે ત્યારે

આ વ્યાખ્યામાં બબ્બે વધે છે. કહો ત્યારે કુલ રૂપીઆ કેટલા? અને દરેકને મળે કેટલા? જવાબમાં પૂર્ણાંક લાવવા. જવાબમાં રકમ સૌથી નાની લાવવી.

ખુલાસો :

આ વ્યાખ્યા દાખલા ૯૮નો બીજો દરજ્જો. માટે સાધ્ય રકમના બમણા કરો. સાધ્ય રકમ ૮૨૩૫૪૩ × ૨ = ૧૬૪૭૦૮૬. હવે બબ્બે વધે માટે ૬ × ૨ = ૧૨ બાદ. માટે ૧૬૪૭૦૮૬ − ૧૨ = ૧૬૪૭૦૭૪ને નીચે પ્રમાણે વહેંચો.

	પહેલીવાર મળે		બીજીવાર મળે	ટોટલ
૧લાને	૨૩૫૨૯૬ + ૨ = ૨૩૫૨૯૮	અને	૭૯૯૮૦	= ૩૧૫૨૭૮
૨જાને	૨૦૧૬૮૨ + ૨ = ૨૦૧૬૮૪	,,	૭૯૯૮૦	= ૨૮૧૬૬૪
૩જાને	૧૭૨૮૭૦ + ૨ = ૧૭૨૮૭૨	,,	૭૯૯૮૦	= ૨૫૨૮૫૨
૪થાને	૧૪૮૧૭૪ + ૨ = ૧૪૮૧૭૬	,,	૭૯૯૮૦	= ૨૨૮૧૫૬
૫માને	૧૨૭૦૦૬ + ૨ = ૧૨૭૦૦૮	,,	૭૯૯૮૦	= ૨૦૬૯૮૮
૬ઠ્ઠાને	૧૦૮૮૬૨ + ૨ = ૧૦૮૮૬૪	,,	૭૯૮૮૦	= ૧૮૮૮૪૪
૭માને	૯૩૩૧૦ + ૨ = ૯૩૩૧૨	,,	૭૯૯૮૯	= ૧૭૩૨૯૨

કુલ રૂપીઆ ૧૬૪૭૦૭૪

આ રકમથી નાની રકમ સ્વીકારી શકાય નહીં.

દાખલા ૯૮ માં પહેલીવાર અને બીજીવાર મળેલી રકમો આંહી બમણી છે.

વ્યાખ્યા ૨ જી.

દાખલા ૯૮ની વ્યાખ્યા પ્રમાણે આ વ્યાખ્યા સમજવી. ફેર માત્ર એટલો જ કે ત્યાં દરેક ભાગ પાડતી વખતે એકેક વધે ત્યારે આંહી ત્રણ ત્રણ વધે. કહો ત્યારે કુલ રૂપીઆ કેટલા? અને દરેકને મળે કેટલા? જવાબમાં સૌથી નાની રકમો પૂર્ણાંકમાં લાવવી.

ખુલાસો.

આ વ્યાખ્યા દાખલા ૯૮નો ત્રીજો દરજ્જો. માટે મૂળ સાધ્ય રકમના ત્રમણા કરવા. ૮૨૩૫૪૩ × ૩ = ૨૪૭૦૬૨૯ તેમાંથી બાદ

૧૮ (કારણ ત્રણ ત્રણ વધે છે માટે ૬ × ૩ = ૧૮) = ૨૪૭૦૬૧૧ કુલ રૂપીઆ નીચે પ્રમાણે વહેંચી આપો.

	પહેલીવાર મળે		બીજીવાર મળે	ટોટલ	
૧લાને	૩૫૨૯૪૪ + ૩ = ૩૫૨૯૪૭	અને	૧૧૯૯૭૦	= ૪૭૨૯૧૭	કુલ રૂપીઆ ૨૪૭૦૬૧૧
૨જાને	૩૦૨૫૨૩ + ૩ = ૩૦૨૫૨૬	,,	૧૧૯૯૭૦	= ૪૨૨૪૯૬	
૩જાને	૨૫૯૩૦૫ + ૩ = ૨૫૯૩૦૮	,,	૧૧૯૯૭૦	= ૩૭૯૨૭૮	
૪થાને	૨૨૨૨૬૧ + ૩ = ૨૨૨૨૬૪	,,	૧૧૯૯૭૦	= ૩૪૨૨૩૪	
૫માને	૧૯૦૫૦૯ + ૩ = ૧૯૦૫૧૨	,,	૧૧૯૯૭૦	= ૩૧૦૪૮૨	
૬ઠ્ઠાને	૧૬૩૨૯૩ + ૩ = ૧૬૩૨૯૬	,,	૧૧૯૯૭૦	= ૨૮૩૨૬૬	
૭માને	૧૩૯૯૬૫ + ૩ = ૧૩૯૯૬૮	,,	૧૧૯૯૭૦	= ૨૫૯૯૩૮	

આથી નાની રકમ સ્વીકારી શકાય નહીં.

દાખલા ૯૮માં આવેલ આંકડાના ત્રણ ગણા આમાં છે.

વ્યાખ્યા ૩૭.

દાખલા ૯૮ની વ્યાખ્યા પ્રમાણે આની વ્યાખ્યા સમજવી. ફેર માત્ર એટલો જ કે ત્યાં દરેક ભાગ પાડતી વખતે એકેક વધે ત્યારે આંહી ચાર ચાર વધે. કહો ત્યારે કુલ રૂપીઆ કેટલા? અને દરેકને મળે કેટલા? જવાબમાં સૌથી નાની રકમો પૂર્ણાંકમાં લાવવી.

ખુલાસો:

આ વ્યાખ્યા દાખલા ૯૮નો ચોથો દરજ્જો છે માટે મૂળ સાધ્ય રકમ ૮૨૩૫૪૩ × ૪ = ૩૨૯૪૧૭૨. હવે ચાર ચાર વધે માટે ૬ × ૪ = ૨૪ બાદ કરો તો ૩૨૯૪૧૪૮ આવે.

આ રકમ નીચે પ્રમાણે વહેંચી નાંખો.

	પહેલીવાર મળે		બીજીવાર મળે	ટોટલ	
૧લાને	૪૭૦૫૯૨ + ૪ = ૪૭૦૫૯૬	અને	૧૫૯૯૬૦	= ૬૩૦૫૫૬	કુલ રૂપીઆ ૩૨૯૪૧૪૮
૨જાને	૪૦૩૩૬૪ + ૪ = ૪૦૩૩૬૮	,,	૧૫૯૯૬૦	= ૫૬૩૩૨૮	
૩જાને	૩૪૫૭૪૦ + ૪ = ૩૪૫૭૪૪	,,	૧૫૯૯૬૦	= ૫૦૫૭૦૪	
૪થાને	૨૯૬૩૪૮ + ૪ = ૨૯૬૩૫૨	,,	૧૫૯૯૬૦	= ૪૫૬૩૧૨	
૫માને	૨૫૪૦૧૨ + ૪ = ૨૫૪૦૧૬	,,	૨૫૯૯૬૦	= ૪૧૩૯૭૬	
૬ઠ્ઠાને	૨૧૭૭૨૪ + ૪ = ૨૧૭૭૨૮	;,	૧૫૯૯૬૦	= ૩૭૭૬૮૮	
૭માને	૧૮૬૬૨૦ + ૪ = ૧૮૬૬૨૪	,,	૧૫૯૯૬૦	= ૩૪૬૫૮૪	

આથી નાની રકમો સ્વીકારી શકાય નહીં.

આમાંના આંકડા દાખલા ૯૮ના દાખલામાં આવેલ આંકડાના ચાર ગણા થાય છે.

વ્યાખ્યા ૪થી.

દાખલા ૯૮ની વ્યાખ્યા પ્રમાણે આની વ્યાખ્યા સમજવી. ફેર માત્ર એટલો જ કે ત્યાં દરેક ભાગ પાડતી વખતે એકેક વધે છે, ત્યારે આંહી પાંચ પાંચ વધે છે. કહો ત્યારે કુલ રૂપીઆ કેટલા અને દરેકને મળે કેટલા ? જવાબમાં પૂર્ણાંક લાવવા. અને તે સૌથી નાની રકમ જોઇએ.

ખુલાસો :

આ વ્યાખ્યા. તે દાખલા ૯૮નો પાંચમો દરજ્જો છે. માટે મૂળ સાધ્ય રકમના પાંચ ગણા કરવા. ૮૨૩૫૪૩ × ૫ = ૪૧૧૭૭૧૫ − ૩૦ (કારણ ૬ × ૫ = ૩૦) = ૪૧૧૭૬૮૫ કુલ રૂપીઆ. તેની વહેંચણી નીચે પ્રમાણે:—

	પહેલીવાર મળે		બીજીવાર મળે	ટોટલ	
૧લાને	૫૮૮૨૪૦ + ૫ = ૫૮૮૨૪૫	અને	૧૯૯૯૫૦	= ૭૮૮૧૯૫	કુલ ૪૧૧૭૬૮૫
૨જાને	૫૦૪૨૦૫ + ૫ = ૫૦૪૨૧૦	,,	૧૯૯૯૫૦	= ૭૦૪૧૬૦	
૩જાને	૪૩૨૧૭૫ + ૫ = ૪૩૨૧૮૦	,,	૧૯૯૯૫૦	= ૬૩૨૧૩૦	
૪થાને	૩૭૦૪૩૫ + ૫ = ૩૭૦૪૪૦	,,	૧૯૯૯૫૦	= ૫૭૦૩૯૦	
૫માને	૩૧૭૫૧૫ + ૫ = ૩૧૭૫૨૦	,,	૧૯૯૯૫૦	= ૫૧૭૪૭૦	
૬ઠ્ઠાને	૨૭૧૧૫૫ + ૫ = ૨૭૧૧૬૦	,,	૧૯૯૯૫૦	= ૪૭૨૧૧૦	
૭માને	૨૩૩૨૭૫ + ૫ = ૨૩૩૨૮૦	,,	૧૯૯૯૫૦	= ૪૩૩૨૩૦	

આ રકમથી નાની રકમ સ્વીકારાય નહીં.

આમાંના આંકડા દા૦ ૯૮ ના આંકડાના પાંચ ગણા છે.

વ્યાખ્યા ૫મી.

દાખલા ૯૮ની વ્યાખ્યા પ્રમાણે આ વ્યાખ્યા સમજવી. ફેર માત્ર એટલો જ કે ત્યાં ભાગ પાડતી વખતે એકેક વધે છે ત્યારે

આંહી ૭ ૭ વધે છે. કહો ત્યારે કુલ રૂપીઆ કેટલા? અને દરેકને મળે કેટલા? જવાબમાં પૂર્ણાંક લાવવા અને તે સૌથી નાની રકમ હોવી જોઇએ.

ખુલાસો

આ વ્યાખ્યા તે દાખલા ૯૮ નો છઠ્ઠો દરજ્જો. માટે મૂળ સાધ્ય રકમને ૬ થી ગુણો. ૮૨૩૫૪૩ × ૬ = ૪૯૪૧૨૫૮ આવ્યા તેમાંથી ૬ × ૬=૩૬ બાદ કરીએ તો આવે ૪૯૪૧૨૨૨ કુલ રૂપીઆ તે નીચે પ્રમાણે વહેંચો.

	પહેલીવાર મળે		બીજીવાર મળે ટોટલ
૧ લાને	૭૦૫૮૮૮ + ૬ = ૭૦૫૮૯૪	અને	૨૩૯૯૪૦ = ૯૪૫૮૩૪
૨ જાને	૬૦૫૦૪૬ + ૬ = ૬૦૫૦૫૨	,,	૨૩૯૯૪૦ = ૮૪૪૯૯૨
૩ જાને	૫૧૮૬૧૦ + ૬ = ૫૧૮૬૧૬	,,	૨૩૯૯૪૦ = ૭૫૮૫૫૬
૪ થાને	૪૪૪૫૨૨ + ૬ = ૪૪૪૫૨૮	,,	૨૩૯૯૪૦ – ૬૮૪૪૬૮
૫ માને	૩૮૧૦૧૮ + ૬ = ૩૮૧૦૨૪	,,	૨૩૯૯૪૦ = ૬૨૦૯૬૪
૬ ઠ્ઠાને	૩૨૬૫૮૬ + ૬ = ૩૨૬૫૯૨	,,	૨૩૯૯૪૦ = ૫૬૬૫૩૨
૭ માને	૨૭૯૯૩૦ + ૬ = ૨૭૯૯૩૬	,,	૨૩૯૯૪૦ = ૫૧૯૮૭૬
			કુલ રૂપીઆ ૪૯૪૧૨૨૨

આથી નાની રકમ સ્વીકારી ન શકાય.

આમાં બધા આંકડા છે તે ૯૮મા દાખલાના આંકડાના છગણા છે.

દાખલો क

દાખલા ૯૯ ના અનુસંધાનમાં પૃષ્ઠ ૨૦૪

વ્યાખ્યા ૧ લીઃ—

દાખલા ૯૯ ની વ્યાખ્યા પ્રમાણે આ વ્યાખ્યા સમજવી. પણ ફેર એટલોજ કે ત્યાં દરેક ભાગ પાડતી વખતે સાત સાત વધે છે ત્યારે આંહી ૭ ૭ વધે છે. કહો ત્યારે કુલ રૂપીઆ કેટલા? ને દરેકને

મળે કેટલા ? જવાબ બધા પૂર્ણાંકમાં લાવવા અને જવાબની રકમો સૌથી નાની હોવી જોઈએ.

ખુલાસો.

આ વ્યાખ્યા દાખલા ૯૯ નો બીજો દરજ્જો. માટે દાખલા ૯૯ માં આવેલ જવાબના આંકડાના બમણા અત્રે થવાના છે. દરેક ભાગીદારને બીજીવાર જે રકમ મળે છે. તેમાં બમણા થાય અને સાથે (૮ − ૧ = ૭) ઉમેરવામાં આવે છે કારણ ૮ ભાગીદાર એ બેકી છે. તે ધ્યાનમાં રાખવાનું છે.

દાખલા ૯૯માં મૂળ સાધ્ય રકમ ૧૬૭૭૭૨૧૬ × ૨ = ૩૩૫૫૪૪૩૨ હવે આમાં ૭ ૭ વધે છે. માટે ૭ × ૬ = ૪૨ બાદ કરવાના છે. તેથી ૩૩૫૫૪૪૩૨ − ૪૨ = ૩૩૫૫૪૩૯૦ આવ્યા. આ રકમ બધા વચ્ચે નીચે પ્રમાણે વહેંચી આપો.

	પહેલીવાર મળે તે સાથે ૭ ૭ વધારાના		બીજીવાર મળે	ટોટલ
૧ લાને	૪૧૯૪૩૦૪	અને	૧૪૪૧૧૯૫	=૫૬૩૫૪૪૯૯
૨ જાને	૩૬૭૦૦૧૬	,,	૧૪૪૧૧૯૫	=૫૧૧૧૨૧૧
૩ જાને	૩૨૧૧૨૬૪	,,	૧૪૪૧૧૯૫	=૪૬૫૨૪૫૯
૪ થાને	૨૮૦૯૮૫૬	,,	૧૪૪૧૧૯૫	=૪૨૫૧૦૫૧
૫ માને	૨૪૫૮૬૨૪	,,	૧૪૪૧૧૯૫	=૩૮૯૯૮૧૯
૬ ઠ્ઠાને	૨૧૫૧૨૯૬	,,	૧૪૪૧૧૯૫	=૩૫૯૨૪૯૧
૭ માને	૧૮૮૮૩૮૪	,,	૧૪૪૧૧૯૫	=૩૩૨૩૫૭૯
૮ માને	૧૬૪૭૦૮૬	,,	૧૪૪૧૧૯૫	=૩૦૮૮૨૮૧

આ આંકડાથી નાના આંકડા નહીં આવે.

કુલ રૂપીઆ ૩૩૫૫૪૩૯૦

સૂચના:—બીજીવારની રકમ ૯૯ માં દાખલામાં ૭૨૦૫૯૪ છે આમાં એના બમણા ૧૪૪૧૧૮૮ + ૭ = ૧૪૪૧૧૯૫ થાય છે.

વ્યાખ્યા ૨ જી:—

દાખલા ૯૯ ની વ્યાખ્યા પ્રમાણે આની વ્યાખ્યા સમજવી.

પરંતુ ફેર એટલોજ કે ત્યાં દરેક ભાગ પાડતી વખતે સાત સાત વધે છે ત્યારે આંહી દરેક ભાગ પાડતી વખતે પાંચ પાંચ વધે છે. કહો ત્યારે કુલ રૂપીઆ કેટલા અને દરેકને ભાગ પાડતાં કેટલા મળ્યા? જવાબો પૂર્ણાંકમાં લાવવા અને આવેલ રકમો સૌથી નાની જોઇએ.

ખુલાસો.

આ વ્યાખ્યા દાખલા ૯૯ નો ત્રીજો દરજ્જો છે. માટે આમાં ૯૯ મા દાખલાના આંકડા ત્રણ ગણા થશે. હવે ૧૬૭૭૭૨૧૬ × ૩ = ૫૦૩૩૧૬૪૮ તેમાંથી ૭ × ૫ = ૩૫ બાદ, બાકી રહ્યા ૫૦૩૩૧૬૧૩ તે ભાગીદારોને વહેંચી આપો.

પહેલીવાર મળે તેમાં વધારાના ૫ સાથે		બીજીવાર મળે	ટોટલ	
૧ લાને ૬૨૯૧૪૫૬	અને	૨૧૬૧૭૯૬	=૮૪૫૩૨૫૨	આ આંકડા સૌથી નાના છે.
૨ જાને ૫૫૦૫૦૨૪	,,	૨૧૬૧૭૯૬	=૭૬૬૬૮૨૦	
૩ જાને ૪૮૧૬૮૯૬	,,	૨૧૬૧૭૯૬	=૬૯૭૮૬૯૨	
૪ થાને ૪૨૧૪૭૮૪	,,	૨૧૬૧૭૯૬	=૬૩૭૬૫૮૦	
૫ માને ૩૬૮૭૯૩૬	,,	૨૧૬૧૭૯૬	=૫૮૪૯૭૩૨	
૬ ઠ્ઠાને ૩૨૨૬૯૪૪	,,	૨૧૬૧૭૯૬	=૫૩૮૮૭૪૦	કુલ રૂપીઆ
૭ માને ૨૮૨૩૫૭૬	,,	૨૧૬૧૭૯૬	=૪૯૮૫૩૭૨	૫૦૩૩૧૬૧૩
૮ માને ૨૪૭૦૬૨૯	,,	૨૧૬૧૭૯૬	=૪૬૩૨૪૨૫	

સૂચના—બીજી વારની રકમ, મૂળ રકમ ૭૨૦૫૯૪ ના ૩ ગણા + સાતના બમણા ૧૪ થાય.

વ્યાખ્યા ૩ જી:—

દાખલા ૯૯ ની વ્યાખ્યા પ્રમાણે આની વ્યાખ્યા સમજવી. ફેર માત્ર એટલોજ કે દરેક ભાગ પાડતી વખતે ત્યાં સાત સાત વધે છે ત્યારે આંહી ચાર ચાર વધે છે. કહો ત્યારે કુલ રૂપીઆ કેટલા અને દરેકને મળે કેટલા? જવાબો પૂર્ણાંકમાં લાવવા અને રકમો સૌથી નાની હોવી જોઇએ.

ખુલાસો.

આ વ્યાખ્યા દાખલા ૯૯ નો ચોથો દરજ્જો છે. માટે દાખલા ૯૯ માં જે આંકડા આવે છે તેના ૪ ગણા આંહી કરવાના છે.

૧૬૭૭૭૨૧૬ × ૪ = ૬૭૨૦૮૮૬૪ હવે ૭ × ૪ = ૨૮ તેમાંથી બાદ કરવાના માટે ૬૭૧૦૮૮૩૬ આવ્યા તેની વહેંચણી કરો.

પહેલીવાર મળે વધારાના ૪ સાથે,		બીજીવાર મળે	ટોટલ
૧ લાને ૮૩૮૮૬૦૮	અને	૨૮૮૨૩૯૭=૧૧૨૭૧૦૦૫	આથી નાની
૨ જાને ૭૩૪૦૦૩૨	,,	૨૮૮૨૩૯૭=૧૦૨૨૨૪૨૯	રકમ સ્વીકારાઇ
૩ જાને ૬૪૨૨૫૨૮	,,	૨૮૮૨૩૯૭=૯૩૦૪૯૨૫	શકાશે નહીં
૪ થાને ૫૬૧૯૭૧૨	,,	૨૮૮૨૩૯૭=૮૫૦૨૧૦૯	
૫ માને ૪૯૧૭૨૪૮	,,	૨૮૮૨૩૯૭=૭૭૯૯૬૪૫	કુલ રૂપીઆ
૬ ઠાને ૪૩૦૨૫૯૨	,,	૨૮૮૨૩૯૭=૭૧૮૪૯૮૯	૬૭૧૦૮૮૩૬
૭ માને ૩૭૬૪૭૬૮	,,	૨૮૮૨૩૯૭=૬૬૪૭૧૬૫	
૮ માને ૩૨૯૪૧૭૨	,,	૨૮૮૨૩૯૭=૬૧૭૬૫૬૯	

સૂચના:-બીજીવારની રકમ ૭૨૦૫૯૪ ના ચાર ગણા + સાતના ત્રણ ગણા ૨૧ થાય.

વ્યાખ્યા ૪ થી:—

વ્યાખ્યા દાખલા ૯૯ મા પ્રમાણે, ફેર એટલો જ કે દાખલા ૯૯ માં દરેક ભાગ પાડતી વખતે સાત સાત વધે છે તે આંહી ત્રણ ત્રણ વધે છે કહો ત્યારે કુલ રૂપીઆ પૂર્ણાંક કેટલા અને દરેકને પૂર્ણાંક મળે કેટલા? એ રકમો સૌથી નાની હોવી જોઇએ.

ખુલાસો.

આ વ્યાખ્યા તે દાખલા ૯૯ નો પાંચમો દરજ્જો છે માટે ૯૯ મા દાખલામાં જે આંકડા છે, તેના પાંચ પાંચ ગણા થાય. હવે ૧૬૭૭૭૨૧૬ × ૫ = ૮૩૮૮૬૦૮૦ ॥ ૭ × ૩ = ૨૧ બાદ કરવાના

માટે ૮૩૮૮૬૦૮૦ − ૨૧ = ૮૩૮૮૬૦૫૯. આની વહેંચણી નીચે પ્રમાણે કરો.

વધારાના પાંચ સાથે પહેલી વહેંચણી		બીજીવાર મળે	ટોટલ	
૧ લાને ૧૦૪૮૫૭૬૦	અને	૩૬૦૨૯૯૮	=૧૪૦૮૮૭૫૮	જવાબમાં આવેલ
૨ જાને ૯૧૭૫૦૪૦	,,	૩૬૦૨૯૯૮	=૧૨૭૭૮૦૩૮	આંકડા સૌથી
૩ જાને ૮૦૨૮૧૬૦	,,	૩૬૦૨૯૯૮	=૧૧૬૩૧૧૫૮	નાના છે એથી
૪ થાને ૭૦૨૪૬૪૦	,,	૩૬૦૨૯૯૮	=૧૦૬૨૭૬૩૮	નાના બીજા
૫ માને ૬૧૪૬૫૬૦	,,	૩૬૦૨૯૯૮	=૯૭૪૯૫૫૮	નહીં આવે
૬ ઠ્ઠાને ૫૩૭૮૨૪૦	,,	૩૬૦૨૯૯૮	=૮૯૮૧૨૩૮	
૭ માને ૪૭૦૫૯૬૦	,,	૩૬૦૨૯૯૮	=૮૩૦૮૯૫૮	જવાબઃ−
૮ માને ૪૧૧૭૭૧૫	,,	૩૬૦૨૯૯૮	=૭૭૨૦૭૧૩	૮૩૮૮૬૦૫૯

સૂચનાઃ—બીજીવારની રકમ ૭૨૦૫૯૪ ના પાંચગણા + સાતના ચારગણા અઠ્ઠાવીસ થાય.

વ્યાખ્યા ૫મીઃ

વ્યાખ્યા દાખલા ૯૯મા પ્રમાણે સમજવી. ફેર એટલો જ કે ત્યાં દરેક ભાગ પાડતી વખતે સાત સાત વધે છે ત્યારે આંહી દરેક ભાગ પાડતી વખતે બબ્બે વધે છે. કહો ત્યારે કુલ પૂર્ણાંક રૂપીઆ કેટલા ? અને દરેકને પૂર્ણાંક મળે કેટલા ? અને એ રકમો સૌથી નાની હોવી જોઇએ.

ખુલાસો :

આ વ્યાખ્યા ૯૯નો છઠ્ઠો દરજ્જો. માટે દાખલા ૯૯માં જે આંકડા છે તેને ૭ ૭ થી ગુણવા. માટે ૧૬૭૭૭૨૧૬ × ૬ = ૧૦૦૬૬૩૨૯૬ − ૧૪ = ૧૦૦૬૬૩૨૮૨ તેની નીચે પ્રમાણે વહેંચણી કરો.

વધારાના બન્ને સાથે

પહેલીવાર મળે		બીજીવાર મળે	ટોટલ	
૧લાને ૧૨૫૮૨૯૧૨	અને	૪૩૨૩૫૯૯	=૧૬૯૦૬૫૧૧	આથી નાની રકમ જવાબમાં ન આવે. કુલ રૂપીઆ ૧૦૦૬૬૩૨૮૨
૨જાને ૧૧૦૧૦૦૪૮	,,	૪૩૨૩૫૯૯	=૧૫૩૩૩૬૪૭	
૩જાને ૯૬૩૩૭૯૨	,,	૪૩૨૩૫૯૯	=૧૩૯૫૭૩૯૧	
૪થાને ૮૪૨૯૫૬૮	,,	૪૩૨૩૫૯૯	=૧૨૭૫૩૧૬૭	
૫માને ૭૩૭૫૮૭૨	,,	૪૩૨૩૫૯૯	=૧૧૬૯૯૪૭૧	
૬ઠ્ઠાને ૬૪૫૩૮૮૮	,,	૪૩૨૩૫૯૯	=૧૦૭૭૭૪૮૭	
૭માને ૫૬૪૭૧૫૨	,,	૪૩૨૩૫૯૯	= ૯૯૭૦૭૫૧	
૮માને ૪૯૪૧૨૫૮	,,	૪૩૨૩૫૯૯	= ૯૨૬૪૮૫૭	

સૂચનાઃ–બીજીવારની રકમ ૭૨૦૫૯૪ ના છગણા + સાતના પાંચગણા પાંત્રીસ થાય.

વ્યાખ્યા ૬ઠ્ઠી

વ્યાખ્યા, દાખલા ૯૯ પ્રમાણે સમજવી. ફેર એટલો જ કે ત્યાં ભાગ પાડતાં સાત સાત વધે છે ત્યારે આંહી અકેક વધે છે કહો ત્યારે કુલ પૂર્ણાંક રૂપીઆ કેટલા અને દરેકને પૂર્ણાંક મળે કેટલા. જવાબની રકમો સૌથી નાની હોવી જોઇએ.

ખુલાસો :

આ વ્યાખ્યા દાખલા ૯૯નો સાતમો હરજો. માટે દાખલા ૯૯માં આવેલ આંકડાના સાત ગણા આંહી કરવા. માટે ૧૬૭૭૭૨૧૬ × ૭ = ૧૧૭૪૪૦૫૧૨ આવ્યા. આંહી અકેક વધે છે માટે ૧૧૭૪૪૦૫૧૨ – ૭ = ૧૧૭૪૪૦૫૦૫ કુલ રૂપીઆ પૂર્ણાંક આવ્યા તે નીચે પ્રમાણે વહેંચો.

વધારા સાથે

પહેલીવાર મળે અકેક		બીજીવાર મળે	ટોટલ	
૧ લાને ૧૪૬૮૦૦૬૪	અને	૫૦૪૪૨૦૦	=૧૯૭૨૪૨૬૪	કુલ રૂપીઆ ૧૧૭૪૪૦૫૦૫
૨ જાને ૧૨૮૪૫૦૫૬	,,	૫૦૪૪૨૦૦	=૧૭૮૮૯૨૫૬	
૩ જાને ૧૧૨૩૯૪૨૪	,,	૫૦૪૪૨૦૦	=૧૬૨૮૩૬૨૪	
૪ થાને ૯૮૩૪૪૯૬	,,	૫૦૪૪૨૦૦	=૧૪૮૭૮૬૯૬	
૫ માને ૮૬૦૫૧૮૪	,,	૫૦૪૪૨૦૦	=૧૩૬૪૯૩૮૪	
૬ ઠાને ૭૫૨૯૫૩૬	,,	૫૦૪૪૨૦૦	=૧૨૫૭૩૭૩૬	
૭ માને ૬૫૮૮૩૪૪	,,	૫૦૪૪૨૦૦	=૧૧૬૩૨૫૪૪	
૮ માને ૫૭૬૪૮૦૧	,,	૫૦૪૪૨૦૦	=૧૦૮૦૯૦૦૧	

આથી નાની રકમો ન સ્વીકારાય.

સૂચનાઃ–બીજીવારની રકમ ૭૨૦૫૯૪ ના સાતગણા + સાત છક બેતાલીસ થાય.

દાખલો ज

દાખલા ૧૦૦ના અનુસંધાનમાં પૃષ્ઠ ૨૦૪

વ્યાખ્યા ૧લી.

દાખલા ૧૦૦માની વ્યાખ્યા પ્રમાણે ફેર માત્ર એટલો જ કે ત્યાં દરેક ભાગ પાડતી વખતે અકેક વધે છે. આહીં બબે વધે છે કહો ત્યારે કુલ રકમ પૂર્ણાંક કેટલી અને દરેકને પૂર્ણાંક મળે કેટલી ? અને આવેલ જવાબ સૌથી નાની રકમો હોવી જોઇએ.

ખુલાસો :

દાખલા ૧૦૦માનો આ બીજો દરજ્જો. માટે તેમાં આવેલ આંકડા આંહી બધા બમણા થાશે. માટે ત્યાંની સાધ્ય રકમ ૩૮૭૪૨૦૪૮૯ ને ૨થી ગુણવા. એટલે આવશે, ૭૭૪૮૪૦૯૭૮ તેમાંથી (બબે વધે છે માટે) ૧૬ બાદ કર્યા: બાકી રહ્યા ૭૭૪૮૪૦૯૬૨ તેની નીચે પ્રમાણે વહેંચણી કરવી.

પહેલીવાર મળે બબેના વધારા સાથે.		બીજીવાર મળે		ટોટલ
૧ લાને ૮૬૦૯૩૪૪૨	અને	૨૯૮૨૬૧૬૦	=	૧૧૫૯૧૯૬૦૨
૨ જાને ૭૬૫૨૭૫૦૪	,,	૨૯૮૨૬૧૬૦	=	૧૦૬૩૫૩૬૬૪
૩ જાને ૬૮૦૨૪૪૪૮	,,	૨૯૮૨૬૧૬૦	=	૯૭૮૫૦૬૦૮
૪ થાને ૬૦૪૬૬૧૭૬	,,	૨૯૮૨૬૧૬૦	=	૯૦૨૯૨૩૩૬
૫ માને ૫૩૭૪૭૭૧૨	,,	૨૯૮૨૬૧૬૦	=	૮૩૫૭૩૮૭૨
૬ ઠ્ઠાને ૪૭૭૭૫૭૪૪	,,	૨૯૮૨૬૧૬૦	=	૭૭૬૦૧૯૦૪
૭ માને ૪૨૪૬૭૩૨૮	,,	૨૯૮૨૬૧૬૦	=	૭૨૨૯૩૪૮૮
૮ માને ૩૭૭૪૮૭૩૬	,,	૨૯૮૨૬૧૬૦	=	૬૭૫૭૪૮૯૬
૯ માને ૩૩૫૫૪૪૩૨	,,	૨૯૮૨૬૧૬૦	=	૬૩૩૮૦૫૯૨

કુલ રકમ ૭૭૪૮૪૦૯૭૮

આથી નાની રકમ સ્વીકારી શકાશે નહીં.

દાખલા ૧૦૦ની પહેલી તથા બીજીવારની બધી રકમો આંહી બમણી છે.

વ્યાખ્યા ૨જી.

દાખલા ૧૦૦માની વ્યાખ્યા પ્રમાણે, આની વ્યાખ્યા સમજવી. ફેર માત્ર એટલો જ કે ત્યાં દરેક ભાગ પાડતી વખતે એકેક વધે છે ત્યારે આંહી ત્રણ ત્રણ વધે છે. કહો ત્યારે કુલ પૂર્ણાંક રૂપીઆ કેટલા? અને દરેકને કેટલા પૂર્ણાંક મળે? એ રકમો સૌથી નાની હોવી જોઇએ.

ખુલાસો:

આ દા૦ ૧૦૦માનો ૩જો દરજ્જો છે માટે તેમાં આવેલ આંકડા આંહી ત્રણ ગણા થાય છે. માટે ૩૮૭૪૨૦૪૮૯ × ૩ = ૧૧૬૨૨૬૧૪૧૭ છે. અને તેમાંથી ૮ × ૩ = ૨૪ બાદ કર્યા. બાકી રહ્યા, ૧૧૬૨૨૬૧૪૪૩ તેની વહેંચણી નીચે પ્રમાણે કરો.

પહેલીવાર મળે તે સાથે વધારે ત્રણ ત્રણ મળે છે.			બીજીવાર મળે		ટોટલ
૧ લાને	૧૨૯૧૪૦૧૬૩	અને	૪૪૭૩૯૨૪૦	=	૧૭૩૮૭૯૪૦૩
૨ જાને	૧૧૪૭૯૧૨૫૬	,,	૪૪૭૩૯૨૪૦	=	૧૫૯૫૩૦૪૯૬
૩ જાને	૧૦૨૦૩૬૬૭૨	,,	૪૪૭૩૯૨૪૦	=	૧૪૬૭૭૫૯૧૨
૪ થાને	૯૦૬૯૯૨૬૪	,,	૪૪૭૩૯૨૪૦	=	૧૩૫૪૩૮૫૦૪
૫ માને	૮૦૬૨૧૫૬૮	,,	૪૪૭૩૯૨૪૦	=	૧૨૫૩૬૦૮૦૮
૬ ઠાને	૭૧૬૬૩૬૧૬	,,	૪૪૭૩૯૨૪૦	=	૧૧૬૪૦૨૮૫૬
૭ માને	૬૩૭૦૦૯૯૨	,,	૪૪૭૩૯૨૪૦	=	૧૦૮૪૪૦૨૩૨
૮ માને	૫૬૬૨૩૧૦૪	,,	૪૪૭૩૯૨૪૦	=	૧૦૧૩૬૨૩૪૪
૯ માને	૫૦૩૩૧૬૪૮	,,	૪૪૭૩૯૨૪૦	=	૯૫૦૭૦૮૮૮

કુલ = ૧૧૬૨૨૬૧૪૪૩

આથી નાની રકમો સ્વીકારાય નહીં.

દા. ૧૦૦ની બધી રકમો આંહી ત્રણગણી છે.

આવી રીતે, દરેક ભાગ પાડતી વખતે, ચાર ચાર વધે, પાંચ પાંચ વધે, છ છ વધે, સાત સાત વધે અને આઠ આઠ વધે. એ બધા એક જ રીતથી થઈ શકે સ્થળસંકોચના લીધે દૃષ્ટાંતમાં પતાવ્યું

છે. જીજ્ઞાસુએ મનથી યત્ન કરવા. ચાર ચાર વધે ત્યારે મૂળ સાધ્ય રકમના ચાર ગણા કરવા. પાંચ પાંચ વધે ત્યારે પાંચ ગણા કરવા. વગેરે વગેરે.

સરખી ભાગીદારીના અઘરા દાખલા પ્રકાર ૪થો.

દાખલો अ

વ્યાખ્યા ૧લી.

अ, ब અને **क** વચ્ચે અમુક પૂર્ણાંક સંખ્યા વહેંચી આપવાની છે. પ્રથમ **अ.** એમાંથી પોતાનો ત્રીજો ભાગ લઈ લે છે, ત્યારપછી જે રકમ બચે છે તેમાંથી ત્રીજો ભાગ **ब**ને મળે છે. પછી જે રકમ બચે છે તેમાંથી ત્રીજો ભાગ **क**ને મળે છે. આમ ત્રણ જણા ત્રીજો ત્રીજો ભાગ લે છે તે વખતે સંખ્યાના ભાગ પાડતી વખતે કાંઈપણ વધારે રકમ અલગ પડતી નથી પણ જ્યારે ચોથીવાર ત્રણજણા સાથે બેસી ત્રણ સરખા ભાગ પાડે છે ત્યારે બે વધે છે. તે વધારાના બે રૂપીઆ ધર્માદા ખરચે છે. કહો ત્યારે કુલ રૂપીઆ કેટલા. અને દરેકને મળે કેટલા. જવાબ પૂર્ણાંકમાં લાવવા. અને એ રકમો સૌથી નાની જોઇએ.

ખુલાસો :

આગળ બતાવેલા પ્રકારથી આ પ્રકાર જૂદા તરેહનો છે. આગળનામાં દરેક ભાગ પાડતી વખતે અમુક અમુક સંખ્યા વધતી અને આંહી દરેક ભાગ પાડતી વખતે ભાગ સરખા પડે છે અને અમુક સંખ્યા વધતી નથી પણ સૌથી છેલ્લે જ્યારે બધા ભાગીદાર સાથે બેસી ભાગ પાડે ત્યારે અમુક સંખ્યા વધે છે

આમાં ત્રણ ભાગીદારો છે માટે ૩ના ૩ ઘાત કરવા. એટલે ૩ × ૩ × ૩ = ૨૭ આવ્યા. આ કુલ રૂપીઆ સમજવા. તે આંક પૂર્ણાંક છે અને એથી નાની રકમ સ્વીકારી શકાશે નહીં.

	પહેલીવાર		બીજીવાર		ટોટલ	
૧લાને अने	૯	અને	૨	=	૧૧	કુલ ૨૫ અને ૨ ધર્માદા
૨જાને बने	૬	,,	૨	=	૮	
૩જાને कने	૪	,,	૨	=	૬	કુલ૨૭

વ્યાખ્યા ૨૭.

ઉપરની વ્યાખ્યા પ્રમાણે પરંતુ સૌથી છેલ્લે જ્યારે ત્રણે જાણા સાથે બેસી ભાગ પાડે ત્યારે એક વધે તે ધર્માદા ખરચે છે. કહો ત્યારે જવાબ શું ઉપરની વ્યાખ્યાની સરત પ્રમાણે

ખુલાસો :

આ તે પહેલી વ્યાખ્યાનો બીજો દાખલો છે. માટે તેમાં આવેલ સાધ્ય રકમ ૨૭ના બમણા કરવા ને ૫૪ને નીચે પ્રમાણે વહેંચો.

	પહેલીવાર		બીજીવાર		ટોટલ	
૧લાને अने	૧૮	અને	૫	=	૨૩	૫૩ આવ્યા ૧ ધર્માદા
૨જાને बने	૧૨	,,	૫	=	૧૭	
૩જાને कने	૮	,,	૫	=	૧૩	૫૪ કુલ

આમાં બીજીવારના આંક બમણા થયા તેમાં ૧ ઉમેરાયલો છે.

દાખલો ब

વ્યાખ્યા ૨૮ી.

અમુક પૂર્ણાંક અને સૌથી નાની રકમ ચાર જાણા વચ્ચે નીચે પ્રમાણે વહેંચા આપે. પહેલીવાર ૧લો માણસ જે રકમ છે તેના ચાર સરખા ભાગ પાડી પોતાનો ચોથો ભાગ લઈ લે છે. પછી જે રકમ બચે છે તેના ચાર સરખા ભાગ પાડી. પોતાનો ચોથો ભાગ બીજો માણસ લઇ લે છે. પછી જે રકમ વધે છે તેના ચાર સરખા ભાગ પાડી પોતાનો ચોથો ભાગ ત્રીજો માણસ લઇ લે છે. અને પછી જે રકમ બચે છે, તેના ચાર સરખા ભાગ પાડી પોતાનો

ચોથો ભાગ ચોથો માણુસ લઇ લે છે. પછી ચારે જણા સાથે મળી જે રકમ બચે છે તેના ચાર સરખા ભાગ પાડે છે ત્યારે ૧ વધે છે. તે ધર્માદામાં વાપરે છે અને દરેક જણ પોતપોતાનો ચોથો ભાગ બીજીવાર લઇ લે છે. કહો ત્યારે કુલ સંખ્યા કેટલી? અને દરેકને મળે કેટલી.

ખુલાસો:

ત્રણ ભાગીદાર હોય ત્યારે પહેલી વ્યાખ્યામાં (૩ - ૧ = ૨) બે વધે છે. આ ચાર ભાગીદાર છે ત્યારે પહેલી વ્યાખ્યામાં ૧ વધે છે. આની ખુબી એકી ભાગીદાર અને બેકી ભાગીદારના આંકને આભારી છે. આથી પહેલા પ્રકારના દાખલાઓમાં આ ક્રમ ઉલટો હતો. જ્યારે એકી ભાગીદાર હોય ત્યારે પહેલી વ્યાખ્યામાં પ્રથમ ૧ વધે પછી બે વધે. અને બેકી ભાગીદારની સંખ્યા હોય ત્યારે તે બેકી ભાગીદારની સંખ્યાથી ૧ કમી તે પહેલી વ્યાખ્યામાં આવે અને પછી ક્રમવાર એકેક કમી થતાં છેલ્લે ૧ વધે તેવી વ્યાખ્યા આવે છે.

હવે આમાં ચાર ભાગીદાર છે. માટે ૪ના ૪ ઘાત (૪ × ૪ × ૪ × ૪ = ૨૫૬) ૨૫૬ આવ્યા. તે કુલ સંખ્યા પૂર્ણાંક છે. અને એથી બીજી નાની સંખ્યા નહીં સ્વીકારી શકાય.

	પહેલીવાર મળે		બીજીવાર મળે		ટોટલ	
૧લાને	૬૪	અને	૨૦	=	૮૪	કુલ ૨૫૫ + ૧ ધર્માદાનો એમ એકંદર જવાબ ૨૫૬
૨જાને	૪૮	,,	૨૦	=	૬૮	
૩જાને	૩૬	,,	૨૦	=	૫૬	
૪થાને	૨૭	,,	૨૦	=	૪૭	

વ્યાખ્યા ૨૭.

વ્યાખ્યા ૧લી પ્રમાણે અને સૌથી છેલ્લે જ્યારે ચાર જણા સાથે મળી ચાર ભાગ પાડે છે ત્યારે બબ્બે વધે છે. કહો: જવાબ શું આવે?

ખુલાસો.

પહેલી વ્યાખ્યાનો આ બીજો દરજ્જો માટે તેમાં આવેલ આંકડા=આંકડા આંહી બમણા થાય માટે ૨૫૬ × ૨ = ૫૧૨ તેની વહેંચણી નીચે પ્રમાણે.

	પહેલીવાર		બીજીવાર	ટોટલ	
૧ લાને:	૧૨૮	અને	૪૦	= ૧૬૮	ટોટલ ૫૧૦ અને ૨ ધર્માદાન: કુલ ૫૧૨ જવાબ.
૨ જાને:	૯૬	,,	૪૦	= ૧૩૬	
૩ જાને:	૭૨	,,	૪૦	= ૧૧૨	
૪ થાને:	૫૪	,,	૪૦	= ૯૪	

વ્યાખ્યા ૩ જી.

મૂળ વ્યાખ્યા પ્રમાણે આ વ્યાખ્યા સમજવી ફેર એટલો જ કે જ્યારે ચારે જણા સાથે મળી સૌથી છેલ્લે ચાર સરખા ભાગ પાડે છે ત્યારે ત્રણ ત્રણ વધે છે. કહો ત્યારે જવાબ શું આવે?

ખુલાસો.

પહેલી વ્યાખ્યાનો આ ત્રીજો દરજ્જો માટે તેમાં આવેલ આંકડા આંહી ત્રણ ગણા થાય માટે ૨૫૬ × ૩ = ૭૬૮ જવાબ.

	પહેલીવાર		બીજીવાર	ટોટલ	
૧ લાને:	૧૯૨	અને	૬૦	= ૨૫૨	ટોટલ ૭૬૫ અને ૩ ધર્માદા એમ જુમલે ૭૬૮ જવાબ ૭૬૮
૨ જાને:	૧૪૪	,,	૬૦	= ૨૦૪	
૩ જાને:	૧૦૮	,,	૬૦	= ૧૬૮	
૪ થાને:	૮૧	,,	૬૦	= ૧૪૧	

દાખલો क.

વ્યાખ્યા ૧ લી.

સૌથી નાની પૂર્ણાંક અમુક રકમ પાંચ જણા વચ્ચે નીચે પ્રમાણે વહેંચી આપો. પ્રથમ જે સંખ્યા છે તેનો પાંચમો ભાગ ૧

સો જણુ લઇ જાય છે. પછી જે રકમ બચે છે તેનો પાંચમો ભાગ બીજો લઇ જાય છે. પછી જે બચે તેનો પાંચમો ભાગ ત્રીજો લઇ જાય છે. પછી જે વધે તેનો પાંચમો ભાગ ચોથો લઇ જાય છે પછી જે વધે તેનો પાંચમો ભાગ પાંચમો લઇ જાય છે પછી જે રકમ બચે છે. તે પાંચની હાજરીમાં પાંચ સરખે ભાગે વહેંચાય છે ત્યારે ચાર વધે છે તે ધર્માદા ખરચે છે. ત્યારે કહો કુલ રૂપીઆ કેટલા અને દરેકને મળે કેટલા ?

ખુલાસો.

આમાં ૫ ભાગીદાર માટે ૫નો પાંચ ઘાત ૩૧૨૫ આવે. તેની વહેંચણી નીચે પ્રમાણે કરવાથી છેલ્લે ચાર વધશે.

પહેલીવાર મળે		બીજીવાર	ટોટલ	ટોટલ
૧ લાને: ૬૨૫	અને	૨૦૪	= ૮૨૯	૩૧૨૧ અને ૪ ધર્માદાના.
૨ જાને: ૫૦૦	,,	૨૦૪	= ૭૦૪	
૩ જાને: ૪૦૦	,,	૨૦૪	= ૬૦૪	કુલ જવાબ
૪ થાને: ૩૨૦	,,	૨૦૪	= ૫૨૪	૩૧૨૫
૫ માને: ૨૫૬	,,	૨૦૪	= ૪૬૦	

વ્યાખ્યા ૨ જી.

ઉપરની મૂળ વ્યાખ્યા પ્રમાણે આની વ્યાખ્યા સમજવી. જયારે પાંચે જણા સાથે મળી છેલ્લે બચેલી રકમના પાંચ ભાગ સરખા કરે ત્યારે ત્રણ વધે છે કહો ત્યારે કુલ રકમ કેટલી ? અને દરેકને મળે કેટલી ?

ખુલાસો.

મૂળ વ્યાખ્યાનો આ બીજો દરજ્જો માટે તે વ્યાખ્યામાં આવેલ આંકડા આંહી બમણા થાય માટે ૩૧૨૫ × ૨ = ૬૨૫૦ તેની વહેંચણી નીચે પ્રમાણે.

	પહેલીવાર		બીજીવાર		ટોટલ	ટોટલ ૬૨૪૭
૧ લાને:	૧૨૫૦	અને	૪૦૯	=	૧૬૫૯	અને ૩ વધારાના.
૨ જાને:	૧૦૦૦	,,	૪૦૯	=	૧૪૦૯	કુલ ૬૨૫૦ જવાબ.
૩ જાને:	૮૦૦	,,	૪૦૯	=	૧૨૦૯	સૂચના બીજીવારની રકમ
૪ થાને:	૬૪૦	,,	૪૦૯	=	૧૦૪૯	બમણી થઇ અને તેમાં
૫ માને:	૫૧૨	,,	૪૦૯	=	૯૨૧	૧ વધારે ઉમેરાય છે.

વ્યાખ્યા ૩ જી.

આની વ્યાખ્યા ઉપર કહેલ વ્યાખ્યા ૧ લી પ્રમાણે સમજવી. ફેર માત્ર એટલો જ કે સૌથી છેલ્લે જ્યારે બધા સાથે મળી બચેલ રકમના સરખા પાંચ ભાગ પાડે ત્યારે બે વધે છે. તે ધર્માદામાં ખરચી નાંખે છે કહો ત્યારે કુલ રકમ કેટલી ? અને દરેકને મળે કેટલી ?

ખુલાસો.

વ્યાખ્યા ૨ લીનો આ ત્રીજો દરજ્જો છે. માટે તેમાં આવેલ આંકડાના આંકો ત્રણ ગણા કરવા માટે ૩૧૨૫ × ૩ = ૯૩૭૫ આવ્યા તેની વહેંચણી નીચે પ્રમાણે.

	પહેલીવાર:		બીજીવાર:		ટોટલ:	ટોટલ
૧ લાને	૧૮૭૫	+	૬૧૪	=	૨૪૮૯	એકંદર ૯૩૭૩ + ૨
૨ જાને	૧૫૦૦	+	૬૧૪	=	૨૧૧૪	ધર્માદા ઉમેર્યા તેથી
૩ જાને	૧૨૦૦	+	૬૧૪	=	૧૮૧૪	કુલ જવાબ ૯૩૭૫
૪ થાને	૯૬૦	+	૬૧૪	=	૧૫૭૪	બીજીવારની રકમ ત્રણ ગણી
૪ માને	૭૬૮	–	૬૧૪	=	૧૩૮૨	થઇ અને તેમાં ૨ ઉમેરાય છે

વ્યાખ્યા ૪ થી:

વ્યાખ્યા ૧ લી પ્રમાણે આની વ્યાખ્યા સમજવી. ફેર એટલો જ કે જ્યારે પાંચે જણા સાથે મળી છેલ્લે બચેલી રકમના પાંચ ભાગ સરખા કરે ત્યારે એક વધે છે. કહો ત્યારે કુલ સંખ્યા કેટલી ? અને દરેકને મળે કેટલી ?

ખુલાસો.

આ વ્યાખ્યા તે વ્યાખ્યા ૧ લીનો ૪ થો દરજ્જો છે તેથી મૂળ આંક ૩૧૨૫ ના ૪ ગણા કરવા. એ આવ્યા તે કુલ રૂપીઆ ૩૧૨૫ × ૪ = ૧૨૫૦૦ તેની વહેંચણી નીચે પ્રમાણે.

	પહેલીવારઃ	બીજીવારઃ	ટોટલ	
૧ લાનેઃ	૨૫૦૦	અને ૮૧૯	= ૩૩૧૯	આ રીતે એકંદર ૧૨૪૯૯ અને ૧ ધર્માદા કુલ ૧૨૫૦૦ જવાબ
૨ જાનેઃ	૨૦૦૦	,, ૮૧૯	= ૨૮૧૯	
૩ જાનેઃ	૧૬૦૦	,, ૮૧૯	= ૨૪૧૯	
૪ થાનેઃ	૧૨૮૦	,, ૮૧૯	= ૨૦૯૯	
૫ માનેઃ	૧૦૨૪	,, ૮૧૯	= ૧૮૪૩	

સૂચનાઃ બીજીવારની રકમ ચાર ગણી થઇ અને તેમાં ૩ ઉમેરાયા છે.

દાખલો ૬.

વ્યાખ્યા ૧ લી.

અમુક પૂર્ણાંક અને સૌથી નાની રકમ ૭ જણા વચ્ચે નીચેની રીત પ્રમાણે વહેંચી આપો. શરૂઆતમાં ૧ લો માણસ મૂળ રકમનો છઠ્ઠો ભાગ લઇ જાય છે. પછી જે રકમ રહે છે તેનો છઠ્ઠો ભાગ બીજો માણસ લઇ જાય છે. પછી જે રકમ રહે છે તેનો છઠ્ઠો ભાગ ત્રીજો માણસ લઇ જાય છે. પછી જે રકમ રહે છે તેનો છઠ્ઠો ભાગ ચોથો માણસ લઈ જાય છે. પછી જે રકમ રહે છે તેનો છઠ્ઠો ભાગ પાંચમો માણસ લઇ જાય છે. અને પછી જે ભાગ રહે છે. તેનો છઠ્ઠો ભાગ છઠ્ઠો માણસ લઇ જાય છે. પછી છએ જણા ભેગા મળી જે રકમ બચી છે, તેના ૭ ભાગ સરખા પાડે છે ત્યારે ૧ વધે છે તે ધર્માદા ખરચે છે અને દરેક જણ પોતાનો છઠ્ઠો ભાગ લઇ જાય છે. કહો ત્યારે કુલ રકમ પૂર્ણાંક મળે કેટલી ?

ખુલાસો.

આમાં ભાગીદાર ૬ માટે ૬ ના ઘાત કરવાથી ૪૬૬૫૬ ની

રકમ આવશે આ પૂર્ણાંક રકમ થઇ અને એનાથી બીજી નાની રકમ સ્વીકારી શકાશે નહી. હવે ૪૬૬૫૬ ની વહેંચણી નીચે પ્રમાણેઃ-

	પહેલીવારઃ		બીજીવારઃ	ટોટલ
૧ લાનેઃ	૭૭૭૬	અને	૨૬૦૪	= ૧૦૩૮૦
૨ જાનેઃ	૬૪૮૦	,,	૨૬૦૪	= ૯૦૮૪
૩ જાનેઃ	૫૪૦૦	,,	૨૬૦૪	= ૮૦૦૪
૪ થાનેઃ	૪૫૦૦	,,	૨૬૦૪	= ૭૧૦૪
૫ માનેઃ	૩૭૫૦	,,	૨૬૦૪	= ૬૩૫૪
૬ ઠ્ઠાનેઃ	૩૧૨૫	,,	૨૬૦૪	= ૫૭૨૯

ટોટલ ૪૬૬૫૫ રૂપીઆમાં ૧ ધર્માદા ઉમેરે તો ૪૬૬૫૬ થાય જવાબ

વ્યાખ્યા ૨ જી.

વ્યાખ્યા ૧ લી પ્રમાણે આ વ્યાખ્યા સમજવી. ફેર એટલો જ કે સૌથી છેલ્લે જ્યારે છએ ભાગીદાર સાથે મળી, બચેલ રકમના ભાગ પાડે ત્યારે હિસાબ ઉપરાંત બે વધે છે તે બે ધર્માદામાં ખરચાય છે. કહો ત્યારે કુલ સંખ્યા કેટલી અને દરેકને મળે કેટલી ? જવાબો પૂર્ણાંકમાં અને વળી સૌથી નાની રકમો જોઇએ.

ખુલાસો.

વ્યાખ્યા ૧ લીનો આ બીજો દરજ્જો છે. માટે વ્યાખ્યા ૧ લીના આંકડાના બમણા કરવા. હવે ૪૬૬૫૬ × ૨ = ૯૩૩૧૨ તેની વહેંચણી નીચે પ્રમાણે.

	પહેલીવારઃ		બીજીવારઃ	ટોટલ
૧ લાનેઃ	૧૫૫૫૨	અને	૫૨૦૮	= ૨૦૭૬૦
૨ જાનેઃ	૧૨૯૬૦	,,	૫૨૦૮	= ૧૮૧૬૮
૩ જાનેઃ	૧૦૮૦૦	,,	૫૨૦૮	= ૧૬૦૦૮
૪ થાનેઃ	૯૦૦૦	,,	૫૨૦૮	= ૧૪૨૦૮
૫ માનેઃ	૭૫૦૦	,,	૫૨૦૮	= ૧૨૭૦૮
૬ ઠ્ઠાનેઃ	૬૨૫૦	,,	૫૨૦૮	= ૧૧૪૫૮

ટોટલ

કુલસરવાળો ૯૩૩૧૦ તેમાં ધર્માદાના ૨ ઉમેરો તો આવશે. ૯૩૩૧૨ જવાબ

વ્યાખ્યાં ૩જી, ૪થી અને પાંચમી એ ત્રણેના કોઠા આ નીચે છે. આ બધી વ્યાખ્યાઓ વ્યાખ્યા ૧ લીને મળતી છે. ફેર માત્ર એટલો જ કે અનુક્રમે સૌથી છેલ્લે જ્યારે ૭ જણ સાથે બેસી ૭ સરખા ભાગ પાડે ત્યારે ૩ વધે, ચાર વધે અને ૫ વધે છે. ત્યારે દરેક વ્યાખ્યામાં કુલ રૂપીઆ કેટલા? અને દરેકને મળે કેટલા? જવાબો પૂર્ણાંકમાં અને તે રકમો સૌથી નાની હોવી જોઇએ.

ખુલાસો.

વ્યાખ્યા ૩ જી, વ્યાખ્યા ૪ થી અને વ્યાખ્યા ૫ મી તે વ્યાખ્યા ૧ લીના અનુક્રમે ત્રીજા, ચોથા અને પાંચમા દરજ્જા સમજવાઃ અને વ્યાખ્યા ૧ લી માં જે આંકડા છે તેના અનુક્રમે ત્રણ ગણા, ચાર ગણા અને પાંચ ગણા થાય છે.

વ્યાખ્યા ૩ જીઃ—

૧લીવાર મળેઃ	૨જીવાર	ટોટલ
૧લાને=૨૩૩૨૮	+૭૮૧૨	=૩૧૧૪૦
૨જાને=૧૯૪૪૦	+૭૮૧૨	=૨૭૨૫૨
૩જાને=૧૬૨૦૦	+૭૮૧૨	=૨૪૦૧૨
૪થાને=૧૩૫૦૦	+૭૮૧૨	=૨૧૩૧૨
૫માને=૧૧૨૫૦	+૭૮૧૨	=૧૯૦૬૨
૬ઠ્ઠાને=૯૩૭૫	+૭૮૧૨	=૧૭૧૮૭
વ્યાખ્યા ૩ જી		૧૩૯૯૬૫
ધર્માદાના		+ ૩
જવાબ		૧૩૯૯૬૮

વ્યાખ્યાઃ ૪ થી

૧લીવાર મળેઃ	૨જીવારઃ	ટોટલ
(૧) ૩૧૧૦૪	+ ૧૦૪૧૬	= ૪૧૫૨૦
(૨) ૨૫૯૨૦	+ ૧૦૪૧૬	= ૩૬૩૩૬
(૩) ૨૧૬૦૦	+ ૧૦૪૧૬	= ૩૨૦૧૬
(૪) ૧૮૦૦૦	+ ૧૦૪૧૬	= ૨૮૪૧૬
(૫) ૧૫૦૦૦	+ ૧૦૪૧૬	= ૨૫૪૧૬
(૬) ૧૨૫૦૦	+ ૧૦૪૧૬	= ૨૨૯૧૬
વ્યાખ્યા ૪ થી		૧૮૬૬૨૦
ધર્માદા		+ ૪
કુલ જવાબ		૧૮૬૬૨૪

વ્યાખ્યા ૫ મી.

	૧લીવારઃ	બીજીવારઃ	ટોટલ
૧લાને	૩૮૮૮૦ +	૧૩૦૨૦	= ૫૧૯૦૦
૨જાને	૩૨૪૦૦ +	,,	= ૪૫૪૨૦
૩જાને	૨૭૦૦૦ +	,,	= ૪૦૦૨૦
૪થાને	૨૨૫૦૦ +	,,	= ૩૫૫૨૦
૫માને	૧૮૭૫૦ +	,,	= ૩૧૭૭૦
૬ઠ્ઠાને	૧૫૬૨૫ +	,,	= ૨૮૬૪૫
	વ્યાખ્યા ૫ મી		૨૩૩૨૭૫
	ધર્માદા ખરચી		+ ૫
			૨૩૩૨૮૦

આ પ્રમાણે સાત ભાગીદાર, આઠ ભાગીદાર અને નવ ભાગીદાર હોય અથવા એથી પણ વધુ હોય તો તેવા બધા દાખલા ઉપર બતાવેલ રીત પ્રમાણે થઇ શકે છે. જેથી આંકડી બધી રીતો ટુંકમાં બતાવી છે.

સરખી ભાગીદારીના સહેલા અને અઘરા દાખલા અને તેની જૂદી જૂદી રીતોમાં કેવી રીતનું મળતાપણું છે. તેમજ પહેલીવારની જે રકમો મળે તેમાં કેવી રીતે બમણા, ત્રણ ગણા વગેરે થાય છે. તે ધ્યાન દઇ સમજી લેવું.

આવા દાખલા સ્પષ્ટ સમજાય તે માટે વિસ્તારથી કોઠા આપ્યા છે. ઇરાદાપૂર્વક થોડાક કોઠા આપવા મુલત્વી રાખ્યા છે. તેની મતલબ એ છે જે જેને સ્વયં કોઠા બનાવવા ઇચ્છા હોય, તેના માટે એ સગવડ રાખી છે.

સરખી ભાગીદારીના અઘરા દાખલા પ્રકાર ૫ મો.

ઉદા૦ ૧ લું:—

अ, **ब**, **क**, અને **ड** એ ચાર જણા ચોરી કરી દ્રવ્ય લાવ્યા.

રૂપીઆ अ ને સોંપી બાકીના ત્રણ જણા સુઇ ગયા. अ એ દ્રવ્યના ૪ સરખા ભાગ કર્યા અને તેમાંથી પોતાના હિસ્સાનો ચોથો ભાગ લઇ લીધો. પછી આવ્યો ब નો વારો તેણે પણ પોતાને સોંપાયલ દ્રવ્યના ચાર સરખા ભાગ પાડયા તો ૧ રૂ. વધ્યો તેથી તેણે ચોથો ભાગ અને ૧ રૂ. વધારાનો લઇ લીધો. પછી આવ્યો क નો વારો, તેણે પણ પોતાને સોંપાયલ દ્રવ્યના ૪ સરખા ભાગ પાડયા તો રૂ. ૨ વધ્યા. તેથી તેણે ચોથો ભાગ અને વધારાના રૂપીઆ ૨ લઇ લીધા. પછી આવ્યો ड નો વારો, તેણે પોતાને સોંપાયલ રકમ આખી રાખી મૂકી. સૌ જાગ્યા તો રૂપીઆ ન મળે એટલે તપાસ કરી તો સૌની પાસે સરખી રકમ થઇ. એથી સૌ આશ્ચર્ય પામ્યા અને એકી અવાજે બોલી ઉઠયા કે "ઇશ્વરને ત્યાં અદલ ઇન્સાફ છે." કહો ત્યારે કુલ રૂપીઆ કેટલા ?

ખુલાસો.

જેટલા ભાગીદાર હોય તેટલો (૪) આંક ગુણ્યમાંનો. અને એ આંકમાંથી ૧ બાદ કરી (૪ − ૧ = ૩) બાકી જે આંક આવે તેને ગુણક માનો. પછી ગુણ્ય ૪ × ૩ ગુણકનો ગુણાકાર કરી જે કુલ ૧૨ આવે તે જવાબ સમજો. માટે જવાબ ૧૨ રૂ.

હવે अ ૧૨ ના ૪ ભાગ કરી, ચોથા ભાગના ૩ રૂપીઆ લઇ લે છે. પછી ૧૨ − ૩ = ૯: હવે ब (૯ ÷ ૪ = ૨ અને ૧ શેષ.) કુલ ૨ + ૧ શેષ = ૩ રૂ. લે છે. પછી ૯ − ૩ = ૬: હવે क (૬ ÷ ૪ = ૧ કુલ અને ૨ શેષ) પણ ૧ + ૨ = ૩ રૂ. લે છે: હવે ड (૬−૩=૩) પોતાને સોંપાયલ રૂ. ૩ રાખી મૂકે છે. આ રીતે બધાને એક સરખી ૩ રૂ. ની રકમ મળે છે.

ઉદા૦ ૨ જું:—

૫ ભાગીદાર હોય તો (૫ ગુણ્ય અને ૫ − ૧ = ૪ ગુણક. પછી ૫ × ૪ = ૨૦.) ૨૦ રૂપીઆ જવાબ આવે. અને બધાને ૨૦ ÷ ૫ =

૪ રૂ. મળે; કારણ ૧ લો ૨૦ ÷ ૫ = ૪: આ ૪ લઇ લે, પછી ૨૦ − ૪ = ૧૬. બીજાને સોંપાય ૧૬ તેમાંથી ૨ જો ૧૬ ÷ ૫ = ૩ ફલ + ૧ શેષ એમ ૩ + ૧ = ૪ લઇ લે. પછી ૩ જાને ૧૬ − ૪ = ૧૨ સોંપાય. તેમાંથી તે ૧૨ ÷ ૫ = ૨ ફલ + ૨ શેષ, એમ ૨ + ૨ = ૪ લઇ લે. પછી ચોથાને ૧૨ − ૪ = ૮ સોંપાય. તેમાંથી તે ૮ ÷ ૫ = ૧ ફલ + ૩ શેષ, એમ ૧ + ૩ = ૪ લઈ લે. પછી ૫ માને ૮ − ૪ = ૪ સોંપાય, તે તે રાખી મૂકે. આમ બધાને સરખા રૂપીઆ મળે. આવી રીતે સમજી લેવું.

દાખલો ૧૦૧

ચીજોની વહેંચણીમાં પક્ષપાત છતાં વહેંચણી વખતે એકજ ભાવ અને એક સરખી કીંમત લાવવી.

એક વૃદ્ધ ભરવાડ પાસે મીલકતમાં ઘેટાં હતાં. શ્રી પરમાત્માની દયાથી એને ૭ પુત્રો હતા. આખર વખતે તેણે પોતાની મીલકત નીચે પ્રમાણે વહેંચી આપી.

૧ લા પુત્રને ૧૩ ઘેટાં, બીજાને ૨૬ ઘેટાં, ત્રીજાને ૩૯ ઘેટાં, ૪ થાને ૫૨, ૫ માને ૬૫ અને ૬ ઠ્ઠાને ૭૮: એ પ્રમાણે આપ્યાં. આ વહેંચણીથી જેમને થોડાં મળ્યાં તેઓ નારાજ થવા લાગ્યા. અને તેમણે પોતાના વૃદ્ધ પિતાને નીચે પ્રમાણે વિનવણી કરી. “વડીલ પિતાશ્રી ! અમો તમારા પુત્રો બધા સરખા કહેવાઈએ. અમો બધા ઉપર આપની સરખી પ્રીતિ છે. એવો અમારો અનુભવ છે, છતાં વહેંચણીમાં સ્પષ્ટ દેખાઇ આવે એવી રીતે આપ પક્ષપાત કરો છો, તેની મતલબ અમે સમજી શકતા નથી. માટે જો આપને આ વહેંચણી બરાબર નથી થઇ એમ જણાય તો ફરીથી અમારી વચ્ચે સરખે ભાગે વહેંચણી કરી આપવા કૃપા કરો. જેથી અમારામાં કલેષ ઉત્પન્ન ન થાય.” પોતાનાં વ્હાલાં બચ્ચાંઓની આ વિવેકભરી વિનવણીથી વૃદ્ધ પિતાને સંતોષ અને દુઃખ બન્ને થયાં. સંતોષ એટલા

માટે કે છોકરાઓ વિનયવાળા છે તેથી, અને દુઃખ એટલા માટે કે તેઓ ગણિતજ્ઞાનમાં કાચા છે. વૃદ્ધ પિતાએ શાન્ત મન રાખી વાત્સલ્ય ભાવે કહ્યુંઃ "બાપ ! તમો બધા મને સરખા પ્રિય છો. અમ માવિત્રોના મનમાં જેટલા વીઆ તેટલા હૈયા, કારણ આપણી ગરીબની મઢુલીનું વાતાવરણ કલીયુગની ભાવનાથી દૂષિત નથી થયું. મેં શુદ્ધ બુદ્ધિથી મારી છેલ્લી ઘડીએ તમો દરેકને સરખા પાંતી આપી છે. મારી અત્યારની શારીરિક નબળાઇના કારણે હું તમોને આ બાબતનું રહસ્ય સમજાવી શકું એમ નથી. માટે તમો મારા મિત્ર ડાહ્યાલાલભાઈ પાસે જજો. એ તમારા બધાના મનનું સમાધાન કરી આપશે." આ ઉપરથી યોગ્ય વખતે બધા છોકરા સાથે મળી પોતાના કાકા ડાહ્યાલાલભાઇ પાસે ગયા. ડાહ્યાલાલે બધાની વીગત સાંભળી. આવતે શુક્રવારે બજારમાં ગુજરી ભરાય ત્યારે ઘેટાં લઇને આવવાનું બધાને કહ્યું. મુકરર વખતે અને મુકરર સ્થળે બધા એકઠા થયા. પહેલી બજારમાં ઘેટાંનો અમુક ભાવ નીકળ્યો, સૌએ પૂરા રૂપીઆના પૂરાં ઘેટાં વેચ્યાં. ફરી બીજી બજારમાં ગયા ત્યાં વળી નવો ભાવ નીકળ્યો તે પ્રમાણે બીજીવાર પૂરા રૂપીઆના પૂરાં ઘેટાં વેચ્યાં. આ પ્રમાણે જૂદા જૂદા ભાવથી જૂદે જૂદે વખતે બધાના ઘેટાં વેચાયાં અને ભાઈઓને સરખા પૈસા મળ્યા. આથી સઘળા ભાઇઓ પોતાના વૃદ્ધ પિતાજી અને કાકાશ્રીની વ્યવહાર કુશળતાથી પ્રસન્ન થઇ પોતાને રસ્તે પડયા. હે સુજ્ઞ ગણિત રસિક સજ્જનો ! કહો ત્યારે કાકાએ શ્યા શ્યા ભાવે વેચાણ કર્યું અને દરેક ભાઇને કેટલા કેટલા પૈસા મળ્યા ? જવાબ બધા પૂર્ણાંકમાં લાવવા.

ખુલાસો.

આવા દાખલામાં પહેલાને સંખ્યા મળે તે એકી (વિષમ) હોવી જોઇએ. એક, ત્રણ, પાંચ વગેરે એકી સંખ્યા કહેવાય. બે, ચાર, છ, વગેરે, બેકી (સમ) સંખ્યા કહેવાય. પહેલા નંબરવાળાને જે સંખ્યા મળે તેનાથી બમણી બીજાને, ત્રણ ગણી ત્રીજાને, ચાર ગણી

ચોથાને; એ નિયમ પ્રમાણે જેટલા ભાગીદાર હોય તેટલા પ્રમાણમાં ચડતાગણી હોવી જોઇએ. એ નિયમે દાખલાની વ્યાખ્યા ગોઠવાઇ છે. પહેલાને ૧૩ મળે છે. માટે ૧ અને ૧૩ ની વચ્ચેનો આંક શોધી કાઢવો. એ આંક ૭ છે. કારણ ૭ મધ્યમાં રાખીએ તો ૬ આંક આગળ અને ૬ આંક સાતની પાછળ છે. આ પ્રમાણે વચ્ચેનો જે આંક આવે તેટલાં ઘેટાંનો ૧ રૂપીઓ એ પહેલીવારનો બજારભાવ, એ ભાવ પ્રમાણે દરેકનાં જેટલાં ઘેટાં વેચાય તેટલા વેચવા. એટલે પૂર્ણાંક રૂપીએ બધા જણા પોતાનાં ઘેટાં વેચે. પછી બીજીવાર ૧ ઘેટાના ૨ રૂપીઆ એ ભાવે વેચવા. આ પ્રમાણે કરવાથી બધાને સરખા રૂપીઆ ૧૩ મળ્યા. આમાં પહેલાને જેટલાં ઘેટાં મળે તેટલા રૂપીઆ સરખા બધાને મળવા જોઇએ.

પહેલીવારનાં વેચાણનો ભાવ સાત ઘેટાંનો એક રૂ.				બીજીવારનો ભાવ ૧ ઘેટાના ૨ રૂપીઆ	તારીજ			
કોને કોને	કેટલા રૂપીઆ મળ્યા	કેટલાં ઘેટાં વેચાયા	બાકી કેટલાં ઘેટાં વધ્યાં	વધેલ ઘેટાંની બીજીવાર મળેલી કિંમત	કોને કોને	૧ લી વાર મળેલા રૂપીઆ	૨ જીવાર મળેલા રૂપીઆ	કુલ રૂપીઆ
૧ લાને	૧	૭	૬	૧૨	૧ લાને	૧	૧૨	૧૩
૨ જાને	૩	૨૧	૫	૧૦	૨ જાને	૩	૧૦	૧૩
૩ જાને	૫	૩૫	૪	૮	૩ જાને	૫	૮	૧૩
૪ થાને	૭	૪૯	૩	૬	૪ થાને	૭	૬	૧૩
૫ માને	૯	૬૩	૨	૪	૫ માને	૯	૪	૧૩
૬ ઠાને	૧૧	૭૭	૧	૨	૬ ઠાને	૧૧	૨	૧૩

હવે બીજી વાત એ ધ્યાનમાં રાખવાની જે વચ્ચેનો જે આંકડો હોય તેનાથી ૧ આંક કમી જેટલા ભાગીદાર જોઇએ જેમકે

આ દાખલામાં ૭ વચ્ચેનો આંકડો છે તો સાતથી ૧ આંક કમી ૬ છે તો ૬ ભાગીદાર જોઇએ. ૬થી વધુ ન જ જોઇએ તેથી ઓછા હોય તો કાંઇપણ હરકત નહીં.

ઉદા૦ ૨ જું:—

ઉપરના દાખલામાં આપણે કહ્યું કે પહેલાને જે સંખ્યા મળે તે તે વિષમ = એકી હોવી જોઇએ. હવે આંહી એ સંખ્યા સમ=બેકીની છે.

વ્યાખ્યા : ૧ લાને ૧૬: ૨ જાને ૩૨: ૩ જાને ૪૮ અને ચોથાને ૬૪: કહો ત્યારે કેવી રીતે બધાને સરખી સંખ્યા રૂપીઆની મળે. (બાકીની વ્યાખ્યાની સમજણ ઉપરની વ્યાખ્યા પ્રમાણે સમજી લેવી.)

ખુલાસો.

પહેલીવારના વેચાણનો ભાવ ૯ ઘેટાંનો ૧ રૂપીઓ				૨જી વાર ૧ નો ૧ રૂ.	તારીજ		
કોને કોને	કેટલા રૂપીઆ મળ્યા	કેટલાં ઘેટાં વેચાયાં	બાકી કેટલાં ઘેટાં વધ્યાં	વધારાની સંખ્યાના મળેલ રૂ.	૧લીવારના મળેલ રૂ.	૨જીવારના મળેલ રૂ.	કુલ રૂપીયા
૧લાને	૧	૯	૭	૭	૧	૭	૮
૨જાને	૩	૨૭	૫	૫	૩	૫	૮
૨જાને	૫	૪૫	૩	૩	૫	૩	૮
૪થાને	૭	૬૩	૧	૧	૭	૧	૮

આવા દાખલાઓમાં મુખ્ય ૪ મુદ્દા ધ્યાનમાં રાખવાના છે.

(૧) પહેલીવારનો ભાવ (૨) બીજીવારનો ભાવ (૩) દરેકને કેટલા રૂપીઆ મળે. (૪) અને કેટલા ભાગીદાર ગોઠવી શકાય. પહેલાને જે નંગ મળે તે ઉપરથી ઉપર કહેલા ચારે મુદ્દા શોધી કાઢવાના છે. પહેલાંને મળનારી રકમ એકીપણ હોય અને બેકીપણ હોય. ચારે મુદ્દા શોધી કાઢવાની રીત નીચે મુજબ છે.

(૧) મુદ્દોઃ—

પહેલાને મળનારી રકમ એકી હોય તો ચારે મુદ્દા શી રીતે શોધવા તેની એક રીત ઉપર બતાવી છે. આંહી હવે બીજી રીત બતાવવામાં આવી છે. પહેલાને મળનારી રકમ એકી હોય તો તેમાં ૧ ઉમેરવો અને બેકી હોય તો ૨ ઉમેરવા. પછી ૨થી ભાગવા જે લબ્ધિ આવે તે પહેલીવારનો ભાવ, એટલે એટલા નંગનો ૧ રૂપીઓ.

(૨) મુદ્દોઃ—

પછી એકેક રૂપીએ એકેક નંગ. આવા દાખલામાં વેચાણ બે વખત જ થાય. આવો ભાવ જ્યારે પહેલાને મળનારી રકમ બેકી હોય ત્યારે. અને એક નંગના બે રૂપીઆ જો પહેલી રકમ એકી હોય તો તો.

(૩) મુદ્દોઃ—

પહેલાને મળનારી રકમ જો એકી હોય તો પહેલા પાસે જેટલા નંગ હોય તેટલા જ રૂપીઆ દરેકને મળે. જો પહેલાને મળનારી રકમ બેકી હોય તો પહેલા પાસે જેટલા નંગ હોય તેના અડધા જેટલા રૂપીઆ દરેકને મળે.

(૪) મુદ્દોઃ—

(अ) જો પહેલાને મળનારી રકમ એકી હોય તો કેટલા ભાગીદાર થાય તે વાત આથી અગાઉ સમજાવી છે.

(ब) જો પહેલાને મળનારી રકમ બેકી હોય તો, તેને ૪ થી ભાગવા, જેટલા પૂર્ણાંક લબ્ધિ નીકળે તેટલા ભાગીદાર રાખવા. બે શેષ રહે તે હિસાબમાં ન લેવાય જેમકે ૧૮ હોય તો ૪ ભાગીદાર, ૩૦ હોય તો ૭ ભાગીદાર. એમ સમજવું.

દાખલો ૧૦૨

અવિભાજ્ય રકમો.

અવિભાજ્ય રકમ એટલે જે રકમના પૂર્ણાંક અવયવ થઇ શકે નહીં. ૨૫ વિભાજ્ય રકમ છે. કારણ તેના બે અવયવ ૫ અને ૫ છે છે કારણ ૫ × ૫ = ૨૫ થાય. હવે ૫ એ અવિભાજ્ય રકમ છે કારણ એના બે પૂર્ણાંક અવયવ નથી. ૬ વિભાજ્ય રકમ છે. કારણ તેના બે અવયવ ૨ અને ૩ છે. એટલે ૨ × ૩ = ૬ થાય: હવે ૨ અને ૩ એ અવિભાજ્ય છે. આવી રકમો ૧ થી ૧૦૦૦ સુધીની કઇ કઇ તેનો કોઠો આ નીચે મૂકયો છે.

૧	૫૯	૧૩૯	૨૩૩	૩૩૭	૪૩૯	૫૫૭	૬૫૩	૭૬૯	૮૮૩
૨	૬૧	૧૪૯	૨૩૯	૩૪૭	૪૪૩	૫૬૩	૬૫૯	૭૭૩	૮૮૭
૩	૬૭	૧૫૧	૨૪૧	૩૪૯	૪૪૯	૫૬૯	૬૬૧	૭૮૭	૯૦૭
૫	૭૧	૧૫૭	૨૫૧	૩૫૩	૪૫૭	૫૭૧	૬૭૩	૭૯૭	૯૧૧
૭	૭૩	૧૬૩	૨૫૭	૩૫૯	૪૬૧	૫૭૭	૬૭૭	૮૦૯	૯૧૯
૧૧	૭૯	૧૬૭	૨૬૩	૩૬૭	૪૬૩	૫૮૭	૬૮૩	૮૧૧	૯૨૯
૧૩	૮૩	૧૭૩	૨૬૯	૩૭૩	૪૬૭	૫૯૩	૬૯૧	૮૨૧	૯૩૭
૧૭	૮૯	૧૭૯	૨૭૧	૩૭૯	૪૭૯	૫૯૯	૭૦૧	૮૨૩	૯૪૧
૧૯	૯૭	૧૮૧	૨૭૭	૩૮૩	૪૮૭	૬૦૧	૭૦૯	૮૨૭	૯૪૭
૨૩	૧૦૧	૧૯૧	૨૮૧	૩૮૯	૪૯૧	૬૦૭	૭૧૯	૮૨૯	૯૫૩
૨૯	૧૦૩	૧૯૩	૨૮૩	૩૯૭	૪૯૯	૬૧૩	૭૨૭	૮૩૯	૯૬૭
૩૧	૧૦૭	૧૯૭	૨૯૩	૪૦૧	૫૦૩	૬૧૭	૭૩૩	૮૫૩	૯૭૧
૩૭	૧૦૯	૧૯૯	૩૦૭	૪૦૯	૫૦૯	૬૧૯	૭૩૯	૮૫૭	૯૭૭
૪૧	૧૧૩	૨૧૧	૩૧૧	૪૧૯	૫૨૧	૬૩૧	૭૪૩	૮૫૯	૯૮૩
૪૩	૧૨૭	૨૨૩	૩૧૩	૪૨૧	૫૨૩	૬૪૧	૭૫૧	૮૬૩	૯૯૧
૪૭	૧૩૧	૨૨૭	૩૧૭	૪૩૧	૫૪૧	૬૪૩	૭૫૭	૮૭૭	૯૯૭
૫૩	૧૩૭	૨૨૯	૩૩૧	૪૩૩	૫૪૭	૬૪૭	૭૬૧	૮૮૧	......

અવિભાજ્ય રકમોમાંથી થતા દાખલા

દાખલો ૧૦૩

એક રેલ્વે સ્ટેશન ઉપર ત્રણ બાજુએ ત્રણ રેલ્વેગાડીઓ ઉભી છે. તેમાં દરેકમાં અમુક સંખ્યામાં ગાડાં છે. પહેલી અને બીજી બાજુના ગાડાંની સંખ્યાનો ગુણાકાર ૨૦૨૧ થાય છે અને બીજી અને ત્રીજી બાજુના ગાડાંની સંખ્યાનો ગુણાકાર ૨૪૯૧ થાય છે. ત્યારે કહો કે દરેક બાજુમાં ગાડાંની સંખ્યા કેટલી.

ખુલાસો.

આમાં ૨૦૨૧ અને ૨૪૯૧ માં સામાન્ય ગુણાકારની એક રકમ તે બીજી બાજુના ગાડાની સંખ્યા છે. એટલે કે એ બે રકમોનો દઢભાજક તે બીજી રકમ સમજવી માટે ૨૦૨૧ અને ૨૪૯૧ નો દઢભાજક કાઢવો.

```
       ૧                 ૨                 ૩
૨૦૨૧) ૨૪૯૧ (૧    ૪૭૦) ૨૦૨૧ (૪    ૧૪૧) ૪૭૦ (૩
      ૨૦૨૧             ૧૮૮૦             ૪૨૩
      ----             ----             ---
       ૪૭૦              ૧૪૧              ૪૭

     ૪
૪૭) ૧૪૧ (૩
    ૧૪૧
    ---
    ૦૦૦
```

આ રીતે ૪૭ એ દઢભાજક આવ્યા. એટલે ૪૭ એ બીજી બાજુમાં ગાડાંની સંખ્યા. હવે પહેલી અને બીજી બાજુનો ગુણાકાર ૨૦૨૧ માટે ૨૦૨૧ ÷ ૪૭ = ૪૩ તે પહેલી બાજુમાં ગાડાંની સંખ્યા અને ત્રીજી અને બીજી બાજુનો ગુણાકાર તે ૨૪૯૧ માટે ૨૪૯૧ ÷ ૪૭ = ૫૩ તે ત્રીજી બાજુમાં ગાડાંની સંખ્યા માટે જવાબ ૧ લી બાજુમાં ૪૩: ૨જી માં ૪૭ અને ત્રીજીમાં ૫૩.

દાખલો ૧૦૩ અ

૩૭૧ મોતી છે, તેમાંથી દોરા પરોવી સેરો બનાવવી છે તે એવી રીતે કે દરેક સેરમાં મોતીની સંખ્યા એકી આવે અને સેરોની સંખ્યા પણ એકી થાય.

ખુલાસો.

આમાં બે સંખ્યાઓ અજ્ઞાત છે. એક મોતીની સંખ્યા અને બીજી સેરોની સંખ્યા.

નિયમો:—

(અ) ગુણ્ય અને ગુણકના એકમસ્થાને એકી આંક હોય તો એ બેનો જે ગુણાકાર જવાબ આવે તેમાં પણ એકમસ્થાને એકી આંક આવે.

(બ) ગુણ્ય અને ગુણકના એકમસ્થાને બન્નેમાં બેકી હોય અથવા એકમાં બેકી હોય તો પણ એ બન્નેના ગુણાકારના જવાબનાં એકમસ્થાને બેકી આંક આવે.

આ દાખલાની વ્યાખ્યામાં ૩૭૧ ની સંખ્યા છે, તેના એકમ સ્થાને ૧ છે એ એકી આંક છે માટે ૩૭૧ ના જે બે અવયવ આવે (એટલે એક ગુણ્ય અને બીજું ગુણક) તેમાં એકમ સ્થાને એકી આવવા જોઇએ. હવે ૩ અને ૭: ૯ અને ૯: ૧ અને ૧: એમ ત્રણ બબ્બે અવયવોની જોડી થઇ. જેમાંથી ગુણાકાર કરતાં એકમ સ્થાને ૧ આવે. હવે ખરી રીતે આપણી પાસે ૧,૩,૭ અને ૯ આંકડા આવ્યા. આમાંથી એક આંકડા વડે ૩૭૧ ને ભાગી જોવા. જેનાથી ૩૭૧ નિ:શેષ ભાગી શકાય તે સાચો આંક સમજવો. આવા બે આંક આવશે એક ૧ અને બીજો ૭. હવે ૧ છે તેમાં બહુ મહત્વ નથી એટલે એને આપણે રહેવા દઇએ છીએ. અને ૭ છે તે બરાબર છે માટે તેને સ્વીકારીએ છીએ. હવે ૩૭૧ ÷ ૭ = ૫૩ માટે ૩૭૧ ના ૭ અને ૫૩ બે અવિભાજ્ય અવયવ આવ્યા. માટે આ દાખલાના બે જવાબ આવે (૧) ૭ સેર તો દરેક સેરમાં મોતી ૫૩ (૨) ૫૩ સેર તો દરેક શેરમાં મોતી ૭

દાખલો ૧૦૪

એક રેલ્વે સ્ટેશન ઉપર ૮૫૧ ધાનની ગુણી છે. ત્યાંથી બીજા

સ્ટેશન ઉપર લઇ જવી છે. દરેક ડબામાં ગુણીની સંખ્યા એકી આવવી જોઇએ અને ડબાની સંખ્યા પણ એકી જોઇએ.

ખુલાસો.

અવિભાજ્યના કોઠા ઉપરથી અથવા સ્વયં ઉપરના દાખલામાં બતાવેલ નિયમો પ્રમાણે ૮૫૧ ના બે અવિભાજ્ય ભાજકો શોધી કાઢવા. એ બે ભાજકો ૨૩ અને ૩૭ છે માટે જવાબ

(અ) જો દરેક ડબામાં ગુણીની સંખ્યા ૩૭ તો ડબાની સંખ્યા ૨૩

(બ) ,, ,, ,, ૨૩ તો ડબાની સંખ્યા ૩૭।

દાખલો ૧૦૮ अ

છૂપાવી રાખેલ ચીજ કોની પાસે છે તે કહી દેવું.

વ્યાખ્યા:—સભાજનોને કહેવું કે આ સોનાની વીંટી છે. હું આ સભારૂમથી બહાર ઉભો છું. તમો મારી ગેરહાજરીમાં ગમે તે એક માણસને આ વીંટી સાચવવા આપો. પછી મને તમારી પાસે બોલાવો હું કહું તે પ્રમાણે ગણિત કરો. એટલે હું તમને કહી આપીશ કે કોની પાસે વીંટી છે.

ખુલાસો.

સભાની અંદર જેટલા માણસો હોય તેમને ક્રમવાર બેસાડી એક, બે, ત્રણ એમ ક્રમવાર નંબર આપો. દરેક જણ પોતાનો નંબર યાદ રાખે એમ કહેવું. હવે કોઇપણ એક અવિભાજ્ય આંક આપણે ધારવો અને તેનો ગુણક તરીકે ઉપયોગ કરવો તે એવી રીતે કે સભાજનોને કહેવું કે જે માણસે વીંટી છૂપાવી છે તેનો જે નંબર હોય તે આંક અને ફલાણો આંક (આપણો ધારેલ ગુણક આંક)નો ગુણાકાર કરો પછી તેમાં એ ફલાણા આંકના ડબલ ઉમેરાવવાનું કહેવું.

એને ભાજ્ય તરીકે અલગ રાખવો, પછી સભાની અંદર જેટલા માણસો હોય તેથી સ્હેજ મોટી અથવા નાની અથવા સરખી એક અવિભાજ્ય રકમને ભાજક તરીકે ગોઠવવી. હવે અલગ રાખેલ ભાજ્ય રકમ અને આ ભાજક રકમનો ભાગાકાર કરાવવો. પછી સભાજનોને પૂછો તેમાં બચેલ શેષ જાણી લેવા શેષ ઉપરથી નીચે આપેલા કોઠાની મદદથી કોની પાસે વીંટી છે તે વાત જાણી લેવી પછી સભાજનોને જરાવાર મીઠી મુંઝવણમાં નાખવા માટે યુક્તિથી વિનોદમાં કહેવું કે ફલાણાભાઇ કૃપા કરી વીંટી કહાડી આપો.

નીચેના ત્રણે કોઠામાં ગુણક જુદા જુદા બનાવ્યા છે. અને પહેલા બે કોઠામાં ગુણકથી નજદીકનો આંક ભાજક બનાવ્યો છે. અને તેમાં બેનો અંતર છે. ત્રીજામાં ગુણકથી ૪ ના અંતરવાળો આંક ૧૭ બનાવ્યો છે હવે આપણને શેષનો આંક કહેવામાં આવે ત્યારે તે સામેનો સભાજનનો ક્રમવાર આંક જોઇ લેવો એ નંબર ઉપર કોણ છે તે મનમાં સમજી જાહેરમાં તેનું નામ કહી વીંટી માગી લેવી, ધારો કે પહેલા કોઠામાં શેષ ૦ કહ્યા તો ૭ મા નંબરવાળા પાસે વીંટી છે. બીજા કોઠામાં શેષ ૮ કહે તો ૭ મા નંબરવાળા પાસે વીંટી છે. ત્રીજા કોઠામાં શેષ ૧૬ કહે તો ૧૧ મા નંબરવાળા પાસે વીંટી છે. એમ સમજવું. સભાજનોને નંબર આપ્યા પછી તેઓ પોતાનું સ્થળ બદલાવે નહીં તેની ભલામણ કરવી અથવા ધ્યાનમાં રાખવું.

સભાજનોને અપાએલા નંબર	રીત.	શેષનો આંક
૧	૧×૭=૭:૭+૧૪=૨૧	૩
	હવે ૨૧÷૯=૨ અને	
૨	૨×૭=૧૪:૧૪+૧૪=	૧
	૨૮હવે૨૮÷૯=૩અને	
૩	[શેષ ૧.	૮
૪		૬
૫	૫×૭=૩૫:૩૫+૧૪=	૪
	૪૯:૪૯÷૯=૫ અને	
૬	[શેષ ૪.	૨
૭		૦
૮		૭
૯		૫
નોટ:	આ સ્થળે આપણે ૭ ને ગુણક તરીકે સ્વીકાર્યો અને + એ ૭ ના બમણા ૧૪ કર્યો અને ભાજક તરીકે ૯ સ્વીકાર્યા છે.	

સભાજનોને અપાએલા નંબર	રીત.	શેષનો નંબર
૧		૭
૨	૨×૧૧=૨૨:૨૨+૨૨=	૫
૩	૪૪: ૪૪÷૧૩=૩ અને	
	[શેષ ૫.	૩
૪		૧
૫		૧૨
૬		૧૦
૭		૮
૮		૬
૯	૯×૧૧=૯૯: ૯૯+૨૨=	૪
	૧૨૧ હવે ૧૨૧÷૧૩=૯	
૧૦	[અને શેષ ૪.	૨
૧૧		૦
૧૨		૧૧
૧૩		૯
નોટ	અત્રે ૧૧ ગુણક માટે ઉમેરવાના ૧૧ ના બમણા ૨૨;અને ભાજક તરીકે ૧૩ સ્વીકાર્યા છે.	

સભાજનોને અપાએલા નંબર	રીત.	શેષનો આંક
૧		૫
૨		૧
૩	૩×૧૩=૩૯: ૩૯+૨૬	૧૪
	૬૫ હવે૬૫÷૧૭=૩અને	
૪	[શેષ ૧૪.	૧૦
૫		૬
૬		૨
૭		૧૫
૮		૧૧
૯	૯×૧૩=૧૧૭હવે૧૧૭+	૭
	૨૬=૧૪૩÷૧૭=૮અને	
૧૦	[શેષ ૭.	૩
૧૧		૧૬
૧૨		૧૨
૧૩		૮
૧૪	નોટ: અત્રે ૧૩ ને ગુણક ધાર્યા.	૪
૧૫		૦
૧૬		૧૩
૧૭		૯

નદીના સામે કાંઠે જવાની યુક્તિ

દાખલો ૧૦૫ મો.

નદીના એક કાંઠે, એક વાઘ, એક બકરી અને એક ઘાસનો પૂળો છે. એ ત્રણેને સામે કાંઠે લઇ જવાના છે. નદીમાં જે મછવો છે તેમાં ખલાસી એક વખતે એકજ ચીજ લઇ જઇ શકે છે, જો એક કાંઠે વાઘ અને બકરી રહી જાય તો બકરી પૂળો ખાઇ જાય. વાઘ ઘાસ ન ખાય, તેમજ માણસની હાજરીમાં કોઇ કોઇનું નામ લઇ શકે નહીં. હવે એ ત્રણેને સામે કાંઠે શી રીતે લઇ જવા.

ખુલાસો.

પ્રથમ ખલાસી બકરીને સામે કાંઠે લઇ જાય છે. અને સામે કાંઠે બકરીને મૂકી ખાલી હોડી લઇ આવે છે. પછી આ કાંઠેથી વાઘને લઇ જાય છે. વાઘને સામે કાંઠે મૂકી બકરીને આ કાંઠે લઇ આવે છે. ત્રીજીવાર ઘાસનો પૂળો આ કાંઠેથી સામે કાંઠે લઇ જાય છે. અને ત્યાંથી ખાલી આ કાંઠે આવે છે. ચોથીવાર બકરીને આ કાંઠેથી સામે કાંઠે લઇ જાય છે. આ રીતે બધા સામે કાંઠે પોંચે છે.

દાખલો ૧૦૬ ઠો.

નદીના આ કાંઠે એક પુરૂષ, એક સ્ત્રી અને બે છોકરા છે. પુરૂષ અને સ્ત્રી એ દરેકમાં એકેક મણનો ભાર છે. અને દરેક છોકરામાં અડધા મણનો ભાર છે. નદીમાં જે મછવો ચાલે છે, તેમાં એક મણથી વધુ ભાર ઉપાડી શકાતો નથી. એક મણથી ઓછો ભાર હોય તો મછવો સુખેથી ચાલી શકે છે, અડચણ આવતી નથી. તો પછી એ ચાર જણાને સામે કાંઠે શી રીતે ઉતારવા.

ખુલાસો.

૧લીવારઃ બે છોકરા મછવામાં બેસી આ કાંઠેથી સામે કાંઠે જાય. ત્યાં એક છોકરો રોકાય અને એક પાછો હોડી લઇ આ કાંઠે આવે.

૨જીવારઃ પુરૂષ મછવામાં બેસી સામે કાંઠે જાય. અને ત્યાંથી છોકરો આ કાંઠે હોડી લઇ આવે.

૩જીવારઃ ફરી બે છોકરા સાથે સામે કાંઠે જાય, ત્યાં વળી એક રોકાય અને એક આ કાંઠે વળી આવે.

૪થીવારઃ આંહીથી સ્ત્રી મછવામાં બેસી સામે કાંઠે જાય. અને ત્યાંથી એક છોકરો હોડી લઇ આ કાંઠે આવે.

પમીવારઃ છેલ્લીવાર બન્ને છોકરા હોડીમાં બેસી સામે કાંઠે જાય.

આ રીતે બધા સહીસલામત સામે કાંઠે પહોંચી જાય છે.

તોળ્યા વગર માપીઆથી ઘીના બે સરખા ભાગ પાડવા.

દાખલો ૧૦૭ મો.

ઘીના ત્રણ વાસણ છે. એક ત્રણ મણનું, બીજું ૫ મણનું અને ત્રીજું ૮ મણનું. આમાં ત્રણ અને પાંચ મણનાં ઠામ ખાલી છે. એક જ આઠ મણનું ઠામ ભરેલું છે. તોળવાનાં સાધન નથી. અને જે આઠ મણ ઘી છે, તેના બે સરખા ભાગ એટલે ચાર ચાર મણ ઘી જૂદા જૂદા કરવાના છે. આપણી પાસે જે ઠામ છે તેની મદદ લેવાની છે. એટલે ઘી એક ઠામમાંથી બીજામાં અને બીજામાંથી ત્રીજામાં એમ કરી કરી આઠ મણ ઘીના બે સરખા ભાગ કરવા.

ખુલાસો.

સિદ્ધાંતઃ—આવા દાખલામાં પ્રથમ સૌથી નાનું માપીઉં સૌથી મોટા માપીઆમાંથી ભરી, વચ્ચેત માપીઆમાં ઠલવવું, ફરી સૌથી મોટા માપીઆમાંથી બીજીવાર સૌથી નાનું માપીઉં ભરી, વચ્ચેત માપીઆમાં બીજીવાર જેટલું પડે તેટલું નાંખી, વચલું માપીઉં સૌથી મોટા માપીઆમાં ઠલવવું અને આ પ્રમાણે ખાલી થએલ વચ્ચેત માપીઆમાં સૌથી નાનું માપીઉં કે તેમાં જેટલું ઘી હોય તે વચ્ચેત માપીઆમાં ઠલવવું એટલે નાનું માપીઉં ખાલી થશે. આ પ્રમાણે એક

ફેરામાં આટલી વિધિ કરવી કે જેથી નાનું માપીઉં ખાલી થઇ જાય અને વચલા અને મોટા માપીઆમાં ઘી રહે.

બીજીવાર પણ એ જ પ્રમાણે વિધિ કરવી કે જેથી સૌથી નાનું માપીઉં ફરી પણ ખાલી થઈ જાય અને વચ્ચત અને મોટું માપીઉં ઘીથી યોગ્ય પ્રમાણમાં ભરેલા રહે. આવી વિધિ જેટલીવાર જરૂર પડે તેટલીવાર કરવી અને છેલ્લે જ્યારે નાના માપીઆમાં ૧ મણ ઘી રહે, વચ્ચત માપીઉં ખાલી રહે અને બાકીનું બધું ઘી મોટા માપીઆમાં હોય, ત્યારે નાના માપીઆવાળું ૧ મણ ઘી વચ્ચત માપીઆમાં ઠલવવું અને મોટામાંથી નાનું ભરી, વચ્ચતમાં ઠલવવું જેથી વચ્ચત અને મોટામાં સરખે ભાગે ઘી થઈ જશે.

માપીઆં હમેશાં ત્રણ જોઇએ. તેમાં સૌથી નાનું માપીઉં અને અને વચ્ચત માપીઉં એકી મણ સમાય એવા જોઇએ અને વચ્ચત માપીઆમાંથી ૧ મણ નાના માપીઆમાં આવે તો બન્ને માપીઆ સરખા થાય એવા તફાવતના જોઇએ. (જેમકે ૩ અને ૫; ૫ અને ૭; ૧૧ અને ૧૪ વગેરે વગેરે.) અને મોટા માપીઆમાં, બન્ને નાના માપીઆના સરવાળા જેટલા મણ સમાય (જેમકે અનુક્રમે ૮ મણ; ૧૨ મણ અને ૨૪ મણ વગેરે વગેરે.) એટલે સૌથી મોટું માપીઉં બેકી મણનું હોવું જોઇએ.

ક્રિયાઃ—આ ઉપરનો ખુલાસો વાંચતી વખતે, તમારી પાસે આઠ કોડાં રાખજો. બતાવેલ રીત પ્રમાણે તમારી સામે ત્રણ ખંડ પાડજો અને તેનાં અનુક્રમે ત્રણ નામ (માપીઆનાં) પાડજો. અને પછી બતાવેલ રીત પ્રમાણે કોડાંની અદલાબદલી કરજો. એટલે રીત બરાબર સમજાશે અને ગમત આવશે.

પ્રત્યક્ષ વિધિઃ—

પહેલીવારઃ—૮ મણના ભરેલા ઠામમાંની ત્રણ મણનું ઠામ ભરી, પાંચ મણના ખાલી ઠામમાં નાંખવું. ફરી ત્રણ મણનું ઠામ,

૮ મણમાં બાકી રહેલા ૫ મણ ઘીમાંથી ભરી, ૫ મણીઆમાં રહેલ ત્રણ મણ ઘીમાં, તે માપીઆમાં બાકી ઘટતા ૨ મણ નાંખવા. અને આ રીતે પાંચ મણનું ઠામ આખું ભરેલું આઠ મણમાં ઠલવવું અને ખાલી પડેલ પાંચ મણના ઠામમાં ત્રણ મણના ઠામમાં જે ૧ મણ ઘી છે તે ઠલવવું. જેથી ત્રણ મણીઉં ખાલી થશે, પાંચ મણીઆમાં ૧ મણ થશે અને આઠ મણીઆમાં ૭ મણ થશે.

બીજીવારઃ—આઠ મણના ઠામમાં જે ૭ મણ ઘી છે, તેમાંથી ત્રણ મણીઉં ભરી, પાંચ મણીઉં કે જેમાં પ્રથમથી ૧ મણ છે, તેમાં નાંખવું જેથી પાંચ મણીમાં ૪ મણ થશે. અને આઠ મણીમાં પણ ૪ મણ થાશે.

આ પ્રમાણે તોલ્યા વગર માત્ર માપીઆની મદદથી ૮ મણ ઘીના બે સરખા ભાગ થયા.

દાખલો ૧૦૮ મો.

ઘીનાં ત્રણ ઠામ છે. એક સોળ મણનું ઠામ ઘીથી ભરેલું છે. અને બીજા બે ઠામ, જેમાંનું એક નવ મણનું અને બીજું સાત મણનું એ બે ઠામ ખાલી છે. હવે તોલ્યા વગર માત્ર માપીઆની મદદથી ૧૬ મણના બે સરખા ભાગ કરવાના છે.

ખુલાસો.

૧લીવારઃ—૧૬ મણમાંથી ૭ મણ ભરી, ૯ મણીમાં ઠલવો; ફરી ૧૬ મણીમાં જે ૯ મણ છે, તેમાંથી સાત મણી ભરો, અને ૯ મણી કે જેમાં પ્રથમથી ૭ મણ છે. તેમાં ખુટતા ૨ મણ, સાત મણીના ૭ મણમાંથી નાંખો એટલે સાત મણીમાં ૫ મણ રહેશે, નવ મણીમાં ૯ મણ થાશે, તે ૯ મણ સોળ મણીમાં બચેલા ૨ મણમાં નાંખો અને ખાલી થએલ નવ મણીમાં, ૭ મણીમાં રહેલા ૫ મણ નાંખો. જેથી સાત મણી ખાલી, નવ મણીમાં ૫ મણ અને સોળ મણીમાં ૧૧ મણ થશે.

૨જીવારઃ—૭ મણી જે ખાલી છે, તે ૧૬ મણીમાં રહેલા ૧૧ મણ છે તેમાંથી ભરો અને ૯ મણી કે જેમાં ૫ મણ છે અને તેમાં, બાકી ખૂટતા ૪ મણ ૭ મણીમાં રહેલા ૭ મણમાંથી લઈ, નવ મણી આખી ભરો અને તે નવ મણી આખી ભરેલી, સોળ મણી કે જેમાં પહેલેથી ૪ મણ છે, તેમાં ખાલી કરો. હવે ખાલી થએલી નવ મણીમાં, ૭ મણીમાં રહેલા ત્રણ મણ છે તે નાંખો. જેથી સાત મણી ખાલી, નવ મણીમાં ૩ મણ અને સોળ મણીમાં ૧૩ મણ થશે.

૩જીવારઃ હવે સાત મણી જે ખાલી છે. તે સોળ મણી કે જેમાં ૧૩ મણ છે તેમાંથી ભરી, ૯ મણી કે જેમાં પ્રથમથી ૩ મણ છે. તેમાં બાકીના ખૂટતા ૬ મણ નાંખી નવમણી આખી ભરો. અને તેને ૧૬ મણીમાં ઠલવો એટલે ૧૬ મણમાં હવે ૧૫ મણ થશે. હવે સાત મણીમાં જે ૧ મણ બચેલ છે તે નવ મણીમાં નાંખો. જેથી ખાલી સાત મણી થઈ. નવ મણીમાં ૧ મણ અને સોળ મણીમાં ૧૫ મણ થશે.

ચોથીવારઃ સાત મણી જે ખાલી છે, તે સોળ મણીમાં બચેલા ૧૫ મણમાંથી ભરી, નવ મણ કે જેમાં પ્રથમથી ૧ મણ છે, તેમાં ઠલવો તેથી નવ મણીમાં ૮ મણ થાશે અને સોળ મણીમાં પણ ૮ મણ થશે.

આ પ્રમાણે તોલ્યા વગર માત્ર માપીઆની મદદથી ૧૬ મણ ઘીના બે સરખા ભાગ થયા.

ઉપરના બે દાખલા ગણિતમાં રસ લેનારા સમુદાય વચ્ચે અત્યાર સુધીમાં બહુ જાણીતા છે. આ ઉપરથી નીચેનો દાખલો (૧૦૯)મો નવો ઉપજાવી કાઢ્યો છે. રીત પણ બતાવી છે. આ પ્રમાણે બીજા નવા, ઇચ્છા પ્રમાણે બનાવી શકાય એમ છે.

દાખલો ૧૦૯ મો.

ઘીનાં ત્રણ ઠામ છે. ૨૪ મણનું એક ઠામ ઘીથી ભરેલું છે. બીજા બે ઠામ એક ૧૧ મણનું અને બીજું ૧૩ મણનું એ બે ખાલી છે. તોળ્યા વગર ૨૪ મણના સરખા બે ભાગ કરો.

ખુલાસો.

૧ લી વારઃ—ભરેલી ચોવીસ મણીમાંથી પ્રથમ ૧૧ મણી ભરી, તેર મણીમાં ઠલવો. ફરી ચોવીસ મણી કે જેમાં ૧૩ મણ ઘી બચ્યું છે તેમાંથી ૧૧ મણી ભરો અને તેર મણી કે જેમાં ૧૧ મણ પ્રથમથી છે તેમાં બાકી ખૂટતા ૨ મણ ૧૧ મણીમાંથી ઠલવો. આ રીતે ભરાયલી ૧૩ મણી, ચોવીસ મણી કે જેમાં પ્રથમથી ૨ મણ છે તેમાં ઠલવો એટલે ૨૪ મણીમાં ૧૫ મણ થશે. અને ખાલી પડેલી તેર મણીમાં, ૧૧ મણી કે જેમાં ૯ મણ વધ્યા છે, તે નાંખો જેથી ૧૧ મણી ખાલી, તેર મણીમાં ૯ મણ અને સોળ મણીમાં ૧૫ મણ થયા.

૨ જી વારઃ—ચોવીસ મણી કે જેમાં ૧૫ મણ છે તેમાંથી ૧૧ મણી ભરીએ તો બાકી તેમાં ૪ મણ રહે. અને ૧૧ મણીને તેર મણી કે જેમાં પ્રથમથી ૯ મણ છે તેમાં બાકી ખૂટતા ૪ મણ નાંખી, એ આખી ભરેલી, ૨૪ મણી કે જેમાં પ્રથમથી ૪ મણ છે, તેમાં નાંખો તો તેમાં હવે ૧૭ મણ થશે. અને આ પ્રમાણે ખાલી પડેલ તેર મણીમાં, ૧૧ મણીની અંદરના ૭ મણ નાંખો. જેથી હવે ૧૧ મણી ખાલી, તેર મણીમાં ૭ મણ અને સોળ મણીમાં ૧૭ મણ થશે.

૩ જી વારઃ—ચોવીસ મણી કે જેમાં ૧૭ મણ છે, તેમાંથી ૧૧ મણી ભરો એટલે ચોવીસ મણીમાં ૬ મણ રહેશે. હવે અગીઆર મણીમાંથી તેર મણી કે જેમાં ૭ મણ પ્રથમથી છે તેમાં બાકી ખૂટતા ૬ મણ નાંખો. અને આ રીતે ભરાયલી તેર મણી ને સોળ મણીમાં ઠલવો એટલે સોળ મણીમાં ૧૯ મણ થશે. હવે ખાલી પડેલી તેર મણીમાં ૧૧ મણી જેમાં ૫ મણ છે તે ઠલવો જેથી ૧૩ મણીમાં ૫ મણ અને ચોવીસ મણીમાં ૧૯ મણ થાય છે. અને ૧૧ મણી ખાલી.

૪ થી વારઃ—ચોવીસ મણી કે જેમાં ૧૯ મણ છે, તેમાંથી ૧૧ મણી ભરો અને તેર મણી કે જેમાં ૫ મણ પ્રથમથી છે તેમાં

ખૂટતા ૮ મણ નાંખો. પછી આખી ભરાયલી તેર મણી. ચોવીસ મણી કે જેમાં ૮ મણ પ્રથમથી છે તેમાં ઠલવો એટલે ચોવીસ મણીમાં ૨૧ મણ થશે. હવે ખાલી થએલી તેર મણીમાં, અગીઆર મણીમા બચેલા ૩ મણ ઠલવો, જેથી અગીઆર મણી ખાલી, તેર મણીમાં ૩ મણ અને ચોવીસ મણીમાં ૨૧ મણ થાશે.

૫ મી વારઃ—ચોવીસ મણી કે જેમાં ૨૧ મણ છે. તેમાંથી અગી-આર મણી ભરીએ તો તેમાં બાકી ૧૦ મણ રહે. હવે તેર મણી કે જેમાં ૩ મણ છે બાકી ખૂટતા ૧૦ મણ અગીઆર મણીમાંથી લ્યો. અને આ રીતે ભરાયલી તેર મણીને, ૨૪ મણી કે જેમાં ૧૦ મણ પ્રથમથી છે તેમાં ઠલવો. આ રીતે ચોવીસ મણીમાં ૨૩ મણ થશે. અને ખાલી પડેલી તેર મણીમાં, ૧૧ મણીમાં બચેલું ૧ મણ નાંખો જેથી ૧૧ મણી ખાલી. તેર મણીમાં ૧ મણ અને ૨૪ મણીમાં ૨૩ મણ થશે.

છઠ્ઠીવારઃ—૨૪ મણીમાં ૨૩ મણ છે તેમાંથી ૧૧ મણી ભરી તેર મણી કે જેમાં ૧ મણ છે તેમાં ઠલવો. જેથી તેર મણીમાં ૧૨ મણ થશે અને ચોવીસ મણીમાં પણ ૧૨ મણ થશે.

આ પ્રમાણે તોળ્યા વગર માપી આની મદદથી ૨૪ મણ ઘીના એ સરખા ભાગ પાડ્યા.



લઘુત્તમ સાધારણ ભાજય.

દાખલો ૧૧૦ મો.

એક ઠામમાં લાડુ પડ્યા છે. તેમાંથી બબે લઇએ તો ૧ વધે. તેવી રીતે ત્રણ ત્રણ લઇએ, ચાર ચાર લઇએ, પાંચ પાંચ લઇએ અને છ છ લઇએ તો ૧ વધે પણ જ્યારે સાત સાત લઇએ ત્યારે કાંઇ પણ વધે નહીં. કહો ત્યારે મૂળ લાડુ કેટલા?

ખુલાસો.

બબ્બે, ત્રણ ત્રણ, ચાર ચાર, પાંચ પાંચ અને ૭ ૭ વગેરે જેટલા કહ્યા હોય તેનો લઘુત્તમ સાધારણ ભાજ્ય કાઢવો. તે રકમ ૬૦ આવી. (લઘુત્તમ=સૌથી નાનામાં નાની રકમ, સાધારણ= સામાન્ય, ભાજ્ય એટલે જેના ભાગ થઇ શકે. આ રકમને ૨ થી, ૩ થી, ૪ થી, ૫ થી અને ૬ થી ભાગીએ તો નિઃશેષ ભાગી શકાય, હવે વ્યાખ્યામાં કહ્યું છે કે ૨ થી, ૩ થી, ૪ થી, ૫ થી, ૬ થી ભાગીએ તો ૧ વધે એમ કહ્યું છે. માટે જો ૬૦ માં ૧ ઉમેરીએ તો ૬૧ થાય. હવે ૨ થી, ૩ થી, ૪ થી, ૫ થી, અને ૬ થી ભાગીએ તો ૧ વધે. આ પ્રમાણે દાખલાની એક શરત પૂરી થાય છે. બીજી શરત એ છે કે એ રકમને ૭ થી ભાગીએ તો કાંઈ પણ વધે નહીં. હવે ૬૧ ને ૭ થી નિઃશેષ ભાગી શકાય નહીં. માટે ૬૧ એ સાચી માગેલ રકમ ન થઇ.

હવે જે રકમ આવવાની છે, તે રકમ ૬૦ના ગુણાકારની આવવી જોઇએ. એ વાત સ્પષ્ટ માનવી. હવે ૬૦ ને ૨ થી ગુણીએ તો ૧૨૦ આવે તેમાં ૧ ઉમેરી ૧૨૧ કરીએ અને હવે બીજીવાર દાખલાની બને શરત ૧૨૧ ને લાગુ પાડી જોઇએ. આમાં પણ એકેક વધવાવાળી એક શરત લાગુ પડે છે, પણ બીજી શરત ૭ થી ભાગીએ તો નીચે કાંઇ ન વધે એ શરત પૂરી થતી નથી. માટે ૧૨૧ એ પણ જવાબની રકમ નથી.

હવે ૬૦ ને ૩ થી ગુણી ૧ ઉમેરીએ ૧૮૧ આવે, એ પણ માગેલ જવાબ નથી. તેથી ૬૦ ને ૪ થી ગુણી ૧ ઉમેરીએ તો ૨૪૧ આવે એ પણ જવાબ નથી. વળી ૬૦ ને ૫ થી ગુણી ૧ ઉમેરીએ તો ૩૦૧ આવે. આ રકમ માગેલ જવાબ છે કારણ આમાં બને શરતો લાગુ પડે છે માટે જવાબ ૩૦૧ લાડુ.

દાખલો ૧૧૧ મો.

એક ઠામમાં લાડુ પડયા છે. તેમાંથી બબે, ત્રણ ત્રણ, ચાર ચાર, પાંચ પાંચ, અને છ છ કહાડે ત્યારે કાંઇ પણ વધે નહીં. પણ જ્યારે સાત સાત ગણી ને આપે ત્યારે ૧ વધે છે, કહો ત્યારે ત્રાંસમાં લાડુ કેટલા ?

ખુલાસો.

આથી આગળના દાખલા પ્રમાણે આમાં પણ લઘુત્તમ સાધારણ ભાજ્ય ૬૦ આવશે. હવે દાખલાની બને શરતો ૬૦ ને લાગુ પાડીએ તો લાગુ પડતી નથી. માટે હવે આપણે એક પગથિયું આગળ ચડીએ એટલે ૬૦ ને ૨ થી ગુણીએ તો ૧૨૦ આવે, આને બન્ને શરતો લાગુ પાડીએ તો બરાબર જવાબ આવે છે. માટે **જવાબ** ૧૨૦ લાડુ.

દાખલો ૧૧૨ મો.

એક ઠામમાં લાડુ પડયા છે. તેમાંથી બબે, ત્રણ ત્રણ, ચાર ચાર, પાંચ પાંચ અને છ છ લઇએ તો શેષ કાંઇ વધે નહીં પણ જો સાત સાત લઇએ તો ૧ ઘટે, કહો ત્યારે કુલ લાડુ કેટલા ?

ખુલાસો.

ઉપર પ્રમાણે ૬૦ ઉપર ક્રિયા કરી જોવી. છેવટે ૩૦૦ આવશે એટલે બન્ને શરતો પ્રમાણે જવાબ આવી જશે માટે **જવાબ** ૩૦૦ લાડુ.

દાખલો ૧૧૩ મો.

એક ઓરડામાં પાકી કેરીનો ઢગલો પડયો છે. તેમાંથી બબે લઇએ તો ૧ વધે છે, ત્રણ ત્રણ લઇએ તો ૨ વધે છે, ચાર ચાર લઇએ તો ૩ વધે છે પાંચ પાંચ લઇએ તો ૪ વધે છે. છ છ લઇએ તો ૫ વધે છે. સાત સાત લઇએ તો ૬ વધે છે. આઠ આઠ લઇએ તો ૭ વધે છે. નવ નવ લઇએ તો ૮ વધે છે. દશ દશ લઇએ તો

૯ વધે છે. અને અગીઆર અગીઆર લઇએ તો કાંઇ પણ વધતું નથી. કહો : કુલ પાકી કેરી કેટલી ?

ખુલાસો.

આમાં, ૨, ૩, ૪, ૫, ૬, ૭, ૮, ૯ અને ૧૦ એ રકમોનો લઘુત્તમ સાધારણ ભાજ્ય ૨૫૨૦ આવશે. હવે જો તેમાંથી ૧ બાદ કરીએ તો ૨૫૧૯ ની રકમ આવી હવે જો એ રકમને ક્રમવાર ૨ થી ૩ થી, ૪ થી, ૫ થી, ૬ થી, ૭ થી, ૮ થી, ૯ થી અને ૧૦ થી ભાગ આપશું તો ક્રમવાર શેષ, ૧, ૨, ૩, ૪, ૫, ૬, ૭, ૮, ૯ આવશે. અને ૨૫૧૯ ને ૧૧ થી ભાગ દેશું. તો શેષ કાંઇ પણ વધશે નહીં. માટે જવાબ ૨૫૧૯ પાકી કેરી.

દાખલો ૧૧૪ મો.

પાકી કેરીનો ઢગ છે. તેમાંથી બબે લઇએ તો ૧ વધે. ત્રણ ત્રણ લઇએ તો ૨ વધે ચાર ચાર લઇએ તો ૩ વધે પણ જો પાંચ લઇએ તો કાંઇ પણ વધે નહીં. કહો ત્યારે કુલ કેરી કેટલી ?

ખુલાસો.

આમાં ૨, ૩ અને ૪ ના લ૦ સા૦ ભા૦. કહાડીએ તો ૧૨ આવે અને આપણા નિયમ પ્રમાણે ૧ બાદ કરીએ તો ૧૧ આવે. હવે આ ૧૧ ને વ્યાખ્યાની બન્ને શરતો લાગુ પાડીએ તો જવાબ બરાબર આવતો નથી. માટે ૧૨ ના પાડાની પાડ ક્રમવાર ગોઠવવી. ૧૨ પછી ૨૪ આવે તેમાંથી ૧ બાદ કરી મેળ મેળવી જોવો. તે પણ જવાબ નહીં આવે. પછી ૧૨ × ૩ = ૩૬ લેવા તેમાંથી ૧ બાદ કરવો એટલે ૩૫ આવશે. આ ૩૫ ઉપર વ્યાખ્યામાં બતાવેલ શરતો લાગુ પડશે માટે આનો **જવાબ** ૩૫ પાકી કેરી.

ચીજોની અદલાબદલી કરવાથી સૌ પાસે સરખા પૈસા થાય.

દાખલો ૧૧૪ અ

જૂદે જૂદે સ્થળેથી ચાર ઝવેરીઓ એક ધર્મશાળામાં આવી

પહોંચ્યા. ૧ લા પાસે ૮ માણેક, ૨ જા પાસે ૧૦ નીલમ, ૩ જા પાસે ૧૦૦ મોતી, અને ૪ થા પાસે ૫ હીરા હતા. અંગ મળ્યા સાથે રહ્યા જેથી એકબીજા સાથે સ્નેહ–સંબંધ બંધાયો, એથી દરેક જણાએ પોતા પાસેની ચીજોમાંથી અકેક નંગ બીજા ત્રણ જણાં દરેકને આપ્યું. આ રીતે આપસઆપસમાં એઓએ અદલાબદલી કરી તેથી સૌ પાસે સરખી કિંમતનો માલ થયો. કહો ત્યારે દરેક જાતની ચીજના અકેક નંગની કિંમત શું ?

ખુલાસો.

આમાં ચારજણા છે. તેઓ આપસઆપસમાં અકેક ચીજ સૌ પોતામાંથી આપે તેથી દરેકની પાસેની ચીજમાંથી ૩ નંગ કમી થાય અને તે બદલ બીજા ત્રણ પાસેથી અકેક નંગ એમ પાછા બીજા કુલ ત્રણ નંગ બદલામાં આવે. પરિણામે દરેક પાસે કઈ જાતના કેટલા નંગ થયાં, તે સ્પષ્ટ કરવા માટે આ સાથે કોઠો છે.

ઝવેરીઓ	૧લા ને	૨જા ને	૩જા ને	૪થા ને
માણેક	૫	૧	૧	૧
નીલમણી	૧	૭	૧	૧
મોતી	૧	૧	૯૭	૧
હીરા	૧	૧	૧	૨

હવે આમાં અદલાબદલી કરવાની સંખ્યા ૧ની છે અને ભાગીદાર ૪ જણા છે; માટે ૧ × ૪ = ૪ કરવા. હવે વ્યાખ્યામાં ચાર ઝવેરી પાસે જે જે સંખ્યાવાર ચીજો છે. તે દરેકમાંથી આ ૪ ને બાદ કરવાથી ક્રમવાર ૪ : ૬ : ૯૬ : અને ૧ આવશે. આ ચાર રકમોનો લઘુત્તમ સાધારણ ભાજ્ય કાઢવો. તે આંક ૯૬ આવશે. તેના સાધ્યરૂપ નીચે પ્રમાણે આવે છે. લ૦ સા૦ ભા૦ ૯૬ હવે ૯૬ ÷ ૪ = ૨૪: ૯૬ ÷ ૬ = ૧૬: ૯૬ ÷ ૯૬ = ૧: અને ૯૬ ÷ ૧ = ૯૬: હવે ક્રમવાર આવ્યા ૨૪: ૧૬: ૧ અને ૯૬. વ્યાખ્યામાં ક્રમવાર માણેક, નીલમણી, મોતી અને હીરા છે: માટે **જવાબ** ૧ માણેકની કિંમત રૂ. ૨૪, ૧ નીલમણીના ૧૬ રૂ.,

૧ મોતીનો રૂ. ૧. અને ૧ હીરાના રૂ. ૯૬: આ ભાવે દરેકને જે મળ્યું તેનો કોઠો.

ઝવેરીઓ	૧ લાને	૨ જાને	૩ જાને	૪ થાને
માણેક	૫×૨૪ રૂ. = ૧૨૦	૧ × ૨૪ = ૨૪	૧×૨૪ = ૨૪	૧×૨૪ = ૨૪
નીલમણી	૧×૧૬ રૂ. = ૧૬	૭ × ૧૬ = ૧૧૨	૧×૧૬ = ૧૬	૧×૧૬ = ૧૬
મોતી	૧×૧ રૂ. = ૧	૧ × ૧ = ૧	૯૭×૧ = ૯૭	૧× ૧ = ૧
હીરા	૧×૯૬ રૂ. = ૯૬	૧ × ૯૬ = ૯૬	૧×૯૬ = ૯૬	૨×૯૬ = ૧૯૨
કુલ	રૂ. ૨૩૩	રૂ. ૨૩૩	રૂ. ૨૩૩	રૂ. ૨૩૩

આ દાખલો "લીલાવતી"માં છે. આવા બીજા દાખલા આપણે બનાવી શકીએ. તે નીચે પ્રમાણે:—

દાખલો ૧૧૪ બ

૫ જણા અનુક્રમે ૨૫ હાંડા, ૩૫ ગાગર, ૫૦ લોટા, ૬૫ થાળી, અને ૯૫ વાટકા ખરીદ કરે છે. દરેક જણ પોતા પાસેની ચીજોમાંથી એકેક નંગ બીજા ચારજણા દરેકને આપે છે. આ રીતે આપસઆપસમાં અદલાબદલી થતાં સૌની પાસે સરખી કિંમતનો માલ થાય છે. કહો ત્યારે દરેક ચીજ પૈકી એકેક નંગની કિંમત શું ?

ખુલાસો.

આમાં ૫ ભાગીદાર છે. દરેક જણ પોતા પાસેની ચીજોમાંથી બીજા દરેકને એકેક નંગ આપે તો એક જાતની ચીજમાંથી (૫−૧)= ૪ નંગ કમી થાય અને તે બદલ બીજી જાતની ચાર ચીજોમાંથી એકેક નંગ બદલામાં મળે. આમ કરતાં દરેક પાસે કયી કયી ચીજોના કેટલા નંગ રહ્યા તે બતાવનાર કોઠો.

મિત્રો	૧ લો	૨ જો	૩ જો	૪ થો	૫ મો
હાંડા	૨૧	૧	૧	૧	૧
ગાગર	૧	૩૧	૧	૧	૧
લોટા	૧	૧	૪૬	૧	૧
થાળી	૧	૧	૧	૬૧	૧
વાટકા	૧	૧	૧	૧	૯૧
કુલ	૨૫	૩૫	૫૦	૬૫	૯૫

આંહી એકેક નંગની અદલાબદલી થાય છે અને ભાગીદાર ૫ છે માટે ૧×૫=૫ આવ્યા. દરેક પાસે જે મૂળ સંખ્યા છે તેમાંથી આ ૫ ને બાદ કરવા. જેથી ક્રમવાર ૨૫:૩૫:૫૦:૬૫ અને ૯૫ ની બદલીમાં આવશે, ૨૦, ૩૦, ૪૫, ૬૦ અને ૯૦.

આ રીતે આવેલ આંકડાનો લઘુત્તમ સાધારણ ભાજ્ય કાઢીએ તો આવશે ૧૮૦. આ ૧૮૦ ઉપરથી આપણી પાસે જે ૨૦: ૩૦: ૪૫: ૬૦ અને ૯૦ ની રકમો છે, તેમાંથી સાધ્ય રકમો બનાવવી. તે નીચે પ્રમાણે. ૧૮૦ ÷ ૨૦ = ૯: ૧૮૦ ÷ ૩૦ = ૬: ૧૮૦ ÷ ૪૫ = ૪: ૧૮૦ ÷ ૬૦ = ૩ અને ૧૮૦ ÷ ૯૦ = ૨: આવ્યા (તેનો ક્રમ ૯, ૬, ૪, ૩, અને ૨ છે). વ્યાખ્યામાં ક્રમવાર, હાંડા, ગાગર, લોટા, થાળી અને વાટકા છે. માટે **જવાબ** ૧ હાંડાના રૂ. ૯, ૧ ગાગરના રૂ. ૬, ૧ લોટાના રૂ. ૪, ૧ થાળીના રૂ. ૩ અને વાટકાના રૂ. ૨.

આ ભાવે દરેકને સરખુ ખરચ થયું તે બતાવનાર કોઠો.

મિત્રો	૧ લાને	૨ જાને	૩ જાને	૪ થાને	૫ માને
હાંડા	૨૧×૯=૧૮૯	૧×૯= ૯	૧×૯= ૯	૧×૯= ૯	૧×૯= ૯
ગાગર	૧×૬= ૬	૩૧×૬=૧૮૬	૧×૬= ૬	૧×૬= ૬	૧×૬= ૬
લોટા	૧×૪= ૪	૧×૪= ૪	૪૬×૪=૧૮૪	૧×૪= ૪	૧×૪= ૪
થાળી	૧×૩– ૩	૧×૩= ૩	૧×૩= ૩	૬૧×૩=૧૮૩	૧×૩= ૩
વાટકા	૧×૨= ૨	૧×૨= ૨	૧×૨= ૨	૧×૨= ૨	૯૧×૨=૧૮૨
કુલ	રૂ. ૨૦૪	રૂ. ૨૦૪	રૂ. ૨૦૪	રૂ. ૨૦૪	રૂ. ૨૦૪

દાખલો ૧૧૪ ક

૫ જણા અનુક્રમે ૨૫ હાંડા, ૩૧ ગાગર, ૪૦ લોટા, ૪૫ થાળી, અને ૫૨ વાટકા ખરીદ કરે છે. દરેક જણ પોતા પાસેની ચીજોમાંથી બબ્બે નંગ બીજા ચાર જણા દરેકને આપે છે. આ રીતે આપસઆપસમાં અદલાબદલી કરતાં સૌની પાસે સરખી કિંમતનો માલ થાય છે. કહો ત્યારે દરેક જાતની ચીજો પૈકી એકેક નંગની કિંમત શું ?

ખુલાસો.

દરેક જણ પોતા પાસેની ચીજોમાંથી બીજા દરેકને બબ્બે નંગ આપે છે. તેથી તેની પાસે મૂળમાં જેટલી સંખ્યા હોય તેમાંથી (૪ × ૨ = ૮) ૮ નંગ કમી થાય અને તે બદલ બીજા ચાર જણાની ચીજોમાંથી દરેક જાતના બબ્બે નંગ બદલીમાં મળે છે. આવી રીતે દરેક પાસે કયી કયી જાતની ચીજો કેટલી થઇ તે બતાવનાર કોઠો આ નીચે છે.

મિત્રો	૧ લાને	૨ જાને	૩ જાને	૪ થાને	૫ માને
હાંડા	૧૭	૨	૨	૨	૨
ગાગર	૨	૨૩	૨	૨	૨
લોટા	૨	૨	૩૨	૨	૨
થાળી	૨	૨	૨	૩૭	૨
વાટકા	૨	૨	૨	૨	૪૪
કુલ	૨૫	૩૧	૪૦	૪૫	૫૨

આમાં અદલાબદલી કરવાની સંખ્યા ૨ ની છે. અને ભાગીદાર ૫ છે માટે ૨×૫= ૧૦. આ ૧૦ ને જાતવાર દરેક ચીજની સંખ્યામાંથી ક્રમવાર બાદ કરીએ તો ક્રમવાર ૧૫, ૨૧, ૩૦, ૩૫ અને ૪૨ એમ આંકડા જણાવશે.

હવે એ પાંચનો લઘુત્તમ સાધારણ ભાજ્ય ૨૧૦ થાય.

આ ૨૧૦ ઉપરથી આ પ્રમાણે ૨૧૦ ÷ ૧૫=૧૪: ૨૧૦ ÷ ૨૧=૧૦: ૨૧૦ ÷ ૩૦=૭: ૨૧૦ ÷ ૩૫=૬: ૨૧૦ ÷ ૪૨=૫: આ સાધ્ય રકમો આવી. તેનો ક્રમ ૧૪: ૧૦: ૭: ૬ અને ૫:

વ્યાખ્યામાં ક્રમવાર હાંડા, ગાગર, લોટા, થાળી અને વાટકા છે. માટે **જવાબ** ૧ હાંડાની કિંમત ૧૪ રૂ૦. ૧ ગાગરના રૂ૦. ૧૦: ૧ લોટાના રૂ૦. ૭: ૧ થાળીના રૂ૦. ૬ અને ૧ વાટકાના રૂ૦. ૫:

આ ભાવે દરેકને સરખું ખરચ થયું તે બતાવનાર કોઠો

મિત્રો	૧ લાને	૨ જાને	૩ જાને	૪ થાને	૫ માને
હાંડા	૧૭×૧૪=૨૩૮	૨×૧૪= ૨૮	૨×૧૪=૨૮	૨×૧૪=૨૮	૨×૧૪=૨૮
ગાગર	૨×૧૦= ૨૦	૨૩×૧૦=૨૩૦	૨×૧૦=૨૦	૨×૧૦=૨૦	૨×૧૦=૨૦
લોટા	૨×૭= ૧૪	૨×૭ = ૧૪	૩૨×૭=૨૨૪	૨× ૭=૧૪	૨× ૭=૧૪
થાળી	૨×૬= ૧૨	૨×૬ = ૧૨	૨×૬ =૧૨	૩૭×૬=૨૨૨	૨× ૬=૧૨
વાટકા	૨×૫= ૧૦	૨×૫ = ૧૦	૨×૫ =૧૦	૨×૫ =૧૦	૪૪×૫=૨૨૦
કુલ	રૂ. ૨૯૪	રૂ. ૨૯૪	રૂ. ૨૯૪	રૂ. ૨૯૪	રૂ. ૨૯૪

ઉપરના ત્રણ દાખલાઓની રીત સમજ્યા પછી એવા બીજા દાખલા કેવી રીતે બનાવી શકાય તે નીચે પ્રમાણેઃ—

દાખલા બેમાં પ્રથમ આપણા મનમાં ૨: ૨: ૩: ૩: ૫: આ પાંચ અવયવો (Factors) ધાર્યા. અને તે ઉપરથી લ૦. સ૦. ભા૦. ૧૮૦ લાવ્યા. હવે ૧૮૦ ÷ ૨=૯૦: ૧૮૦ ÷ ૪=૪૫: ૧૮૦ ÷ ૬=૩૦: ૧૮૦ ÷ ૧૨=૧૫: ૧૮૦ ÷ ૩૬=૫: ૧૮૦ ÷ ૩=૬૦: ૧૮૦ ÷ ૯=૨૦: ૧૮૦ ÷ ૫=૩૬: ૧૮૦ ÷ ૧૦=૧૮: ૧૮૦ ÷ ૨૦=૯: ૧૮૦ ÷ ૬૦=૩: ૧૮૦ ÷ ૪૫=૪: ૧૮૦ ÷ ૯૦=૨. આ રીતે આપણી પાસે ૯૦: ૪૫: ૩૦: વગેરે વગેરે રકમો આવી છે. હવે તેમાંથી આપણે મનપસંદ ૨૦: ૩૦: ૪૫: ૬૦ અને ૯૦ એ રકમો લીધી. હવે મૂળ વ્યાખ્યામાં એકેક ચીજની અદલાબદલી થાય છે અને ભાગીદાર ૫ છે માટે ૧ × ૫=૫. આ ૫ ને ઉપર કહેલી રકમોમાં ઉમેર્યા તો ક્રમવાર ૨૫: ૩૫: ૫૦: ૬૫: ૯૫ આવ્યા. તેને વ્યાખ્યામાં આપણી મનપસંદ રીતે ગોઠવી દીધા.

એ રીતે દાખલા **क** માં ૨: ૩: ૫: ૭ એ અવયવો (Factors) ધાર્યા અને તેનું લ૦. સા૦. ભા૦. ૨૧૦ કર્યું. એમાંથી ૧૫: ૨૧: ૩૦: ૩૫ અને ૪૨ એ આંકડા પસંદ કર્યા અને તેમાં દરેકમાં (૨ × ૫=૧૦.) ૧૦ ઉમેર્યા અને વ્યાખ્યા બનાવી.

મિત્રોની ઉજમણીના ખરચનો ફાળો.

દાખલો ૧૧૫ મો.

ત્રણ મિત્રો ઉજમણી કરવા તૈયાર થયા. **अ** એ ૫ આના કહાડયા, **ब** એ ૬ આના કહાડયા. **क** એ ૭ આના કહાડયા. તેમાંથી મીઠાઇ લીધી. તેઓ જમવા બેઠા તેવામાં ચોથો મિત્ર **ड** આવ્યો. આથી ચારે જણા સરખે ભાગે જમ્યા. જમી પરવાર્યા પછી **ड** એ ૧૮ આના આપી દીધા. હવે એ ૧૮ આના **अ, ब** અને **क** એ શી રીતે વહેંચી લે તે કહો.

ખુલાસો પહેલી રીતઃ પૂર્ણાંકની.

૧ સેરના ૪૦ રૂપીઆભાર અને ૫ આને સેર એ ભાવ ખરીદીનો. **अ** એ ૫ આનાની ૪૦ રૂપીઆભાર મીઠાઇ લીધી (એટલે મીઠાઇનો ભાવ ૧ આનાની ૮ રૂપીઆભાર). **ब** એ ૬ આનાની ૪૮ રૂ. ભાર લીધી અને **क** એ ૭ આનાની ૫૬ રૂ. ભાર લીધી. આ રીતે બધી મીઠાઇ ૧૪૪ રૂ. ભાર થઇ. દરેક જણાએ સરખે ભાગે ખાધી. તેથી ૧૪૪ ÷ ૪=૩૬ રૂ. ભાર મીઠાઇ દરેક જણે ખાધી.

ड એ ૩૬ રૂ. ભાર ખાધી તેના ૧૮ આના આપ્યા. એટલે ૦॥ આનાની ૧ રૂ. ભાર થઇ. આને સમજો વેચાણ કિંમત).

अ એ ૪૦ રૂ. ભાર દીધી અને ૩૬ રૂ. ભાર પોતે ખાધી બાકી એના હિસાબની ૪ રૂ. ભાર મીઠાઇ બચી તેના **अ**ને ૨ આના મળ્યા. તારીજ **अ** ને મળ્યા. ૨ આના.

ब એ ૪૮ રૂપીઆભાર મીઠાઇ દીધી અને ૩૬ રૂપીઆભાર ખાધી.

તેથી એના હિસાબની ૧૨ રૂપીઆભાર મીઠાઈ **ड** એ ખાધી. તેથી તેને ૬ આના મળ્યા. તારીજ **ब** ને મળ્યા. ૬ આના.

क એ ૫૬ રૂપીઆભાર મીઠાઈ દીધી અને તેમાંથી તેણે ૩૬ રૂપીઆભાર ખાધી. તેથી તેના ભાગમાંથી ૨૦ રૂપીઆભાર મીઠાઈ વધી તે **ड** એ ખાધી તેથી તેને ૧૦ આના મળ્યા. તારીજ **क** ને ૧૦ આના મળ્યા. **જવાબ** **अ** ને ૨ આના. **ब** ને ૬ આના અને **क** ને ૧૦ આના (આ દાખલામાં **अ** **ब** અને **क** અનુક્રમે ૫, ૬ અને ૭ આના કહાડે છે. છતાં તેમને અનુક્રમે ૨, ૬ અને ૧૦ આના મળે છે આટલી આ દાખલામાં ખુબી છે.)

બીજી રીતઃ અપૂર્ણાંકની.

પહેલી રીત પૂર્ણાંકની છે. આ રીત અપૂર્ણાંકની છે. **अ** એ ૫ આનાની ૧ સેર મીઠાઈ લીધી. **ब** એ ૬ આનાની $\frac{૬}{૫}$ સેર મીઠાઈ લીધી અને **क** ૭ આનાની $\frac{૭}{૫}$ સેર મીઠાઈ લીધી.

કુલ મીઠાઈ $૧+\frac{૬}{૫}+\frac{૭}{૫}=\frac{૫+૬+૭}{૫}=\frac{૧૮}{૫}$ સેર મીઠાઈ થઈ. તે ચારે જણ સાથે મળી સરખે ભાગે જમ્યા. એટલે દરેક જણ $\frac{૧૮}{૫}\times\frac{૧}{૪}=\frac{૧૮}{૨૦}$ સેર જમ્યા.

ड એ $\frac{૧૮}{૨૦}$ સેર મીઠાઈ ખાધી તેના તેણે ૧૮ આના આપ્યા. એટલે $\frac{૧}{૨૦}$ સેરના ૧ આના લેખે આપ્યા.

अ ની મીઠાઈ ૧ સેર હતી. તેમાંથી તેણે પોતે $\frac{૧૮}{૨૦}$ સેર ખાધી, બાકી એની મીઠાઈમાંથી $\frac{૨}{૨૦}$ બચી. તે **ड** એ ખાધી તેથી ૧૮ આનામાંથી $\frac{૨}{૨૦}$ સેરના ૨ આના **अ** ને મળ્યા.

ब ની મીઠાઈ $\frac{૬}{૫}$ સેર છે, તેમાંથી તેણે $\frac{૧૮}{૨૦}$ સેર ખાધી, બાકી $\frac{૬}{૨૦}$ સેર બચી તે **ड** એ ખાધી. તેથી તેટલી ખવાયલ મીઠાઈના ૬ આના **ब** ને મળ્યા.

क ની મીઠાઈ $\frac{૭}{૫}$ સેર છે તેમાંથી તેણે $\frac{૧૮}{૨૦}$ સેર ખાધી બાકી

$\frac{૧}{૦}$ સેર બચી તે **ड** એ ખાધી. તેથી તેટલી ખવાયલ મીઠાઇના ૧૦ આના **क** નેં મળ્યા.

જવાબ આ રીતે **अ** ને ૨ આના, **ब** ને ૬ આના અને **क** ને ૧૦ આના મળે છે.

ત્રીજી રીત.

બધી મીઠાઇ લેવાણી ૧૮ આનાની અને તે ચાર સરખે ભાગે ખવાણી એટલે દરેકે ૪॥ આનાની ખાધી. હવે **ड** એ ૪॥ આનાની ખાધી તે બદલ ૧૮ આના આપ્યા. એટલે જેટલી મીઠાઇની કિંમત તેના કરતાં ૪ ગણી વધુ કિંમત આપી.

હવે **अ** એ ૫ આના કહાડ્યા તેમાંથી તેણે ૪॥ આનાની ખાધી અને એના ૦॥ આનાની મીઠાઇ **ड** એ ખાધી. તેથી ૦॥ આનાના ચાર ગણા ૨ આના થયા. તે **अ** ને મળ્યા. **ब** એ ૬ આના કહાડ્યા. તેમાંથી તેણે ૪॥ આનાની મીઠાઇ ખાધી અને એના ૧॥ આનાની મીઠાઇ **ड** એ ખાધી તેથી ૧॥ × ૪ = ૬ આના **ब** ને મળ્યા. **क** એ ૭ આના કહાડ્યા. તેમાંથી તેણે ૪॥ આનાની મીઠાઇ ખાધી. અને એના ૨॥ આનાની મીઠાઇ **ड** એ ખાધી તેથી ૨॥ × ૪ = ૧૦. આના **क** ને મળ્યા. **જવાબ** આ પ્રમાણે **अ** ને ૨ આના **ब** ને ૬ આના અને **क** ને ૧૦ આના મળે છે.

દાખલો ૧૧૬ મો.

શ્રી ભુજનગર પાસે સ્થપાયલ શ્રી ટપકેશ્વરી દેવીના દર્શન કરવા માટે **अ**, **ब**, **क** અને **ड** નામના ચાર મિત્રો તૈયાર થયા. **अ** એ ૯ આના કહાડ્યા **ब** એ ૧૦ આના કહાડ્યા. **क** એ ૧૧ આના કહાડ્યા અને **ड** એ ૧૨ આના કહાડ્યા. તેમાંથી તેઓએ ૯ આનાની ૧ સેર લેખે મીઠાઇ લીધી. એ મીઠાઇ પ્રથમ તેઓએ દેવીને ભોગ લગાવી પછી જમવા બેઠા. તે વખતે એક પાંચમો મિત્ર **इ** આવ્યો એટલે પાંચે જણા સાથે જમવા બેઠા સૌ સરખે ભાગે જમ્યા. પછી

इ એ પોતાના તરફથી ૨૧ આના આપ્યા. અને સૌની રજા લઇ પોતાને પંથે પડયા. કહો એ ચારે મિત્રો કેવી રીતે એ ૨૧ આના વહેંચી લે. (૨૨॥ રૂપીઆ ભારનો ૧ સેર).

ખુલાસો (પહેલી રીત) પૂર્ણાંકની

अ એ ૯ આનાની ૧ સેર મીઠાઇ લીધી. (એટલે ૯ આનાના ૨૨॥ રૂપીઆભાર તો ૧ આનાના ૨॥ રૂપીઆભાર થાય) ब એ ૧૦ આનાની (૧૦ × ૨॥) = ૨૫ રૂ. ભાર લીધી क એ ૧૧ આનાની (૧૧ × ૨॥) = ૨૭॥ રૂપીઆ ભાર લીધી. અને ड એ ૧૨ આનાની (૧૨ × ૨॥) = ૩૦ રૂપીઆ ભાર લીધી.

બધા જણાની લીધેલી મીઠાઇનું વજન (૨૨॥ + ૨૫ + ૨૭॥ + ૩૦ = ૧૦૫) રૂપીઆ ૧૦૫ ભાર થયું. પાંચે જણા સાથે સરખે ભાગે જમ્યા. એટલે દરેક જણ ૨૧ રૂ૦. ભાર જમ્યા. આ રીતે इ પણ ૨૧ રૂપીઆભાર જમ્યો તેના તેણે ૨૧ આના આપ્યા. એટલે इ એ એક રૂપીઆભાર મીઠાઇનો ૧ આનો આપ્યો. હવે મળેલ ૨૧ આનાની વહેંચણી નીચે પ્રમાણે.

अ. એ. ૨૨॥ રૂપીઆભાર મીઠાઇ આપી. તેમાં પોતે ૨૧ રૂ. ભાર ખાધી. બાકી એના ભાગની ૧॥ રૂ. ભાર મીઠાઇ વધી તે બદલ તેને ૨૧ આનામાંથી ૧॥ આનો મળ્યો.

अ ને ૧॥ આનો મળે.

ब. એ ૨૫ રૂપીઆ ભાર મીઠાઇ આપી તેમાં તેણે પોતે ૨૧ રૂ૦ ભાર ખાધી એથી બાકી એના ભાગની ૪ રૂ૦ભાર મીઠાઇ વધી તે બદલ તેને ૨૧ આનામાંથી ૪ આના મળ્યા.

ब ને ૪ આના મળે.

क. એ ૨૭॥ રૂપીઆ ભાર મીઠાઇ આપી. તેમાં તેણે પોતે ૨૧ રૂ૦ભાર મીઠાઈ ખાધી તેથી તેના ભાગની મીઠાઇમાંથી ૬॥ રૂ૦ભાર મીઠાઇ વધી તે બદલ તેને ૨૧ આનામાંથી ૬॥ આના મળ્યા.

क ને ૬॥ આના મળે.

ड. એ ૩૦ રૂપીઆ ભાર મીઠાઈ આપી. તેમાં તેણે પોતે ૨૧ રૂ૦ ભાર મીઠાઇ ખાધી. તેથી તેના ભાગની મીઠાઇમાંથી ૯ રૂ૦ મીઠાઇ વધી. તે બદલ તેને ૨૧ આનામાંથી ૯ આના મળ્યા.

જવાબ **अ** ને ૧॥ આનો, **ब** ને ૪ આના, **क** ને ૬॥ આના અને **ड** ને ૯ આના મળે છે.

બીજી રીત અપૂર્ણાંકની.

अ એ ૯ આનાની ૧ સેર મીઠાઇ લીધી; એ ભાવે **ब** એ ૧૦ આનાની $\frac{૧૦}{૯}$ સેર મીઠાઇ લીધી. **क** એ ૧૧ આનાની $\frac{૧૧}{૯}$ સેર લીધી અને **ड** એ ૧૨ આનાની $\frac{૧૨}{૯}$ સેર લીધી, આ પ્રમાણે મીઠાઈ $= ૧ + \frac{૧૦}{૯} + \frac{૧૧}{૯} + \frac{૧૨}{૯} = \frac{૪૨}{૯}$ સેર થઈ. એ પાંચે જણાએ સરખે ભાગે ખાધી એટલે દરેક જણે $\frac{૪૨}{૪૫}$ સેર ખાધી. **इ** એ પણ $\frac{૪૨}{૪૫}$ સેર ખાધી તે બદલ ૨૧ આના આપ્યા. એટલે ૧ આનાની $\frac{૨}{૪૫}$ સેર મીઠાઈ થઇ.

अ એ ૧ સેર મીઠાઈ આપી અને પોતે $\frac{૪૨}{૪૫}$ સેર ખાધી. બાકી એના ભાગની મીઠાઇમાંથી $\frac{૩}{૪૫}$ સેર મીઠાઈ બચી તે **इ** ના ખાવામાં આવી તે બદલ **अ** ને ૨૧ આનામાંથી (૧ આનાના $\frac{૨}{૪૫}$ સેરના ભાવે) $\frac{૩}{૪૫}$ સેરનો ૧॥ આનો મળ્યો.

अ ને ૧॥ આનો મળ્યો.

ब એ $\frac{૧૦}{૯}$ સેર મીઠાઈ આપી. તેની મીઠાઇમાંથી $\frac{૮}{૪૫}$ સેર મીઠાઇ બચી તેના તેને ૪ આના મળ્યા. **ब** ને ૪ આના મળ્યા.

क. એ $\frac{૧૧}{૯}$ સેર મીઠાઈ આપી. તેની મીઠાઇમાંથી $\frac{૧૩}{૪૫}$ સેર મીઠાઈ બચી, તેના તેને ૬॥ આના મળ્યા. **क** ને ૬॥ આના મળ્યા.

ड એ $\frac{૧૨}{૯}$ સેર મીઠાઇ આપી, તેની મીઠાઈમાંથી $\frac{૧૮}{૪૫}$ સેર મીઠાઈ બચી, તેના તેને ૯ આના મળ્યા.

જવાબ **अ** ને ૧॥ આનો; **ब** ને ૪ આના; **क** ને ૬॥ આના અને **ड** ને ૯ આના.

દાખલો ૧૧૭ મો.

એકજણ ૧। સેર મીઠાઇ લાવ્યો. અને બીજો ૦॥। સેર મીઠાઇ લાવ્યો. તેઓ જમવા બેઠા ત્યાં ત્રીજો આવ્યો જેથી ત્રણે જણા સાથે બેસી સરખે ભાગે જમ્યા. ત્રીજાએ કોઇનો ઉપકાર પોતા ઉપર ન રાખતાં બન્ને વચ્ચે ૨૦ આના આપ્યા. કહો તે આના તેઓ બે કયા પ્રમાણમાં વહેંચી લે.

ખુલાસો: પહેલી રીત પૂર્ણાંકની.

આમાં ૧ સેરના ૩૦ રૂપીઆ ભાર ધારવા.

૧ લો જણ ૧। સેર લાવ્યો અને બીજો ૦॥। સેર લાવ્યો. એટલે એકંદર મીઠાઇ ૨ સેર થઇ. બે સેર એટલે ૬૦ રૂપીઆ ભાર. હવે ત્રણે જણ સરખે ભાગે જમ્યા. એટલે ત્રીજો ૨૦ ભાર જમ્યો તેના ૨૦ આના આપ્યા. એટલે ૧ ભાર મીઠાઇનો ૧ આનો.

હવે પહેલો ૧। સેર લાવ્યો. એટલે ૩૦ × ૧। = ૩૭॥ ભાર લાવ્યો તેમાંથી તેણે ૨૦ ભાર ખાધી બાકી ૧૭॥ ભાર વધી તે ત્રીજાએ ખાધી તેથી પહેલાને ૧૭॥ આના મળ્યા.

બીજો ૦॥। લાવ્યો એટલે ૩૦ × ૦॥। = ૨૨॥ ભાર લાવ્યો તેમાંથી તેણે ૨૦ ભાર મીઠાઇ ખાધી. બાકી એના ભાગની મીઠાઇ-માંથી ૨॥ ભાર મીઠાઇ વધી તે ત્રીજાએ ખાધી જેથી બીજાને ૨॥ આના મળ્યા. **જવાબ** પહેલાને ૧૭॥ આના, બીજાને ૨॥ આના

અથવા

૧। સેર મીઠાઇ લાવનારને ૧૭॥ આના મળ્યા.

૦॥। સેર મીઠાઇ લાવનારને ૨॥ આના મળ્યા.

બીજી રીત અપૂર્ણાંકની.

પહેલો $\frac{5}{4}$ સેર મીઠાઇ લાવ્યો, બીજો $\frac{3}{4}$ સેર મીઠાઇ લાવ્યો. કુલ મીઠાઈ ૨ સેર થઇ. ત્રણે જણા સરખે ભાગે જમ્યા. તેથી દરેક જણની

સાથે ત્રીજાએ પણ ૨/૩ સેર મીઠાઇ ખાધી. તે બદલ તેણે ૨૦ આના આપ્યા. એ ભાવે એક આનાની ૧/૩૦ સેર મીઠાઇ થઇ.

પહેલો ૫/૪ સેર મીઠાઇ લાવ્યો, તેમાંથી ૨/૩ સેર પોતે જમ્યો. બાકી તેની મીઠાઇમાંથી ૭/૧૨ સેર મીઠાઇ બચી તે ત્રીજાએ ખાધી. જેથી ૧ આનાની ૧/૩૦ સેર તો ૭/૧૨ શેરના કેટલા આના (૧૭॥ આના)

બીજો ૩/૪ સેર મીઠાઇ લાવ્યો, તેમાંથી ૨/૩ સેર પોતે જમ્યો. બાકી તેની મીઠાઇમાંથી ૧/૧૨ સેર મીઠાઇ બચી તે ત્રીજાએ ખાધી. જેથી ૧/૩૦ સેરનો ૧ આનો તો ૧/૧૨ સેર મીઠાઇના ૨॥ આના તે બીજાને મળ્યા.

જવાબ: પહેલા ૧। સેર વાળાને ૧૭॥ આના મળે.
બીજા ૦।।। સેર વાળાને ૨॥ આના મળે.

દાખલો ૧૧૮ મો.

એક કેળાનું અર્થશાસ્ત્ર યાને મહત્વ.

કેળાના એક વેપારીને તેની સ્ત્રીએ કહ્યું કે "આપણે ઘેર કેળાંનો વેપાર ચાલે છે, છતાં આપણાં બચ્ચાં, કેળાં ખાધા વગર રહી જાય છે; એથી આપણી ઉણપ દેખાય છે. માટે આપણાં બચ્ચાંને કેળાં આપતા જાઓ." આના પ્રત્યુત્તરમાં પુરૂષ પોતાની સ્ત્રીને હમેશાં સમજાવતો કે "જ્યાં સુધી આપણાં બચ્ચાંઓએ કેળું ચાખ્યું નથી ત્યાં સુધી આપણને જાર બાજરાનો રોટલો દયાળુ દેવની દયાથી મળ્યા કરે છે. પણ જ્યારે આપણાં બચ્ચાં કેળાંનો સ્વાદ ચાખશે એટલે આપણી પડતી થવાની શરૂઆત થશે અને છેવટે અન્ન અને દાંતને વેર થશે." આ સિદ્ધાંત સ્ત્રીથી સમજાયો નહીં. જેથી તેણીએ પોતાના ધણીની સલાહને હસી કહાડી. તેણે સ્ત્રીહઠ લઇ કેળાં ખવરાવવાનો દુરાગ્રહ ચાલુ રાખ્યો. પરિણામે સ્ત્રીહઠને પુરૂષ લાચારીએ તાબે થયો. અને બચાંઓ માટે માત્ર એક જ કેળું ખાવા સારૂં આપ્યું. જેથી શ્રી લક્ષ્મીદેવીએ તેમના ઘરથી રૂસણું લઇ સદાના માટે તેમનો

ત્યાગ કર્યો. અને એ કુટુંબને ખાવાના વાંધા પડયા. હે સુજ્ઞ વાંચનારા આની ફીલસુફી યાને રહસ્ય સમજાય છે ?

ખુલાસો.

એ કુટુમ્બનો નિર્વાહ આઠ આનામાં ચાલતો હતો. પુરૂષ પાસે માત્ર આઠ આના મુડી હતી. એ આઠ આનામાંથી પુરૂષ રોજ ૧૬ કેળાં લેતો અને એક આને એક નંગ વેચતો. આથી તે દરરોજ ૧૬ આના મેળવતો તેમાંથી આઠ આના દરરોજના ખરચ માટે રાખતો અને આઠ આના બીજા દીવસના વેપાર માટે અલગ સાચવી રાખતો. આ રીતે પોતાના કુટુમ્બનો નિર્વાહ સુખરૂપ ચલાવતો. સ્ત્રી-હઠના લીધે આ ક્રમ તુટયો. એટલે એક કેળું ખવાઇ ગયું (૧ કેળું કમી થયું.) બીજે દીવસે ૧૫ કેળાંના ૧૫ આના મળ્યા. તેમાંથી ૮ આના ઘર ખરચના નીકળ્યા. બાકી ૭ આના બચ્યા. તેમાંથી ૧૪ કેળાં મળ્યાં. જેના ૧૪ આના ઉપજ્યા. ત્રીજે દીવસે ૧૪ આનામાંથી ૮ આના ઘરખરચના રાખી બાકીના ૬ આનામાંથી ૧૨ કેળાં લીધાં. તેના ૧૨ આના ઉપજ્યા. ફરી ૧૨ આનામાંથી ૮ આના ઘરખરચના ગયા. અને ૪ આના બચ્યા. તેના ૮ કેળાં આવ્યાં. આ ૮ કેળાના ૮ આના ઉપજ્યા. તે આઠ આના ઘરખરચમાં વપરાયા અને પછવાડે વેપાર કરવા માટે પૈસા રહ્યા નહીં. અને ધંધા વગર કુટુમ્બ ભૂખે મરવા લાગ્યું. આ રીતે ૧ કેળું ખાવાથી કુટુમ્બ ધંધારોજગાર વગર બેસી રહ્યું.

દાખલો ૧૧૯ મો.

જુદી જુદી જાતના સિક્કાની સરખી સંખ્યા લાવવી.

રોકડ ઉપરના એક મહેતાજીની બદલી થતાં તેની પાસેનો ચાર્જ સંભાળી લેવામાં આવ્યો. તે વખતે તેની હિસાબ બુકમાં જમે ખાતે ૪૭૫૨ રૂપીઆ હતા. અને ત્રીજોરીમાં દશ થેલી નાણાંની ભરેલી હતી. ૧લી થેલીમાં બધી સોનાની ગીની હતી. ૨૭ થેલીમાં બધા

રૂપીઆ હતા. ૩જી થેલીમાં બધા અડધા રૂપીઆનો સિક્કો. ૪થીમાં બધી પાવલી, ૫ મીમાં બધી બે આની, ૬ટ્ઠીમાં બધી એક આની સિક્કો. ૭મીમાં બધા ઢબુ (બે પૈસાનો) સિક્કો. ૮મીમાં બધા પૈસા, ૯મીમાં બધા બે પાઇનો સિક્કો. અને દશમીમાં બધી પાઈ સિક્કો. રોકડવહી સાથે પ્રાત મેળવી જોતાં બધું બરાબર થયું. અને ખુબી એ થઇ કે દરેક થેલીમાં નંગ મેળ સિક્કા એક સરખા થયા (એટલે જેટલી ગીની થેલીમાં તેટલી પાઇ) ત્યારે કહો દરેક જાતના સિક્કા કેટલા ?

ખુલાસો :

(અત્યારે બે પાઇનો સિક્કો સરકારી ચલણમાં નથી પણ અમારા કચ્છપ્રાંતમાં એ સિક્કો છે જેને દોકડાની સંજ્ઞા આપવામાં આવી છે.) બે પાઇનો સિક્કો એટલા માટે દાખલ કર્યો છે કે જેથી હિસાબનો મેળ મળી આવે.

આવા દાખલામાં જેટલા સિક્કાનાં નામ છે. તેમાંથી અકેક નંગ લેવો અને એ બધાનો સરવાળો કરવો. ગીનીના ૧૫ રૂપીઆ લેખવા. બધી જાતના અકેક સિક્કાની સામટી કિંમત ૧૭ રૂપીઆ થાય છે. હવે આપણી પાસે ૪૩૫૨ કુલ રૂપીઆ છે. જો ૧૭ રૂપીઆ હોય તો દરેક જાતનો અકેક સિક્કો થાય. માટે ૪૩૫૨ માં કેટલા સિક્કા ? માટે ૪૩૫૨ ÷ ૧૭ = ૨૫૬ આવ્યા. **જવાબ** દરેક જાતના સિક્કા ૨૫૬.

દાખલો ૧૨૦ મો.

પાનનાં બીડાંની ભેટમાં ભેદ.

ભાઇ બીજના દહાડે ચાર ભાઇ પોતાની બેનને ઘેર જમવા ગયા. જમી રહ્યા બાદ ભાઇઓનો સત્કાર કરવા. બ્હેને ૧લા ભાઇને ૩ બીડાં આપ્યાં. ૨ જા ભાઇને ૫ બીડાં આપ્યાં. ૩જા ભાઇને ૭

બીડાં આપ્યાં, અને ૪થા ભાઇને ૯ બીડાં આપ્યાં; આ પ્રમાણે પાનનાં બીડાંની ભેટમાં ભેદ દેખાયાથી બેનની સાસુએ બેનને પૂરતા વિવેકથી ઈશારતમાં કહ્યુ કે, "આવી રીતે ભાઇઓમાં ભેદ ન રાખવો જોઇએ. તેના જવાબમાં બેને પણ પોતાની સાસુને વિવેકથી સમજાવ્યું કે ભલે બહારના દેખાવમાં ભેટમાં ભેદ દેખાય છે પણ અંદરખાને દરેક ભાઇને સરખાં પાન આપ્યાં છે. કહો ત્યારે દરેક ભાઇને ઓછામાં ઓછા કેટલાં પાન મળ્યાં? અને દરેક બીડામાં ઓછામાં ઓછા કેટલાં પાન?

ખુલાસો:

પ્રથમ ૩, ૫, ૭ અને ૯ નો લઘુત્તમ સાધારણ ભાજ્ય કાઢો તે ૩૧૫ આવશે. આટલી સંખ્યા પાનની (ઓછામાં ઓછી) દરેક ભાઇને મળે છે, તે ઉપરથી નીચેના કોઠામાં દરેક બીડામાં ઓછામાં ઓછા પાન કેટલાં તે સમજાઈ આવશે.

૧ લા ભાઇને ૩ બીડાં અને દરેક બીડામાં ૧૦૫ પાન તેથી કુલ પાન ૩૧૫ મળે છે.

૨ જા ભાઇને ૫ બીડાં અને દરેક બીડામાં ૬૩ પાન તેથી કુલ પાન ૩૧૫ મળે છે.

૩ જા ભાઇને ૭ બીડાં અને દરેક બીડામાં ૪૫ પાન તેથી કુલ પાન ૩૧૫ મળે છે.

૪ થા ભાઇને ૯ બીડાં અને દરેક બીડામાં ૩૫ પાન તેથી કુલ પાન ૩૧૫ મળે છે.



અપૂર્ણાંકના પરચુરણ દાખલા.

દાખલો ૧૨૧ મો.

છપ્પોઃ—ગોરી બેઠી ગોખ, તળે નદી કેરે નીરે;
તુટયો મોતીહાર, પડયો જઇ તેને તીરે.
અડધ મોતી જળ માંહી, પલકમાં જઇને પડયાં,
ચોથ સવાઇઓ ભાગ, તે કચરે જઈ અડયાં.
વળી છઠ્ઠે ભાગ શેવાળમાં, ગબડી ગબડીને ગયાં;
પૂછીએ મોતી કેટલાં, કામની કરમાં બે રહ્યાં.

ખુલાસો:

આમાં મોતીની સંખ્યા અજ્ઞાત છે, તે શોધી કાઢવાની છે. એ અજ્ઞાત સંખ્યા માટે ૧ ધારો. હવે તેનો અડધો ભાગ $\frac{૧}{૨}$ જળમાં પડી ગયાં. ચોથ સવાઈઓ ભાગ એટલે ૧ મૂળ તેનો ચોથો ભાગ $\frac{૧}{૪}$, તેનો સવાઇઓ એટલે $\frac{૧}{૪} \times \frac{૫}{૪} = (\frac{૫}{૧૬})$ કચરામાં પડી ગયાં. છઠ્ઠે ભાગ એટલે મૂળ ૧ નો છઠ્ઠો ભાગ $\frac{૧}{૬}$ શેવાળમાં ગબડી ગબડીને ગયાં. આ પ્રમાણે બધાં મોતી નીકળી જવા પછી કામની કરમાં એટલે સ્ત્રીના હાથમાં ૨ મોતી રહ્યાં.

હવે જે મોતી નીકળી ગયાં તે કેટલાં. તેનો સરવાળો કરો.

$\frac{૧}{૨} + \frac{૫}{૧૬} + \frac{૧}{૬} = \frac{૨૪+૧૫+૮}{૪૮} = \frac{૪૭}{૪૮}$ થયા.

આપણે મૂળ ૧ સંખ્યા ધારી છે. તેમાંથી $\frac{૪૭}{૪૮}$ જેટલી સંખ્યા નીકળી ગઈ બાકી $૧ - \frac{૪૭}{૪૮} = \frac{૧}{૪૮}$ રહી. આ $\frac{૧}{૪૮}$ તે કામની કરમાં ૨ રહ્યા જેટલી છે માટે ત્રિરાશિની મદદ લેતાં ૧ તે ૯૬ ની બરાબર થાય $(\frac{૪૮}{૧} \times \frac{૨}{૧} = ૯૬)$

જવાબ ૯૬ મોતી. આની ખાતરી.

૯૬ ના અડધા. ૪૮ જળમાં ગયાં; ૯૬ ના ચોથ સવાઇઆ

$૨૪ \times \frac{૫}{૪} = ૩૦$ કચરામાં ગયાં. ૯૬ ના છઠ્ઠા ભાગનાં ૧૬ શેવાળમાં ગયાં. આ બધા $૪૮ + ૩૦ + ૧૬ = ૯૪$ થયા. અને $૯૬ - ૯૪ = ૨$ રહ્યાં, સ્ત્રીના હાથમાં.

દાખલો ૧૨૨ મો.

છપ્પોઃ—રેન હતી રંગ પતી, હાર તુટયો મુક્તાફળ;
સેજ[1] ગીરો સાડત્રીસ, અર્ધ ભૂમિ પર દાખલ.
ત્રિયા હાથ ત્રેંસઠ, પીયુ પંચ ભાગ છુપાયો;
[2]ભાગન ગયે નવ ભાગ; સખીકું સીંતેર પાયો;
ગુણાકાર ગુણ એાચરે, સુન હો ચતુર સુજાણ.
ઇન મોતનકો હારકો, નિશ્ચે કરો પરમાણ.

ખુલાસો.

આમાં અજ્ઞાત મોતીની સંખ્યા માટે ૧ ધારો. આ ૧ અજ્ઞાત સંખ્યાનો અડધો ભાગ ($\frac{૧}{૨}$) ભૂમિપર પડી ગયો. પીયુએ ૧ નો પાંચમો ભાગ $= \frac{૧}{૫}$ છૂપાવ્યો. ૧ નો નવમો ભાગ $\frac{૧}{૯}$ આડો અવળો જતો રહ્યો. આ પ્રમાણે $\frac{૧}{૨} + \frac{૧}{૫} + \frac{૧}{૯} = \frac{૪૫+૧૮+૧૦}{૯૦} = \frac{૭૩}{૯૦}$ થયા. આટલી સંખ્યા મૂળ સંખ્યામાંથી ખોવાઇ ગઇ. જેથી હાથમાં ન આવી. માટે $૧ - \frac{૭૩}{૯૦} = ૯૦ - ૭૩ = \frac{૧૭}{૯૦}$ જેટલી રકમ હાથમાં આવી. હવે વ્યાખ્યા પ્રમાણે હાથમાં આવેલી સંખ્યા નીચે પ્રમાણે છે. સ્ત્રીના હાથમાં ૬૩; સખીને મળ્યાં ૭૦ અને બીછાના ઉપરથી હાથ આવ્યાં ૩૭. માટે $૬૩ + ૭૦ + ૩૭ = ૧૭૦$ મોતી હાથમાં આવ્યાં. આ રીતે અજ્ઞાત સંખ્યા $\frac{૧૭}{૯૦}$ તે જ્ઞાત સંખ્યા ૧૭૦ ની બરાબર છે માટે ત્રિરાશિની મદદથી ૧ તે ($\frac{૧૭૦}{૧} \times \frac{૯૦}{૧૭} = ૯૦૦$) $= ૯૦૦$ ની બરાબર થાય માટે **જવાબ** ૯૦૦ મોતી. તેની ખાતરી ૯૦૦ ના અડધા ૪૫૦ ભૂમિપર, પીયુએ પાંચમો ભાગ ૧૮૦

---

૧ સેજ=પથારી; ૨ જતો રહ્યો.

છૂપાવ્યા. અને નવમો ભાગ ૧૦૦ ક્યાંક આડાઅવળા થઇ ગયાં. આ બધાનો સરવાળો ૭૩૦ થયા. અને ૧૭૦ નંગ બચ્યા. માટે ૭૩૦ + ૧૭૦ = ૯૦૦ થયા.

દાખલો ૧૨૩ મો.

શરદપૂનેમની રાત્રે સ્ત્રી પુરૂષ પોતાનાં બચ્ચાં સાથે ચાંદનીમાં બેસી આનંદ અનુભવી રહ્યાં હતાં. અકસ્માતે સ્ત્રીના કંઠમાંનો મોતીનો હાર તુટયો. ત્રીજા ભાગના મોતી જમીન ઉપર વેરાઇ ગયાં. પાંચમા ભાગનાં મોતી બિછાના ઉપર સરી પડયાં. છઠ્ઠા ભાગના મોતી સ્ત્રીએ વીણી લીધાં. અને દશમા ભાગના મોતી પુરૂષે ઉપાડી લીધાં. બાકી ૬ મોતી દોરામાં અટકી રહ્યાં. કહો ત્યારે મોતી કેટલાં ?

ખુલાસો.

અજ્ઞાત મોતીની સંખ્યા માટે ૧ ધારો. રીત આગળ બતાવી દીધી છે, તે પ્રમાણે $\frac{૧}{૩}+\frac{૧}{૫}+\frac{૧}{૬}+\frac{૧}{૧૦}=\frac{૧૦+૬+૫+૩}{૩૦}=\frac{૨૪}{૩૦}$: પછી $૧-\frac{૨૪}{૩૦}=\frac{૬}{૩૦}$: હવે $\frac{૬}{૩૦}$ તે ૬ ની બરોબર તો ૧ અજ્ઞાત સંખ્યા ૩૦ ની બરાબર માટે કુલ મોતી **જવાબ** ૩૦. તેની ખાતરી.

ત્રીજા ભાગના ૧૦; પાંચમા ભાગના ૬; છઠ્ઠા ભાગના ૫; અને દશમા ભાગના ૩ એ બધા મળી ૨૪ થયા. અને દોરામાં રહેલા ૬ એમ જુમલે ૩૦.

દાખલો ૧૨૪ મો.

એક શાળાના ચોકમાં વિદ્યાર્થીઓ રમતા હતા તેવામાં ઘંટનાદ થયો. જેથી વિદ્યાર્થીઓ પોતપોતાના વર્ગમાં જવા માટે ત્યાંથી નાઠા. આમાંથી છઠ્ઠા ભાગના પાંચમા ધોરણમાં જતા રહ્યા. ત્રીજા ભાગનાં ૪ થા ધોરણમાં ગયા. ચોથા ભાગના ત્રીજા ધોરણમાં ગયા. પાંચમા ભાગના ૨ જા ધોરણમાં ગયા અને ત્રીસમા ભાગના ૧ લા ધોરણમાં ગયા. પછવાડે ૧ આળસુ છોકરો રહી ગયો. કહો ત્યારે બધા વિદ્યાર્થી કેટલા ?

ખુલાસો.

જવાબ : ૬૦. આની રીત ઇરાદાપૂર્વક નથી આપી. સાદો છે. જેથી જીજ્ઞાસુએ રીત સ્વયં બેસાડી લેવી.

દાખલો ૧૨૫ મો.

એક માણસ યાત્રાર્થે નીકળ્યો. પોતાની પાસેના ધનમાંથી $\frac{૧}{૨}$ ભાગ પ્રયાગ ખાતે ખર્ચ્યો. બાકી જે પૈસા રહ્યા તેમાંથી $\frac{૨}{૯}$ ભાગ તેણે કાશીમાં ખર્ચ્યો. ત્યારપછી જે કાંઇ બચ્યું તેમાંથી $\frac{૧}{૪}$ ભાગ જગન્નાથજીમાં ખર્ચ્યો. બાકી જે રહ્યું, તેમાંથી $\frac{૬}{૧૦}$ ભાગ ગયાજીમાં ખર્ચ્યો. આ પ્રમાણે તીર્થયાત્રા કરી ઘેર આવ્યો ત્યારે તેની પાસે ૬૩ રૂપીઆ બચ્યા. ત્યારે તેણે ઘેરથી કેટલા રૂપીઆ લીધા તે કહો.

ખુલાસો.

રૂપીઆની અજ્ઞાત સંખ્યાં માટે ૧ ધારો. આમાંના $\frac{૧}{૨}$ પ્રયાગમાં વાપર્યા. બાકી તેની પાસે $\frac{૧}{૨}$ રહ્યા. હવે તેમાંથી $\frac{૨}{૯}$ એટલે $\frac{૧}{૨} \times \frac{૨}{૯} = \frac{૧}{૯}$ કાશીમાં ખર્ચ્યા. હવે તેની પાસે $\frac{૧}{૨} - \frac{૧}{૯} = \frac{૯-૨}{૧૮} = \frac{૭}{૧૮}$ રહ્યા. તેના $\frac{૧}{૪}$ એટલે $\frac{૭}{૧૮} \times \frac{૧}{૪} = \frac{૭}{૭૨}$ તેણે જગન્નાથજીમાં ખર્ચ્યા. બાકી તેની પાસે $\frac{૭}{૧૮} - \frac{૭}{૭૨} = \frac{૨૮-૭}{૭૨} = \frac{૨૧}{૭૨}$ રહ્યા. ($\frac{૨૧}{૭૨} = \frac{૭}{૨૪}$) તેના $\frac{૬}{૧૦}$ એટલે $\frac{૭}{૨૪} \times \frac{૬}{૧૦} = \frac{૭}{૪૦}$ ગયાજીમાં ખર્ચ્યા. હવે તેની પાસે $\frac{૭}{૨૪} - \frac{૭}{૪૦} = \frac{૧૪}{૧૨૦} = \frac{૭}{૬૦}$ બાકી રહ્યા. મૂળ રકમ ૧ ધારી ત્યારે તેની પાસે $\frac{૭}{૬૦}$ વધ્યા, હવે વ્યાખ્યા પ્રમાણે ૬૩ રૂપીઆ વધ્યા. હવે ત્રિરાશિની મદદથી કરીએ, તો $\frac{૭}{૬૦}$ તે ૬૩ ની બરોબર ($\frac{૬૦ \times ૬૩}{૭}$) = ૫૪૦ આવે. **જવાબ** ઘેરથી લાવેલ રૂપીઆ ૫૪૦ ખાતરી.

પ્રયાગમાં ૨૭૦ + કાશીમાં ૬૦ + ૫૨॥ જગન્નાથમાં+ગયાજીમાં ૯૪॥ + વધ્યા ૬૩ = ૫૪૦ ટોટલ.

દાખલો ૧૨૬ મો.

એક યુવક આર્ય ગુરૂકુળમાં અભ્યાસ પૂરો કરી ગૃહસ્થાશ્રમમાં જોડાયા પહેલાં પુરૂષાર્થ સાધવા, દેશાટન કરવા નીકળી પડ્યો. ત્યાંથી

કર્માનુસાર અર્થપ્રાપ્તી કરી પોતાની સાથે ઘણાંક માણિક્ય લાવ્યો. ત્યારબાદ યોગ્ય વખતે યોગ્ય કન્યા સાથે લગ્નની પવિત્ર ગાંઠથી જોડાયો. તે વખતે તેણે સ્ત્રીધન તરીકે, પોતાના ધર્મપત્નીને માણિક્ય સુપ્રત કર્યાં. એ પતિપરાયણ સ્ત્રીએ, એમાંથી $\frac{૧}{૮}$ જેટલા પોતાના મસ્તકે ધારણ કર્યાં. બાકી જે રહ્યા તેના $\frac{૩}{૭}$ ભાગનાને હારમાં ગોઠવી પહેર્યાં. બાકી જે રહ્યા તેના અડધા બાજુ-બંધમાં મૂકાવી પહેર્યાં. બાકી જે રહ્યા તેના $\frac{૩}{૪}$ કમરપટામા ગોઠવી પહેર્યાં. હવે તેની પાસે ૧૬ રહ્યાં, તે તેણીએ પોતાની વેણીમાં ગુંથ્યા. આ રીતે શણગાર ધારણ કરી શુભ મુહૂર્તે પતિસેવામાં હાજર થઇ. કહો ત્યારે એ બધાં માણિક્ય કેટલાં ?

ખુલાસો.

માણિક્યની અજ્ઞાત સંખ્યા માટે ૧ ધારો. હવે તેમાંથી $\frac{૧}{૮}$ મસ્તકે, બાકી રહ્યા $(૧-\frac{૧}{૮}=\frac{૭}{૮})=\frac{૭}{૮}$: હવે એના $\frac{૩}{૭}$ એટલે $\frac{૭}{૮}\times\frac{૩}{૭}=\frac{૩}{૮}$, હારમાં: બાકી રહ્યા $(\frac{૭}{૮}-\frac{૩}{૮}=\frac{૪}{૮}=\frac{૧}{૨})=\frac{૧}{૨}$: હવે એના $\frac{૧}{૨}$ એટલે $\frac{૧}{૨}\times\frac{૧}{૨}=\frac{૧}{૪}$ બાજુબંધમાં. બાકી રહ્યા $(\frac{૧}{૨}-\frac{૧}{૪}=\frac{૨-૧}{૪}=\frac{૧}{૪})=\frac{૧}{૪}$: હવે એના $\frac{૩}{૪}$ એટલે $\frac{૧}{૪}\times\frac{૩}{૪}=\frac{૩}{૧૬}$ કમરપટામાં. બાકી રહ્યા $(\frac{૧}{૪}-\frac{૩}{૧૬}=\frac{૪-૩}{૧૬}=\frac{૧}{૧૬})=\frac{૧}{૧૬}$: હવે $\frac{૧}{૧૬}$ રહ્યા તે ૧૬ ની બરાબર તો ૧ કેટલાની બરાબર. ત્રિરાશિની મદદથી ૧૬ × ૧૬ = ૨૫૬ **જવાબ.** આની ખાતરી ૨૫૬ નો ૮ મો ભાગ. ૩૨ મસ્તકે: બાકી રહ્યા ૨૨૪ તેના $\frac{૩}{૭}$ = ૯૬ હારમાં. બાકી રહ્યા ૧૨૮ તેના અડધા ૬૪ બાજુબંધમાં. બાકી રહ્યા ૬૪ તેના પોણા ૪૮ વેણીમાં ગુંથ્યા. હવે રહ્યા ૧૬. આ પ્રમાણે ૩૨ + ૯૬ + ૬૪ + ૪૮ + ૧૬ = ૨૫૬ આવ્યા.

દાખલો ૧૨૭ મો.

મનહર બગીચામાં ભ્રમરનો સમુદાય ગુંજારવ કરી રહ્યો હતો. તેમાંના પાંચ ભાગના ભ્રમરો કદમ્બના વૃક્ષના ઝાડ ઉપર ત્રીજા બેઠા.

ભાગના ભ્રમરો અંબ વૃક્ષપર ગયા. આ બેના અંતરના ત્રણગણ જૂદા જૂદા ઝાડો ઉપર ગુંજારવ કરવા લાગ્યા. બાકી રહ્યો ૧ તે કેતકી અને માલતી વચ્ચે, (બે સ્ત્રીના પતીની પેઠે) નહીં ઘરનો નહીં ઘાટનો એ સ્થિતિમાં મદાંધની પેઠે, મંદ પવનથી ઘસડાતો ચાલ્યો. કહો ત્યારે કુલ ભ્રમરની સંખ્યા કેટલી ?

ખુલાસો

અજ્ઞાત ભ્રમર સમુદાય માટે ૧ ધારો. તેમાંથી $\frac{૧}{૫}$ કદમ્બ વૃક્ષ ઉપર, અને $\frac{૧}{૩}$ અંબ વૃક્ષ ઉપર. હવે આ બે એટલે $\frac{૧}{૫}$ અને $\frac{૧}{૩}$ નો તફાવત જે $\frac{૨}{૧૫}$ આવે તેના ૩ ગણા એટલે $\frac{૨}{૧૫} \times \frac{૩}{૧} = \frac{૨}{૫}$: આ $\frac{૨}{૫}$ જૂદે જૂદે સ્થળે ઉડવા લાગ્યા. આ પ્રમાણે $\frac{૧}{૫} + \frac{૧}{૩} + \frac{૨}{૫} = \frac{૧૪}{૧૫}$ થયા. હવે $૧ - \frac{૧૪}{૧૫} = \frac{૧}{૧૫}$ આ $\frac{૧}{૧૫}$ તે ૧ ની બરાબર તો ૧ કોની બરાબર ? ત્રિરાશિની મદદથી ૧૫ આવ્યા. માટે ૧૫ ભ્રમર **જવાબ.** આની ખાતરી નીચે પ્રમાણે.

૩ કદમ્બ વૃક્ષ ઉપર, ૫ અંબ વૃક્ષ ઉપર, (આ બેનો તફાવત ૨ તેના ૩ ગણા ૬). ૬ જૂદા જૂદા સ્થળમાં ઉડવા લાગ્યા અને ૧ અધવચ રહી ગયો. જેથી ૩ + ૫ + ૬ + ૧ = ૧૫ જવાબ.

દાખલો ૧૨૮ મો.+

ઊંચો આંબ શુભ વૃક્ષ તે લૂમે[1] લથડીઓ[2]
એક ધેનુ[3] આવી તાંહે, અડધ ભાગ તો હરિઓ
એક હતો માર્ગ માંહે, હોંશ મન તેણે કીધી;
તેપન ઉપર તેર તો કેરી તેણે લીધી.
ગઇ વેઠે દરબાર, એકસો ઉપર આઠ
ધણીએ જાણી વાત, ઘેર લાવ્યો પંચાસ
બાકી કેરી જે રહી, આંબ વૃક્ષની સાથ
ગણિતમાં તે થઇ પડી, પાંસઠ ઉપર પાંચ.

---

૧ કેરી. ૨ વજનથી નમી રહ્યો. ૩ ગાય. + ફ૦ કા૦ કૃત.

પંડિત લેખું એ વાતનું, કરો ચતુરસૂજાણ.
કહો એ કેરી કેટલી, તે સિદ્ધ કરો પ્રમાણ.

ખુલાસો.

વ્યાખ્યા પ્રમાણે અડધ ભાગ એક ગાય આવીને ખાઇ જાય છે. બાકી જે અડધો ભાગ રહ્યો તેમાં તેપન ઉપર તેર = ૫૩ + ૧૩ = ૬૬ એક જણે લીધી; એકસો ઉપર આઠ એટલે (૧૦૮) દરબારમાં ગઈ તથા ૫૦ ધણી ઘેર લાવ્યો. પાંસઠ ઉપર પાંચ એટલે (૭૦) બાકી રહી. આ બધી ૬૬ + ૧૦૮ + ૫૦ + ૭૦ = ૨૯૪ થઇ. આ બધી અડધા ભાગની આવી ત્યારે આખા ભાગની ૨૯૪ × ૨ = ૫૮૮ **જવાબ.**

દાખલો ૧૨૯ મો.

મુસાફર લોકોનું ટોળું એક ધર્મશાળા પાસે આવ્યું. ત્યાંના રખેવાળે પૂછ્યું કે તમો બધાં કેટલાં છો. ટોળાના મુખીએ જવાબ આપ્યો કે હાલ અમો છીએ, તેના સવાયા અમારા મેલાણનો બંદોબસ્ત કરવા આગળથી ગયા છે. અમારાથી દોઢા હજુ પાછળ છે. અમારા ચોથા ભાગના દોઢા અમારા માટે સીધું સામાન લેવા ગામમાં ગયા છે. અને તમારામાંથી ૫ જણ અમારામાં આવો તો અમો બધા સાડીઆઠ વીસું થઇએ. ત્યારે કહો ધર્મશાળા પાસે આવેલ હાજર માણસોની સંખ્યા કેટલી ?

ખુલાસો.

ધર્મશાળા પાસે હાજર માણસોની અજ્ઞાત સંખ્યા ૧ ધારો. એના સવાયા $\frac{૫}{૪}$ મેલાણ માટે આગળથી ગયા. એના દોઢા એટલે $\frac{૩}{૨}$ પાછળ છે. અમારા ચોથા ભાગના દોઢા એટલે $\frac{૧}{૪} \times \frac{૩}{૨} = \frac{૩}{૮}$ સીધું લેવા ગયા છે. તમારામાંથી ૫ અમારામાં આવો તો અમો ૧૭૦ થઇએ એટલે અત્યારે અમો ૧૬૫ છીએ.

હવે $૧ + \frac{૫}{૪} + \frac{૩}{૨} + \frac{૩}{૮} = \frac{૩૩}{૮}$ આ સંખ્યા ૧૬૫ ની બરાબર.

તો ૧ કેટલાની બરાબર. $\frac{૮}{૩૩} \times \frac{૧૬૫}{૧} = ૪૦$ ધર્મશાળા પાસે આવ્યા. **જવાબ** આની ખાતરી.

(૪૦) આના સવાયા ૫૦: તેના દોઢા ૬૦: તેના ચોથા ભાગના દોઢા ૧૫: આ પ્રમાણે ૪૦ + ૫૦ + ૬૦ + ૧૫ મળી એકંદર ૧૬૫ થયા. માટે ૪૦ **જવાબ.**

વારસામાં મળેલ મોતીની કિંમત.

દાખલો ૧૩૦ મો.

એક શાહુકાર પાસે ૧૨ મોતી હતાં. તે તેણે પોતાના બે દીકરાને વારસામાં આપ્યાં. મોટા પુત્ર ઉપર ૧૦૦૦૧૦૦ રૂપીઆનું કરજ હતું અને નાના છોકરા ઉપર રૂ. ૧૦૦ નું કરજ હતું. મોટા પુત્રને ૮ મોતી મળ્યાં અને નાનાને ચાર મોતી મળ્યાં. એકજ ભાવે બન્ને ભાઇઓએ મોતી વેચી નાંખ્યાં અને દરેકે પોતપોતાનું કરજ ભરપાઇ કર્યું અને છેલ્લે દરેક પાસે ૯૯૯૯૦૦ રૂપીઆ વધ્યા. કહો ત્યારે દરેકે અકેક મોતી શા ભાવે વેચ્યું ? અપૂર્ણાંક જવાબમાં ન લાવવા.

ખુલાસો.

દરેક પાસે ૯૯૯૯૦૦ રૂપીઆ બચ્યા. તો તે બન્નેના કુલ રૂપીઆ ૯૯૯૯૦૦ × ૨ = ૧૯૯૯૮૦૦ થયા. હવે મોટા ઉપરનું કરજ ૧૦૦૦૧૦૦ રૂપીઆ. અને નાના ઉપરનું કરજ ૧૦૦ રૂપીઆ. આમ ત્રણે રકમોનો સરવાળો ૧૦૦૦૧૦૦ + ૧૦૦ + ૧૯૯૯૮૦૦ = ૩૦૦૦૦૦૦ ત્રીસ લાખ રૂપીઆ બાર મોતીની કીંમત તો ૧ મોતીની કેટલી ?

૩૦૦૦૦૦૦ ÷ ૧૨ = ૨૫૦૦૦૦ માટે **જવાબ** ૧ મોતીની કિંમત ૨૫૦૦૦૦.

દાખલો ૧૩૧ મો.

એક ગૃહસ્થને રૂપીઆ ૮૫૦૦૦ નું દેવું હતું. તેની પાસે ૧૧ મોતી હતાં. તેણે પોતાના મોટા પુત્રને ૮ મોતી અને રૂપીઆ ૮૪૦૦૦ નું

દેવું આપ્યું અને નાનાને ૩ મોતી અને રૂપીઆ ૧૦૦૦ નું દેવું આપ્યું. દરેકે પોતપોતાને ફાળે આવેલ કરજ ભરપાઇ થઇ જાય એ ઇરાદાથી એકજ ભાવે મોતી વેચી નાખ્યાં. એથી દરેકનું કરજ ભરપાઇ થઇ ગયું અને ઉપરાંત દરેક પાસે રૂપીઆ ૪૮૮૦૦ નો વધારો થયો. કહો ત્યારે દરેક મોતીની શી કિંમત ઉપજી ?

ખુલાસો.

દરેક પાસે રૂ. ૪૮૮૦૦ નો વધારો તો બન્નેનો વધારો રૂપીઆ ૯૭૬૦૦ અને કુલ દેવું ૮૫૦૦૦ રૂપીઆનું. એ બેનો સરવાળો ૧૮૨૬૦૦ આવ્યો. માટે ૧૧ મોતીની કિંમત ૧૮૨૬૦૦ રૂપીઆ ઉપજી તો ૧ મોતીની કિંમત રૂ. ૧૬૬૦૦

માટે **જવાબ** રૂપીઆ ૧૬૬૦૦.

સોદાગરનાં ઘોડાં અને જકાત.

દાખલો ૧૩૨ મો.

એક સોદાગર અમુક ઘોડાં લઇ વેચવા નીકળ્યો. પહેલા ગામમાં મૂળ સંખ્યાના અડધાં ઘોડાં વેચાયાં અને ગામના પટેલને ૧ ઘોડું દાણમાં આપવું પડયું. ત્યાંથી બીજે ગામ ગયો ત્યાંપણ બાકી વધ્યા, તેના અડધા વેચાયા. અને ગામના પટેલને ૧ ઘોડું દાણમાં આપવું પડયું. આવી રીતે ત્રીજે, ચોથે, અને પાંચમે ગામ ગયો. દરેક ગામમાં જે સંખ્યા હોય તેના અડધા વેચાય અને દાણપેટે ૧ ઘોડું આપવું પડે. છેવટે સોદાગર પાસે ૧ ઘોડું રહે. કહો ત્યારે શરૂઆતમાં સોદાગર પાસે ઘોડાં કેટલાં ? જવાબ પૂર્ણાંકમાં લાવવો.

ખુલાસો.

આવા દાખલામાં છેલ્લેથી ઉકેલ કરવો. તેથી આપણને પાંચમાં ગામથી ઉકેલ કરવો. વ્યાખ્યામાં એમ કહ્યું છે કે પ્રથમ અડધી સંખ્યા વેચાય ત્યારબાદ દાણમાં ૧ ઘોડું અપાય. હવે જ્યારે આપણે દાખલો છોડવવા છેલ્લેથી પ્રયત્ન કરીએ છીએ ત્યારે દાણમાં અપાતું

૧ ઘોડું પ્રથમ હિસાબમાં લઇ, પછી જે અડધી સંખ્યા વેચાય છે તે હિસાબમાં લેવી. આ વાત બરાબર ધ્યાનમાં રાખવી.

હવે છેવટમાં સોદાગર પાસે ૧ ઘોડુ રહે છે માટે ૫ મા ગામમાં જકાતમાં ૧ ઘોડું આપવા પહેલાં સોદાગર પાસે ૨ ઘોડાં છે અને એ ગામમાં વેચાણ કરવા પહેલાં (૨ × ૨) = ૪ ઘોડાં છે.

૪ થા ગામમાં જકાતમાં ૧ ઘોડું આપવા પહેલાં સોદાગર પાસે ૫ ઘોડાં જોઇએ અને એ ગામમાં વેચાણ કરવા પહેલાં તેની પાસે (૫ × ૨) = ૧૦ ઘોડાં જોઇએ.

૩ જા ગામમાં જકાતમાં ૧ ઘોડું આપવા પહેલાં સોદાગર પાસે ૧૧ ઘોડાં છે અને એ ગામમાં વેચાણ કરવા પહેલાં તેની પાસે (૧૧ × ૨) = ૨૨ ઘોડાં જોઇએ.

૨ જા ગામમાં જકાતમાં ૧ ઘોડું આપવા પહેલાં સોદાગર પાસે ૨૩ ઘોડાં છે અને એ ગામમાં વેચાણ કરવા પહેલાં તેની પાસે (૨૩ × ૨) = ૪૬ ઘોડાં જોઇએ.

૧ લા ગામમાં જકાતમાં ૧ ઘોડું આપવા પહેલાં સોદાગર પાસે ૪૭ છે. અને એ ગામમાં વેચાણ કરવા પહેલાં તેની પાસે (૪૭×૨) = ૯૪ ઘોડાં જોઇએ.

જવાબ. સોદાગર પાસે ૯૪ ઘોડાં હતાં.

દાખલો ૧૩૩ મો.

એક સોદાગર અમુક ઘોડાં લઇ વેચવા નીકળ્યો. પહેલા ગામમાં આવ્યો ત્યારે દાણીએ એક ઘોડું જકાત પેટે લઇ, વેપાર કરવાની રજા આપી. એ ગામમાં અડધાં ઘોડાં વેચાયાં. આ પ્રમાણે તે પાંચ ગામમાં ફરીને વેપાર કર્યો. દરેક ગામમાં પ્રથમ જકાતમાં ૧ ઘોડું આપવું પડે અને જેટલી સંખ્યા હોય તેની અડધી સંખ્યા વેચાય. છેલ્લે સોદાગર પાસે ૧ ઘોડું રહ્યું. કહો ત્યારે તેની પાસે મૂળમાં ઘોડાં કેટલાં? અપૂર્ણાંક જવાબમાં ન લાવવો.

ખુલાસો.

આ દાખલો છેલ્લેથી ઉકેલવો. હવે આપણે પ્રથમ પાંચમાં ગામથી ચાલીએ. વ્યાખ્યામાં એમ છે કે પ્રથમ જકાત આપવી પડે છે. અને પછી વેપાર કરવાની રજા મળે છે. માટે આપણે જ્યારે છેલ્લેથી ઉકેલવા ધારીએ છીએ ત્યારે પ્રથમ વેપારની વીગત લઈ પછી દાણની લેવી.

છેવટે સોદાગર પાસે ૧ ઘોડું બચે છે. હવે

૫ મા ગામમાં વેપાર કર્યા પછી ૧ ઘોડું રહે છે. માટે ત્યાં વેપાર કર્યા પહેલાં ૧ × ૨ = ૨ ઘોડાં હતાં. અને ૧ ઘોડું દાણમાં અપાયું એટલે થયા ૩. માટે એ ગામમાં દાખલ થતી વખતે ૩ ઘોડાં હતાં. ૪ થા ગામમાં વેપાર કર્યા પહેલાં ૩ ના બમણાં ૬ હતાં અને ૧ દાણનો એમ ૭ ઘોડાં, જેથી ગામમાં દાખલ થવા પહેલાં ૭ હતાં. ૩ જા ગામમાં વેપાર કર્યા પહેલાં ૭ × ૨ = ૧૪ હતા અને ૧ દાણનો એમ ૧૫ થયા: એથી એ ગામમાં દાખલ થવા પહેલાં તેની પાસે ૧૫ હતાં.

૨ જા ગામમાં વેપાર કર્યા પહેલાં ૧૫ × ૨ = ૩૦ હતા. અને ૧ દાણનો એમ ૩૧ થયા. એથી એ ગામમાં દાખલ થવા પહેલાં તેની પાસે ૩૧ હતાં.

૧ લા ગામમાં વેપાર કર્યા પહેલાં ૩૧ × ૨ = ૬૨ હતા અને ૧ દાણનો એમ ૬૩ થયા. એથી પહેલા ગામમાં દાખલ થવા પહેલાં ૬૩ હતાં.

જવાબ સોદાગર પાસે શરૂઆતમાં ૬૩ ઘોડાં હતાં.

દાખલો ૧૩૪ મો.

એક સોદાગર અમુક ઘોડાં લઇ વેપાર માટે નીકળ્યો. ૧ લા ગામમાં તેની પાસે જે સંખ્યા હતી તેનાં અડધાં વેચાયાં, સોદાગરની લાયકી જોઇ ગામના પટેલે તેને ૧ ઘોડું પાછું આપ્યું. ત્યાંથી સોદાગર

બીજે ગામ ગયેા. ત્યાં પણ સેાદાગર પાસે જે સંખ્યા રહી તેનાં અડધાં વેચાયાં અને ફરી પાછું ૧ ઘેાડું ઇનામમાં મળ્યું. ત્યાંથી ત્રીજે અને ચેાથે ગામ ગયેા. ત્યાં પણ એમ જ થયું. છેલ્લે ૫ મે ગામ ગયેા. ત્યાં તેની પાસે જે સંખ્યા હતી તેના અડધા ભાગનેા વેપાર થયેા, પરંતુ ચાર આગલા ગામના પટેલેાને પેઠે પાંચમા ગામના પટેલે ઇનામ તરીકે એક ઘેાડું પાછું ન આપ્યું, જેથી તે સેાદાગર પાસે છેવટે ૧ ઘેાડું રહ્યું. કહેા ત્યારે તે સેાદાગર પાસે શરૂઆતમાં કેટલાં ઘેાડાં હતાં ? જવાબ પૂર્ણાંકમાં લાવેા.

ખુલાસેા.

આથી પહેલાના બે દાખલામાં વેચનાર સેાદાગરને જકાતમાં એક ઘેાડું આપવું પડે છે, ત્યારે આ દાખલામાં ઉલટી રીતે સેાદા-ગરને ઇનામ તરીકે વેપાર કર્યા પછી ૧ ઘેાડું પાછું મળે છે. આ દાખલેા પણ છેલ્લા ૫ મા ગામથી ઉકેલવેા.

હવે છેલ્લા પાંચમા ગામમાં સેાદાગરને ૧ ઘેાડું પાછું મળતું નથી અને પાંચમું ગામ મૂક્યા પછી તેની પાસે ૧ ઘેાડું બચે છે.

પાંચમા ગામમાં વેપાર કર્યા પછી ૧ ઘેાડું બચે છે જેથી વેપાર કર્યા પહેલાં તેની પાસે ૧ × ૨ = ૨ ઘેાડાં હતાં માટે પાંચમા ગામમાં દાખલ થવા પહેલાં તેની પાસે ૨ ઘેાડાં હતાં.

૪ થા ગામમાંથી વેપાર કરી નીકળતી વખતે સેાદાગરને ૧ ઘેાડું પટેલ તરફથી ઇનામમાં મળે છે ત્યારે બે ઘેાડાં થાય છે એટલે ઇનામ મળ્યા પહેલાં સેાદાગર પાસે ૧ ઘેાડું છે. હવે તેણે વેપાર કર્યો તે પહેલાં તેની પાસે ૧ × ૨ = ૨ ઘેાડાં હતાં માટે ૪ થા ગામમાં દાખલ થવા પહેલાં તેની પાસે ૨ ઘેાડાં હતાં.

૩ જા ગામમાંથી નીકળતી વખતે સેાદાગર પાસે બે ઘેાડાં છે. પટેલ ૧ ઘેાડું ઇનામમાં આપે તે પહેલાં તેની પાસે ૧ ઘેાડું છે અને વેપાર કર્યા પહેલાં તેની પાસે ૧ × ૨ = ૨ ઘેાડાં છે. માટે ત્રીજા ગાંમમાં દાખલ થવા પહેલાં તેની પાસે ૨ ઘેાડાં છે.

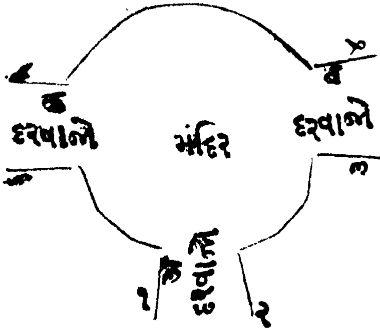
૨ જા ગામમાંથી નીકળતી વખતે સેાદાગર પાસે ૨ ઘેાડાં છે. પટેલ ૧ ઘેાડું ઇનામમાં આપે તે પહેલાં તેની પાસે ૧ ઘેાડું છે અને વેપાર કર્યા પહેલાં તેની પાસે ૨ ઘેાડાં છે. માટે બીજા ગામમાં દાખલ થવા પહેલાં તેની પાસે ૨ ઘેાડાં છે.

૧ લા ગામમાંથી નીકળતી વખતે સેાદાગર પાસે ૨ ઘેાડાં છે. પટેલ ૧ ઘેાડું આપે તે પહેલાં તેની પાસે ૧ ઘેાડું હેાય અને વેપાર કર્યા પહેલાં એટલે સેાદાગર ઘેરથી નીકળ્યેા ત્યારે તેની પાસે ૧ × ૨ = ૨ ઘેાડાં છે.

જવાબ સેાદાગર પાસે મૂળથી જ ૨ ઘેાડાં છે.

દેવમંદિરની બહાર જકાત અને અંદર અર્થપ્રાપ્તિ.

દાખલેા ૧૩૫ મેા.



એક મંદિરને ૩ દરવાજા છે તેમનાં નામ **अ**, **ब** અને **क** છે. અને દરેક દરવાજે એકેક બાજુએ એક, એમ બે બાજુએ બે કર લેનારા છે. જેથી ત્રણ દરવાજે ૬ કર લેનારા છે. અને કર લેનારાની ચેાકી પાસે ૧; ૨; ૩; ૪; ૫; અને ૬; આંક મૂકી છ ચેાકી છે, એમ આકૃતિમાં બતાવ્યું છે. એ છએ ચેાકીવાળા એક સરખેા કર લે છે. હવે યાત્રાળુ **अ** દરવાજે જ્યારે દાખલ થાય ત્યારે ૧ લા નંબરની ચેાકીવાળેા કર લે. પછી યાત્રાળુ **अ** દરવાજામાં દાખલ થઇ પેાતાના આરાધ્ય દેવની પૂજા કરે, પરિણામે તેની પાસે જેટલા પૈસા હેાય તેના નવ ગણા થાય, ત્યારબાદ એ માણસ **अ** દરવાજામાંથી બહાર નીકળે ત્યારે ૨ જા નંબરની ચેાકીવાળેા કર લે. પછી યાત્રાળુ **ब** દરવાજામાં દાખલ થાય ત્યારે ૩ જા નંબરની ચેાકીવાળેા કર લે. વળી યાત્રાળુ બીજીવાર દેવ પાસે હાજર થાય અને પ્રાર્થના કરે છે, જેના પરિણામમાં

તેની પાસે જેટલા પૈસા હોય તેના નવ ગણા થાય છે. એ પૈસા લઇ તે **ख** દરવાજેથી જ બહાર નીકળે છે ત્યારે ૪ થા નંબરવાળો કર લે છે, ત્યાંથી આગળ ચાલી તે ૫ મા નંબરવાળા પાસે આવે છે, તેને કર આપી, તે **क** દરવાજામાં દાખલ થાય છે. હવે તે ત્રીજીવાર મંદિરમાં દેવ પાસે આવે છે ત્યારે તેની પાસે જે પૈસા હોય છે તેના નવ ગણા થાય છે, એ પૈસા લઇ તે **क** દરવાજેથી જ બહાર નીકળી ૬ ટ્ઠા નંબરવાળાને કર આપી દે છે. ત્યાર પછી તેની પાસે કાંઇપણ પૈસા રહેતા નથી. કહેા ત્યારે યાત્રાળુ કેટલા પૈસા લઈ ઘેરથી નીકળ્યેા તથા તેણે દરેક ચેાકી ઉપર કેટલા પૈસા આપ્યા. જવાબમાં જે જે રકમ આવે તે બન્ને પૂર્ણાંકમાં કહેવી.

ખુલાસેા.

વ્યાખ્યામાં કહ્યું છે કે છએ ચેાકી ઉપર એક સરખેા કર આપે છે. માટે કરની રકમ માટે ૧ ધારેા. યાત્રાળુ ૬ ટ્ઠી ચેાકીએ ૧ પૈસેા આપે છે ત્યારે તેની પાસે કાંઇપિણ બચતું નથી માટે હવે રીત આગળ કરેા.

છટ્ઠા નંબરવાળાને ૧ પૈસેા આપે છે. જ્યારે યાત્રાળુ **क** દરવાજેથી દાખલ થઇ દેવ પાસે હાજર થયેા ત્યારે તેની પાસે જે સંખ્યા $\frac{૧}{૯}$ પૈસાની હતી તેના ૯ ગણા થયા, ત્યારે ૧ પૈસેા થયેા. હવે તેણે પાંચમાં નંબરની ચેાકીવાળાને ૧ પૈસેા આપ્યેા. તેથી તેની પાસે કાંઇ રહ્યું નહીં તેથી પહેલાં તેણે **ख** દરવાજામાંથી નીકળતી વખતે ૪ થા નંબરવાળાને ૧ પૈસેા અને ૫ મા નંબર વાળાને ૧ પૈસેા કરનેા આપ્યેા. આ રીતે $\frac{૧}{૯}+૧+૧=\frac{૧+૯+૯}{૯}=\frac{૧૯}{૯}$ પૈસા થયા.

આ $\frac{૧૯}{૯}$ પૈસા થયા તેનું કારણ એ કે તે જ્યારે **ख** દરવાજામાંથી દાખલ થઇ દેવ પાસે પ્રાર્થના કરી ત્યારે તેની પાસે $\frac{૧૯}{૮૧}$ પૈસા હતા, તેના ૯ ગણા એટલે $\frac{૧૯}{૮૧}\times\frac{૯}{૧}$ થયા. તેથી તેની પાસે $\frac{૧૯}{૯}$ પૈસા થયા.

હવે **ख** દરવાજામાં દાખલ થઇ આવ્યેા અને દેવ પાસે જવા પહેલાં ત્યારે તેની પાસે $\frac{૧૯}{૮૧}$ પૈસા હતા. તે પહેલાં તેણે ૩ જા નંબરવાળાને અને ૨ જા નંબરવાળાને એકેક પૈસેા આપ્યેા. માટે તે **अ** દરવાજામાંથી

બહાર નીકળ્યો તે પહેલાં તેની પાસે ($\frac{૧૯}{૮૧} + ૧ + ૧ = \frac{૧૯+૮૧+૮૧}{૮૧} = \frac{૧૮૧}{૮૧}$) $\frac{૧૮૧}{૮૧}$ પૈસા હતા.

આ $\frac{૧૮૧}{૮૧}$ પૈસા થયા તેનું કારણ એ કે તે **अ** દરવાજેથી આવી દેવ પાસે હાજર થયો ત્યારે તેની પાસે $\frac{૧૮૧}{૭૨૯}$ પૈસા હતા તેના નવ ગણા થયા ત્યારે તેની પાસે $\frac{૧૮૧}{૮૧}$ પૈસા થયા.

હવે તે અંદરથી **अ** દરવાજા પાસે આવ્યો ત્યારે તેની પાસે $\frac{૧૮૧}{૭૨૯}$ પૈસા હતા અને તે પહેલાં તેણે ૧ પૈસો ૧ લા નંબરની ચોકી વાલાને આપ્યો એથી એ ૧ લા નંબર પાસે આવ્યો તે પહેલાં એટલે ઘેરથી નીકળ્યો ત્યારે તેની પાસે $\frac{૧૮૧}{૭૨૯} + ૧ = \frac{૧૮૧+૭૨૯}{૭૨૯} = \frac{૯૧૦}{૭૨૯}$ પૈસા હતા.

માટે જવાબઃ— ૯૧૦ (અંશાવાળી રકમ) પૈસા ઘેરથી લાવ્યો.
૭૨૯ (છેદવાળી રકમ) પૈસા દરેક ચોકીએ કર આપ્યો તે સંખ્યા.

આ જવાબની ખાતરી.

યાત્રાળુ ઘેરથી ૯૧૦ પૈસા લઇને નીકળ્યો ૧ લી ચોકીવાળાને ૭૨૯ પૈસા કરના આપી **अ** દરવાજેથી દેવમંદિરમાં દાખલ થયો. દેવની પાસે જતાં તેની પાસે (૯૧૦ − ૭૨૯) રહેલા ૧૮૧ પૈસાના નવ ગણા (૧૮૧ × ૯) = ૧૬૨૯ થયા. આ પૈસા લઈ તે **अ** દરવાજેથી બહાર નીકળ્યો ત્યારે ૨ જા નંબરવાળાને ૭૨૯ પૈસા કરના તેને આપવા પડયા. ત્યાંથી આગળ ચાલી તે **ब** દરવાજામાં દાખલ થતી વખતે ૩જા નંબરવાળાને ફરી ૭૨૯ પૈસા આપવા પડયા. આમ જુમલે ૭૨૯ + ૭૨૯ = ૧૪૫૮ પૈસા ગયા બાકી તેની પાસે ૧૬૨૯ − ૧૪૫૮ = ૧૭૧ પૈસા રહ્યા.

આ ૧૭૧ પૈસા લઇ તે **ब** દરવાજાની અંદર જઇ દેવ પાસે આવ્યો. તેથી ૧૭૧ × ૯ = ૧૫૩૯ પૈસા થયા. આ પૈસા લઇ તે **ब** દરવાજા-માંથી બહાર નીકળ્યો ત્યારે ૪ થા નંબરવાલાને ૭૨૯ પૈસા અને ફરી પાછો **क** દરવાજામાં દાખલ થતી વખતે ૫ મા નંબરવાલાને ૭૨૯

પૈસા આપ્યા. આમ ૧૪૫૮ પૈસા અપાયા તેથી તેની પાસે ૧૫૩૯ − ૧૪૫૮ = ૮૧ રહ્યા.

આ ૮૧ પૈસા લઇ તે **क** દરવાજેથી દાખલ થઇ દેવ પાસે ત્રીજીવાર હાજર થયેા તેથી તેની પાસેના ૮૧ પૈસાના નવ ગણા એટલે ૭૨૯ થયા. આ પૈસા લઇ તે **क** દરવાજેથી બહાર નીકળ્યેા ત્યારે ૬ ઠ્ઠા નંબરવાલાને કરના ૭૨૯ પૈસા આપી દીધા. જેથી તેની પાશે કાંઇ પણ રહ્યું નહીં. માટે ઉપર જે એ જવાબ આપ્યા છે તે બરાબર છે.

રહસ્યઃ—આ દાખલામાં ૩ વાર અમુક સંખ્યા નવ ગણી થાય છે માટે ૯ નેા ઘન એટલે ૯ × ૯ × ૯ = ૭૨૯ આવ્યા. આ રકમ દરેક ચેાકીવાળાને કર તરીકે આપવી પડે છે આમ સમજવું. હવે આ રકમ ઉપરથી આ દાખલેા છેલ્લેથી ઉકેલીએ તેા પણ બની શકે. આથી ઉપર પ્રમાણે કરમાં આપવાની રકમ ૧ ધારી હતી હવે આપણને ખબર પડી કે કરની રકમ ૭૨૯ પૈસા છે.

છઠ્ઠી ચેાકીવાળાને ૭૨૯ પૈસા અપાય એટલે યાત્રાળુ પાસે કાંઇ પણ વધતું નથી. હવે તે **क** દરવાજેથી દાખલ થઇ ત્રીજીવાર દેવ પાસે ગયેા ત્યારે તેની પાસે જે રકમ હતી તેના નવગણા થયા ત્યારે તેની પાસે ૭૨૯ પૈસા થયા. માટે ૭૨૯ ÷ ૯ = ૮૧ પૈસા દેવ પાસે આવ્યા પહેલાં એટલે **क** દરવાજેથી દાખલ થતી વખતે તેની પાસે હતા. હવે તેણે તે પહેલા ૭૨૯, પાંચમા નંબરવાલાને અને ૭૨૯, ચેાથા નંબરવાળાને કર તરીકે આપ્યા ત્યાર પછી તેની પાસે ૮૧ પૈસા રહ્યા. માટે ૮૧ + ૭૨૯ + ૭૨૯ = ૧૫૩૯ થયા.

આ ૧૫૩૯ પૈસા તે બીજીવાર દેવમંદિરમાંથી **ब** દરવાજેથી બહાર નીકળ્યેા તે વખતે હતા. એટલે તે બીજીવાર દેવ પાસે આવ્યેા ત્યારે તેની પાસે જેટલા પૈસા હતા તેના નવ ગણા થયા. ત્યારે ૧૫૩૯ થયા માટે તે **ब** દરવાજામાં દાખલ થયેા તેથી તેની પાસે ૧૫૩૯ ÷ ૯ = ૧૭૧ હતા. હવે તેણે તે પહેલાં ૩ જા નંબરવાળાને ૭૨૯ અને

૨ જા નંબરવાળાને પણ ૭૨૯ પૈસા કરમાં આપ્યા. માટે ૧૭૧ + ૭૨૯ + ૭૨૯ = ૧૬૨૯ પૈસા થયા.

अ દરવાજેથી દાખલ થઇ પહેલીવાર તે દેવ પાસે હાજર થયો ત્યારે તેની પાસે જેટલા પૈસા હતા તેના નવ ગણા થયા ત્યારે ૧૬૨૯ થયા. માટે ૧૬૨૯ ÷ ૯ = ૧૮૧ પૈસા તે अ દરવાજે દાખલ થયો ત્યારે હતા આથી પહેલાં તેણે પહેલી ચોકીવાળાને ૭૨૯ પૈસા આપ્યા માટે ૭૨૯ + ૧૮૧ = ૯૧૦ પૈસા તે યાત્રાળુ ઘેરથી લાવ્યો.

આ રીતે દરેક ચોકીએ આપવાની રકમ ૭૨૯ ઉપરથી ઘેરથી લાવવાની સંખ્યા શોધી કાઢવાની રીત બનાવી.

હવે આટલી લાંબી રીત કર્યા વગર પરબારે ઘેરથી લાવવાની સંખ્યા મળી આવે તેનો છૂપો ભેદ આ નીચે બનાવીએ છીએ.

આવા દાખલામાં ૯ ગણા ૩ વાર થાય છે માટે ૯ નો ઘન ૭૨૯ ને આ રીતે ($\frac{\times\times\times}{૭૨૯}$) છેદમાં મૂકો. હવે છેદમાંથી ૧ બાદ કરો તો ૭૨૮ આવે. આ રકમને ભાજ્ય રકમ સમજી જરાવાર અલગ રાખો. હવે ૭૨૯ નું ઘાતમૂળ ૯ છે માટે ૯ માંથી ૧ બાદ કરો તો આવશે ૮ આ રકમને ભાજક રકમ સમજી અલગ રાખો. અને હવે આપણી પાસે ૭૨૮ ભાજ્ય રકમ છે અને ૮ ભાજક રકમ છે. માટે ૭૨૮ ÷ ૮ = ૯૧ આવ્યા.

બીજી વિધિ:—૯૧ ને ગુણ્ય રકમ તરીકે અલગ રાખો. હવે આપણી પાસે ઘાતમૂળ ૯ છે તેમાં ૧ ઉમેરો તો ૧૦ થાય. આને ગુણક સમજી અલગ રાખો. હવે આપણી પાસે ગુણ્ય ૯૧ છે અને ગુણક ૧૦ છે તો તે બેના મેળથી ૯૧ × ૧૦ = ૯૧૦ આવશે. આ રકમને અંશસ્થાને મૂકો ($\frac{૯૧૦}{\times\times\times}$) આ રીતે આપણી પાસે $\frac{૯૧૦}{૭૨૯}$ ની રકમ તૈયાર થઇ. આમાં અંશસ્થાનમાં છે તે ઘેરથી લાવવાની સંખ્યા અને છેદસ્થાનમાં છે તે દરેક ચોકીએ દાણમાં આપવાની સંખ્યા સમજવી.

આવી રીતના બીજા દાખલા માટે વિવેચન:—

ઉપરની વ્યાખ્યા પ્રમાણે એક મંદિરના ૩ દરવાજા છે દરેક

દરવાજે કર લેવાની બબ્બે ચોકી છે. દરેક ચોકીએ એક સરખો કર લેવાય છે. ત્રણે દરવાજેથી દાખલ થઇ દેવ પાસે હાજર થતાં જેટલી પૈસાની સંખ્યા યાત્રાળુ પાસે હોય તેટલી સંખ્યાના આઠ ગણા થાય; સાત ગણા થાય; છ ગણા થાય; પાંચ ગણા થાય; ચાર ગણા થાય; ત્રણ ગણા થાય અને બે ગણા થાય. આમ બતાવેલ સાત તરેહના ગણામાંથી ગમે તે તરેહના ગણા વ્યાખ્યામાં ગોઠવીએ તો ઉપર જે રીત બતાવી છે, તે પ્રમાણે ગણતાં દાખલાના જવાબ મળી આવશે. સ્થળની કરકસર માટે વધુ વ્યાખ્યા કે રીત આપી નથી. માત્ર જવાબ જ આપ્યા છે. જેમને પોતાના સખા વચ્ચે જ્ઞાનગમ્મત સાથે સાત્વિક આનંદ મેળવવો હોય તેમણે પોતાની ઇચ્છાનુસાર નવી વ્યાખ્યા ગોઠવી સામા પક્ષને પ્રશ્ન પૂછવો.

માત્ર જવાબનો કોઠો.

(૧) ૩ વાર ૮ ગણા હોય ત્યારે { જવાબ $\frac{૬૫૭}{૫૧૨}$: ૬૫૭ ઘેરથી લાવવાની સંખ્યા.
૫૧૨ દરેકને કર આપવાની સંખ્યા.

(૨) ૩ વાર ૭ ગણા હોય ત્યારે { જવાબ $\frac{૪૫૬}{૩૪૩}$: ૪૫૬ ઘેરથી લાવવાની સંખ્યા.
૩૪૩ દરેકને કર આપવાની સંખ્યા.

(૩) ૩ વાર ૬ ગણા હોય ત્યારે { જવાબ $\frac{૩૦૧}{૨૧૬}$: ૩૦૧ ઘેરથી લાવવાની સંખ્યા.
૨૧૬ દરેકને કર આપવાની સંખ્યા.

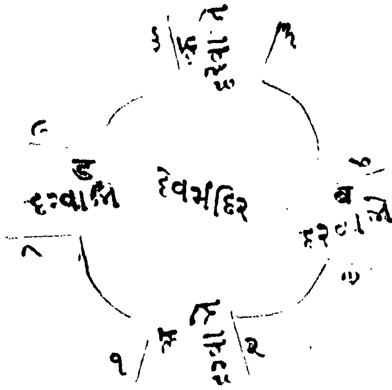
(૪) ૩ વાર ૫ ગણા હોય ત્યારે { જવાબ $\frac{૧૮૬}{૧૨૫}$: ૧૮૬ ઘેરથી લાવવાની સંખ્યા.
૧૨૫ દરેકને કર આપવાની સંખ્યા.

(૫) ૩ વાર ૪ ગણા હોય ત્યારે { જવાબ $\frac{૧૦૫}{૬૪}$: ૧૦૫ ઘેરથી લાવવાની સંખ્યા.
૬૪ દરેકને કર આપવાની સંખ્યા.

(૬) ૩ વાર ૩ ગણા હોય ત્યારે { જવાબ $\frac{૫૨}{૨૭}$: ૫૨ ઘેરથી લાવવાની સંખ્યા.
૨૭ દરેકને કર આપવાની સંખ્યા.

(૭) ૩ વાર બમણા હોય ત્યારે { જવાબ $\frac{૨૧}{૮}$: ૨૧ ઘેરથી લાવવાની સંખ્યા.
૮ દરેકને કર આપવાની સંખ્યા.

દાખલો ૧૩૬ મો.



એક દેવમંદિરને ચાર દરવાજા છે અને તે ઉપર अ, ब, क અને ड એમ સંજ્ઞા મૂકી છે. દરેક દરવાજા ઉપર બબે દાણની ચોકી છે. દરેક ચોકી ઉપર દાણ લેવાની રકમ એક સરખી મુકરર કરેલી છે. એક યાત્રાળુ ઘેરથી અમુક રૂપીઆ લઇ अ દરવાજેથી મંદિરમાં દાખલ થાય છે ત્યારે ૧ લી ચોકીએ કરના પેસા આપે છે. અને બાકી જે વધ્યા, તે લઇ મંદિરમાં દેવ પાસે ગયો. એટલે એની પાસે જે સંખ્યા છે, તેના બમણા થયા.

આ પેસા લઇ તે अ દરવાજેથી બહાર નીકળે છે ત્યારે ૨ જા નંબરની ચોકીવાળાને કર આપે છે, ત્યાંથી ચાલી ब દરવાજે આવે છે ત્યારે ૩ જા નંબરવાળાને કર આપી મંદિરમાં દાખલ થાય છે. બીજીવાર દેવ પાસે જતાં તેની પાસેની સંખ્યા બમણી થાય છે. આ બમણી થએલ સંખ્યા સાથે લઇ તે ब દરવાજેથી બહાર નીકળે છે ત્યારે નંબર ૪ વાલી ચોકીએ કર આપી આગળ જાય છે. ત્યાંથી ચાલી પાંચમી ચોકીએ કર આપી क દરવાજેથી મંદિરમાં દાખલ થાય છે. હવે ત્રીજીવાર દેવ પાસે આવે છે ત્યારે તેની પાસેની સંખ્યા બમણી થાય છે. આ બમણી થએલ સંખ્યા સાથે લઇ તે क દરવાજેથી બહાર નીકળે છે ત્યારે ૬ ઠ્ઠી ચોકીએ કર આપી, આગળ ચાલે છે. ત્યાંથી ચાલી ૭ મી ચોકીએ કર આપી ड દરવાજેથી મંદિરમાં દાખલ થાય છે. હવે ચોથીવાર દેવ પાસે આવે છે, ત્યારે તેની પાસેની સંખ્યા

બમણી થાય છે. તે લઇ **ड** દરવાજેથી બહાર નીકળે છે, ત્યારે ૮ નંબરવાલી ચેાકીએ કર આપે છે. આ પછી એની પાસે કાંઇ રહેતું નથી. કહેા ત્યારે એ યાત્રાળુ ઘેરથી કેટલા પૈસા લઇને નીકળ્યેા અને દરેક ચેાકીએ કેટલા પૈસા કરના આપે છે. બન્ને જવાબમાં પૂર્ણાંક આંક આવવા જોઇએ.

ખુલાસેા. અપૂર્ણાંક રીતે.

કર આપવાની સંખ્યા ૧ ધારેા. હવે યાત્રાળુ ૮ મી ચેાકીએ ૧ પૈસેા કર આપે છે ત્યારે એની પાસે કાંઈ પણ રહેતું નથી. હવે જ્યારે ૪ થી વાર યાત્રાળુ દેવ પાસે આવે છે ત્યારે એની પાસે જેટલા પૈસા હેાય છે તેના બમણા થાય ત્યારે ૧ પૈસેા થાય છે. માટે **ड** દરવાજેથી તે દાખલ થઇ મંદિરમાં આવ્યેા ત્યારે તેની પાસે ૧ ÷ ૨ = $\frac{૧}{૨}$ પૈસા હતા. આ પહેલાં તેણે ૭ મી ચેાકીવાળાને એક પૈસેા અને ૬ ઠ્ઠી ચેાકીવાળાને ૧ પૈસેા આપ્યેા. તેથી તેની પાસે $\frac{૧}{૨}$ + ૧ + ૧ = $\frac{૧+૨+૨}{૨}$ = $\frac{૫}{૨}$ પૈસા હતા. આ $\frac{૫}{૨}$ પૈસા તેની પાસે જ્યારે તે **क** દરવાજેથી દાખલ થઇ ત્રીજીવાર દેવ પાસે આવ્યેા ત્યારે તેની પાસે $\frac{૫}{૨}$ પૈસા થયા. ત્રીજીવાર દેવ પાસે આવ્યા પહેલાં તેની પાસે $\frac{૫}{૨}$ ÷ ૨ = $\frac{૫}{૪}$ પૈસા હતા.

આ પહેલાં તેણે પાંચમા નંબરવાળાને ૧ પૈસેા અને ૪ થા નંબરવાલાને ૧ પૈસેા આપેલ તેથી તેની પાસે $\frac{૫}{૪}$ + ૧ + ૧ = $\frac{૫+૪+૪}{૪}$ = $\frac{૧૩}{૪}$ પૈસા થયા. આ $\frac{૧૩}{૪}$ થયાનું કારણ એ જે તે **ब** દરવાજેથી દાખલ થઇ. બીજીવાર દેવ પાસે આવ્યેા ત્યારે તેની પાસેની રકમ બમણી થઇ ત્યારે તેની પાસે $\frac{૧૩}{૪}$ પૈસા થયા માટે તેની પાસે $\frac{૧૩}{૮}$ પૈસા હતા.

આ પહેલાં તેણે ૩ જા નંબરની ચેાકીવાળાને ૧ પૈસેા અને ૨ જા નંબરવાલાને ૧ પૈસેા આપ્યેા માટે તેની પાસે $\frac{૧૩}{૮}$ + ૧ + ૧ = $\frac{૧૩+૮+૮}{૮}$ = $\frac{૨૯}{૮}$, પૈસા હતા.

તે યાત્રાળુ પહેલીવાર **अ** દરવાજેથી દાખલ થઇ દેવ પાસે હાજર થયેા. ત્યારે તેની પાસે જે $\frac{૨૯}{૧૬}$ પૈસા હતા (તેના બમણા થવાથી તેની પાસે $\frac{૨૯}{૮}$ થયા.) હવે તે **अ** દરવાજામાં આવ્યેા ત્યારે તેની પાસે $\frac{૨૯}{૧૬}$ પૈસા હતા. અને તેણે પહેલા નંબરની ચેાકીવાલાને ૧ પૈસેા આપ્યેા. જેથી તેની પાસે $\frac{૨૯}{૧૬} + ૧ = \frac{૨૯+૧૬}{૧૬} = \frac{૪૫}{૧૬}$ પૈસા હતા. આટલા પૈસા એ ઘેરથી લઇને નીકળ્યેા આમ સમજવું. હવે આમાં ૪૫ જે અંશસ્થાને છે એટલા પૈસા એણે ઘેરથી લીધા. અને ૧૬ જે છેદસ્થાનમાં તે તેણે દરેક ચેાકીવાળાને કર તરીકે આપ્યા.

ખુલાસેા. પૂર્ણાંક રીતે.

આમાં ચાર દરવાજા છે. અને રકમ બમણી થાય છે માટે ૨ ના ચાર ઘાત ૨ × ૨ × ૨ × ૨ = ૧૬ આવ્યા.

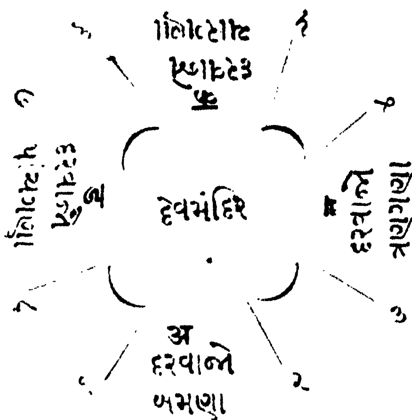
હવે ૮ મી ચેાકીએ ૧૬ આપી દે છે ત્યારે તેની પાસે કાંઈ વધતું નથી. એ ચેાથીવાર દેવમંદિરમાં **ड** દરવાજેથી દાખલ થઇ દેવ સામે આવે છે ત્યારે તેની પાસની રકમ ૮ છે તે બમણી થવાથી ૧૬ થાય છે. ૮ પૈસા રહે છે તે પહેલાં તે ૭ મી અને ૬ ઠ્ઠીએ ચેાકીએ દરેકને ૧૬ પૈસા આપી આવ્યેા છે માટે તે ત્રીજીવાર દેવ પાસે હાજર થાય છે ત્યાર પછી તેની પાસે ૪૦ પૈસા થાય છે તે પહેલા તેની પાસે ૨૦ પૈસા હેાય છે તે પહેલાં તે સેાળ સેાળ પૈસા ૫ મી અને ૪ થી ચેાકીવાળાને આપી દે છે. તેથી તેની પાસે ૨૦ + ૧૬ + ૧૬ = ૫૨ થયા. તે **ब** દરવાજેથી દાખલ થઇ બીજીવાર દેવ પાસે હાજર થાય છે ત્યારે થાય છે તે પહેલાં તેની પાસે ૫૨ ના અડધા ૨૬ હતા. તે પહેલાં તેણે ૩ જા નંબરના અને બીજા નંબરના દરેકને ૧૬ પૈસા આપે છે માટે તે પહેલીવાર દેવ પાસે આવે છે ત્યારે તેની પાસે ૨૬ + ૧૬ + ૧૬ = ૫૮ થાય છે. આ પહેલા એની પાસે ૫૮ ÷ ૨ = ૨૯ હતા. અને તેણે ૧ લા નંબરવાલાને ૧૬ પૈસા આપ્યા. જેથી તેની પાસે ૨૯ + ૧૬ = ૪૫ પૈસા થયા. આ પૈસા તે ઘેરથી લાવ્યેા એમ સમજવું.

જવાબ ૪૫ ઘેરથી લાવ્યો અને ૧૬ દરેકને કરમાં આપ્યા.

રહસ્ય:—આમાં ચાર દરવાજા અને દરેક વખત બમણા થાય છે માટે ૨ × ૨ × ૨ × ૨ = ૧૬ થયા. માટે તેને ($\frac{\quad}{૧૬}$) સોળને છેદમાં મૂકો. હવે ૧૬−૧ = ૧૫ આ ભાજ્ય થઇ. હવે ૧૬ નો ઘાત-મૂળ ૨ માટે તેમાંથી ૧ બાદ કરો. ૨−૧ = ૧ આ ૧ તે ભાજક માટે ભાજ્ય ૧૫ ÷ ૧ ભાજક માટે ૧૫ જવાબ. હવે ૨ ઘાતમૂળ માટે ૨ માં ૧ ઉમેરીએ તો ૩ થાય માટે ગુણ્ય ૧૫ અને ૩ ગુણક જેથી ૪૫ થયા. તેને અંશસ્થાને મૂકો ($\frac{૪૫}{\quad}$) માટે $\frac{૪૫}{૧૬}$ આ રીતે આવ્યા.

હવે જો મંદિરના દરવાજા પાંચ કરીએ તો ચોકી દશ થાય. છ દરવાજા કરીએ તો ચોકી ૧૨ થાય. એટલે જેટલા દરવાજા તેથી બમણી ચોકી થાય અને જેટલા દરવાજા તેટલીવાર અમુક રકમનો એટલી વાર ઘાત થાય. હવે ગમે તેટલા દરવાજા ગોઠવો તો પણ રીત એની એ જ સમજવી. જેમ જેમ દરવાજા વધારતા જઇશું તેમ તેમ અંશની અને છેદની રકમ વધતી જશે. માટે જેવી ઇચ્છા થાય તે પ્રમાણે નવી વ્યાખ્યા બનાવી લેવી.

દાખલો ૧૩૭ મો.



એક મંદિરને ચાર દરવાજા છે. દરેક દરવાજા ઉપર અનુક્રમે **अ, ब, क** અને **ड** ની સંજ્ઞા મૂકી છે. દરેક દરવાજે બબે ચોકી છે. એટલે ચાર દરવાજે આઠ ચોકી છે અને તે ઉપર ૧ થી ૮ ના આંક ક્રમસર બતાવવા મૂકયા છે. એક યાત્રાળુ ઘેરથી અમુક

પૈસા લઇ **अ** દરવાજેથી દાખલ થાય છે ત્યારે ૧ લી ચોકીએ કર આપી મંદિરમાં જાય છે. પહેલી વાર દેવ પાસે હાજર થતાં, તેની પાસે જે પૈસા છે તેના બમણા થાય છે. તે લઇ **अ** દરવાજેથી બહાર નીકળતાં ૨ જા નંબરની ચોકીવાળાને કર આપે છે ત્યાંથી આગળ ચાલી **ब** દરવાજામાં દાખલ થતાં ૩ જા નંબરની ચોકીએ કર આપી મંદિરમાં જાય છે. આવી રીતે બીજીવાર દેવ પાસે જતાં તેની પાસેની રકમ ત્રણ ગણી થાય છે. તે લઇ **ब** દરવાજેથી બહાર નીકળતાં ૪ થા નંબરની ચોકીએ કર આપે છે. ત્યાંથી આગળ ચાલતાં **क** દરવાજેથી અંદર દાખલ થતાં ૫ મા નંબરની ચોકીએ કર આપી, અંદર જાય છે. આમ ત્રીજીવાર દેવ પાસે જતાં તેની પાસે જે રકમ છે. તે ચાર ગણી થાય છે. તે લઇ **क** દરવાજેથી બહાર નીકળતાં ૬ ઠ્ઠા નંબરની ચોકીએ કર આપે છે. ત્યાંથી આગળ ચાલતાં **ड** દરવાજે દાખલ થતાં ૭ મા નંબરની ચોકીએ કર આપી, પછી અંદર જાય છે. આમ ચોથીવાર દેવ પાસે આવતાં તેની પાસે જે રકમ હોય છે, તેના પાંચ ગણા થાય છે. તે લઇ **ड** દરવાજેથી બહાર નીકળતાં ૮ મી ચોકીએ કર આપે છે. તેથી તેની પાસે છેવટે કાંઇ પણ વધતું નથી. કહો ત્યારે તે ઘેરથી કેટલા પૂર્ણાંક પૈસા લાવ્યો અને દરેક ચોકીએ કેટલા પૂર્ણાંક પૈસા આપ્યા ? (દરેક ચોકીએ એક સરખો કર આપવો પડે છે.)

ખુલાસો. અપૂર્ણાંક રીતે.

કર આપવાની અજ્ઞાત સંખ્યા માટે ૧ ધારો.

હવે ૮મી ચોકી પાસે કર પેટે ૧ પૈસો આપ્યો પછી, તેની પાસે કાંઈ પણ રહેતું નથી. **હવે ड** દરવાજામાંથી નીકળતી વખતે, તેની પાસે ૧ પૈસો હતો. કારણ તેની પાસે જેટલા ($\frac{૧}{૫}$) પૈસા હતા, તેના પાંચગણા ($\frac{૧}{૫} \times \frac{૫}{૧} = ૧$) તે ૧ ચોથીવાર દેવ પાસે આવ્યો ત્યારે થયા. ચોથીવાર દેવ પાસે આવ્યા પહેલાં તેની પાસે $\frac{૧}{૫}$ પૈસા હતા.

આથી પહેલાં તેણે ૭ મી અને છઠ્ઠી ચોકી ઉપર અકેક પૈસો કરનો આપ્યો હતો. જેથી તે આપ્યા પહેલાં તેની પાસે $\frac{૧}{૫}$ + ૧ + ૧ = ૧ + ૫ + ૫ = $\frac{૧૧}{૫}$ તે યાત્રાળુ ત્રીજીવાર દેવ પાસે હાજર થઇ **क** દરવાજેથી બહાર નીકળવાનો હતો ત્યારે તેની પાસે $\frac{૧૧}{૫}$ પૈસા હતા. આ પહેલાં તેની પાસે. ($\frac{૧૧}{૫}$ × $\frac{૧}{૪}$ = $\frac{૧૧}{૨૦}$) પૈસા હતા. કારણ ત્રીજીવાર દેવ પાસે હાજર થતાં તેની પાસે ($\frac{૧૧}{૨૦}$) જેટલા પૈસા હોય તેના ૪ ગણા થવાથી ($\frac{૧૧}{૫}$) પૈસા થયા છે.

આ પહેલાં તેની પાસે $\frac{૧૧}{૨૦}$ પૈસા હતા. તે પહેલાં તેણે ૫ મા અને ૪ થા નંબરની ચોકીવાલા દરેકને અકેક પૈસો કરનો આપ્યો. જેથી તેની પાસે $\frac{૧૧}{૨૦}$ + ૧ + ૧ = $\frac{૧૧+૨૦+૨૦}{૨૦}$ = $\frac{૫૧}{૨૦}$ પૈસા **ब** દરવાજેથી બહાર નીકળવા પહેલાં હતા. હવે તે **ब** દરવાજાથી બહાર નીકળવા પહેલાં બીજીવાર દેવ પાસે આવ્યો. જેથી તેની પાસે જેટલા ($\frac{૫૧}{૬૦}$) પૈસા હતા તેના ત્રણગણા થવાથી તેની પાસે ($\frac{૫૧}{૬૦}$ × $\frac{૩}{૧}$) $\frac{૫૧}{૨૦}$ પૈસા થયા.

માટે **ब** દરવાજામાં દાખલ થવા પછી તેની પાસે $\frac{૫૧}{૬૦}$ પૈસા હતા. તે પહેલાં તેણે ત્રીજા અને બીજા નંબરના ચોકીવાળાને દરેકને અકેક પૈસો કરમાં આપ્યો. જેથી તે **अ** દરવાજેથી બહાર નીકળવાનો હતો તે વખતે તેની પાસે $\frac{૫૧}{૬૦}$ + ૧ + ૧ = $\frac{૫૧+૬૦+૬૦}{૬૦}$ = $\frac{૧૭૧}{૬૦}$ પૈસા હતા.

તે પહેલીવાર દેવ પાસે આવ્યો ત્યારે તેની પાસે જેટલા ($\frac{૧૭૧}{૧૨૦}$) પૈસા હતા, તેના બમણા થવાથી તેની પાસે ($\frac{૧૭૧}{૧૨૦}$ × $\frac{૨}{૧}$)=$\frac{૧૭૧}{૬૦}$ પૈસા થયા

હવે **अ** દરવાજામાં દાખલ થઇ આવ્યો ત્યારે તેની પાસે $\frac{૧૭૧}{૧૨૦}$ પૈસા હતા. અને તે પહેલાં તેણે ૧ લા નંબરની ચોકીવાલાને ૧ પૈસો કરનો આપ્યો માટે તે ઘેરથી નીકળ્યો ત્યારે તેની પાસે $\frac{૧૭૧}{૧૨૦}$ + ૧ = $\frac{૧૭૧+૧૨૦}{૧૨૦}$ = $\frac{૨૯૧}{૧૨૦}$ પૈસા હતા માટે **જવાબ** ૨૯૧ પૈસા ઘેરથી લાવ્યો. ૧૨૦ દરેક ચોકી ઉપર કર ચૂકવ્યો.

પૂર્ણાંક રીતે

આમાં કરની સંખ્યા શોધી કાઢવાની છે. દરવાજા ચાર પહેલે દરવાજે બમણા, (૨) બીજે દરવાજે ત્રણ ગણા, (૩) ત્રીજે દરવાજે ચાર ગણા, (૪) અને ચોથે દરવાજે પાંચ ગણા (૫) થાય છે માટે ૨ × ૩ × ૪ × ૫ = ૧૨૦ આવ્યા જેથી દરેક દાણની ચોકીએ એકસરખી કર આપવાની સંખ્યા ૧૨૦ પૈસા.

૮ મી ચોકીએ કર આપ્યા પછી તેની પાસે કાંઈ પણ વધતું નથી. તેથી તે ચોથીવાર દેવ પાસે આવ્યો ત્યારે તેની પાસે ૨૪ પૈસા હતા. અને ૨૪ ના પાંચ થવાથી ૧૨૦ પૈસા થયા.

હવે તે ड દરવાજે આવ્યો ત્યારે તેની પાસે ૨૪ પૈસાની એક કલમ અને ૭ મી અને ૬ ઠ્ઠી ચોકીએ દરેકને આપેલ ૧૨૦ પૈસા એમ જુમલે ૨૪૦ પૈસાની બીજી કલમ તે બન્ને એકત્ર થઈને ૨૬૪ પૈસાની કલમ રહી.

તે ત્રીજીવાર દેવ પાસે આવ્યો ત્યારે તેની પાસે જેટલા (૬૬) પૈસા હતા તેના ૪ ગણા થયા. ત્યારે ૨૬૪ પૈસા થયા. તે क દરવાજામા આવ્યો ત્યારે તેની પાસે ૬૬ પૈસા હતા. તે પહેલાં તેણે પાંચમી અને ચોથી ચોકીએ દરેકને ૧૨૦ પૈસા જુમલે ૨૪૦ પૈસા આપ્યા. એટલે ब દરવાજામાંથી નીકળવા પહેલાં તેની પાસે ૨૪૦ + ૬૬ = ૩૦૬ પૈસા હતા,

બીજીવાર દેવ પાસે આવતાં તેની પાસે જેટલા (૧૦૨) પૈસા હતા તેના ત્રણ ગણા થયા ત્યારે ૩૦૬ પૈસા થયા જેથી ब દરવાજામાં દાખલ થયા પછી તેની પાસે ૧૦૨ પૈસા હતા. તે પહેલાં તેણે ત્રીજી અને બીજી ચોકીએ મળીને ૨૪૦ પૈસા આપ્યા. એટલે જુમલે ૩૪૨ પૈસા થયા.

આ રકમ ને अ દરવાજામાંથી બહાર નીકળવા પહેલાં તેની પાસે હતી. યાને પહેલીવાર દેવ પાસે આવતાં તેની પાસે ૧૭૧ પૈસા હતા તેના બમણા થવાથી ૩૪૨ થાય, એટલે अ દરવાજામાં દાખલ

થયા પછી તેની પાસે ૧૭૧ પૈસા હતા અને દરવાજામાં આવ્યા પહેલાં તેણે ૧૨૦ પૈસા પહેલા નંબરની ચોકીવાલાને આપ્યા. જેથી તે ઘેરેથી નીકળ્યો ત્યારે તેની પાસે ૧૭૧ + ૧૨૦ = ૨૯૧ રૂ. હતા માટે

જવાબ ૨૯૧ પૈસા ઘેરથી લાવ્યો.

૧૨૦ પૈસા દરેક ચોકીવાલાને આપ્યા.

મનુષ્યોના વજનથી જગ્યાના માળનું તુટવું.

દાખલો ૧૩૮ મો.

પવિત્ર પાવન ત્રિવેણી નદીના તીર પ્રાંતમાં આવેલ ચાર હજાર મનુષ્યોની વસ્તીવાળા એક ગામમાં દૈવકોપથી, લગભગ અડધી રાત્રીએ પાણીનાં પૂર ચડવાં શરૂ થયાં. પાણીનાં ઘોંઘાટથી મનુષ્યો જાગી ઉઠયાં. પાણીમાં ડૂબી જવાના ભયમાંથી મુક્ત થવાના ઇરાદાથી, ગામમાં આવેલ ટાઉન હૉલના દરવાજા પાસે એકઠા થવા લાગ્યાં. ટાઉન હૉલમાં ચાર ભોં હતી. લોકોની દયાજનક સ્થિતિ જોઇ, ગામના મુખ્ય સ્થાનિક અધિકારીએ સૌને, સૌ પોતપોતાનો જીવ બચાવી શકે તે માટે ટાઉન હોલનાં ભોં ઉપર ચડી જવાની પરવાનગી આપી. આ હુકમ મળતાં મનુષ્યો તીડના ટોળાની માફક ભોં ઉપર ચડવા લાગ્યાં, અને જેને જેમ ફાવ્યું, તેમ જૂદી જૂદી ભોં ઉપર ગોઠવાતા ગયાં. સૌથી ઉપર એટલે ચોથા ભોં ઉપર જોઇએ તે કરતાં બહુ વધારે ભરાવો થયો. તેથી તે ભોંનું તળીઉં અતિશય વજનના ભારથી કડકડ થવા લાગ્યું. તેથી ચોથા માળના રક્ષકે, ત્રીજા માળના રક્ષકને સૂચવ્યું કે "અમારા ચોથા માળમાં માણસોનો બહુ ભરાવો થયો છે. માટે અમારામાંથી થોડાક માણસોને તમારા ત્રીજા ભોંમાં ઉતારવા આપો; નહિતર અમારો માળ તમારા ઉપર તુટી પડશે જેથી ઉભય પક્ષને હાની થશે." આ વાસ્તવિક સૂચના ત્રીજા માળના રક્ષકે સ્વીકારી. અને પોતાના ત્રીજા માળમાં જેટલા માણસો હતાં, તેટલાં જ મનુષ્યોને ચોથા માળ

ઉપરથી ઉતારવાની રજા આપી. હવ
ભરાવો વધ્યો, જેથી ત્રીજો માળ ત્રુટવા લા
જેટલા મનુષ્યો હતાં તેટલાં ત્રીજા માળમાંથી ઉ
આવ્યાં. હવે ત્રીજો માળ ભયમુક્ત થયો. બીજા નો
ભરાવો થતાં, બીજો ત્રુટવા લાગ્યો, ત્યારે પહેલા જેટલાં
માણસો હતાં તેટલાં માણસો બીજા માળ ઉપરથી ઉ પહેલા
માળમાં આવ્યાં. હવે બીજો માળ ભયમૂક્ત થયો. હવે નદીનાં પૂર
ઉતરી ગયાં એથી બધા નગરજનનાં જીવ બચ્યાં. છેવટે તપાસ કરી
તો ચારે ભોં ઉપર માણસોની સંખ્યા સરખી થઇ. હવે દીવસ ઉગતાં
સૌ નગરજનો પ્રભુનો પાડ માની પોતાને ઘેર ગયાં. કહો ત્યારે
શરૂઆતમાં દરેક માળ ઉપરે કેટલા કેટલા માણસો હતા ?

ખુલાસો પૂર્ણાંક રીતે.

આ દાખલામાં પ્રથમ ચોથે માળથી માણસોની અદલાબદલી થાય છે તે પહેલે માળે પૂરી થાય છે. જેથી રીતમાં પ્રથમ ૧ લો માળ. અને છેલ્લો ચોથો માળ સમજવો. હવે આ દાખલાની ચાવી છેલ્લેથી લગાડવી એટલે પહેલે માળથી લગાડવી શરૂ કરવી.

જ્યારે અદલાબદલી કરવી બંધ થાય છે ત્યારે ચારે માળમાં એક સરખા માણસો ૧૦૦૦) એક હજાર થાય છે. અને માળ તુટતા બંધ પડે છે. આ પ્રમાણે ૧ લા માળમાં પણ ૧૦૦૦) એક હજાર માણસો થયા. હવે શરૂઆતમાં ૧ લા માળમા જેટલા (૫૦૦) માણસો હતા તેટલા (૫૦૦) માણસો બીજો માળ તુટતો હતો ત્યારે બીજા માળમાંથી ઉતર્યા, ત્યારે પહેલા માળમાં ૧૦૦૦ માણસો થયાં.

માટે શરૂઆતમાં ૧ લા માળમાં ૫૦૦ માણસો હતા.

હવે બીજો માળ ત્રુટવા લાગ્યો ત્યારે તે ઉપરથી ૫૦૦ માણસો પહેલા માળમાં ઉતર્યા તે પછી બીજો માળ ત્રુટતો રહી ગયો અને તેમાં ૧૦૦૦ માણસો રહ્યા માટે બીજો માળ ૫૦૦ + ૧૦૦૦ = ૧૫૦૦

. લાગ્યો. આ ૧૫૦૦ માણસો થવાનું કારણ
ાળ તૂટતો હતો ત્યારે બીજા માળમાં જેટલાં
હતાં. એટલા (૭૫૦) માણસો ત્રીજા માળમાંથી
ઉ.. આવ્યાં. માટે અદલાબદલી થવા અગાઉ એટલે
વ્યાપ્ ..ુ શરૂઆતમાં બીજા માળમાં ૭૫૦ માણસો હતા.

મા. શરૂઆતમાં બીજા માળમાં ૭૫૦ માણસો હતા.

હવે ત્રીજો માળ તૂટવા લાગ્યો ત્યારે તે ઉપરથી ૭૫૦ માણસો બીજા માળમાં ઉતર્યાં પછી ત્રીજા માળમાં બધા સરખી ૧૦૦૦ ની સંખ્યા રહી. જેથી જ્યારે ત્રીજો માળ તૂટતો હતો ત્યારે તેમાં ૭૫૦ + ૧૦૦૦ = ૧૭૫૦ માણસોનો ભરાવો હતો. આટલો ભરાવો થવાનું કારણ એ કે જ્યારે ચોથો માળ તૂટતો હતો ત્યારે ત્રીજા માળમાં જેટલા (૮૭૫) માણસો હતાં. તેટલાં (૮૭૫) માણસો ચોથા ઉપરથી ઉતર્યા ત્યારે ૧૭૫૦ થયા. માટે કોઇ પણ જાતની અદલા-બદલી થવા પહેલા ત્રીજા માળમાં ૮૭૫ માણસો હતાં.

માટે શરૂઆતમાં ત્રીજા માળમાં ૮૭૫ માણસો હતાં.

હવે ચોથો માળ તૂટવા લાગ્યો ત્યારે તેની ઉપરથી ૮૭૫ માણસો ત્રીજા માળમાં ઉતર્યાં તે પછી ચોથા માળમાં ૧૦૦૦ માણસો રહ્યાં. માટે ચોથો માળ તૂટતો હતો ત્યારે ત્યાં ૮૭૫ + ૧૦૦૦ = ૧૮૭૫ માણસો હતાં. શરૂઆતમાં અદલાબદલી થવા પહેલાં ચોથા માળમાં ૧૮૭૫ હતા.

માટે શરૂઆતમાં ચોથા માળમાં ૧૮૭૫ માણસો હતા.

જવાબ:—૧ લા માળમાં ૫૦૦, ૨ જા માળમાં ૭૫૦; ૩ જા માળમાં ૮૭૫ અને ૪ થા માળમાં ૧૮૭૫ માણસો.

અપૂર્ણાંકની રીત ખુલાસો.

આ દાખલામાં કુલ વસ્તી ૪૦૦૦) ચાર હજાર માણસની કહી છે તેથી સરખે ભાગે દરેક માળમાં ૧૦૦૦) માણસ થયા. આ

હજારની સંખ્યા જ્ઞાત થઇ જવાથી દાખલાની રીત બહુ જ સહેલી થઇ જાય છે. હવે જો છેવટે બધા સરખા થયા તે સંખ્યા જ્ઞાત ન હોય ત્યારે આપણે તે માટે ૧ ધારવો. જ્યાં કુલ ૪૦૦૦) માણસની વસ્તી કહી છે. ત્યાં ગામની વસ્તી મોભમ રાખવી. અને છેવટે બધા માળમાં સરખા થયા.

૧ લા માળમાં:

છેવટે ૧ ની સંખ્યા રહી. કારણ જ્યારે બીજું માળ તુટવા લાગ્યું ત્યારે ૧ લા માળમાં જેટલા ($\frac{૧}{૨}$) માણસો હતા. એટલા $\frac{૧}{૨}$ માણસો બીજામાંથી ૧ લામાં આવ્યા ત્યારે ૧ લામાં ૧ ની સંખ્યા થઇ. માટે કોઇ પણ જાતની આપલે થયા પહેલાં એટલે શરૂઆતમાં પહેલા માળમાં $\frac{૧}{૨}$ સંખ્યા હતી.

નિર્ણય:—શરૂઆતમાં ૧ લા માળમાં $\frac{૧}{૨}$ સંખ્યા હતી.

૨ જા માળમાં:—

બીજો માળ તુટવા લાગ્યો ત્યારે $\frac{૧}{૨}$ માણસો તે માળમાંથી ઉતર્યા પછી બીજા માળમાં ૧ ની સંખ્યા રહી. એટલે બીજો માળ તુટતો હતો ત્યારે બીજા માળમાં ૧ + $\frac{૧}{૨}$ = $\frac{૩}{૨}$ ની સંખ્યા હતી. હવે જ્યારે ત્રીજો માળ તુટતો હતો ત્યારે બીજા માળમાં જેટલા ($\frac{૩}{૪}$) માણસો હતા તેટલા ($\frac{૩}{૪}$) માણસો ત્રીજામાંથી બીજામાં આવ્યા ત્યારે બીજામાં $\frac{૩}{૨}$ ની સંખ્યા થઇ. હવે કોઇ પણ જાતની આપલે થઇ તે પહેલાં બીજા માળમાં $\frac{૩}{૪}$ માણસોની સંખ્યા હતી.

નિર્ણય:—શરૂઆતમાં ૨ જા માળમાં $\frac{૩}{૪}$ સંખ્યા હતી.

૩ જા માળમાં:—

ત્રીજો માળ તુટવા લાગ્યો ત્યારે $\frac{૩}{૪}$ માણસો તે માળમાંથી ઉતર્યા. પછી ત્રીજા માળમાં ૧ ની સંખ્યા રહી એટલે ત્રીજો માળ તુટતો હતો ત્યારે ત્રીજા માળમાં ૧ + $\frac{૩}{૪}$ = $\frac{૭}{૪}$ ની સંખ્યા હતી. હવે જ્યારે ચોથો માળ તુટતો હતો ત્યારે ત્રીજા માળમાં જેટલા $\frac{૭}{૮}$ માણસો હતા

તેટલા $\frac{૭}{૮}$ ચેાથા માળમાંથી આવ્યા ત્યારે ત્રીજા માળમાં $\frac{૭}{૪}$ ની સંખ્યા થઇ માટે.

નિર્ણય:—શરૂઆતમાં ૩ જા માળમાં $\frac{૭}{૮}$ ની સંખ્યા હતી.

૪ થા માળમાં:—

જ્યારે ચેાથેા માળ ત્રુટવા લાગ્યેા ત્યારે તેમાંથી $\frac{૭}{૮}$ માણસો ત્રીજામાં ઉતર્યા. એટલે કે એ માળ ત્રુટતેા હતેા ત્યારે તેમાં $\frac{૭}{૮}+૧$ $=\frac{૧૫}{૮}$ ની સંખ્યા હતી. એટલે શરૂઆતમાં ચેાથા માળમાં $\frac{૧૫}{૮}$ ની સંખ્યા હતી. માટે

જવાબ ચેાથા માળમાં $\frac{૧૫}{૮}$; ત્રીજામાં $\frac{૭}{૮}$; બીજામાં $\frac{૩}{૪}$ અને પહેલામાં $\frac{૧}{૨}$. તેનું પૂર્ણાંક રૂપ ૪ થા માં ૧૫; ત્રીજામાં ૭; બીજામાં ૬ અને પહેલામાં ૪.

વધુ વિવેચન.

આ પ્રમાણે આવા દાખલામાં ગમે તેટલા માળ કલ્યા હેાય તેા પણ ઉપર બતાવેલી એ રીત પ્રમાણે જવાબ લાવી શકાય. આ નીચે વ્યાખ્યાની ટુંક મતલબ અને જવાબ આપ્યા છે. જીજ્ઞાસુએાએ સ્વયં રીત કરી જેવી.

વ્યાખ્યા ૧ લી: કુલ માળ ૯ છે. વ્યાખ્યા એની એ તે નવ માળને લાગુ પાડવી.

વસ્તીની સંખ્યા અજ્ઞાત છે. ત્યારે શરૂઆતમાં નવેમાળમાં કેટલા માણસેા હતાં તે કહેા ?

રીત: અપૂર્ણાંકની.

(નવમા માળમાં) $\frac{૫૧૧}{૨૫૬}$; ૮ મા માળમાં $\frac{૨૫૫}{૨૫૬}$; ૭ મા માળમાં $\frac{૧૨૭}{૧૨૮}$; છઠ્ઠા માળમાં $\frac{૬૩}{૬૪}$; પાંચમાં માળમાં $\frac{૩૧}{૩૨}$; ચેાથા માળમાં $\frac{૧૫}{૧૬}$; ત્રીજા માળમાં $\frac{૭}{૮}$; ૨જા માળમાં $\frac{૩}{૪}$ અને પહેલા માળમાં $\frac{૧}{૨}$ આવ્યા.

હવે ઉપર જે અપૂર્ણાંકના આંક છે. તેને સાદુ રૂપ આપવાથી પૂર્ણાંક જવાબ આવી શકશે.

પૂર્ણાંક:—

૯ માં માળમાં ૫૧૧; ૮ માં માળમાં ૨૫૫; ૭ માં માળમાં ૨૫૪; ૬ ઠ્ઠા માળમાં ૨૫૨; ૫ માં માળમાં ૨૪૮; ૪ થા માળમાં ૨૪૦; ૩ જા માળમાં ૨૨૪; ૨ જા માળમાં ૧૯૨; અને ૧ લા માળમાં ૧૨૮;

આ દાખલાની ચાવી એટલીજ છે કે જેટલા માળ હોય તેનાથી ૧ કમી જેટલા ૨ ના ઘાત કરવા. આમાં માળ ૯ છે, માટે ૯−૧=૮ હવે ૨ ના ૮ ઘાત કરવા એટલે આવશે ૨૫૬. આટલી સંખ્યા છેવટે, બધામાં સરખી આવી. તે ઉપરથી પહેલા માળમાં ૨૫૬ ÷ ૨ = ૧૨૮ આવ્યા. આ સંખ્યા જાત થાય તો તે ઉપરથી બીજામાળની સંખ્યા નક્કી થવામાં વાર નહીં લાગે.

વ્યાખ્યા બીજી.

વ્યાખ્યા મૂળ દાખલા પ્રમાણે કુલ માળની સંખ્યા ૮ છે તો શરૂઆતમાં દરેક માળ ઉપર કેટલા માણસો હતા.

રીત.

જવાબ

અપૂર્ણાંક:	૮મો. માળ	૭મો. માળ	૬ઠ્ઠો. માળ	૫મો. માળ	૪થો. માળ	૩જો. માળ	૨જો. માળ	૧લો. માળ
	$\frac{૨૫૫}{૧૨૮}$;	$\frac{૧૨૭}{૧૨૮}$;	$\frac{૬૩}{૬૪}$;	$\frac{૩૧}{૩૨}$;	$\frac{૧૫}{૧૬}$;	$\frac{૭}{૮}$;	$\frac{૩}{૪}$;	$\frac{૧}{૨}$:
પૂર્ણાંક:	૨૫૫:	૧૨૭:	૧૨૬;	૧૨૪;	૧૨૦:	૧૧૨:	૯૬;	૬૪

વ્યાખ્યા ૩ જી.

મૂળ દાખલા પ્રમાણે વ્યાખ્યા સમજવી. કુલ માળ ૭ છે. ત્યારે દરેક માળમા શરૂઆતમાં કેટલા માણસો હતા.

જવાબ

અપૂર્ણાંક:	૭ મો માળ	૬ ઠ્ઠો માળ	૫ મો માળ	૪ થો માળ	૩ જો માળ	૨ જો માળ	૧ લો માળ
	$\frac{૧૨૭}{૬૪}$;	$\frac{૬૩}{૬૪}$:	$\frac{૩૧}{૩૨}$:	$\frac{૧૫}{૧૬}$:	$\frac{૭}{૮}$;	$\frac{૩}{૪}$;	$\frac{૧}{૨}$:
પૂર્ણાંક	૧૨૭;	૬૩;	૬૨;	૬૦;	૫૬;	૪૮;	૩૨.

વ્યાખ્યા ૪ થી.

આની વ્યાખ્યા મૂળ દાખલા પ્રમાણે સમજવી. કુલ માળ ૬ છે. ત્યારે દરેક માળમાં શરૂઆતમાં કેટલા માણસો હતા.

જવાબ						
અપૂર્ણાંક.	૬ઠ્ઠોમાળ	પમોમાળ	૪થોમાળ	૩જોમાળ	૨જોમાળ	૧લોમાળ
	૬૩/૩૨;	૩૧/૩૨;	૧૫/૧૬;	૭/૮;	૩/૪;	૧/૨;
પૂર્ણાંક.	૬૩;	૩૧;	૩૦;	૨૮;	૨૪;	૧૬;

વ્યાખ્યા ૫ મી.

આની વ્યાખ્યા મૂળ દાખલા પ્રમાણે સમજવી. કુલ માળ ૫ છે. ત્યારે દરેક માળમાં શરૂઆતમાં કેટલા માણસો હતા.

જવાબ					
અપૂર્ણાંક.	પમો માળ;	૪થો માળ;	૩જો માળ;	૨જો માળ;	૧લો માળ
	૩૧/૧૬;	૧૫/૧૬;	૭/૮;	૩/૪;	૧/૨;
પૂર્ણાંક	૩૧;	૧૫;	૧૪;	૧૨;	૮;

વ્યાખ્યા ૬ ઠ્ઠી.

આની વ્યાખ્યા મૂળ દાખલા પ્રમાણે સમજવી. કુલ માળ ૪ છે. ત્યારે દરેક માળમાં શરૂઆતમાં કેટલા માણસો હતા.

જવાબ				
અપૂર્ણાંક	૪ થો માળ;	૩ જો માળ;	૨ જો માળ;	૧ લો માળ.
	૧૫/૮;	૭/૮;	૩/૪;	૧/૨;
પૂર્ણાંક	૧૫;	૭;	૬;	૪;

ત્રણ માળ હોય ત્યારે ૭/૪; ૩/૪; ૧/૨ — **વ્યાખ્યા ૭ મી.** — ૭; ૩; ૨

બે માળ હોય ત્યારે ૩/૨; ૧/૨; — **વ્યાખ્યા ૮ મી.** — ૩; ૧.

ઉપર પ્રમાણે ૮ વ્યાખ્યા આપી છે. તેની રીત બતાવી નથી કારણ સુજ્ઞ વાંચનારાએ પોતે કરી લેવી. જવાબ બે રીતે આપ્યા છે. જવાબમાં જે અંશ છેદ આવ્યા છે તેમાં એકજ નિયમ જળવાયેલો જોવામાં આવે છે. પ્રથમ પહેલા માળના જવાબમાં છેદ સ્થાને

૨ આવે છે. બીજા માળના છેદ સ્થાનમાં ૨ ના વર્ગ ૪ આવે છે. ત્રીજા માળના છેદમાં ૨ ના ત્રણ ઘાત ૮ આવે છે. એમ ક્રમવાર જેમ જેમ માળની સંખ્યા વધતી જાય તેમ તેમ ૨ ના ઘાત વધતા જાય અને છેવટે છેલ્લા માળના જવાબમાં છેદસ્થાનનો આંક સૌથી છેલ્લા માળથી આગળના માળના જવાબમાં આવેલ છેદસ્થાનનોજ આંક છે તેજ આંક આવે. હવે અંશસ્થાનમાં પહેલા માળના જવાબમાં પ્રથમ ૧ આવે છે. પછી બીજા માળના જવાબમાં અંશસ્થાને ૧ ના બમણા ૨ + ૧ = એટલે ૩ આવે છે; પછી ત્રીજા માળના જવાબમાં અંશ-સ્થાને, બીજા માળના જવાબના અંશસ્થાનવાળા ૩ ના બમણા + ૧ એટલે ૭ આવે છે. આ પ્રમાણે ક્રમવાર આવતા માળના જવાબમાં અંશસ્થાને આવનાર આંક પોતાથી આગળના આંકથી બમણા + ૧ ના પ્રમાણમાં આવતા જાય છે.

અજાયબ ચોરસ ખંડોના કોઠાની ભરતી.

દાખલો ૧૩૯ મો.

અ	બ	ક
ડ	ઈ	ફ
જ	ચ	છ

એક મોટો ચોરસ બનાવવો. અને તેની અંદરપેટા ચોરસ બનાવવા. અને તેમાં એવી રીતે ક્રમવાર ચડતા આંક મૂકવા કે તેનો સરવાળો આડો, ઉભો, તીરકસ જેમ કરીએ તેમ એક સરખો આવે. ધારો કે મારજીનમાં બતાવેલ એક મૂળ ચોરસ કોઠો છે તેની અંદર પેટા ચોરસ ૯ ખંડ છે. એ ૯ ખંડમાં ૧ થી ૯ સુધીના આંકડા એવી રીતે મૂકવા, કે તેનો સરવાળો ઉભી હારમાં એટલે અ, ડ, જ; તર-ફની બાજુએ; બ, ઈ, ચની બાજુએ, અને ક, ફ, છ, ની બાજુએ એમ ત્રણ રીતે એક સરખો આવે. વળી તેવીજ રીતે આડી ત્રણ હારમાં એટલે અ, બ, ક; ડ, ઇ, ફ; જ, ચ, છઃ એમ ત્રણ રીતે આડો સરવાળો પણ સરખો આવે (આમાં જેટલા આડા સરવાળા થાય તેટલાજ ઉભા સરવાળા આવે) અને બે તિરકસ સરવાળા

આવે. જેમકે અ, ઇ, છ, અને જ, ઇ, ક, એમ બે તિરકસ આવે. આ પેટા ચોરસ ખંડોમાં બધા ક્રમવાર આંકડા આવે. એકનો એક આંક બેવાર ન આવે, તેમજ કોઇ આંક આવવા વગર રહી ન જવો જોઇએ. આવા ચોરસ કોઠામાં પેટા ચોરસ ખંડની સંખ્યા, એકી હોવી જોઇએ. બેકી ન જોઇએ. જો ૩ ઉભી અને ૩ આડી હાર હોય તો પેટાખંડ ૯ થાય; પાંચ ઉભી અને પાંચ આડી હાર હોય તો પેટા ખંડ (૫ × ૫) = ૨૫ થાય; ૭ ઉભી અને ૭ આડી હોય તો પેટાખંડ (૭×૭) = ૪૯ થાય અને ૯ ઉભી અને ૯ આડી હાર હોય તો (૯×૯) = ૮૧ થાય. આ પ્રમાણે આગળ વધવું હોય તો તે પ્રમાણે સમજી લેવું.

કોઠા ભરવાની રીત નીચે પ્રમાણે.

આ રીતના દાખલામાં આપણે સાત ઉભી અને સાત આડી હાર કરીએ તો તેની અંદર ૪૯ પેટા ખંડ થાય. આમાં ૭ ઉભા સરવાળા, ૭ આડા સરવાળા, અને ૨ તિરકસ સરવાળા. એમ કુલ ૧૬ સરવાળા, એક સરખા આવવાના. એ સરવાળો ૧૭૫ આવશે. આવી રીતે સરવાળો આગળથી કહી દેવાની રીત એ છે કે જેટલા પેટા ખંડ હોય તેટલાજ આંક આવે એ વાત સ્પષ્ટ છે. તેથી આ ૪૯ ખંડમાં ૧ થી ૪૯ સુધીનાં આંક આવશે. હવે ૧ અને ૪૯ ની વચ્ચેનો આંક ૨૫ છે. કારણ તેથી આગળ ચોવીસ આંક છે અને તેથી પાછળ પણ ચોવીસ આંક છે. આમ વચ્ચેનો આંક ૨૫ નક્કી થાય પછી તેને જેટલી (૭) ઉભી અથવા આડી હાર હોય તેથી ગુણવા. એટલે આવશે ૨૫ × ૭ = ૧૭૫.

જો ૩ હારનો ચોરસ હોય તો તેમાં ૧ થી ૯ સુધીનાં આંક આવે. તેની વચ્ચેનો આંક ૫ છે માટે ૫ × ૩ = ૧૫. માટે તેમાં દરેક તરફનો સરવાળો ૧૫ આવવાનો.

જો ૫ હાર આડી અને ૫ હાર ઉભાનો કોઠો હોય તો તેમાં ૧ થી ૨૫ સુધીના આંક આવે. તેની વચ્ચેનો આંક ૧૩ છે માટે ૧૩ × ૫ = ૬૫ તે દરેક હારનો સરવાળો સમજવો.

જો ૯ હાર આડી અને ૯ હાર ઉભીનો કોઠો હોય તો તેમાં ૧ થી ૮૧ સુધીનો આંક આવે. તેની વચ્ચેનો આંક ૪૧ આવે. હાર ૯ છે માટે ૪૧ × ૯ = ૩૬૯ આવ્યા. માટે દરેક હારનો સરવાળો ૩૬૯ આવે.

આ પ્રમાણે બધી રીત સમજવી. આ દાખલામાં આપણે આ ચાર કોઠા બનાવવા માગીએ છીએ. માટે આ નીચે ચાર ઉદાહરણ આપ્યાં છે.

હવે આંકડા ભરવાના મૂળ મુદ્દા ઉપરે આવીએ. આ નીચેના કોઠામાં સાત આડા અને સાત ઉભા અને ૨ તિરકસ એમ કુલ ૧૬ સરવાળા, એક સરખા થવાના છે.

આમાં ૧ થી ૪૯ સુધીના તમામ આંક એક વાર આવવા જ જોઇએ. કોઇ પણ એક આંક બે વાર ન આવવો જોઇએ તેમ જ કોઇ પણ એક આંક આવવા વગર રહી ન જવો જોઇએ.

૩૦	૩૯	૪૮	૧	૧૦	૧૯	૨૮
૩૮	૪૭	૭	૯	૧૮	૨૭	૨૯
૪૬	૬	૮	૧૭	૨૬	૩૫	૩૭
૫	૧૪	૧૬	૨૫	૩૪	૩૬	૪૫
૧૩	૧૫	૨૪	૩૩	૪૨	૪૪	૪
૨૧	૨૩	૩૨	૪૧	૪૩	૩	૧૨
૨૨	૩૧	૪૦	૪૯	૨	૧૧	૨૦

પ્રથમ સૌથી ઉપરની આડી સીધી હારમાં જેટલા (૭) પેટા ચોરસ ખંડ હોય તેના મધ્યમાં (એટલે ૪ થા ખંડમાં તેનું કારણ ડાબી તરફ ૩ ખંડ ખાલી રહે અને જમણી તરફ પણ ત્રણ ખંડ રહે) આવેલા ૪ થા ખંડમાં ૧ મૂકો. આ ઉપરથી એવો નિર્ણય થાય છે કે આડી હારમાં એકી ચોરસ ખંડ હોવા જોઇએ. એકી હોય તો મધ્ય ખંડ નીકળી શકે નહીં.

જે ખંડમાં ૧ નો આંક મૂકાયો તે ખંડની નીચે સીધી ઉભી હારમાં સૌથી નીચેના ખંડની જમણી બાજુએ આવેલા ચોરસની અંદર ૨ (બે) નો આંક મૂકવો.

જ્યાં ૨ નો આંક મૂકાયો છે, તે ખંડના ઇશાન ખૂણામાં

તિરકસ બાજુએ ઉંચે ચડતાં બે ખાલી ચોરસખંડ આવેલા છે, તેમાં ક્રમવાર ૩ અને ૪ મૂકયા. હવે જ્યાં ૪ મૂકાયા ત્યાં મૂળ ચોરસ કોઠાની મર્યાદા પૂરી થાય છે. (જો હજુ એ બાજુએ તિરકસ ઇશાન ખૂણામાં ઉંચે ચડતાં વધારાના ખાલી ખંડો હોય તો ૪ પછીના ક્રમવાર આંકડા મૂકી શકાય.)

જ્યાં ૪ નો આંક મૂકાયો છે, ત્યાંથી આગળ વધવું અશકય છે, જેથી જે ખંડમાં ૪ નો આંક છે, ત્યાંથી ડાબી તરફ સીધી આડી હારમાં સૌથી છેલ્લા ખંડની ઉપરના ખંડમાં ૫ નો આંક મૂકવો. જ્યાં ૫ નો આંક મૂકાયો છે તે ખંડના ઇશાન ખૂણામાં તિરકસ લાઇને ઉંચે ચડતાં બે ખંડ ખાલી છે. તેમાં ક્રમવાર ૬ અને ૭ મૂકવા. પછી આગળ ઇશાન ખૂણા તરફ તિરકસ ઉંચે ચલાશે નહીં કારણ ત્યાં પ્રથમથી જ ૧ નો આંક આવી ગયો છે. હવે જ્યાં ૭ નો આંક મૂકયો છે, ત્યાં નીચેના ખંડમાં ૮ નો આંક મૂકવો. પછી તે ખંડના ઇશાન ખૂણા તરફ તિરકસ લાઇને ઉંચે ચડતાં બે ખંડ ખાલી છે તેમાં ક્રમવાર ૯ અને ૧૦ મૂકવા.

૧૦ નો આંક સૌથી ઉપરની આડી હારમાં ૧ ની પડોસમાં જમણી તરફના ખંડમાં આવેલ છે. જ્યારે કોઇ પણ આંક સૌથી ઉપરની આડી હારમાં આવે ત્યારે તે પછીનો આંક તે ખંડની નીચે ઉભી સીધી હારમાં સૌથી છેલ્લા ખંડની જમણી બાજુના ખંડમાં મૂકાય. આ વીગત ૨ નો આંક પૂરતી વખતે સમજાવી છે. અને હવે પછી જરૂર પડતાં તેનો ઉપયોગ કરવો.

ગણિતના આચાર્યોએ આવા નિયમ ઘડતી વખતે અસ્તોદયના નિયમથી પૂરા વાકેફ હોવા જોઇએ. કારણ દરેક બાબતમાં ચડવું અને ઉતરવું એ સ્વાભાવિક હોય છે. આ નિયમને અનુસરી જ્યારે સૌથી ઉપરની હારમાં આંક મૂકાય ત્યાર પછી તે આંકની નીચે સૌથી છેલ્લા ખંડની જમણી બાજુના ખંડમાં તે પછીનો આંક મૂકાય. ફરી ત્યાંથી ઇશાન ખૂણા તરફ તિરકસ ઉંચે ચડવાનું થાય. આમ ચડઉતર થયા જ કરે છે. અસ્તુ!

૧૦ નો આંક મૂકાયા પછી ૧૧ નો આંક ઉપર બતાવેલા નિયમ પ્રમાણે મૂકયો. ત્યાંથી ઇશાન ખૂણા તરફ તિરકસ લાઇનમાં ચડતાં એક જ ખાલી ખંડ છે ત્યાં ૧૨ નો આંક મૂકયો. વળી આંહી મૂળ કોઠાની મર્યાદા પૂરી થાય છે. માટે જ્યાં ૧૨ નો આંક છે, તે ખંડની ડાબી બાજુએ સીધી આડી હારમાં સૌથી છેલ્લા ખંડની ઉપરના ખંડમાં ૧૩ નો આંક મૂકયો ત્યાંથી ઇશાન ખૂણા તરફ તિરકસ ઉંચે એક ખાલી ખંડ છે તેમાં ૧૪ નો આંક મૂકયો. હવે આગળ વધી શકાય એમ નથી. માટે જ્યાં ૧૪ છે, તેની નીચેના ખંડમાં ૧૫ મૂકો. હવે ઇશાન ખૂણા તરફ તિરકસ લાઇને ઉંચે ચડતાં ચાર ખાલી ખંડ છે તેમાં ક્રમવાર ૧૬; ૧૭; ૧૮ અને ૧૯; મૂકો. ૨ અને ૧૧ ના આંક મૂકયા. એ નિયમે ૧૯ પછીનો આંક ૨૦ મૂકો. વળી મૂળ કોઠાની મર્યાદા પૂરી થાય છે. માટે માનસહીત ડાબી સીધી હારમાં પાછા હટતાં સૌથી છેલ્લા ખંડની ઉપરના ખંડમાં ૨૧ મૂકયા. ત્યાર પછી ઇશાન ખૂણા તરફ તિરકસ લાઇને ઉંચે ચડવાની જગ્યા નથી. તેથી તે નીચેના ખંડમાં ૨૨ મૂકયા. હવે ત્યાંથી આગળ વધવા ઇશાન ખૂણા તરફ તિરકસ સીધી લાઇનમાં બધા ખંડો ખાલી છે માટે તેમાં ક્રમવાર આંક ૨૩; ૨૪; ૨૫; ૨૬; ૨૭ અને ૨૮ મૂકો.

હવે જ્યાં ૨૮ નો આંક છે, ત્યાં મૂળ કોઠાની મર્યાદા પૂરી થાય છે. તેમ જ ૧; ૧૦; ૧૯ પછી અનુક્રમે, ૨; ૧૧; અને ૨૦ મૂકયા એ નિયમ પ્રમાણે ૨૦ ની બાજુમાં બીજો ખંડ જમણી તરફ ખાલી નથી કારણ કે ત્યાં પણ કોઠાની મર્યાદા પૂરી થાય છે. તેથી ૨૮ પછીનો આંક ૨૯ તે નીચેના ખંડમાં મૂકવો. સૌથી ઉપરની આડી હારમાં જમણી તરફનો સૌથી છેલ્લો ખંડ ભરાઈ જાય ત્યારે તે પછીનો આંક, નીચેના ખંડમાં મૂકવો. આ વાત ખાસ ધ્યાનમાં રાખવી. કારણ આ સ્થળે ભુલ થવા સંભવ છે.

૨૯ નો આંક જે ખંડમાં છે, તેની ડાબી બાજુએ સૌથી છેલ્લા ખંડની ઉપરના ખંડમાં ૩૦ નો આંક મૂકવો અને ૨; ૧૧; અને ૨૦ ના આંક જે નિયમે મૂકાયા છે, તે નિયમે ૩૧ નો આંક મૂકવો. ફરી ત્યાંથી ઇશાન ખૂણા તરફ તિરકસ લાઇને ઉંચે ચડતાં ચાર ખાલી ખંડ છે, તેમાં ક્રમવાર ૩૨; ૩૩; ૩૪; અને ૩૫ મૂકવા. ૩૫ ની નીચે ૩૬ નો આંક મૂકવો અને પછી ઇશાન ખૂણા ઉપરે

આવેલ ખંડમાં ૩૭ નો આંક મૂકવો. ત્યાંથી ડાબી બાજુ તરફ પાછળ હટવાના નિયમને અનુસરી છેલ્લા ખંડની ઉપરના ખંડમાં ૩૮ નો આંક મૂકવો અને પછી ઇશાન ખૂણાની ઉપરના ખંડમાં ૩૯ નો આંક મૂકવો. વળી પછી નીચે ઉતરવાના નિયમને અનુસરી ૩૧ ની જમણી બાજુના ખંડમાં ૪૦ નો આંક મૂકવો. પછી ઇશાન ખૂણા તરફ તિરકસ ઉંચે બે ખાલી ખંડ છે ત્યાં ૪૧ અને ૪૨ મૂકો. પછી ૪૨ ના નીચેના ખંડમાં ૪૩ મૂકો અને પછી ઇશાન ખૂણા તરફ તિરકસ ઉંચે બે ખાલી ખંડ છે ત્યાં ૪૪ અને ૪૫ મૂકો.

ત્યાંથી ડાબી તરફ પાછા હટતાં સૌથી છેલ્લા ખંડની ઉપરના ખંડમાં ૪૬ મૂકો અને ત્યાંથી ઇશાન ખૂણા તરફ તિરકસ ઉંચે ચડતાં બે ખાલી ખંડ છે ત્યાં ૪૭ અને ૪૮ મૂકો. ત્યાંથી નીચે ઉતરવાના નિયમ પ્રમાણે ૪૦ ની જમણી તરફના ખંડમાં ૪૯ મૂકો.

આ રીતે બધાએ ખંડોમાં ૧ થી ૪૯ સુધીના આંક આવી ગયા છે. તેમાં એકનો એક આંકડો બે વાર નથી આવ્યો. તેમ જ કોઇ આંક આવ્યા વગર રહી ગયો નથી.

૩ નો કોઠો

૮	૧	૬
૩	૫	૭
૪	૯	૨

ત્રણ આડી અને ત્રણ ઉભા હારનો કોઠો આનો સરવાળો ૧૫ છે.

૫ આડી અને ૫ ઉભી હાર

૫ નો કોઠો

૧૭	૨૪	૧	૮	૧૫
૨૩	૫	૭	૧૪	૧૬
૪	૬	૧૩	૨૦	૨૨
૧૦	૧૨	૧૯	૨૧	૩
૧૧	૧૮	૨૫	૨	૯

સરવાળો ૬૫ છે

૪૭	૫૮	૬૯	૮૦	૧	૧૨	૨૩	૩૪	૪૫
૫૭	૬૮	૭૯	૯	૧૧	૨૨	૩૩	૪૪	૪૬
૬૭	૭૮	૮	૧૦	૨૧	૩૨	૪૩	૫૪	૫૬
૭૭	૭	૧૮	૨૦	૩૧	૪૨	૫૩	૫૫	૬૬
૬	૧૭	૧૯	૩૦	૪૧	૫૨	૬૩	૬૫	૭૬
૧૬	૨૭	૨૯	૪૦	૫૧	૬૨	૬૪	૭૫	૫
૨૬	૨૮	૩૯	૫૦	૬૧	૭૨	૭૪	૪	૧૫
૩૬	૩૮	૪૯	૬૦	૭૧	૭૩	૩	૧૪	૨૫
૩૭	૪૮	૫૯	૭૦	૮૧	૨	૧૩	૨૪	૩૫

ઉપર જે રીતથી આંક મૂકી ખંડભરતી કરવાની રીત બતાવી છે તેથી થોડા ફેરફારવાળી બીજી રીત છેઃ જેમ આપણે પ્રથમ સૌથી ઉપરની હારમાં આંક મૂકી પછી સીધી હારમાં નીચે આવી

સૌથી છેલ્લા ખંડની જમણી બાજુના ખંડમાં આંક મૂકી, ઈશાન ખૂણા તરફ તિરકસ ઉંચ્ચે ચડતા જઇએ છીએ તેમ આ બીજી રીતમાં સૌથી ઉપરની આડી હારમાં આંક મૂકયા પછી સીધી હારમાં સૌથી નીચે આવી ડાબી તરફના ખંડમાં આંક મૂકવો અને પછી ઈશાન ખૂણાની બદલીમાં વાયવ્ય ખૂણા તરફ તિરકસ ઉંચ્ચે ચડવું. અને આગળ આપણે માન સહીત ડાબી બાજુ તરફ પાછા હઠીએ છીએ તે બદલ જમણા હાથ તરફ માન સહીત પાછા હઠવું. બાકીના નિયમ એના એ સમજવા. સ્થળસંકોચના લીધે માત્ર કોઠા ભરી બતાવ્યા છે. વીગતવાર રીત સમજાવી નથી.

૩ નો કોઠો

૬	૧	૮
૭	૫	૩
૨	૯	૪

ડાબી રીત વાપરી

૫ નો કોઠો

૧૫	૮	૧	૨૪	૧૭
૧૬	૧૪	૭	૫	૨૩
૨૨	૨૦	૧૩	૬	૪
૩	૨૧	૧૯	૧૨	૧૦
૯	૨	૨૫	૧૮	૧૧

બીજી રીત વાપરી છે.

બીજી રીત ૭ નો કોઠો

બીજી રીત વાપરી છે

૨૮	૧૯	૧૦	૧	૪૮	૩૯	૩૦
૨૯	૨૭	૧૮	૯	૭	૪૭	૩૮
૩૭	૩૫	૨૬	૧૭	૮	૬	૪૬
૪૫	૩૬	૩૪	૨૫	૧૬	૧૪	૫
૪	૪૪	૪૨	૩૩	૨૪	૧૫	૧૩
૧૨	૩	૪૩	૪૧	૩૨	૨૩	૨૧
૨૦	૧૧	૨	૪૯	૪૦	૩૧	૨૨

૯ નો કોઠો

૪૫	૩૪	૨૩	૧૨	૧	૮૦	૬૯	૫૮	૪૭
૪૬	૪૪	૩૩	૨૨	૧૧	૯	૭૯	૬૮	૫૭
૫૬	૫૪	૪૩	૩૨	૨૧	૧૦	૮	૭૮	૬૭
૬૬	૫૫	૫૩	૪૨	૩૧	૨૦	૧૮	૭	૭૭
૭૬	૬૫	૬૩	૫૨	૪૧	૩૦	૧૯	૧૭	૬
૫	૭૫	૬૪	૬૨	૫૧	૪૦	૨૯	૨૭	૧૬
૧૫	૪	૭૪	૭૨	૬૧	૫૦	૩૯	૨૮	૨૬
૨૫	૧૪	૩	૭૩	૭૧	૬૦	૪૯	૩૮	૩૬
૩૫	૨૪	૧૩	૨	૮૧	૭૦	૫૯	૪૮	૩૭

આ ઉપરાંત નવનો કોઠો ભરવાની બીજી ઘણી રીતો છે. એક રીતે નવ તે ત્રણનો વર્ગ છે. ત્રણના કોઠામાં કુલ ૯ આંક આવે ત્યારે ૯ ના કોઠામાં ૮૧ આંક આવે

તેવી જ રીતે ૫ ના કોઠા ઉપરથી ૨૫ નો કોઠો બને. ૫ ના કોઠામાં કુલ આંકડા ૨૫ આવે ત્યારે ૨૫ ના કોઠામાં ૬૨૫ આંકડા આવે. સાતના કોઠામાં ૪૯ આંકડા આવે ત્યારે ૪૯ ના કોઠામાં ૨૪૦૧ આંકડા આવે. હવે ૨૫ અને ૪૯ ના કોઠા કરવા ધારીએ તો બહુ વખત લાગે અને કદાચ કંટાળો આવે. માટે ૩ ના વર્ગે ૯. આ નવનો કોઠો ઉપર બતાવેલ બે રીતો ઉપરાંત બીજી રીતોથી પણ થઈ શકે છે. તે રીતો નીચે બતાવી છે.

ત્રીજી રીત

૭૧	૬૪	૬૯	૮	૧	૬	૫૩	૪૬	૫૧
૬૬	૬૮	૭૦	૩	૫	૭	૪૮	૫૦	૫૨
૬૭	૭૨	૬૫	૪	૯	૨	૪૯	૫૪	૪૭
૨૬	૧૯	૨૪	૪૪	૩૭	૪૨	૬૨	૫૫	૬૦
૨૧	૨૩	૨૫	૩૯	૪૧	૪૩	૫૭	૫૯	૬૧
૨૨	૨૭	૨૦	૪૦	૪૫	૩૮	૫૮	૬૩	૫૬
૩૫	૨૮	૩૩	૮૦	૭૩	૭૮	૧૭	૧૦	૧૫
૩૦	૩૨	૩૪	૭૫	૭૭	૭૯	૧૨	૧૪	૧૬
૩૧	૩૬	૨૯	૭૬	૮૧	૭૪	૧૩	૧૮	૧૧

ચોથી રીત

૫૩	૪૬	૫૧	૮	૧	૬	૭૧	૬૪	૬૯
૪૮	૫૦	૫૨	૩	૫	૭	૬૬	૬૮	૭૦
૪૯	૫૪	૪૭	૪	૯	૨	૬૭	૭૨	૬૫
૬૨	૫૫	૬૦	૪૪	૩૭	૪૨	૨૬	૧૯	૨૪
૫૭	૫૯	૬૧	૩૯	૪૧	૪૩	૨૧	૨૩	૨૫
૫૮	૬૩	૫૬	૪૦	૪૫	૩૮	૨૨	૨૭	૨૦
૧૭	૧૦	૧૫	૮૦	૭૩	૭૮	૩૫	૨૮	૩૩
૧૨	૧૪	૧૬	૭૫	૭૭	૭૯	૩૦	૩૨	૩૪
૧૩	૧૮	૧૧	૭૬	૮૧	૭૪	૩૧	૩૬	૨૯

પાંચમી રીત

૬૯	૬૪	૭૧	૬	૧	૮	૫૧	૪૬	૫૩
૭૦	૬૮	૬૬	૭	૫	૩	૫૨	૫૦	૪૮
૬૫	૭૨	૬૭	૨	૯	૪	૪૭	૫૪	૪૯
૨૪	૧૯	૨૬	૪૨	૩૭	૪૪	૬૦	૫૫	૬૨
૨૫	૨૩	૨૧	૪૩	૪૧	૩૯	૬૧	૫૯	૫૭
૨૦	૨૭	૨૨	૩૮	૪૫	૪૦	૫૬	૬૩	૫૮
૩૩	૨૮	૩૫	૭૮	૭૩	૮૦	૧૫	૧૦	૧૭
૩૪	૩૨	૩૦	૭૯	૭૭	૭૫	૧૬	૧૪	૧૨
૨૯	૩૬	૩૧	૭૪	૮૧	૭૬	૧૧	૧૮	૧૩

છઠ્ઠી રીત

૫૧	૪૬	૫૩	૬	૧	૮	૬૯	૬૪	૭૧
૫૨	૫૦	૪૮	૭	૫	૩	૭૦	૬૮	૬૬
૪૭	૫૪	૪૯	૨	૯	૪	૬૫	૭૨	૬૭
૬૦	૫૫	૬૨	૪૨	૩૭	૪૪	૨૪	૧૯	૨૬
૬૧	૫૯	૫૭	૪૩	૪૧	૩૯	૨૫	૨૩	૨૧
૫૬	૬૩	૫૮	૩૮	૪૫	૪૦	૨૦	૨૭	૨૨
૧૫	૧૦	૧૭	૭૮	૭૩	૮૦	૩૩	૨૮	૩૫
૧૬	૧૪	૧૨	૭૯	૭૭	૭૫	૩૪	૩૨	૩૦
૧૧	૧૮	૧૩	૭૪	૮૧	૭૬	૨૯	૩૬	૩૧

આ કોઠા બનાવવામાં કાંઈ નવી વિશેષતા નથી. માત્ર આંકડાની સહેજ વારીફેરી છે. તે કોઠાનો અભ્યાસ કરવાથી સમજાશે. બધા

કોઠા સાથે મૂકવાથી બધાની જૂદી જૂદી રીત ધ્યાનમાં આવશે. અને તેમાં મળતાપણું પણ દેખાઈ આવશે.

ઉપલા કોઠાની વધુ અજાયબી

તેમાં સરવાળા બાદબાકી અને ગુણાકાર ભાગાકાર બતાવવા.

સરવાળા:—

ઉપર જે કોઠા બતાવ્યા છે, તે બધા સરવાળાના છે તે દરેકમાં આવેલ આંકડાની અદલાબદલી આપસમાં કરવાથી બાદબાકી થઈ રહેશે.

હવે આપણે ત્રણ આડી હાર અને ત્રણ ઉભી હારનાને ૩ નો કોઠો કહીશું; પાંચ આડી અને પાંચ ઉભી હારનાને ૫ નો કોઠો, તેવી જ રીતે સાતનો કોઠો અને નવનો કોઠો એ ચાર કોઠા કરી બતાવ્યા.

હવે ૩ ના કોઠાનો એક સામાન્ય સરવાળો ૧૫ આવે છે. ૫ ના કોઠાનો ૬૫; સાતના કોઠાનો ૧૭૬; અને નવના કોઠાનો ૩૬૯ આવે છે. એ આપણે જાણીએ છીએ.

એ આંકડા કયા કયા આવે તે અગાઉથી એટલે ધોરણસર સરવાળો કર્યા વગર કહી શકાય તેની રીત.

હવે ૩ ના કોઠામાં ૧ થી ૯ ના આંક છે. આ નવ આંકડામાં વચ્ચેનો આંક ૫ કહેવાય કારણ એ ૫ ની આગળ ચાર આંક અને પાછળ પણ ૪ આંક છે. હવે કોઠો ૩ નો છે માટે ૫ × ૩ = ૧૫ આવે આમાં વચ્ચેનો ૫ નો આંક ત્રણના બનેલ કોઠામાં બરાબર વચ્ચેના ચોરસમાં આવે છે. એ વાત ખાસ ધ્યાનમાં રાખવી.

હવે ૫ ના કોઠામાં ઉપર પ્રમાણે વચ્ચેનો આંક ૧૩ છે. અને મૂળ કોઠો ૫ નો છે. માટે ૧૩×૫=૬૫ સરવાળો આવવો જ જોઇએ.

હવે ૭ ના કોઠામાં વચ્ચલો આંક ૨૫ માટે ૨૫ × ૭ = ૧૭૫ એ સરવાળો આવ્યો.

અને હવે ૯ ના કોઠામાં વચ્ચેનો આંક ૪૧ માટે ૪૧ × ૯ = ૩૬૯ એ સરવાળો આવે.

બાદબાકી:—

આ પ્રકરણ સમજવા માટે સરવાળાના કોઠા નજર પાસે જરૂર રાખવા.

ઉપર કહેલા ચાર કોઠા. એ દરેકની બાદબાકી શું આવવી જોઇએ તે નીચેની રીતે અગાઉથી કહી શકાય છે તેની રીતઃ—

હવે એ દરેક કોઠામાં જે વચલો આંક છે. તે જ આંક બાદબાકીના જવાબમાં આવે જ.

હવે ૩ ના કોઠામાં વચલો આંક ૫ છે; ૫ ના કોઠામાં વચલો આંક ૧૨ છે; ૭ ના કોઠામાં વચલો આંક ૨૫ છે; અને નવના કોઠામાં વચલો આંક ૪૧ છે; માટે ૫; ૧૩: ૨૫; અને ૪૧ એ અનુક્રમે એ કોઠાઓની બાદબાકીના જવાબ આવશે.

હવે મારજીનમાં ૩ ના કોઠાની બાદબાકી કરી છે.

સરવાળો

૮	૧	૬
૩	૫	૭
૪	૯	૨

બાદબાકી

૨	૧	૪
૩	૫	૭
૬	૯	૮

ડાબી મારજીનમાં સરવાળાનો કોઠો બતાવ્યો છે. સરવાળાના કોઠામાં ચાર ખૂણે ચાર આંકડા છે. અને જે બબે આંક આમને સામને છે તે એની જોડી સમજવી આ જોડીવાલા આંક આમને સામને છે તે એની જોડી સમજવી. આ જોડીવાલા આંક આમને સામને બદલાવી નાંખવા.

હવે આની બાદબાકી ૫ આવે એમ આપણે કહ્યું છે. તે સાબીત કરી આપવાની રીતઃ—

હવે પહેલી આડી હારમાં બન્ને ખૂણા ઉપર ૨ અને ૪ છે. તેનો સરવાળો ૬ તેમાંથી વચ્ચેનો આંક ૧ બાદ કર્યો તો ૫ આવ્યા. તેવી જ રીતે બીજી આડી હારમાં, ત્રીજી આડી હારમાં, પહેલી ઉભી હારમાં, બીજી ઉભી હારમાં, અને ત્રીજી ઉભી હારમાં તેમ જ બન્ને તિરકસ હારમાં ઉપલી રીત પ્રમાણે કરવાથી બાદબાકી ૫ આવશે.

હવે ૩ ના કોઠામાં ઉભી પહેલી હારના બીજા ૩ ના આંકમાંથી પહેલો ૨ નો આંક બાદ કરીએ તો ૧ આવે તે ૧ ને ત્રીજા

૬ ના આંકમાંથી બાદ કરીએ તો છેવટે ૫ આવે. એટલે બીજી હારના આંકમાંથી તે ઉપરનો પહેલી હારનો આંક બાદ કરવો પછી જે જવાબ આવે તે ત્રીજી હારના આંકમાંથી બાદ કરીએ તો પણ ૫ આવે જેમકે ૫ - ૧ = ૪ પછી ૯ - ૪ = ૫ આવ્યા.

આકૃતિ ૧ લી.

હવે ૫ ના કોઠાની બાદબાકી

સરવાળો

૧૭	૨૪	૧	૮	૧૫
૨૩	૫	૭	૧૪	૧૬
૪	૬	૧૩	૨૦	૨૨
૧૦	૧૨	૧૯	૨૧	૩
૧૧	૧૮	૨૫	૨	૯

બાદબાકી

૯	૨૪	૨૫	૮	૧૧
૨૩				૧૬
૨૨				૪
૧૦				૩
૧૫	૧૮	૧	૨	૧૭

પ્રથમ સરવાળાના કોઠામાં જે આંકડા છે. તેમાંથી બબેની એક જોડી એમ બે જોડી થઈ. ૧લી જોડી ૧૭ અને ૯ ની, બીજી જોડી ૧૫ અને ૧૧ ની, ત્રીજી જોડી ૧ અને ૨૫ ની અને ચોથી જોડી ૪ અને ૨૨ ની છે એ બધી આપસમાં બદલાવી નાંખી. જુઓ બાદબાકી આકૃતિ ૧ લી. અને બાદબાકી ૧ લી આકૃતિમાં વચલા નવ ખંડ ખાલી બતાવ્યા છે તેમાં કેવી રીતે આંકડાની અદલા બદલી કરવી.

સરવાળો

૫	૭	૧૪
૬	૧૩	૨૦
૧૨	૧૯	૨૧

બાદબાકી

૨૧	૭	૧૨
૬	૧૩	૨૦
૧૪	૧૯	૫

તે આ સાથેની આકૃતિમાં બતાવેલ છે. એ આકૃતિ ઉપરે બાદબાકી એ નામ લખેલ છે.

હવે સરવાળાના વચલા નવ ખંડમાં જે આંકડા છે તે બાદબાકી આકૃતિ ૧ લીના નવ ખાલી ખંડમાં કેવી રીતે ગોઠવાય છે તે જુઓ. આમાં સરવાળાના ચાર ખૂણા ઉપરના આંકડા આપસમાં બદલી જાય છે. હવે આખી બાદબાકીનો કોઠો ઉપર પ્રમાણે તૈયાર થાય છે.

આદબાકી ૧૩ આવે તે નીચે પ્રમાણે

આડી હાર

૧ લી : ૨૪+૮=૩૨ : હવે ૩૨–૨૫=૭ આવ્યા:

હવે ૧૧+૯=૨૦ : ૨૦– ૭=૧૩ ,,

૨જી : ૨૧+૧૨=૩૩ : ૩૩–૭=૨૬ : : ૨૩+૧૬=૩૯ : ૩૯–૨૬=૧૩ : ૧૩ આવ્યા.

૩જી : ૨૦+૬=૨૬ : ૨૬–૧૩=૧૩ : : ૨૨+૪=૨૬ : હવે ૨૬–૧૩=૧૩ આવ્યા.

૯	૨૪	૨૫	૮	૧૧
૨૩	૨૧	૭	૧૨	૧૬
૨૨	૬	૧૩	૨૦	૪
૧૦	૧૪	૧૯	૫	૩
૧૫	૧૮	૧	૨	૧૭

૪થી : ૧૪+૫=૧૯ : ૧૯–૧૯=૦ : : હવે ૧૦+૩=૧૩ : ૧૩–૦ =૧૩ આવ્યા.

૫મી : ૧૮+૨=૨૦ : ૨૦–૧=૧૯ : : ૧૫+૧૭=૩૨ : ૩૨–૧૯ =૧૩ આવ્યા.

આવીજ રીતે ઉભી હારની તેમજ તિરકસ હારની આદબાકી તેર તેર આવશે.

સ્થળ સંકેાચના લીધે ૭ની અને ૯ની આદબાકી નથી કરી તે જીજ્ઞાસુએ બતાવેલી રીત પ્રમાણે કરી લેવી.

ગુણાકાર:—

સરવાળામાં જે ધેારણે એટલે ક્રમવાર જે જે ખંડેામાં ૧ થી ચડતા ક્રમવાર આંકડા મૂકાય છે. તેના તેજ ખંડેામાં ગુણાકારના ક્રમવાર આંકડા મૂકાય છે. સરવાળામાં ૧ પછી ૨, પછી ૩ એમ ક્રમવાર આંકડા આવે છે. અને ગુણાકારમાં બીજા ધેારણે ક્રમવાર આંકડા આવે છે. તેની સમજણ નીચે પ્રમાણે છે:–૧. પછી ૨, પછી ૪, પછી ૮, પછી ૧૬, પછી ૩૨, પછી ૬૪, પછી ૧૨૮, પછી ૨૫૬:

હવે જો આ ક્રમ પ્રમાણે કેાઠેા બનાવીએ તેા, ગુણાકારના જવાબનેા આંકડેા બહુ મેાટેા આવશે. જુઓ આ કેાઠેા.

૧૨૮	૧	૩૨
૪	૧૬	૬૪
૮	૨૫૬	૨

હવે આવા કેાઠામાં ગુણાકારનેા આંક શું આવવેા જોઇએ તે આગળથી કહી શકાય છે. જેમ સરવાળામાં

જેટલા આંકડા હોય તેનો મધ્યનો આંકડો લઇએ અને પછી જેટલી હારનો કોઠો હોય તેથી ગુણીએ અને જે આવે તે સરવાળો. આ નિયમ સમજાવેલ છે. હવે આમાં પણ પ્રથમ વચેનો આંક શોધી કાઢવો. આમાં નવ આંકડા છે અને તેની વચેનો આંક ૧૬ છે. કારણ ૧૬ થી પહેલા ચાર અને પછી પણ ૪ આંક છે. બીજી રીતે કહીએ તો કોઠામાં વચ્ચોવચ ૧૬ છે. હવે આ કોઠો ૩ નો છે માટે ૧૬ના ત્રિઘાત તે ગુણાકારનો જવાબ. ૧૬×૧૬×૧૬=૪૦૯૬.

આ રીત ખોટી નથી પણ આમાં આવતા આંકડા બહુ મોટા છે. આ કોઠો ૩ નો છે, તેથી રીત કરવી સહેલી થાય છે પણ જો ૫ નો કે ૭ નો કોઠો આ રીતે કરીએ તો ગુણાકાર બહુ મોટો આવશે તેથી પૂજ્યશ્રી આચાર્યોએ ટુંકી રીત કહી છે. તે રીત એ છે. એમાં આવતા આંકડાનાં પરિણામની રકમ સહુથી નાની હોય છે.

ક્રમ ૧ લો

૧	૨	૩
૪	૫	૬
૭	૮	૯

સરવાળામાં ૧, પછી ૨, પછી ૩ એ ક્રમ પ્રમાણે આંકડાને ગોઠવીએ છીએ તેમ ગુણાકારમાં બતાવ્યા પ્રમાણે ક્રમ ગોઠવવો. આમાં આડી અને ઉભી હાર છે. એ ધ્યાનમાં રાખવું. હવે ક્રમ બીજામાં આપણે ક્રમ બીજી રીતે ગોઠવશું. અને તે ક્રમ આપણે ઉભી હારથી ગોઠવ્યો. ગુણાકારમાં, ઉભી હારનો ક્રમ અને આડી હારનો ક્રમ એમ બે ક્રમ છે. અને તે ક્રમ આ બાજુના કોઠામાં બતાવેલ છે.

ક્રમ ૨ જો

૧	૪	૭
૨	૫	[illegible]
૩	[illegible]	૯

ક્રમ ૨ જો.

૧	૨	૪
૩	૬	૧૮
૯	૧૮	૩૬

ક્રમ [illegible]ાં.

[illegible]	૩	૯
[illegible]	૬	૧૮
૪	૧૨	૩૬

ક્રમ ૧ લાના કોઠામાં આડી હારમાં જે આંક આવે છે તે મૂળ આંકના ત્રણ ગણા થતા જાય છે. અને આડી હારમાં બમણા થતા જાય છે. અને ક્રમ ૨ જામાં એથી

ઉલટું આ ત્રણનો કોઠો છે. એટલે ત્રણ ખંડ ભરાય ત્યાં સુધી ત્રણ-ગણા કરવા પછી ચોથા ખંડમાં ૧ લા ખંડના બમણા. પછી વળી ૭માં ખંડમાં ૪ થા ખંડના બમણા આમ સમજવાનું છે.

હવે આમાં મધ્ય સ્થાને ૬ છે તો આ આંકડાની મદદથી થનાર ગુણાકારના કોઠાનો જવાબ ૬ નો ઘન આવશે ૨૧૬ : આ આંક સૌથી નાનો છે. આથી નાનો બીજો આંક આવી શકશે નહીં.

ઉપલા સિદ્ધાંત પ્રમાણે આ સાથે ગુણાકારના બે કોઠા બનાવ્યા હવે આ કોઠામાં આડા ઉભા તિરકસ ત્રણ આંકડાનો ગુણાકાર કરશું તો ૨૧૬ આવશે.

૧૮	૧	૧૨
૪	૬	૯
૩	૩૬	૨

૧૨	૧	૧૮
૯	૬	૪
૨	૩૬	૩

૨ જો

૨૮	૪૩૨	૧	૧૮	૩૨૪
૧૪૪	૮૧	૬	૧૦૮	૮
૨૭	૨	૩૬	૬૪૮	૪૮
૧૬૨	૧૨	૨૧૬	૧૬	૯
૪	૭૨	૧૨૯૬	૩	૫૪

૧ લો

૫૪	૬૪૮	૧	૧૨	૧૪૪
૩૨૪	૧૬	૬	૭૨	૨૭
૮	૩	૩૬	૪૩૨	૧૬૨
૪૮	૧૮	૨૧૬	૮૧	૪
૯	૧૦૮	૧૨૯૬	૨	૨૪

૫ના ગુણાકારનો કોઠો:

૧	[illegible]	૯	૨૭	૮૧
૨	[illegible]	૧૮	૫૪	૧૬૨
૪	[illegible]	૩૬	૧૦૮	૩૨૪
૮	૨૪	૭૨	૨૧૬	૬૪૮
૧૬	૪૮	[illegible]	૪૩૨	૧૨૯૬

આ કોઠો, કેવી રીતે ઉપરના બે કોઠામાં આંકડાનો ક્રમ રાખવો તે બતાવે છે. આમાં એક ઉભો ક્રમ અને બીજો આડો ક્રમ છે. ઉભો ક્રમ એટલે ૧ પછી ૨, પછી ૪, પછી ૮, પછી

૧૬, પછી ૩, પછી ૬ વગેરે વગેરે આ ક્રમ પ્રમાણે ૧ લો કોઠો બનાવ્યો છે અને આડો ક્રમ એટલે ૧, પછી ૩, પછી ૯; પછી ૨૭, પછી ૮૧; પછી ૨, પછી ૬ વગેરે વગેરે. આ ક્રમ પ્રમાણે ૨ જો કોઠો બનાવ્યો છે. હવે આ બે કોઠામાં આડા ઉભા કે તિરકસ ગમે તે રીતે સીધી લાઈનમાં આવેલા પાંચ આંકનો આપસમાં ગુણાકાર કરશું તો એક જ જવાબ આવશે. આ જવાબ શું આવશે તે કહી દેવાની રીતઃ આ ૫ ના કોઠામાં આવતા આંકડાની વચ્ચેનો આંક ૩૬ છે. હવે આ કોઠો ૫ નો છે માટે ૩૬ નો પાંચમો ઘાત તે જવાબ માટે ૩૬ × ૩૬ × ૩૬ × ૩૬ × ૩૬ = ૬૦૪૬૬૧૭૬ આવે.

આ રીતે ૭ નો અને ૯ નો કોઠો બની શકે છે. તે જીજ્ઞાસુએ કૃપા કરી પોતાની ઈચ્છા તૃપ્ત કરવી.

ભાગાકારઃ—

જેવી રીતે સરવાળામાંથી બાદબાકી થાય છે તે જ નિયમે ગુણાકારમાંથી ભાગાકાર થાય છે. ગુણાકારના કોઠામાં ચાર ખૂણા ઉપરે જે આંકડા છે તે ભાગાકારના કોઠામાં આમને સામને બદલાવી નાંખવા.

ગુણાકાર

૧૨	૧	૧૮
૯	૬	૪
૨	૩૬	૩

ભાગાકાર

૩	૧	૨
૯	૬	૪
૧૮	૩૬	૧૨

જેવી રીતે સરવાળાના કોઠામાં જે આંક વચમાં આવે છે, તે જ પ્રમાણે બાદબાકીમાં પણ એ જ આંક વચમાં આવે છે. અને એ જ વચલો આંક તે બાદબાકીનો જવાબ. આવી જ રીતે જે આંક ગુણાકારના કોઠાની વચમાં આવે તે જ આંક ભાગાકારના કોઠામાં વચમાં આવે છે. અને એ જ આંક તે એ કોઠાનો ભાગાકારનો જવાબ આવે.

આ ૩ ના કોઠામાં વચમાં ૬ છે માટે ભાગાકારનો જવાબ ૬ આવે.

આડી હાર:—

૧ લી હારમાં બે છેડે ૩ અને ૨ છે. એ બેનો ગુણાકાર ૬ આવે પછી એ જ હારના વચલા આંક ૧ વડે ભાગીએ તો ૬ આવે.

૨ જી હારમાં એ પ્રમાણે ૯ અને ૪ છે. માટે ૯ × ૪ = ૩૬ અને વચનો આંક ૬ માટે ૩૬ ÷ ૬ = ૬ આવે.

૩ જી હારમાં ૧૮ × ૧૨ = ૨૧૬ અને પછી ૨૧૬ ÷ ૩૬ = ૬ આવે. આ પ્રમાણે ઉભી હાર અને તિરકસ હાર માટે સમજી લેવું.

ગુણાકાર

૫૪	૬૪૮	૧	૧૨	૧૪૪
૩૨૪	૧૬	૬	૭૨	૨૭
૮	૩	૩૬	૪૩૨	૧૬૨
૪૮	૧૮	૨૧૬	૮૧	૪
૯	૧૦૮	૧૨૯૬	૨	૨૪

ભાગાકાર

૨૪	૬૪૮	૧૨૯૬	૧૨	૯
૩૨૪	૮૧	૬	૧૮	૨૭
૧૬૨	૩	૩૬	૪૩૨	૮
૪૮	૭૨	૨૧૬	૧૬	૪
૧૪૪	૧૦૮	૧	૨	૫૪

૫ નો કોઠો:

હવે ગુણાકાર ૧ લા વાળા કોઠામાં ચાર ખૂણા બહારના ઉપર જે બે જોડી છે તે આપસમાં બદલી જાય એટલે ૧ લી જોડી ૫૪ અને ૨૪ ની, બીજી જોડી ૯ અને ૧૪૪ ની, ત્રીજી જોડી ૧ અને ૧૨૯૬ ની અને ચોથી જોડી ૮ અને ૧૬૨ ની એમ ચારે જોડીની બદલી થાય પછી અંદરના નવ ખંડમાં આવેલા આંકડા આ સાથે મારજીનમાં બતાવ્યા છે તેમાં ચારે ખૂણે ૧૬ અને ૮૧ ની એક જોડી અને ૧૮ અને ૭૨ ની બીજી જોડી બદલી જાય. આ આ પ્રમાણે ભાગાકારનો કોઠો તૈયાર થાય છે.

૧૬	૩	૭૨
૩	૩૬	૪૩૨
૧૮	૨૧૬	૮૧

આ કોઠામાં વચેનો આંક છત્રીસ છે માટે ભાગાકારનો જવાબ ૩૬ આવે તે નીચે પ્રમાણે.

આડી હાર:--

૧ લી: વચમાં ૧૨૯૬ છે. અને તેની બન્ને બાજુએ ૬૪૮ અને ૧૨ છે. માટે ૬૪૮ × ૧૨ ÷ ૧૨૯૬ = ૬ આવ્યા સાધ્યભાજક.

હવે એ હારમાં બે છેડે ૨૪ અને ૯ છે માટે ૨૪ × ૯ ÷ ૬ સા૦ ભા૦, જવાબ આવે ૩૬.

૨ જી માં:—૮૧ × ૧૮ ÷ ૬ = ૨૪૩ સા. ભા. હવે ૩૨૪ × ૨૭ ÷ ૨૪૩ = ૩૬ જવાબ.

૩ જી માં ૩ × ૪૩૨ ÷ ૩૬ = ૩૬ સા. ભા. હવે ૧૬૨ × ૮ ÷ ૩૬ = જવાબ ૩૬.

૪ થી માં ૭૨ × ૧૬ ÷ ૨૧૬ = $\frac{૧૬}{૩}$ સા. ભા. હવે ૪૮ × ૪ ÷ $\frac{૧૬}{૩}$ = ૩૬ જવાબ.

૫ મી માં ૧૦૮ × ૨ ÷ ૧ = ૨૧૬ સા. ભા. હવે ૧૪૪ × ૫૪ ÷ ૨૧૬ = ૩૬ આવ્યા જવાબ.

આ રીતે ઉભા પાંચ અને તિરક્સ બે સીધી હારમાં આંકડાઓ છે, તેની વિધિ ઉપર બતાવ્યા પ્રમાણે કરીએ તો ભાગાકારનો જવાબ ૩૬ આવશે.

હવે ગુણાકાર વિભાગમાં ગુણાકારનો બીજો કોઠો બનાવ્યો છે, તે ઉપરથી ભાગાકારનો બીજો કોઠો કેવી રીતે બને તે કરી બતાવ્યું છે.

ગુણાકારનો ૨ જો કોઠો

૨૪	૪૩૨	૧	૧૮	૩૨૪
૧૪૪	૮૧	૬	૧૦૮	૮
૨૭	૨	૩૬	૬૪૮	૪૮
૧૬૨	૧૨	૨૧૬	૧૬	૯
૪	૭૨	૧૨૯૬	૩	૫૪

ભાગાકાર.

૫૪	૪૩૨	૧૨૯૬	૧૮	૪
૧૪૪	૧૬	૬	૧૨	૮
૪૮	૨	૩૬	૬૪૮	૨૭
૧૬૨	૧૦૮	૨૧૬	૮૧	૯
૩૨૪	૭૨	૧	૩	૨૪

ઉપરના ૧ લા કોઠામાં જેવી રીતે ભાગાકાર કરી ૩૬ નો આંક લઇ આવ્યા. તેમ આંહી પણ એ જ ધોરણે ૩૬ આવશે.

હવે ૭ ના અને ૯ ના કોઠાના ભાગાકાર જીજ્ઞાસુએ કરી લેવા કૃપા કરવી. બધાની રીત એની એ સમજવી.

જેટલી સરળતાથી આ એકી નંબરના ચોરસ ખંડોના કોઠામાં સરવાળા બાદબાકી, ગુણાકાર અને ભાગાકારની ખુબી નીકળે છે તે પ્રમાણે, આ પછીના દાખલા ૧૪૦ માં નથી થઇ શકતું તેમાં માત્ર સરવાળા જ થઇ શકે છે. ગુણાકાર થાય છે પણ બાદબાકી અને ભાગાકારનો નિયમ મળવાનો નથી.

ચોત્રીસા અને એવા જ બીજા જંતરોના કોઠા.

દાખલો ૧૪૦ મો.

આથી અગાઉ, જે બાજુએથી ગણીએ તે બાજુએથી સરવાળો એક સરખો આવે, એવી રીતના કોઠાઓની રીત બતાવી છે: તેવા કોઠામાં પેટા ચોરસ ખંડોની સંખ્યા એકી હતી અને દરેક સરવાળાનો આંક પણ એકીમાં હતો. હવે આ દાખલામાંના કોઠામાં પેટા ચોરસ ખંડની સંખ્યા બેકી છે અને તેથી તેનો દરેક બાજુનો સરવાળો પણ બેકી આવે. આવા કોઠામાં પેટા ચોરસ ૧૬ આવશે. અને તેમાં ૧ થી ૧૬ સુધીના ક્રમવાર આંકડા આવશે. તેમાં એકનો એક આંકડો બે વાર નહીં આવે તેમ જ કોઈ આંક આવ્યા વગર રહી નહીં જાય. હવે ૧ થી ૧૬ સુધીનો સરવાળો ૧૩૬ આવે જ. અને એ સોળ આંક ચાર આડી અને ચાર ઉભી હારમાં ગોઠવાઈ જાય તેથી દરેક હારનો સરવાળો ૧૩૬ ÷ ૪ = ૩૪ આવે એથી ઓછો ન જ આવે માટે આવા કોઠાને ચોત્રીસા જંતરના કોઠા એ નામ આપ્યું છે. દરેક હારમાં ૩૪ આવે. અને ૩૪ થી ચડતા કોઈપણ બેકી આંક આવે. હવે જેમ ચોત્રીસો જંતર થાય છે, તેમ બીજો જંતર (૨૦) વીસો થાય છે. આવા જંતરના માટે કેટલાક લોકોની એવી માન્યતા છે કે આવા જંતરો કોઈક ધાતુના પતરા

ઉપર કોતરાવી પછી સારા વિદ્વાન શાસ્ત્રી કે પંડિત પાસેથી મંત્રાવી, મૂર્તિની પેઠે સ્થાપી, નિયમસર તેની સેવાપૂજા કરવામાં આવે તો કામધેનું ગાયની પેઠે મનવાંચ્છિત ફળની પ્રાપ્તિ થાય છે. હવે ગણિતની નજરે આવા કોઠામાં અમુક નિયમથી આંકડા મૂકીએ તો દરેક રીતે સરવાળો સરખો આવે.

કોઠા ભરવાની રીત.

આકૃતિ **અ**

૧	૨	૩	૪
૫	૬	૭	૮
૯	૧૦	૧૧	૧૨
૧૩	૧૪	૧૫	૧૬

આમાં બતાવેલ આકૃતિ **અ** પ્રમાણે સોળ ખંડનો કોઠો બનાવ્યો છે. તેમાં દરેક પેટા ચોરસ ખંડમાં ૧ થી ૧૬ સુધીના આંક મૂક્યા છે, તે આંક પ્રમાણે ખંડનું નામ જાણવું. જેમકે જ્યાં ૫ નો આંક છે ત્યાંના ખંડનું નામ પાંચમો ચોરસ ખંડ. એ પ્રમાણે બધા ખંડના નામ માટે સમજવું.

હવે જો આવા કોઠામાં દરેક તરફનો સરવાળો ૩૪ થી ઓછો લાવવા ધારણા રાખીએ તો ૧ થી ૧૬ સુધીના આંકડામાંથી એક આંક બે વાર આવી જાય.

આકૃતિ ૧ લી :

		૨	૭
૬	૩		
		૮	૧
૪	૫		

આકૃતિ ૨ જી :

ઝ	ક		
		ઘ	ચ
ખ	જ		
		છ	ગ

શરૂઆતમાં ખાલી ૧૬ ખંડની આકૃતિ બનાવવી અને તેમાં આકૃતિ ૧ લીમાં બતાવ્યા પ્રમાણે ૧ થી ૮ સુધીનાં આંક મૂકી જવા અને પછીના આઠ આંકમાંથી કયા ક્રમ પ્રમાણે આંક મૂકવા. તેની રીત નીચે પ્રમાણે છે. જે ક્રમ આવે તેમાં ક્રમ ૧ લાનો આંક

ક ખંડમાં મૂકવો. તે પછીનો બીજો આંક ખ ખંડમાં મૂકવો. તે પછીનો ૩ જો આંક ગ ખંડમાં મૂકવો. પછી ૪ થો આંક ઘ ખંડમાં મૂકવો. પછી ૫ મો આંક ચ ખંડમાં મૂકવો. પછી ૬ ઠ્ઠો આંક છ ખંડમાં મૂકવો. પછી ૭ મો આંક જ માં મૂકવો અને છેલ્લો આઠમો આંક ઝ માં મૂકવો. આ પ્રમાણે બધા સોળ ખંડ ભરાઈ જશે. પછી આ કોઠાના દશ તરેહના (ચાર આડા, ચાર ઉભા અને બે તિરકસ) સરવાળા એક સરખા ૩૪ આવશે.

૧ થી ૮ સુધીના આંકડા મૂકયા પછી બીજા આઠ આંક ૯ થી ૧૬ સુધી કયા ક્રમ પ્રમાણે મૂકવા તે માટેની રીત નીચે પ્રમાણે.

રીત ૧ લી :

બધી બાજુએ એક સરખો સરવાળો આવે, તેના માટે જે આંક (૩૪) ધાર્યો હોય તેને ૨ થી ભાગવા. એટલે ૩૪ ÷ ૨ = ૧૭ આવ્યા પછી તેમાંથી ૧ બાદ એટલે આવશે ૧૬. આ ૧૬ ને આઠ પછીનો નવમા નંબરનો આંક સમજવો તેથી તેને ક સંજ્ઞાવાળા ખંડમાં મૂકવો. તે પછી ક્રમવાર અકેક આંક ઓછો એવા આંક આવે એટલે ૧૬ પછી બીજા નંબરનો આંક ૧૫ તેને આપણે બીજી રીતે પહેલેથી દશમા નંબરનો આંક કહીએ તો ચાલે અને તે આંક ક પછીના ક્રમમાં આવતાં ખ ખંડમાં મૂકવો. ૧૫ પછી ૧૪; પછી ૧૩; પછી ૧૨; પછી ૧૧; પછી ૧૦; પછી ૯; આવે. આ આંકડા ખ પછી બારાખડીના અક્ષરના ક્રમવાળા ખંડમાં મૂકવા. તે પ્રમાણે કરવાથી નીચે મારજીનવાળો કોઠો ભરાયલો દેખાશે.

૯	૧૬	૨	૭
૬	૩	૧૩	૧૨
૧૫	૧૦	૮	૧
૪	૫	૧૧	૧૪

આના દશે સરવાળાનો આંક ૩૪ આવશે. (૧) : ૯ + ૬ + ૧૫ + ૪ = ૩૪ : (૨) ૧૬ + ૩ + ૧૦ + ૫ = ૩૪ : (૩) ૨ + ૧૩ + ૮ + ૧૧ = ૩૪ (૪) ૭ + ૧૨ + ૧ + ૧૪ = ૩૪ : (૫) ૯ + ૧૬ + ૨ + ૭ = ૩૪ : (૬) ૬ + ૩ + ૧૩ + ૧૨ = ૩૪ : (૭) ૧૫ + ૧૦ + ૮ + ૧ = ૩૪ : (૮) ૪ + ૫ +

૧૬ + ૧૪ = ૩૪ : (૯) ૯ + ૩ + ૮ + ૧૪ = ૩૪ : (૧૦) ૪ + ૧૦ + ૧૩ + ૭ = ૩૪. આ પ્રમાણે દશે સરવાળાનો આંક ૩૪ આવ્યો.

વ્યાખ્યા : બધા સરવાળા ૪૨ આવે એવી રીતે આંકડા મૂકો.

રીત :—૧ લીનું અનુસંધાન.

આપણને ૪૨ લાવવાના છે. માટે ૪૨ ÷ ૨ = ૨૧ હવે ૨૧ − ૧ = ૨૦ : પ્રથમ ૧ થી ૮ આંક આકૃતિ ૧ લી પ્રમાણે મૂકી જવા. ત્યારપછીનો નવમા નંબરનો આંક ૨૦ સમજવો પછી ક્રમવાર ૧૯; ૧૮; ૧૭; ૧૬; ૧૫; ૧૪ અને ૧૩ આવવાના અને એ બધાને આકૃતિ રજીમાં બારાખડીનો ક્રમ બતાવ્યો છે તે પ્રમાણે મૂકી દેવા. પછી દશે બાજુ (ચાર આડી, ચાર ઉભી અને બે નિરકસ)નો સરવાળો ૪૨ આવશે.

૧૩	૨૦	૨	૭
૬	૩	૧૭	૧૬
૧૯	૧૪	૮	૧
૪	૫	૧૫	૧૮

સરવાળો : ૪૨

આ પ્રમાણે કોઇપણ બેકી આંકનો એક સરખો સરવાળો લાવવો હોય તો લઇ આવી શકાય એમ છે.

વ્યાખ્યા : બધી રીતે સરવાળો ૪૧ આવે એવી રીતે આંકડા મૂકો રીત ૧ લીનું અનુસંધાનઃ—

આવા જંતરોના કોઠા ભરવામાં આપણી સરત એ છે કે એકનો એક આંકડો બીજી વાર ન આવવો જોઇએ તે આપણી સરત પ્રમાણે ઉપરના બે કોઠા ભરી બતાવ્યા. તેમાં દરેક સરવાળો બેકી આંકનો હતો. આંહી સરવાળો ૪૧ લાવવાનો છે. ૪૧ એ એકી આંક છે. જેથી આ કોઠો ભરવામાં ઉપરની સરત અમલમાં લાવી શકાશે નહીં. મેળ મેળવવાની ખાતર આની રીતમાં સહેજ છુટછાટ કરવી પડશે.

૧૩	૧૯	૨	૭
૬	૩	૧૬	૧૬
૧૮	૧૪	૮	૧
૪	૫	૧૫	૧૭

સરવાળો ૪૧

હવે આંહી સરવાળાનો આંક ૪૧ એકી કલ્પ્યો છે. માટે તેમાંથી ૧ બાદ કરી ૪૦ બેકી આંક લાવવો. પછી ૪૦ ÷ ૨ કરવા. એટલે આવશે ૨૦ ફરી આ ૨૦ માંથી ૧ બાદ કરવો એટલે આવશે ૧૯ આ ૧૯ ના આંકને સાધ્ય આંક સમજવો. હવે ચાલુ નિયમ પ્રમાણે ૧ થી ૮ આંક કોઠામાં ભરી નાખો અને નવમા નંબરના ખંડમાં આ ૧૯નો આંક મૂકો. ત્યાર પછીના ક્રમના ૧૮; ૧૭; ૧૬ ચાલુ નિયમ પ્રમાણે મૂકો: આ પ્રમાણે બાર ખંડ ભરી શકયા. હવે આપણે શરૂઆતથી હિસાબ કરતાં ૧૩ મો ખંડ ભરવાનો છે માટે જે આંક બારમા નંબરના ખંડમાં છે, તે જ આંકડો આ તેરમા નંબરના ખંડમાં મૂકવો. પછીના ખાલી ત્રણ ખંડમાં ક્રમવાર ૧૫; ૧૪; અને ૧૩ મૂકવા.

આ પ્રમાણે આખો કોઠો ભરાઇ ગયો. તેનો દરેક સરવાળો ૪૧ આવશે.

આ રીતે ૩૪ થી ઉપર કોઇપણ એકી આંકનો સરવાળો લાવવો હોય તો આ રીતથી લાવી શકાય એમ છે.

ચોત્રીસો જંતર બનાવવાની રીત ૨ જી.

આકૃતિ ૧ લી:

૧		૪	
૮		૫	
	૨		૩
	૭		૬

આકૃતિ ૨ જી:

	ગ		ખ
	છ		જ
ઘ		ક	
ચ		ઝ	

પ્રથમ ૧ થી ૮ સુધીના આંક આકૃતિ ૧ લી પ્રમાણે મૂકવા અને બાકીના આઠ આંક આકૃતિ ૨ જી પ્રમાણે મૂકવા. બીજા આઠ આંક આગળની રીત પ્રમાણે લાવવા.

નવી તૈયાર કરવાની આકૃતિ :
દરેક સરવાળો ૩૪ આવશે.

ચોત્રીસો જંતર.

૧	૧૪	૪	૧૫
૮	૧૧	૫	૧૦
૧૩	૨	૧૬	૩
૧૨	૭	૯	૬

વ્યાખ્યા :

૪૮ સરવાળો આવે એવી રીતે કોઠો બનાવવો:

બનાવો:

ખુલાસો ૪૮ સરવાળો લાવવો હોય, ત્યારે ૪૮ ÷ ૨ = ૨૪ : હવે ૨૪ − ૧ = ૨૩ પહેલો આંક ૨૩; હવે ક્રમવાર આંક. ૨૩; ૨૨; ૨૧; ૨૦; ૧૯; ૧૮; ૧૭; ૧૬ ને આકૃતિ ૨ જી પ્રમાણે મૂકો.

૧	૨૧	૪	૨૨
૮	૧૮	૫	૧૭
૨૦	૨	૨૩	૩
૧૯	૭	૧૬	૬

ચોત્રીસો જંતર બનાવવાની રીત ૩ જી.

આકૃતિ ૧લી:

૧			૭
૪			૬
	૨	૮	
	૫	૩	

આકૃતિ ૨જી.

	ચ	ગ	
	ખ	ઝ	
ઘ			છ
ક			જ

વ્યાખ્યામાં, ૩૪; ૪૨; ૪૮; આંક આવે એમ કરો.

જંતર

ચોત્રીસો.

૧	૧૨	૧૪	૭
૪	૧૫	૯	૬
૧૩	૨	૮	૧૧
૧૬	૫	૩	૧૦

બેંતાલો.

૧	૧૬	૧૮	૭
૪	૧૯	૧૩	૬
૧૭	૨	૮	૧૫
૨૦	૫	૩	૧૪

અડતાલો.

૧	૧૯	૨૧	૭
૪	૨૨	૧૬	૬
૨૦	૨	૮	૧૮
૨૩	૫	૩	૧૭

જંતર બનાવવાની ૪ થી રીત.

આકૃતિ ૧ લીઃ

૧			૭
૪			૬
	૨	૮	
	૩	૫	

આકૃતિ ૨ જી

	ગ	ચ	
	ખ	ઝ	
ઘ			છ
ક			જ

વ્યાખ્યાઃ

ચોત્રીસો, બેંતાલો અને અડતાલો જંતર બનાવો.

જંતર.

ચોત્રીસો

૧	૧૪	૧૨	૭
૪	૧૫	૯	૬
૧૩	૨	૮	૧૧
૧૬	૩	૫	૧૦

બેંતાલો

૧	૧૮	૧૬	૭
૪	૧૯	૧૩	૬
૧૭	૨	૮	૧૫
૨૦	૩	૫	૧૪

અડતાલો

૧	૨૧	૧૯	૭
૪	૨૨	૧૬	૬
૨૦	૨	૮	૧૮
૨૩	૩	૫	૧૭

જંતર બનાવવાની રીત ૫ મી.

આકૃતિ ૧ લીઃ

૧			૭
૮			૨
	૪	૬	
	૫	૩	

આકૃતિ ૨ જીઃ

	ગ	ચ	
	છ	ઘ	
ખ			ઝ
જ			ક

વ્યાખ્યા.

ચોત્રીસો. અેંતાલો અને અડતાલો જંતર બનાવો.

જંતર

ચોત્રીસો

૧	૧૪	૧૨	૭
૮	૧૧	૧૩	૨
૧૫	૪	૬	૯
૧૦	૫	૩	૧૬

અેંતાલો

૧	૧૮	૧૬	૭
૮	૧૫	૧૭	૨
૧૯	૪	૬	૧૩
૧૪	૫	૩	૨૦

અડતાલો

૧	૨૧	૧૯	૭
૮	૧૮	૨૦	૨
૨૨	૪	૬	૧૬
૧૭	૫	૩	૨૩

જંતર બનાવવાની રીત ૬ ઠ્ઠી.

આકૃતિ ૧ લી:

૧		૭	
	૪		૬
	૫		૩
૮		૨	

આકૃતિ ૨ જી:

	ગ		ચ
ખ		ઝ	
જ		ક	
	છ		ઘ

વ્યાખ્યા અેની એજ

જંતર.

ચોત્રીસો

૧	૧૪	૭	૧૨
૧૫	૪	૯	૬
૧૦	૫	૧૬	૩
૮	૧૧	૨	૧૩

અેંતાલો

૧	૧૮	૭	૧૬
૧૯	૪	૧૩	૬
૧૪	૫	૨૦	૩
૮	૧૫	૨	૧૭

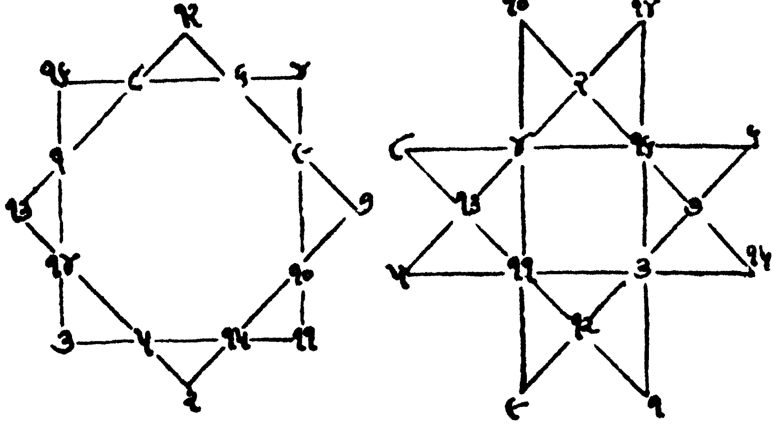
અડતાલો

૧	૨૧	૭	૧૯
૨૨	૪	૧૬	૬
૧૭	૫	૨૩	૩
૮	૧૮	૨	૨૦

આકૃતિ ૧ લી પ્રમાણે ૧ થી ૮ આંકડા મૂકવા. અને આકૃતિ ૨ જી પ્રમાણે બાકીના આઠ આંકડા મૂકવા.

દાખલો ૧૪૧ મો.

ચોત્રીસા જંતરની તારાકૃતિ.

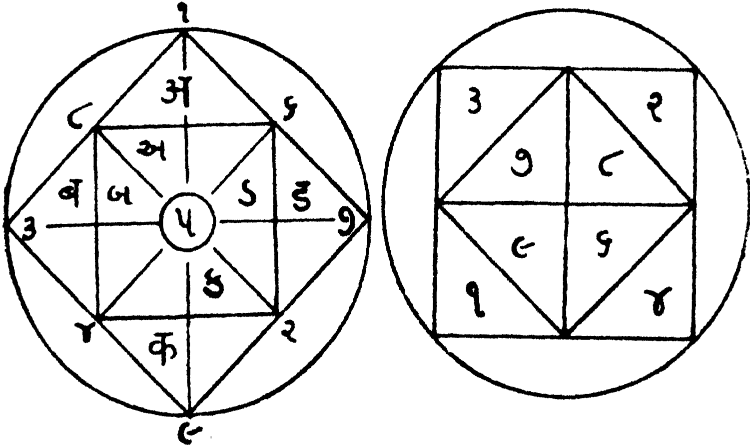


દાખલો ૧૪૧ ની આકૃતિ

આ બે તારકૃતિ અંગ્રેજી સપ્તાહિક "ટાઇમ્સ ઓફ ઇન્ડીઆ" સચિત્ર પત્રના તા. ૨૧-૧૨-૨૪ ના અંકમાં છે. દરેક આકૃતિમાં આઠ રીતે સરવાળા ૩૪ આવે છે.

દાખલો ૧૪૨ મો.

પંદરા અને વીસા જંતરનો સંયુકત કોઠો.



દાખલો ૧૪૨ ની આકૃતિ દાખલો ૧૪૩ ની આકૃતિ

આ આકૃતિમાં નીચે પ્રમાણે ખુબી જોવામાં આવશેઃ—

अ. ત્રિકોણ ઉપર ત્રણ ખૂણે ૧ : ૮ અને ૬ છે તેનો સરવાળો ૧૫ છે.

ब. ત્રિકોણના ખૂણા ઉપર ૮ : ૩ અને ૪ છે. તેનો સરવાળો. ૧૫ છે.

क. ત્રિકોણના ખૂણા ઉપર ૪ : ૯ અને ૨ છે. તેનો સરવાળો ૧૫ છે.

ड. ત્રિકોણના ખૂણા ઉપર ૨ : ૭ અને ૬ છે તેનો સરવાળો ૧૫ છે. આ રીતે ચાર ત્રિકોણનો સરવાળો ૧૫ આ.

હવે બીજી રીતે પંદરનો સરવાળો ચારવાર આવે છે.

(૧) ૧ + ૫ + ૯=૧૫. (૨) ૭ + ૫ + ૩=૧૫. (૩) ૮ + ૫ + ૨=૧૫. અને ૪ + ૬ +૫= ૧૫. આ રીતે આ ચારવાર પંદરનો સરવાળો આવ્યો.

હવે સરવાળામાં ૨૦ આવે તેનો ખુલાસો.

(૧) **अ.** અ ચોરસખંડના ખૂણા ઉપર ૧ + ૮ + ૫ + ૬=૨૦ આવ્યા.

(૨) **ब.** બ નામના બીજા ચોરસખંડના ખૂણા ઉપર ૮ + ૩ + ૪ + ૫=૨૦ આવ્યા.

(૩) **क.** ક નામના ૩જા ચોરસખંડના ખૂણા ઉપર ૯ + ૨ + ૫ + ૪=૨૦ આવ્યા.

(૪) **ड.** ડ નામના ૪થા ચોરસખંડના ખૂણા ઉપર ૨ + ૭ + ૬ +૫=૨૦ આવ્યા.

(૫) અ, બ, ક, ડ નામના પાંચમાં ચોરસખંડના ખૂણા ઉપર ૮ + ૪ + ૨ + ૬=૨૦ આવ્યા. આ ચોરસને નાનું નામ આપીએ છીએ.

(૬) **अ, ब, क, ड** નામના છઠ્ઠા ચોરસખંડના ખૂણા ઉપર ૧ + ૩ + ૯ +૭=૨૦ આવ્યા. આને મોટું ચોરસ એ નામ આપીએ છીએ.

દાખલો ૧૪૩ મો.

વીસા જંતરનો કોઠો.

(૧): ૩ + ૭ + ૮ + ૨ = ૨૦::	(૪) ૨ + ૮ + ૬ + ૪ = ૨૦::
(૨) ૧ + ૯ + ૬ + ૪ = ૨૦::	(૫) ૩ + ૭ + ૬ + ૪ = ૨૦::
(૩) ૩ + ૭ + ૯ + ૧ = ૨૦::	(૬) ૧ + ૯ + ૮ + ૨ = ૨૦::

આ ૭ રીતે સરવાળો ૨૦ આવે છે. આમાં ૫ નો આંકડો નથી.

ક્રમવાર આવતા આંકડાના ઉભા સરવાળા સરખા થાય તેવા કોઠા.

પ્રકાર ૧ લો એકી આંક.

દાખલો ૧૪૪ મો.

એક ગૃહસ્થને ૮ પુત્ર છે. અને તેની પાસે ૬૪ ગાયો છે. ગાયો ચડતા ઉતરતા નંબરની છે. સૌથી ઉતરતી નંબરવાળી ગાયને પહેલું નંબર આપવામાં આવેલ છે. અને એ ગાય ૧ સેર દૂધ આપે છે. બીજા નંબરની ગાય બસેર દૂધ આપે છે. એમ ક્રમવાર ચડતા નંબરની ગાયો ક્રમવાર ચડતા સેર દૂધ આપે છે. સૌથી ચડતા નંબરની ગાયનું નંબર ૬૪ મું છે અને એ ગાય ૬૪ સેર દૂધ આપે છે. એકેક છોકરાને આઠ આઠ ગાયો જૂદા જૂદા નંબરની આપવામી છે. તે એવી રીતે કે દરેક છોકરાને દૂધ વજનમાં એક સરખું મળે છે. કહો શી રીતે ભાગ પાડી આપશો.

ખુલાસો.

આ નીચે કોઠો ગોઠવ્યો છે. તેમાં દરેક છોકરાને કયા કયા નંબરની ગાયો મળે છે, તે બતાવ્યું છે. દરેક છોકરાને આઠ ગાયો મળે છે અને કુલ દૂધ ૨૬૦ સેર મળે છે.

૧ લાને	૨ જાને	૩ જાને	૪ થાને	૫ માને	૬ ઠ્ઠાને	૭ માને	૮ માને
૧	૨	૩	૪	૫	૬	૭	૮
૧૦	૧૧	૧૨	૧૩	૧૪	૧૫	૧૬	૯
૧૯	૨૦	૨૧	૨૨	૨૩	૨૪	૧૭	૧૮
૨૮	૨૯	૩૦	૩૧	૩૨	૨૫	૨૬	૨૭
૩૭	૩૮	૩૯	૪૦	૩૩	૩૪	૩૫	૩૬
૪૬	૪૭	૪૮	૪૧	૪૨	૪૩	૪૪	૪૫
૫૫	૫૬	૪૯	૫૦	૫૧	૫૨	૫૩	૫૪
૬૪	૫૭	૫૮	૫૯	૬૦	૬૧	૬૨	૬૩
૨૬૦	૨૬૦	૨૬૦	૨૬૦	૨૬૦	૨૬૦	૨૬૦	૨૬૦

આમાં આઠ ભાગીદાર છે અને કુલ ગાયો ૬૪ છે તેથી આઠ આડી અને આઠ ઉભી હાર કરી છે અને આખા કોઠામાં ૬૪ પેટા ચોરસ ખંડ થયા છે. પ્રથમ ૧ થી ૮ આંક ક્રમવાર પહેલી આડી હારમાં મૂકી દીધા પછીનો આંક જે ૯ છે તે સૌથી છેલ્લા આંક આઠની નીચે મૂકયો. પછીના આંક ૧૦ થી ૧૬ ક્રમવાર બીજી હારમાં સૌથી છેલ્લે આંક ૧૬ આવ્યો. હવે ૧૭ નો આંક ત્રીજી હારમાં ૧૬ ના ખંડ નીચે મૂકયો. પછી ૧૮ નો આંક ત્રીજી હારમાં જમણી તરફ મુકયો. હવે તે પછીના આંક ક્રમવાર ત્રીજી હારમાં શરૂઆતથી મુકયા. આ પ્રમાણે ત્રીજી હારમાં ૨૪ નો આંક આવ્યો. હવે ૨૫ નો આંક ચોથી હારમાં ૨૪ નીચે મુકયો. હવે ચોથી હારમાં જમણી તરફ

જેટલા ખંડ ખાલી હોય તેમાં ૨૫ પછીના આંક મુકવા. આ પ્રમાણે ૨૬ અને ૨૭ ના આંક મુકયા. હવે ચોથી હારમાં ડાબી તરફ જે પાંચ ખંડ છે તેમાં ક્રમવાર ૨૮ થી ૩૨ સુધીના આંક મુકી ચોથી હાર પૂરી કરી. હવે જે ખંડમાં ૩૨ છે, તે નીચે ૩૩ નો આંક પાંચમી હારમાં મુકો. પછી તેની જમણી તરફ ત્રણ ખંડ ખાલી છે તેમાં ક્રમવાર ૩૪ : ૩૫ : અને ૩૬ મુકો. પછી પાંચમી હારમાં ડાબી તરફ જે ચાર-ખંડ ખાલી છે તેમાં ક્રમવાર ૩૭; ૩૮; ૩૯ અને ૪૦ મુકો. આ પ્રમાણે પાંચમી હાર પૂરી થાય છે.

હવે જ્યાં ૪૦ નો આંક મુકયો છે તે નીચેના ખંડમાં ૪૧ નો આંક છઠ્ઠી આડી હારમાં મુકો. પછી તે સ્થળની જમણી તરફ ચાર ખાલી ખંડ છે તેમાં ક્રમવાર ૪૨; ૪૩; ૪૪; ૪૫ આંક મુકો. હવે છઠ્ઠી હારની ડાબી તરફ ત્રણ ખાલી ખડ છે તેમાં ક્રમવાર ૪૬; ૪૭ અને ૪૮ ના આંક મુકયા. આ પ્રમાણે છઠ્ઠી હાર પૂરી થઇ. હવે જ્યાં ૪૮ નો આંક છે તેની નીચે ૪૯ નો આંક મુકયો. હવે તેની જમણી તરફ પાંચ ખંડ ખાલી છે. તેમાં ક્રમવાર ૫૦; ૫૧; ૫૨; ૫૩ અને ૫૪ ના આંક મુકો. અને એ જ હારની ડાબી બાજુએ ૫૫ : ૫૬ ના આંક ક્રમ પ્રમાણે મુકો. આ રીતે સાતમી હાર પૂરી થઇ. હવે રહી ૮ મી આડી હાર જ્યાં ૫૬ છે તે નીચેના ખંડમાં ૫૭ મૂકો અને પછીના આંક જમણી તરફના ખાલી ખંડમાં મુકો. આ પ્રમાણે ૫૮ થી ૬૩ સુધીના આંક મુકી શકાશે અને છેલ્લો ૬૪ નો આંક આઠમી હારના ડાબી તરફના એક ખાલી છેલ્લા ખંડમાં મુકો. આ રીતે બધા ખંડમાં આંક ભરાઈ ગયા.

દરેક છોકરાને ૨૬૦ સેર દૂધ મળે છે અને ૧ લા છોકરાને ૧ લા નંબરવાળી ગાય, ૧૦ નંબરની, ૧૯ નંબરની, ૨૮ નંબરની, ૩૭ નંબરની, ૪૬ નંબરની, ૫૫ નંબરની અને ૬૪ નંબરની એમ આઠ ગાય મળે છે. આ પ્રમાણે બીજાનું સમજી લેવું.

ખુલાસાની બીજી રીત.

૧ લાને	૨ જાને	૩ જાને	૪ થાને	૫ માને	૬ ઠ્ઠાને	૭ માને	૮ માને
૧	૨	૩	૪	૫	૬	૭	૮
૧૬	૯	૧૦	૧૧	૧૨	૧૩	૧૪	૧૫
૨૩	૨૪	૧૭	૧૮	૧૯	૨૦	૨૧	૨૨
૩૦	૩૧	૩૨	૨૫	૨૬	૨૭	૨૮	૨૯
૩૭	૩૮	૩૯	૪૦	૩૩	૩૪	૩૫	૩૬
૪૪	૪૫	૪૬	૪૭	૪૮	૪૧	૪૨	૪૩
૫૧	૫૨	૫૩	૫૪	૫૫	૫૬	૪૯	૫૦
૫૮	૫૯	૬૦	૬૧	૬૨	૬૩	૬૪	૫૭
૨૬૦	૨૬૦	૨૬૦	૨૬૦	૨૬૦	૨૬૦	૨૬૦	૨૬૦

પ્રથમ પહેલી હારમાં ક્રમવાર ૧ થી ૮ આંકડા લખવા પછી બીજી હારમાં ૨ જાને મળે તે નીચેના ખંડમાં ૯ મો આંક મૂકવો અને જમણી તરફ જેટલા ખંડ હોય તેમાં ક્રમવાર આંકડા મૂકવા. તે પ્રમાણે ૧૦ થી ૧૫ આંક મૂક્યા. અને ૧૬ નો આંક ડાબી તરફના ખંડમાં મૂક્યો આ પ્રમાણે બીજી હાર ભરાઈ ગઈ. પછી ત્રીજી હારમાં ૩ જાને મળે તે નીચેના ખંડમાં ૧૭ નો આંક મૂક્યો અને પછી જમણી તરફ જેટલા ખંડ ખાલી છે તેમાં ૧૭ પછીના ૧૮ થી ૨૨ સુધીના આંક મૂક્યા. પછી ત્રીજી હારમાં ડાબી તરફના બે ખંડ ખાલી રહી ગયા, તેમાં ૨૩ અને ૨૪ ના આંક મૂક્યા. પછી ચોથી હારમાં ૪ થાને મળે તેની ઉભી હારના ખંડમાં ૨૫નો આંક મૂક્યો પછી જમણી તરફના ચાર ખાલી ખંડમાં ૨૬ થી ૨૯ સુધી લખ્યા. અને ડાબી તરફના ત્રણ ખાલી ખંડમાં ૩૦ થી ૩૨ લખ્યા. પછી પાંચમી હારમાં ૫ માને એ મથાળાવાળા ઉભા ખંડમાં

ડાબી બાજુએથી ગણતાં પાંચમા ખંડમાં ૩૩ નો આંક મૂકો. પછી તેની જમણી તરફના ત્રણ ખાલી ખંડમાં ૩૪ થી ૩૬ સુધીના આંક મૂકો અને ડાબી બાજુએ આવેલા, ખાલી ખંડમાં ૩૭ થી ૪૦ લખો. હવે છઠ્ઠી હારમાં ડાબી બાજુએથી ગણતાં છઠ્ઠા ખંડમાં ૪૧ મૂકો. અને જમણી તરફ ખાલી ખંડમાં ૪૨ અને ૪૩ લખો અને ડાબી તરફ રહેલા ખાલી ખંડમાં ૪૪ થી ૪૮ લખો. પછી સાતમી આડી હારમાં સાતમાને મળે એ મથાળા નીચેના કોઠામાં ખાલી ખંડમાં ૪૯ મૂકો અને તેની જોડના જમણી તરફના ખાલી ખંડમાં ૫૦ મૂકો અને બાકી ૭ આંક ૫૬ સુધીના એ જ હારમાં ડાબી બાજુએ જે ખાલી ખંડો છે તેમાં મૂકો. પછી આડમી આડી હારમાં ૮ માને એ મથાળાવાળા ખંડમાં ૫૭ મૂકો. અને બાકીના ૬૪ સુધીના આંક ડાબી બાજુના ખાલી ખંડમાં મૂકો. આ પ્રમાણે સઘળા ખંડો ભરાઇ ગયા. હવે દરેકનો સરવાળો ૨૬૦ આવ્યો.

ખુલાસાની ત્રીજી રીત.

૧ લાને	૨ જાને	૩ જાને	૪ થાને	૫ માને	૬ ઠ્ઠાને	૭ માને	૮ માને
૧	૨	૩	૪	૫	૬	૭	૮
૧૬	૧૫	૧૪	૧૩	૧૨	૧૧	૧૦	૯
૧૭	૧૮	૧૯	૨૦	૨૧	૨૨	૨૩	૨૪
૩૨	૩૧	૩૦	૨૯	૨૮	૨૭	૨૬	૨૫
૩૩	૩૪	૩૫	૩૬	૩૭	૩૮	૩૯	૪૦
૪૮	૪૭	૪૬	૪૫	૪૪	૪૩	૪૨	૪૧
૪૯	૫૦	૫૧	૫૨	૫૩	૫૪	૫૫	૫૬
૬૪	૬૩	૬૨	૬૧	૬૦	૫૯	૫૮	૫૭
૨૬૦	૨૬૦	૨૬૦	૨૬૦	૨૬૦	૨૬૦	૨૬૦	૨૬૦

આની રીત સમજાય એમ છે. પ્રથમ ડાબા હાથથી આંક મૂકવાની શરૂઆત કરવી તે જમણા હાથ તરફ લખ્યા જવું. આ રીતે ૧ થી ૮ આંક મૂકયા. જ્યારે પહેલી આડી હાર ભરાઇ જાય ત્યારે બીજી હાર લેવી તેમાં જમણા હાથથી ભરવાની શરૂઆત કરવી તે ડાબા હાથ તરફના બધા ખંડ ભરવા. આ પ્રમાણે ૯ થી ૧૬ સુધીના આંક ભર્યા. આ રીતે ત્રીજી ચોથી વગેરે વગેરે જેટલી હારો હોય એટલી ભરી નાંખવી છેવટે બધાનો સરવાળો એકસરખો આવશે.

આ રીતે દરેક ભાઇને ૨૬૦ સેર દૂધ મળે છે.

ખુલાસાની ચોથી રીત.

૧ લાને	૨ જાને	૩ જાને	૪ થાને	૫ માને	૬ ઠ્ઠાને	૭ માને	૮ માને
૩૬	૩૭	૪૧	૪૫	૪૯	૫૩	૫૭	૬૧
૩૫	૩૮	૪૨	૪૬	૫૦	૫૪	૫૮	૬૨
૩૪	૩૯	૪૩	૪૭	૫૧	૫૫	૫૯	૬૩
૩૩	૪૦	૪૪	૪૮	૫૨	૫૬	૬૦	૬૪
૩૨	૨૫	૨૧	૧૭	૧૩	૯	૫	૧
૩૧	૨૬	૨૨	૧૮	૧૪	૧૦	૬	૨
૩૦	૨૭	૨૩	૧૯	૧૫	૧૧	૭	૩
૨૯	૨૮	૨૪	૨૦	૧૬	૧૨	૮	૪
૨૬૦	૨૬૦	૨૬૦	૨૬૦	૨૬૦	૨૬૦	૨૬૦	૨૬૦

આમાં આઠ આડી હાર છે તેના અડધા ચાર હવે નીચલી ચાર હારમાં કોઠામાં બતાવ્યા ક્રમ પ્રમાણે ૧ થી ૨૮ સુધી આંક ભરો. પછી નવી રીત પ્રમાણે ૨૯ નો આંક મૂકી ૩૬ સુધી આંક મૂકો. પછી ૩૭ થી ૪૦ : ૪૧ થી ૪૪ એ પ્રમાણે ૬૪ સુધી આંકડા મૂકો. હવે દરેક ઉભો સરવાળો ૨૬૦ થશે. તેનો અર્થ એટલો જ કે દરેક ભાઇને ૨૬૦ શેર દૂધ મળે છે.

કોઠામાં શી રીતે આંકડા મૂકયા છે તે જોવાથી વીગત સ્પષ્ટ સમજાય એમ છે.

ખુલાસો રીત ૫મી.

૧ લાને	૨ જાને	૩ જાને	૪ થાને	૫ માને	૬ ઠ્ઠાને	૭ માને	૮ માને
૧	૮	૨	૭	૩	૬	૪	૫
૧૩	૯	૧૪	૧૦	૧૫	૧૧	૧૬	૧૨
૨૦	૨૧	૧૯	૨૨	૧૮	૨૩	૧૭	૨૪
૩૨	૨૮	૩૧	૨૭	૩૦	૨૬	૨૯	૨૫
૩૩	૪૦	૩૪	૩૯	૩૫	૩૮	૩૬	૩૭
૪૫	૪૧	૪૬	૪૨	૪૭	૪૩	૪૮	૪૪
૫૨	૫૩	૫૧	૫૪	૫૦	૫૫	૪૯	૫૬
૬૪	૬૦	૬૩	૫૯	૬૨	૫૮	૬૧	૫૭
૨૬૦	૨૬૦	૨૬૦	૨૬૦	૨૬૦	૨૬૦	૨૬૦	૨૬૦

ખુલાસો રીત ૬ઠ્ઠી.

૧ લાને	૨ જાને	૩ જાને	૪ થાને	૫ માને	૬ ઠ્ઠાને	૭ માને	૮ માને
૧	૫	૨	૬	૩	૭	૪	૮
૧૩	૧૨	૧૪	૧૧	૧૫	૧૦	૧૬	૯
૨૦	૨૧	૧૯	૨૨	૧૮	૨૩	૧૭	૨૪
૩૨	૨૮	૩૧	૨૭	૩૦	૨૬	૨૯	૨૫
૩૩	૩૭	૩૪	૩૮	૩૫	૩૯	૩૬	૪૦
૪૫	૪૪	૪૬	૪૩	૪૭	૪૨	૪૮	૪૧
૫૨	૫૩	૫૧	૫૪	૫૦	૫૫	૪૯	૫૬
૬૪	૬૦	૬૩	૫૯	૬૨	૫૮	૬૧	૫૭
૨૬૦	૨૬૦	૨૬૦	૨૬૦	૨૬૦	૨૬૦	૨૬૦	૨૬૦

રીત પાંચમી અને છઠ્ઠીમાં થોડું મળતાપણું છે ૧ લાને, ૩ જાને, ૫ માને અને ૭ માને એક સરખા આંક છે. એટલે એકી નંબરના ભાગીદારને સરખા મળે છે અને ૨જા, ૪થા, ૬ઠ્ઠા અને ૮મા એટલે એકી નંબરના ભાગીદારને જૂદા જૂદા આંક મળે છે. **જવાબ** દરેકને ૨૬૦ સેર દૂધ મળે છે.

દાખલો ૧૪૫ મો.

વ્યાખ્યા દાખલા ૧૪૪ પ્રમાણે સમજવી. ફેર એટલો જ કે ૩૬ ગાય ૬ જણા વચ્ચે વહેંચી આપવાની છે કહો શી રીતે કરશો.

ખુલાસો.

રીત ૧લી

ભાઈ ૧લો	ભાઈ ૨જો	ભાઈ ૩જો	ભાઈ ૪થો	ભાઈ ૫મો	ભાઈ ૬ઠ્ઠો
૧	૨	૩	૪	૫	૬
૮	૯	૧૦	૧૧	૧૨	૭
૧૫	૧૬	૧૭	૧૮	૧૩	૧૪
૨૨	૨૩	૨૪	૧૯	૨૦	૨૧
૨૯	૩૦	૨૫	૨૬	૨૭	૨૮
૩૬	૩૧	૩૨	૩૩	૩૪	૩૫
૧૧૧	૧૧૧	૧૧૧	૧૧૧	૧૧૧	૧૧૧

રીત ૨જી

ભાઈ ૧લો	ભાઈ ૨જો	ભાઈ ૩જો	ભાઈ ૪થો	ભાઈ ૫મો	ભાઈ ૬ઠ્ઠો
૧	૨	૩	૪	૫	૬
૧૨	૭	૮	૯	૧૦	૧૧
૧૭	૧૮	૧૩	૧૪	૧૫	૧૬
૨૨	૨૩	૨૪	૧૯	૨૦	૨૧
૨૭	૨૮	૨૯	૩૦	૨૫	૨૬
૩૨	૩૩	૩૪	૩૫	૩૬	૩૧
૧૧૧	૧૧૧	૧૧૧	૧૧૧	૧૧૧	૧૧૧

આમાં દરેક ભાઈને ૬ ગાય મળે છે અને ૭ ગાયમાંથી ૧૧૧ શેર દૂધ નીકળે છે **જવાબ.** } આ દાખલાની પણ ૭ રીતં છે.

રીત ૩જી

૧ લો ઢગ	૨ જો ઢગ	૩ જો ઢગ	૪ થો ઢગ	૫ મો ઢગ	૬ ઠો ઢગ
૧	૨	૩	૪	૫	૬
૧૨	૧૧	૧૦	૯	૮	૭
૧૩	૧૪	૧૫	૧૬	૧૭	૧૮
૨૪	૨૩	૨૨	૨૧	૨૦	૧૯
૨૫	૨૬	૨૭	૨૮	૨૯	૩૦
૩૬	૩૫	૩૪	૩૩	૩૨	૩૧
૧૧૧	૧૧૧	૧૧૧	૧૧૧	૧૧૧	૧૧૧

રીત ૪થી

૧ લો ઢગ	૨ જો ઢગ	૩ જો ઢગ	૪ થો ઢગ	૫ મો ઢગ	૬ ઠો ઢગ
૨૧	૨૨	૨૫	૨૮	૩૧	૩૪
૨૦	૨૩	૨૬	૨૯	૩૨	૩૫
૧૯	૨૪	૨૭	૩૦	૩૩	૩૬
૧૮	૧૩	૧૦	૭	૪	૧
૧૭	૧૪	૧૧	૮	૫	૨
૧૬	૧૫	૧૨	૯	૬	૩
૧૧૧	૧૧૧	૧૧૧	૧૧૧	૧૧૧	૧૧૧

રીત ૫મી

૧ લો ઢગ	૨ જો ઢગ	૩ જો ઢગ	૪ થો ઢગ	૫ મો ઢગ	૬ ઠો ઢગ
૧	૬	૨	૫	૩	૪
૧૦	૭	૧૧	૮	૧૨	૯
૧૫	૧૬	૧૪	૧૭	૧૩	૧૮
૨૪	૨૧	૨૩	૨૦	૨૨	૧૯
૨૫	૩૦	૨૬	૨૯	૨૭	૨૮
૩૬	૩૧	૩૫	૩૨	૩૪	૩૩
૧૧૧	૧૧૧	૧૧૧	૧૧૧	૧૧૧	૧૧૧

રીત ૬ઠ્ઠી

૧ લો ઢગ	૨ જો ઢગ	૩ જો ઢગ	૪ થો ઢગ	૫ મો ઢગ	૬ ઠો ઢગ
૧	૪	૨	૫	૩	૬
૧૦	૯	૧૧	૮	૧૨	૭
૧૫	૧૬	૧૪	૧૭	૧૩	૧૮
૨૪	૨૧	૨૩	૨૦	૨૨	૧૯
૨૫	૨૮	૨૬	૨૯	૨૭	૩૦
૩૬	૩૩	૩૫	૩૨	૩૪	૩૧
૧૧૧	૧૧૧	૧૧૧	૧૧૧	૧૧૧	૧૧૧

દાખલો ૧૪૬ મો

આની વ્યાખ્યા દાખલા ૧૪૪ પ્રમાણે સમજવી. ફેર એટલો જ કે કુલ ગાયની સંખ્યા ૧૬ છે અને તે ચાર જણા વચ્ચે વહેંચી આપવાની છે. કહો શી રીતે કરશો.

ખુલાસો.

આની પણ ૭ રીતો છે. આવી રીતે એકી ગાયોની સંખ્યા એકી ભાગીદારો વચ્ચે આપવી હોય તો ૭ રીતે અપાય.

૧ લી રીત

૧ લાને	૨ જાને	૩ જાને	૪ થાને
૧	૨	૩	૪
૬	૭	૮	૫
૧૧	૧૨	૯	૧૦
૧૬	૧૩	૧૪	૧૫
૩૪	૩૪	૩૪	૩૪

૨ જી રીત

૧ લાને	૨ જાને	૩ જાને	૪ થાને
૧	૨	૩	૪
૮	૫	૬	૭
૧૧	૧૨	૯	૧૦
૧૪	૧૫	૧૬	૧૩
૩૪	૩૪	૩૪	૩૪

૩ જી રીત

૧ લાને	૨ જાને	૩ જાને	૪ થાને
૧	૨	૩	૪
૮	૭	૬	૫
૯	૧૦	૧૧	૧૨
૧૬	૧૫	૧૪	૧૩
૩૪	૩૪	૩૪	૩૪

૪ થી રીત

૧ લાને	૨ જાને	૩ જાને	૪ થાને
૧૦	૧૧	૧૩	૧૫
૯	૧૨	૧૪	૧૬
૮	૫	૩	૧
૭	૬	૪	૨
૩૪	૩૪	૩૪	૩૪

પાંચમી રીત

૧ લાને	૨ જાને	૩ જાને	૪ થાને
૧	૪	૨	૩
૭	૫	૮	૬
૧૦	૧૧	૯	૧૨
૧૬	૧૪	૧૫	૧૩
૩૪	૩૪	૩૪	૩૪

છઠ્ઠી રીત

૧ લાને	૨ જાને	૩ જાને	૪ થાને
૧	૩	૨	૪
૭	૬	૮	૫
૧૦	૧૧	૯	૧૨
૧૬	૧૪	૧૫	૧૩
૩૪	૩૪	૩૪	૩૪

આ રીતે દરેક ભાઇને ચાર ચાર ગાય મળે છે અને દરેકને દૂધ પણ ચોત્રીસ ચોત્રીસ સેર મળે છે.

પ્રકાર ૨ જો એકી આંક.

દાખલો ૧૪૭ મો.

આની વ્યાખ્યા દાખલા ૧૪૪ પ્રમાણે ફેર એટલો જ કે આમાં કુલ ગાયની સંખ્યા ૮૧ અને તે નવ જણા વચ્ચે વહેંચી આપવાની છે કહો શી રીતે થાય ?

ખુલાસો.

એકીમાં ૭ રીત થઇ ત્યારે આમાં માત્ર ૩ રીત થાય છે તે નીચે પ્રમાણે.

પહેલી રીત

૧ લાને	૨ જાને	૩ જાને	૪ થાને	૫ માને	૬ ઠાને	૭ માને	૮ માને	૯ માને
૧	૨	૩	૪	૫	૬	૭	૮	૯
૧૧	૧૨	૧૩	૧૪	૧૫	૧૬	૧૭	૧૮	૧૦
૨૧	૨૨	૨૩	૨૪	૨૫	૨૬	૨૭	૧૯	૨૦
૩૧	૩૨	૩૩	૩૪	૩૫	૩૬	૨૮	૨૯	૩૦
૪૧	૪૨	૪૩	૪૪	૪૫	૩૭	૩૮	૩૯	૪૦
૫૧	૫૨	૫૩	૫૪	૪૬	૪૭	૪૮	૪૯	૫૦
૬૧	૬૨	૬૩	૫૫	૫૬	૫૭	૫૮	૫૯	૬૦
૭૧	૭૨	૬૪	૬૫	૬૬	૬૭	૬૮	૬૯	૭૦
૮૧	૭૩	૭૪	૭૫	૭૬	૭૭	૭૮	૭૯	૮૦
૩૬૯	૩૬૯	૩૬૯	૩૬૯	૩૬૯	૩૬૯	૩૬૯	૩૬૯	૩૬૯

૨ જી રીત

૧ લાને	૨ જાને	૩ જાને	૪ થાને	૫ માને	૬ ઠ્ઠાને	૭ માને	૮ માને	૯ માને
૧	૨	૩	૪	૫	૬	૭	૮	૯
૧૮	૧૦	૧૧	૧૨	૧૩	૧૪	૧૫	૧૬	૧૭
૨૬	૨૭	૧૯	૨૦	૨૧	૨૨	૨૩	૨૪	૨૫
૩૪	૩૫	૩૬	૨૮	૨૯	૩૦	૩૧	૩૨	૩૩
૪૨	૪૩	૪૪	૪૫	૩૭	૩૮	૩૯	૪૦	૪૧
૫૦	૫૧	૫૨	૫૩	૫૪	૪૬	૪૭	૪૮	૪૯
૫૮	૫૯	૬૦	૬૧	૬૨	૬૩	૫૫	૫૬	૫૭
૬૬	૬૭	૬૮	૬૯	૭૦	૭૧	૭૨	૬૪	૬૫
૭૪	૭૫	૭૬	૭૭	૭૮	૭૯	૮૦	૮૧	૭૩
૩૬૯	૩૬૯	૩૬૯	૩૬૯	૩૬૯	૩૬૯	૩૬૯	૩૬૯	૩૬૯

૩ જી રીત

૧ લાને	૨ જાને	૩ જાને	૪ થાને	૫ માને	૬ ઠ્ઠાને	૭ માને	૮ માને	૯ માને
૧	૫	૯	૧૩	૧૭	૨૧	૨૫	૨૯	૩૩
૮૧	૭૭	૭૪	૬૯	૬૬	૬૧	૫૮	૫૩	૫૦
૨	૬	૧૦	૧૪	૧૮	૨૨	૨૬	૩૦	૩૪
૮૦	૭૬	૭૨	૬૮	૬૫	૬૦	૫૭	૫૨	૪૯
૩	૭	૧૧	૧૫	૧૯	૨૩	૨૭	૩૧	૩૫
૭૯	૭૫	૭૧	૬૭	૬૩	૫૯	૫૬	૫૧	૪૮
૪	૮	૧૨	૧૬	૨૦	૨૪	૨૮	૩૨	૩૬
૭૮	૭૩	૭૦	૬૪	૬૨	૫૫	૫૪	૪૬	૪૭
૪૧	૪૨	૪૦	૪૩	૩૯	૪૪	૩૮	૪૫	૩૭
૩૬૯	૩૬૯	૩૬૯	૩૬૯	૩૬૯	૩૬૯	૩૬૯	૩૬૯	૩૬૯

દરેકને ૯ ગાય મળે અને તેનું એકંદર દૂધ ૩૬૯ શેર થાય.

દાખલો ૧૪૮ મો.

આની વ્યાખ્યા દાખલા ૧૪૪ પ્રમાણે સમજવી. ફેર એટલો જ કે આમાં કુલ ગાયની સંખ્યા ૪૯ અને દરેકને સરખે ભાગે વહેંચી આપવાની છે. કહો શી રીતે થાય.

ખુલાસો.

૧ લી રીત

૧ લાને	૨ જાને	૩ જાને	૪ થાને	૫ માને	૬ ઠ્ઠાને	૭ માને
૧	૨	૩	૪	૫	૬	૭
૯	૧૦	૧૧	૧૨	૧૩	૧૪	૮
૧૭	૧૮	૧૯	૨૦	૨૧	૧૫	૧૬
૨૫	૨૬	૨૭	૨૮	૨૨	૨૩	૨૪
૩૩	૩૪	૩૫	૨૯	૩૦	૩૧	૩૨
૪૧	૪૨	૩૬	૩૭	૩૮	૩૯	૪૦
૪૯	૪૩	૪૪	૪૫	૪૬	૪૭	૪૮
૧૭૫	૧૭૫	૧૭૫	૧૭૫	૧૭૫	૧૭૫	૧૭૫

૨ જી રીત

૧ લાને	૨ જાને	૩ જાને	૪ થાને	૫ માને	૬ ઠ્ઠાને	૭ માને
૧	૨	૩	૪	૫	૬	૭
૧૪	૮	૯	૧૦	૧૧	૧૨	૧૩
૨૦	૨૧	૧૫	૧૬	૧૭	૧૮	૧૯
૨૬	૨૭	૨૮	૨૨	૨૩	૨૪	૨૫
૩૨	૩૩	૩૪	૩૫	૨૯	૩૦	૩૧
૩૮	૩૯	૪૦	૪૧	૪૨	૩૬	૩૭
૪૪	૪૫	૪૬	૪૭	૪૮	૪૯	૪૩
૧૭૫	૧૭૫	૧૭૫	૧૭૫	૧૭૫	૧૭૫	૧૭૫

ત્રીજી રીત

૧ લાને	૨ જાને	૩ જાને	૪ થાને	૫ માને	૬ ઠ્ઠાને	૭ માને
૧	૪	૭	૧૦	૧૩	૧૬	૧૯
૪૯	૪૬	૪૪	૪૦	૩૮	૩૪	૩૨
૨	૫	૮	૧૧	૧૪	૧૭	૨૦
૪૮	૪૫	૪૨	૩૯	૩૭	૩૩	૩૧
૩	૬	૯	૧૨	૧૫	૧૮	૨૧
૪૭	૪૩	૪૧	૩૬	૩૫	૨૯	૩૦
૨૫	૨૬	૨૪	૨૭	૨૩	૨૮	૨૨
૧૭૫	૧૭૫	૧૭૫	૧૭૫	૧૭૫	૧૭૫	૧૭૫

આમાં દરેકને સાત ગાય મળે અને તેનું એકંદર દૂધ ૧૭૫ શેર થાય.

દાખલો ૧૪૯ મો

આની વ્યાખ્યા દાખલા ૧૪૪ પ્રમાણે સમજવી. ફેર એટલો જ કે આમાં કુલ ગાયની સંખ્યા ૨૫ ની છે અને તે પાંચ જણા વચ્ચે વહેંચી આપવાની છે. કહો શી રીતે થાય ?

ખુલાસો.

૧ લી રીત

૧ ભાઈ	૨ ભાઈ	૩ ભાઈ	૪ ભાઈ	૫ ભાઈ
૧	૨	૩	૪	૫
૭	૮	૯	૧૦	૬
૧૩	૧૪	૧૫	૧૧	૧૨
૧૯	૨૦	૧૬	૧૭	૧૮
૨૫	૨૧	૨૨	૨૩	૨૪
૬૫	૬૫	૬૫	૬૫	૬૫

૨ જી રીત

૧ ભાઈ	૨ ભાઈ	૩ ભાઈ	૪ ભાઈ	૫ ભાઈ
૧	૨	૩	૪	૫
૧૦	૬	૭	૮	૯
૧૪	૧૫	૧૧	૧૨	૧૩
૧૮	૧૯	૨૦	૧૬	૧૭
૨૨	૨૩	૨૪	૨૫	૨૧
૬૫	૬૫	૬૫	૬૫	૫૬

૩ જી રીત

૧ ભાઈ	૨ ભાઈ	૩ ભાઈ	૪ ભાઈ	૫ ભાઈ
૧	૩	૫	૭	૯
૨૫	૨૩	૨૨	૧૯	૧૮
૨	૪	૬	૮	૧૦
૨૪	૨૧	૨૦	૧૬	૧૭
૧૩	૧૪	૧૨	૧૫	૧૧
૬૫	૬૫	૬૫	૬૫	૬૫

આમાં દરેક ભાઇને પાંચ પાંચ ગાય મળે છે અને તેનું એકંદર દૂધ ૬૫ સેર થાય છે. તે જવાબ.

દાખલો ૧૫૦ મો.

વ્યાખ્યા એની એ સમજવી. (દાખલા ૧૪૪ પ્રમાણે) આમાં માત્ર ૯ ગાય ત્રણ જણા વચ્ચે વહેંચી આપવાની છે. કહો શી રીતે થાય ?

ખુલાસો.

આ દાખલામાં આંકડા થોડા છે જેથી એથી વધુ રીત થઇ શકતી નથી.

આવા દાખલા ૧૪૪ થી ૧૫૦ સુધી જૂદી જૂદી રીતે કોઠા કરી સમજાવ્યા છે જેને જે રીત ઠીક લાગે તે રીત સ્વીકારે.

૧લી રીત

૧ ભાઈ	૨ ભાઈ	૩ ભાઈ
૧	૨	૩
૫	૬	૪
૯	૭	૮
૧૫	૧૫	૧૫

૨જી રીત

૧ ભાઈ	૨ ભાઈ	૩ ભાઈ
૧	૨	૩
૬	૪	૫
૮	૯	૭
૧૫	૧૫	૧૫

છેવટ.

૨૫ ગાયો ૫ વચ્ચે વહેંચવી

૧ લાને	૨ જાને	૩ જાને	૪ થાને	૫ માને
૧	૮	૧૫	૧૭	૨૪
૭	૧૪	૧૬	૨૩	૫
૧૩	૨૦	૨૨	૪	૬
૧૯	૨૧	૩	૧૦	૧૨
૨૫	૨	૯	૧૧	૧૮
૬૫	૬૫	૬૫	૬૫	૬૫

૪૯ ગાયો ૭ વચ્ચે વહેંચવી

૧ લાને	૨ જાને	૩ જાને	૪ થાને	૫ માને	૬ ઠ્ઠાને	૭ માને
૧	૧૦	૧૯	૨૮	૩૦	૩૯	૪૮
૯	૧૮	૨૭	૨૯	૩૮	૪૭	૭
૧૭	૨૬	૩૫	૩૭	૪૬	૬	૮
૨૫	૩૪	૩૬	૪૫	૫	૧૪	૧૬
૩૩	૪૨	૪૪	૪	૧૩	૧૫	૨૪
૪૧	૪૩	૩	૧૨	૨૧	૨૩	૩૨
૪૯	૨	૧૧	૨૦	૨૨	૩૧	૪૦
૧૭૫	૧૭૫	૧૭૫	૧૭૫	૧૭૫	૧૭૫	૧૭૫

ખુલાસો.

૮૧ ગાયો ૯ વચ્ચે વહેંચવી

૧ લાને	૨ જાને	૩ જાને	૪ થાને	૫ માને	૬ ઠ્ઠાને	૭ માને	૮ માને	૯ માને
૧	૧૨	૨૩	૩૪	૪૫	૪૭	૫૮	૬૯	૮૦
૧૧	૨૨	૩૩	૪૪	૪૬	૫૭	૬૮	૭૯	૯
૨૧	૩૨	૪૩	૫૪	૫૬	૬૭	૭૮	૮	૧૦
૩૧	૪૨	૫૩	૫૫	૬૬	૭૭	૭	૧૮	૨૦
૪૧	૫૨	૬૩	૬૫	૭૬	૬	૧૭	૧૯	૩૦
૫૧	૬૨	૬૪	૭૫	૫	૧૬	૨૭	૨૯	૪૦
૬૧	૭૨	૭૪	૪	૧૫	૨૬	૨૮	૩૯	૫૦
૭૧	૭૩	૩	૧૪	૨૫	૩૬	૩૮	૪૯	૬૦
૮૧	૨	૧૩	૨૪	૩૫	૩૭	૪૮	૫૯	૭૦
૩૬૯	૩૬૯	૩૬૯	૩૬૯	૩૬૯	૩૬૯	૩૬૯	૩૬૯	૩૬૯

બીજા પ્રકારના એકી આંકવાળા કોઠાની ત્રણ રીતો બની શકે છે. આ છેવટમાં ત્રણ કોઠા બનાવ્યા છે. તેની રીત આથી અગાઉ દાખલા ૧૩૯ માં બતાવી છે તેને મળતી છે. હવે આ દરેક કોઠામાં જે જે આંકડા આવેલા છે તેના તે જ આંકડા આવા દાખલાની પહેલી રીતમાં છે. જેથી આ રીત ચાલુ પ્રકરણમાં દાખલ કરી નથી. કેટલાક જિજ્ઞાસુઓ આ રીતે કોઠા બનાવે છે તે સુજ્ઞ વાંચનારાની જાણ માટે રજુ કર્યા છે. આપણી વ્યાખ્યામાં માત્ર ઉભા સરવાળા સરખા થાય એટલું જ માગ્યું છે. ત્યારે આ કોઠામાં આડા સરવાળા પણ સરખા થાય છે.

દાખલો ૧૫૧ મો.

રમવાનાં પતાંની ગમત.

એક જ રંગના તેર પાનાં ક્રમવાર કાઢવા હોય તો એવી રીતે કે એક પાનું ઉપર ચઢાવવું અને એક પાનું ખુલ્લું બતાવી જમીન ઉપર મૂકવું. ફરી ત્રીજું પાનું ઉપર ચઢાવી. ચોથું પાનું ખુલ્લું બતાવી જમીન ઉપર મૂકવું. એ પ્રમાણે કર્યા જવું. જેથી પ્રથમ એક, પછી બે પછી ત્રણ એમ ક્રમવાર દશ સુધી આવશે. પછી ૧૧ મા નંબરે ગુલામ, ૧૨મા નંબરે રાણી અને તેરમા નંબરે બાદશાહ આવે.

ખુલાસો.

૧લી રીતઃ પ્રથમ સૌથી નીચે ૭ દાણાનો પતો રાખવો તેની ઉપર ૧ તેની ઉપર ૧૨ (રાણી). પછી ૨, તેની ઉપર ૮, તેની ઉપર ૩, તેની ઉપર ૧૧ (ગુલામ) તેની ઉપર ૪, તેની ઉપર ૯, તેની ઉપર ૫, તેની ઉપર ૧૩ (બાદશાહ) તેની ઉપર ૬, અને સૌથી ઉપર ૧૦.

હવે વ્યાખ્યામાં કહ્યું છે. તેમ પ્રથમ ૭ (સતી) ઉપર ચડાવીએ અને તે પછીનો ૧ (એકો) જમીન ઉપર ખુલ્લો મૂકીએ આમ કરતાં કરતાં ક્રમવાર બધા દાણા આવી જશે.

૨૭ રીતઃ—જો પહેલું પતું ખુલ્લું મૂકીએ અને બીજું પતું ઉપર ચડાવીએ. ફરી ૩જું પતું ખુલ્લું કરીએ અને ચેાથું પતું ઉપર ચડાવીએ એ ક્રમ પ્રમાણે કર્યા કરીએ તેા નીચે પ્રમાણે પતાં ગેાઠવવાં જોઇએઃ—૧; ૧૨ રાણી; ૨: ૮; ૩; ૧૧ ગુલામ; ૪; ૯; ૫; ૧૩ (બાદશાહ); ૬; ૧૦; ૭; આમાં પણ ક્રમવાર બધાં પતાં આવી જશે.

દાખલેા ૧૫૨ મેા.

ગમે તે ચાર આંકડામાંથી ૧૦૦ બનાવવા.

(૫ + ૫) × (૫ + ૫) = ૧૦૦ આવ્યા અથવા $૯૯\frac{૯}{૯}$ = ૧૦૦ આવ્યા. હવે ગણિતની ગમે તે રીતથી, એટલે સરવાળાથી, બાદબાકીથી, ગુણાકારથી, ભાગાકારથી, પૂર્ણાંક, અપૂર્ણાંક, દશાંશ. આદિ કેાઇપણ રીતથી ચાર આંક એવી રીતે ગેાઠવેા કે પરિણામે ૧૦૦ થાય.

ખુલાસેા.

$\frac{૭}{.૭} \times \frac{૭}{.૭} = \frac{૭}{૧} \times \frac{૧૦}{૭} = ૧૦$ પછી : $\frac{૭}{૧} \times \frac{૧૦}{૭} = ૧૦$ હવે ૧૦ × ૧૦ = ૧૦૦ થાય.

દાખલેા ૧૫૩ મેા.

ઘાસના પૂળાનું વજન.

એક વેપારી પાસે ઘાસના ૫ પૂળા છે. તેણે પેાતાના નેાકરને એ પાંચ પૂળાનું જૂદું જૂદું વજન કરી આવવાનું કહ્યું. નેાકરે સમજફેરથી એકેક પૂળાનું વજન કરવું જોઇએ તે બદલ બબે પૂળાનું સાથે વજન કર્યું (પૂળા એક સરખા વજનના નથી. સૌથી ઓછા વજનના પૂળાને પહેલું નંબર આપીએ છીએ. તેથી વધુ વજનવાળાને બીજા નંબરનું કહીએ. એમ ક્રમવાર ત્રીજા નંબરનું, ચેાથા નંબરનું કહીએ. અને સૌથી ભારે વજનવાળાને પાંચમાં નંબરનું કહીએ. આ પ્રમાણે પાંચ પૂળાની સંજ્ઞા સમજવી.) અને છેવટે, રતલ ૧૧૦; ૧૧૨;

૧૧૩; ૧૧૪; ૧૧૫: ૧૧૬: ૧૧૭; ૧૧૮; ૧૨૦; ૧૨૧ એમ જોડી જોડીના આંકડા શેઠ પાસે રજુ કર્યા. તે ઉપરથી શેઠ દરેક પૂળાનું જૂદું જૂદું વજન સમજી ગયા. કહો શું શું વજન દરેક પૂળાનું થયું.

ખુલાસો.

પાંચ પૂળામાંથી દશ રીતે બબેની જોડી બને. જેમકે (૧ લી જોડી) ૧ + ૨. (૨ જી) ૧ + ૩. (૩ જી) ૧ + ૪, (૪ થી) ૧ + ૫ (૫ મી) ૨ + ૩. (૬ ઠ્ઠી) ૨ + ૪ (૭ મી) ૨ + ૫ (૮ મી) ૩ + ૪ (૯ મી) ૩ + ૫ અને (૧૦ મી) ૪ + ૫. આ રીતે દશ જોડી થઈ. અને તેનું વજન અનુક્રમે વ્યાખ્યામાં આપ્યું છે તે સમજવું. એ દશે આંકના એકંદર રતલ ૧૧૫૬ થયા. હવે ઉપર જે આંકડા જોડીમાં આપ્યા છે તેમાં દરેક આંક ચારવાર આવી જાય છે માટે ૧૧૫૬÷૪ = ૨૮૯ તે પાંચે જોડીનું સામટું વજન સમજવું. હવે સૌથી હલકા પૂળાની જોડી (નંબર ૧ અને ૨) નું વજન ૧૧૦. અને સૌથી ભારે પૂળાની જોડી. (નંબર ૪ અને ૫) નું વજન ૧૨૧. એમ બે જોડી (એટલે નંબર ૧ + ૨ + ૪ + ૫ નું) વજન ૨૩૧ રતલ થયું તે ૨૮૯ માથી બાદ કરીએ તો બાકી વજન ૫૮ રતલ રહે. તે વજન પૂળા નંબર ૩ જાનું સમજવું.

હવે સૌથી ભારે એટલે દશમા પૂળાનું વજન ૧૨૧ રતલ છે. અને ૯ મા નંબરની જોડીનું વજન રતલ ૧૨૦ છે. ૯ મા નંબરમાં પૂળા નંબર ૩ અને ૫ સાથે છે. માટે ૧૨૦ – ૫૮ = ૬૨. આ વજન નંબર ૫ મા પૂળાનું. હવે ૧૨૧ – ૬૨ = ૫૯. આ વજન નંબર ૪ પૂળાનું. હવે નંબર ૨ જી જોડીનું વજન ૧૧૨ રતલ છે તેમાં પુળા નંબર ૧ અને ૩ છે. માટે ૧૧૨ – ૫૮ = ૫૪. આ વજન નંબર ૧લા પૂળાનું. હવે ૧૧૦ રતલ તે જોડી ૧ લું વજન. પહેલી જોડીમાં ૧ અને ૨ નંબરના પૂળા છે માટે ૧૧૦ – ૫૪ = ૫૬. આ વજન ૨ જા નંબરના પૂળાનું.

માટે જવાબ—૧ લાનું વજન રતલ ૫૪; ૨ જાનું વજન રતલ ૫૬ : ૩ જાનું વજન રતલ ૫૮ : ૪ થાનું વજન રતલ ૫૯ અને ૫ માનું વજન રતલ ૬૨ :

દાખલો ૧૫૪ મો.

દૂધનું વજન.

દૂધ વેચનારીઓ દૂધના ભરેલા વાસણ માથા ઉપર ઉચકી પોતાના ગામથી રવાને થઇ પડોશના શહેરમાં આવી. દાણીએ તેમની પાસે કેટલા મણ દૂધ છે તે પૂછ્યું. તેના જવાબમાં એ બાઇઓની આગેવાન બાઇએ જવાબ આપ્યો જે અમારી પાસે જેટલા મણ દૂધ છે, તેના બે ભાગ પાડીએ, પછી મોટા ભાગમાંથી નાનો ભાગ બાદ કરીએ. આ ૧ લી બાદબાકી પછી મોટા ભાગનો વર્ગ કરીએ અને તેમાંથી નાના ભાગનો વર્ગ બાદ કરીએ. તો પહેલી બાદબાકી અને પછીની બાદબાકી બેઉની સરખી આવે. કહો ત્યારે દૂધ કેટલું.

ખુલાસો.

દૂધ મણ ૧ તેના બે ભાગ ૨/૩ મણ અને ૨જો ભાગ ૧/૩ મણ. હવે $\frac{૨}{૩} - \frac{૧}{૩} = \frac{૧}{૩}$ આ ૧ લી બાદબાકી.

હવે $\frac{૨}{૩} \times \frac{૨}{૩} = \frac{૪}{૯}$ અને $\frac{૧}{૩} \times \frac{૧}{૩} = \frac{૧}{૯}$ હવે $\frac{૪}{૯} - \frac{૧}{૯} = \frac{૩}{૯}$ એટલે $\frac{૧}{૩}$ આ ૨જી બાદબાકી. હવે ૧લી બાદબાકી $\frac{૧}{૩}$ અને ૨જી બાદબાકી ૧/૩ એ બે સરખી માટે કુલ ૧ મણ દૂધ જવાબ.

દેવમંદિરમાં જતાં થતો અર્થ લાભ.

દાખલો ૧૫૫ મો.

એક સ્થળે સાત મંદિર છે. એ દરેક મંદિરમાં એકેક સેર ઘી દીપમાળામાં ભરવાના ઇરાદાથી એક ગૃહસ્થ ઉતાવળમાં ટોળ્યા માપ્યા વગર એક ઠામમાં અટકળે ઘી લઇ, પોતાના ઘેરથી નીકળ્યો. જ્યારે તે પહેલા મંદિરની સમીપમાં આવ્યો, ત્યારે તેને માલૂમ પડ્યું કે ઘી પૂરૂં થશે નહીં. તેથી તેણે પાસેની દુકાનમાંથી પોતા પાસે જેટલું

ઘી હતું તેટલું બીજું લીધું. હવે પહેલા મંદિરમાં આવી એક સેર ઘીની દીપમાળા ભરી, ત્યાંથી બીજા મંદિર તરફ ચાલ્યેા. રસ્તામાં તેની પાસે જેટલું ઘી હતું તેટલાનું બમણું થયું. તેમાંથી તેણે બીજા મંદિરમાં આવી એક સેર ઘીની દીપમાળા ભરી ત્યાંથી નીકળી ત્રીજા મંદિર તરફ ચાલ્યેા. તેની પાસે બચેલ ઘી ફરી બમણું થયું. આ પ્રમાણે તે દરેક મંદિરમાં એકેક સેર ઘી દીપમાળામાં ભરતેા જાય અને તેની પાસે જેટલું ઘી વધે, તેનું બમણું થતું જાય. હવે છેલ્લા સાતમા મંદિરમાં ૧ સેર ઘી દીપમાળામાં ભરીને બહાર નીકળે છે ત્યારે તેની પાસે ઘી જરા પણ બચતું નથી. કહેા ત્યારે તેણે ઘેરથી ઘી કેટલું લીધું.

ખુલાસેા.

૧ લી રીતઃ—(અમારા કચ્છમાં ૩૨ જૂના દોકડાભારનેા ૧ સેર માન્યેા છે.) આવા દાખલા છેલ્લેથી ઉકેલવા.

દલીલઃ—છેલ્લા સાતમા મંદિરમાં ૧ સેર (૩૨ દોકડાભાર) ઘી દીપમાળામાં ભર્યું. તેથી તેની પાસે કાંઇ પણ ઘી વધ્યું નહીં. એટલે તે સાતમા મંદિરમાં આવ્યેા ત્યારે તેની પાસે ૧ સેર ઘી હતું. હવે તે છઠ્ઠા અને સાતમા મંદિરની વચ્ચમાં જે રસ્તે હતેા ત્યાં તેની પાસે ૧૬ દોકડા ઘી હતું તેમાંથી ૩૨ દોકડાભાર ઘી થયું. હવે તેણે છઠ્ઠા મંદિરમાં ૩૨ દોકડાભાર ઘી ભર્યું ત્યાર પછી તેની પાસે ૧૬ દોકડાભાર ઘી રહ્યું.

નિર્ણયઃ--છઠ્ઠા મંદિરમાં ઘી ભર્યા પહેલાં તેની પાસે (૩૨ + ૧૬) = ૪૮ દોકડાભાર ઘી હતું.

દલીલઃ—પાંચમું મંદિર મૂક્યા પછી અને છઠ્ઠામાં દાખલ થવા પહેલાં તેની પાસે ૨૪ દોકડાભાર ઘી હતું, તેનું બમણું ૪૮ દોકડાભાર થયું. હવે પાંચમા મંદિરમાં ૩૨ દોકડાભાર ઘી દીપમાળામાં ભર્યું ત્યારપછી તેની પાસે ૨૪ દોકડાભાર ઘી રહ્યું.

નિર્ણય:—પાંચમા મંદિરમાં દીપમાળા ભર્યા પહેલાં તેની પાસે ૩૨ દોકડાભાર + ૨૪ દોકડાભાર = ૫૬ દો૦ ભાર ઘી હતું.

દલીલ:—૪ થું મંદિર મૂકયા પછી અને ૫ મામાં પ્રવેશ કરવા પહેલાં તેની પાસે ૨૮ ભાર ઘી હતું જેનું બમણું ૫૬ ભાર થયું. હવે ૪ થા મંદિરમાં ૩૨ દોકડાભાર ઘી દીપમાળામાં ભર્યા પછી તેની પાસે ૨૮ દોકડાભાર ઘી રહ્યું.

નિર્ણય:—૪ થા મંદિરમાં દીપમાળા ભર્યા પહેલાં તેની પાસે ૩૨ દોકડાભાર + ૨૮ દોકડાભાર = ૬૦ દોકડાભાર ઘી હતું.

દલીલ:—૩ જું મંદિર મૂકયા પછી અને ૪ થામાં પ્રવેશ કરવા પહેલાં તેની પાસે ૩૦ દોકડાભાર ઘી હતું તેનું બમણું ૬૦ દોકડા-ભાર થયું. હવે ત્રીજામાં ૩૨ દોકડાભાર દીપમાળામાં ભર્યા પછી તેની પાસે ૩૦ દોકડાભાર રહ્યું.

નિર્ણય:—૩ જા મંદિરમાં દીપમાળા ભર્યા પહેલાં તેની પાસે ૩૨ દોકડાભાર + ૩૦ દોકડાભાર = ૬૨ દોકડાભાર ઘી હતું.

દલીલ:—૨ જું મંદિર મૂકયા પછી અને ૩ જામાં પ્રવેશ કર્યા પહેલાં તેની પાસે ૩૧ ભાર હતું તેના બમણા ૬૨ દોકડાભાર થયું. હવે ૨ જા મંદિરમાં ૩૨ દોકડાભાર દીપમાળામાં ભર્યા પછી તેની પાસે ૩૧ દોકડાભાર ઘી રહ્યું.

નિર્ણય:—૨ જા મંદિરમાં દીપમાળા ભર્યા પહેલાં તેની પાસે ૩૨ દોકડાભાર + ૩૧ દોકડાભાર = ૬૩ દોકડાભાર ઘી હતું.

દલીલ:—૧ લું મંદિર મૂકયા પછી અને ૨ જા મંદિરમાં દાખલ થવા પહેલાં તેની પાસે ૩૧॥ દોકડાભાર ઘી હતું તેનું બમણું થવાથી ૬૩ દોકડાભાર ઘી થયું. હવે ૧ લા મંદિરમાં ૩૨ દોકડાભાર ઘી ભર્યા પછી તેની પાસે ૩૧॥ દોકડાભાર ઘી રહ્યું.

નિર્ણય:—૧ લા મંદિરમાં દીપમાળા ભર્યા પહેલાં તેની પાસે ૩૨ દોકડાભાર + ૩૧॥ દોકડાભાર = ૬૩॥ દોકડાભાર ઘી હતું.

દલીલ:—ઘર મૂક્યા પછી અને પહેલા મંદિરમાં દાખલ થવા પહેલાં રસ્તામાં તેની પાસે ઘેરથી લાવેલ ૩૧।।। દોકડાભાર **ઘી હતું,** તેનું બમણું ૬૩।। દોકડાભાર કર્યું.

નિર્ણય:— જવાબ: ઘેરથી તે ૩૧।।। દોકડાભાર ઘી લાવ્યો.

બીજી રીત.

પહેલી રીતમાં ૧ સેરના ૩૨ દોકડાભાર કલ્યા. આંહી સેરનું જ વજન ધાર્યું છે.

૧ લી રીતમાં ખુલાસો સ્પષ્ટ સમજાવ્યો છે એટલે આંહી રીત ટુંકમાં લખી છે. છેલ્લું સાતમું મંદિર મૂક્યું ત્યારે તેની પાસે કંઈ નહોતું.

(૧ લી વાર) ૭ મા મંદિરમાં આવ્યો ત્યારે તેની પાસે ૧ સેર ઘી હતું તે તેણે દીપમાળામાં ભર્યું. હવે છઠ્ઠુ મંદિર મૂક્યું ત્યારે તેની પાસે $\frac{૧}{૨}$ સેર ઘી હતું તેનું બમણું થયું અને તે લઇ ૭ મા મંદિરમા આવ્યો.

છઠ્ઠુ મંદિર:—દીપમાળા ભરવા પહેલાં તેની પાસે ૧ + $\frac{૧}{૨}$ = $\frac{૩}{૨}$ સેર હતું. મંદિરમાં આવવા પહેલાં તેની પાસે $\frac{૩}{૪}$ સેર હતું.

૫ મું મંદિર:—આમાં દીપમાળા ભરવા પહેલાં ૧ સેર + $\frac{૩}{૪}$ સેર = $\frac{૭}{૪}$ સેર ઘી હતું. રસ્તામાં $\frac{૭}{૪}$ નું અડધું = $\frac{૭}{૮}$ હતું.

૪ થું મંદિર:—દીપમાળા ભરવા પછી તેની પાસે $\frac{૭}{૮}$ સેર અને પહેલાં ૧ + $\frac{૭}{૮}$ = $\frac{૧૫}{૮}$: આંહી આવવા પહેલાં રસ્તામાં $\frac{૧૫}{૮}$ ના અડધા $\frac{૧૫}{૧૬}$ સેર હતું.

૩ જું મંદિર:—દીપમાળા ભરવા પછી $\frac{૧૫}{૧૬}$ અને પહેલાં ૧ + $\frac{૧૫}{૧૬}$ = $\frac{૩૧}{૧૬}$ સેર ઘી હતું. આંહી આવવા પહેલાં રસ્તામાં $\frac{૩૧}{૩૨}$ સેર હતું.

૨ જું મંદિર:—દીપમાળા ભરવા પછી $\frac{૩૧}{૩૨}$ અને પહેલાં ૧ + $\frac{૩૧}{૩૨}$ = $\frac{૬૩}{૩૨}$ આંહી આવવા પહેલાં રસ્તામાં $\frac{૬૩}{૬૪}$ સેર ઘી હતું.

૧ લું મંદિરઃ—દીપમાળા ભરવા પછી $\frac{૬૩}{૬૪}$ અને પહેલાં ૧ + $\frac{૬૩}{૬૪}$ = $\frac{૧૨૭}{૬૪}$ ઘી હતું. આંહી આવવા પહેલાં રસ્તામાં $\frac{૧૨૭}{૧૨૮}$ સેર ઘી હતું એટલે ઘેરથી તે $\frac{૧૨૭}{૧૨૮}$ સેર ઘી લઇને નીકળ્યો. હવે જો ૩૨ દોકડાભારનો સેર લેખીએ તો $\frac{૧૨૭}{૧૨૮}$ સેર તે ૩૧$\frac{૩}{૪}$ દોકડાભાર થાય.

વધુ ખુલાસોઃ—

આવા દાખલામાં ઘી ધાર્યું જેથી તેના ૦।, ૦॥, ૦॥। એવા વિભાગ થઈ શકે પણ જો ઘીની બદલીમાં ફળ કે ફુલ કે એવી જ ચીજ ધારી હોય કે તેના ભાગ ન થઇ શકે તો તેનો જવાબ આવે તે પૂર્ણાંકમાં આવવો જોઇએ. એ સ્પષ્ટ છે. હવે ઉપરના દાખલા પ્રમાણે આંહી નવી વ્યાખ્યા સમજો. ઘીની બદલીમાં કેરી સમજો.

નવી વ્યાખ્યા.

વ્યાખ્યા એની એ. ઘીની બદલીમાં કેરી અને દરેક મંદિરમાં એક સરખી સંખ્યામાં કેરી મૂકતો જાય અને દરેક મંદિરમાં દાખલ થવા પહેલાં તેની પાસે જેટલી કેરી હોય તેની બમણી થાય. કહો ત્યારે તે ઘેરથી કેટલી કેરી લઇને નીકળ્યો.

ખુલાસો.

ઉપરના દાખલાના બીજા ખુલાસામાં જે $\frac{૧૨૭}{૧૨૮}$ આવ્યા તે જ આંક આંહી પણ આવે. જ્યાં ૧ તે સેર ઘીના માટે ધારેલ છે તે જ ૧ ને આંહી દેવ પાસે ધરવાની કેરીની સંખ્યા માનવી.

હવે $\frac{૧૨૭}{૧૨૮}$ આવ્યા. ૧૨૭ અંશમાં છે તે ઘેરથી લાવવાની સંખ્યા અને ૧૨૮ જે છેદમાં છે, તે દરેક મંદિરમાં દેવપાસે મૂકવાની સંખ્યા.

તેનું સ્પષ્ટીકરણ.

૭ મા મંદિરમાં ૧૨૮ કેરી ધરી. ત્યારે તેની પાસે કાંઇ પણ બચ્યું નહીં. આ મંદિરમાં દાખલ થવા પહેલાં તેની પાસે ૧૨૮ ના અડધી ૬૪ હતી. એટલે છઠ્ઠું મંદિર મૂકયા પછી તેની પાસે ૬૪ કેરી હતી.

૬ ઠ્ઠા મંદિરમાં:—આંહી આવ્યો ત્યારે તેની પાસે ૧૨૮ + ૬૪ = ૧૯૨ કેરી અને આંહી આવ્યા પહેલાં ૧૯૨ ÷ ૨ = ૯૬ કેરી.

૫મા મંદિરમાં:—આવ્યો ત્યારે ૧૨૮ + ૯૬ = ૨૨૪ કેરી અને આવ્યા પહેલાં ૨૨૪ ÷ ૨ = ૧૧૨ કેરી.

૪ થામાં આવ્યો ત્યારે ૧૨૮ + ૧૧૨ = ૨૪૦ કેરી અને આવ્યા પહેલાં ૨૪૦ ÷ ૨ = ૧૨૦ કેરી.

૩ જામાં આવ્યો ત્યારે ૧૨૮ + ૧૨૦ = ૨૪૮ અને આવ્યા પહેલાં ૨૪૮ ÷ ૨ = ૧૨૪

૨ જામાં આવ્યો ત્યારે ૧૨૮ + ૧૨૪ = ૨૫૨: અને આવ્યા પહેલાં ૨૫૨ ÷ ૨ = ૧૨૬

૧ લામાં આવ્યો ત્યારે ૧૨૮ + ૧૨૬ = ૨૫૪ અને આવ્યા પહેલાં ૨૫૪ ÷ ૨ = ૧૨૭.

માટે **જવાબ** ઘેરથી નીકળ્યો ત્યારે ૧૨૭ કેરી હતી અને દરેક દેવ પાસે મૂકી ૧૨૮ કેરી.

આવા દાખલાની ચાવી.

આમાં અમુક રકમ બમણી થાય છે. અને ૭ મંદિર છે એટલે ૭ વાર બમણી થાએ માટે ૨ ના ૭ ઘાત ૧૨૮ થાય. આ ૧૨૮ ને ($\frac{}{૧૨૮}$) છેદમાં મૂકયા. હવે ૧૨૮ − ૧ = ૧૨૭ આવ્યા. એટલે એને ભાજ્ય કહો. હવે ૧૨૮ નું ઘાત મૂળ ૨ છે. એ બેમાંથી એક બાદ કરો તો ૧ આવે તેને ભાજક કહો હવે ૧૨૭ ભાજ્ય ÷ ૧ ભાજક તો જવાબ ૧૨૭. આ ૧૨૭ ને અંશસ્થાનમાં ($\frac{૧૨૭}{}$) મૂકો આ રીતે આખી રકમ $\frac{૧૨૭}{૧૨૮}$ તૈયાર થઇ.

૧૨૭ અંશવાળી રકમ ઘેરથી લાવ્યો અને ૧૨૮ છેદવાળી રકમ દેવ પાસે રાખી.

વ્યાખ્યા ૩ ગણાની.

વ્યાખ્યા એની એ મંદિર ૩ છે અને જે રકમ વધે છે તે ત્રણ ત્રણ ગણી થાય છે ત્યારે કહો કે તે ધણી ઘેરથી કેટલી લાવ્યો અને

દરેક દેવ પાસે કેટલી મૂકી. રકમ રૂપીઆ સમજો જવાબ પૂર્ણાંકમાં લાવવો.

ખુલાસો.

આમાં મંદિર ૩ છે. અને રકમ ૩ ગણી થાય છે. માટે ૩ના ત્રિઘાત કરવા. એટલે ૩ × ૩ × ૩ × = ૨૭ આવ્યા. આને $\left(\frac{\text{અંશમાં}}{૨૭}\right)$ છેદમાં મૂકો. હવે ૨૭ − ૧ = ૨૬ આવ્યા. તેને ભાજ્ય સમજો. પછી ૨૭ ના ઘાતમૂળ ૩ માંથી ૧ બાદ કરો તો ૨ આવ્યા તેને ભાજક સમજો. હવે ભાજ્ય ૨૬ અને ભાજક ૨ નો સંબંધ જોડો એટલે ૨૬ ÷ ૨ = ૧૩ આવ્યા. આને $\left(\frac{૧૩}{\text{છેદ}}\right)$ અંશસ્થાને મૂકો આ રીતે આખી રકમ $\frac{૧૩}{૨૭}$ થઈ માટે **જવાબ** ૧૩ રૂપીઆ ઘેરથી લાવ્યો અને ૨૭ રૂપીઆ દરેક દેવ પાસે મૂકયા.

વ્યાખ્યા: ૪ ગણા થવાની.

મંદિર ૪ છે. રકમ ચારગણી થાય છે. બાકીની વ્યાખ્યા મૂળ વ્યાખ્યા પ્રમાણે, કહો તે માણસ ઘેરથી કેટલા રૂપીઆ લાવ્યો, અને દરેક દેવ પાસે કેટલા મૂકયા ?

ખુલાસો.

આમાં અમુક રકમ ચાર વાર ચાર ગણી થાય છે માટે ૪ ના ૪ ઘાત = ૨૫૬ થાય. આને $\left(\frac{\text{અંશ}}{૨૫૬}\right)$ છેદમાં મૂકો. પછી ૨૫૬−૧ = ૨૫૫ આવ્યા તેને ભાજ્ય સમજી અલગ રાખો. ૨૫૬ ના ઘાતમૂળ ૪ માટે ૪ − ૧ = ૩ આવે તે ભાજક; પછી ૨૫૬ ભાજ્ય ÷ ૩ ભાજક = ૮૫ આવ્યા. તેને $\left(\frac{૮૫}{\text{છેદ}}\right)$ અંશસ્થાનમાં મૂકો. આ રીતે $\frac{૮૫}{૨૫૬}$ રકમ તૈયાર થઇ.

માટે **જવાબ.** ૮૫ રૂપીઆ ઘેરથી લાવ્યો. ૨૫૬ રૂપીઆ દરેક મંદિરમાં દેવ પાસે મૂકયા.

વ્યાખ્યા:—૫ ગણા થવાની

મંદિર ચાર છે. રકમ ૫ ગણી થાય. બાકી વ્યાખ્યા ઉપર પ્રમાણે સમજવી. કહો કેટલા રૂપીઆ ઘેરથી લાવ્યો અને દરેક મંદિરમાં કેટલા રૂપીઆ મૂકે.

ખુલાસો.

આમાં ૫ ના ૪ ઘાત કરવા તે થયા ૬૨૫ માટે $\left(\frac{\text{અંશ}}{૬૨૫}\right)$ છેદમાં મૂકો. પછી ૬૨૫ − ૧ = ૬૨૪ ભાજ્ય થયા. હવે ૬૨૫ ના ઘાત મૂળ ૫ માટે ૫ − ૧ = ૪ તે ભાજક. માટે ૬૨૪ ÷ ૪ = ૧૫૬. તેને $\left(\frac{૧૫૬}{\text{છેદ}}\right)$ અંશસ્થાનમાં મૂકો. હવે આખી રકમ $\frac{૧૫૬}{૬૨૫}$ થઇ.

માટે **જવાબ:** ૧૫૬ રૂપીઆ ઘેરથી લાવવાની સંખ્યા. ૬૨૫ રૂપીઆ દરેક મંદિરમાં દેવ પાસે મૂકવાની સંખ્યા.

નીચેના દાખલા સહેજ ફેરફાર વાળા છે. ઉપરના દાખલામાં જેટલા મંદિર હોય તેટલીવાર અમુક ગણી રકમ થાય જેમકે સાત મંદિર હોય તો સાતવાર અમુક રકમ અમણી થાએ. હવે આ દાખલામાં એકવાર કમતી અમુક ગણા થાય છે.

દાખલો ૧૫૬ મો.

એક માણસ અમુક રૂપીઆ લઇ ચાર ધામની યાત્રા માટે રવાને થયો. પ્રથમ જગન્નાથજી ગયો ત્યાં યથાશક્તિ રૂપીઆ વાવર્યા. ત્યાંથી ઉત્તરમાં ગયો. રસ્તામાં તેની પાસે જેટલા રૂપીઆ હતા તેના નવ-ગણા થાય એવી રીતે હુંડી લખી મેળવ્યા. પછી ૩ જીવાર રૂષિકેશ ગયો ત્યાંપણ પ્રથમ જેટલા જ રૂપીઆ ધર્મધ્યાનમાં વાવર્યા. ત્યાંથી પશ્ચિમે દ્વારકા આવ્યો. રસ્તામાં તેની પાસે જેટલા હતા તેના નવગણા

થાય એવી રીતે હુંડી લખી મેળવ્યા. અને છેલ્લીવાર રામેશ્વર ગયેા. રસ્તામાં તેની પાસે જેટલા રૂપીઆ હતા તેના નવગણા થાય એવી રીતે હુંડી લખી મેળવ્યા. (રામેશ્વરમાં અને દ્વારકામાં પ્રથમ જેટલાજ રૂપીઆ વાવર્યા.) છેલ્લે રામેશ્વરમાંથી નીકળ્યેા ત્યારે તેની પાસે એક પણ રૂપીએા રહ્યેા નહીં. કહેા ત્યારે તેણે ઘેરથી કેટલા રૂપીઆ લીધા અને દરેક ધામમાં કેટલા કેટલા રૂપીઆ વાવર્યા. (બધા ધામમાં રૂપીઆ સરખા વાવરે છે. જવાબ પૂર્ણાંક લાવવા.)

ખુલાસેા.

આમાં દરેક ધામમાં વાવરવાની સંખ્યા માટે ૧ ધારી, આગળ બનાવેલ રીતનેા ઉપયેાગ કરવેા એટલે જવાબ આવી જશે.

ચાવી.

આમાં નવગણા ૩ વાર થાય છે માટે ૯ નેા ત્રિઘાત ૭૨૯ ને $\left(\frac{\text{અંશ}}{૭૨૯}\right)$ છેદમાં મૂકેા. પછી ૭૨૯ − ૧ = ૭૨૮ ભાજ્ય આવ્યા. હવે ઘાત મૂળ ૯ માટે ૯ − ૧ = ૮ ભાજક આવ્યા માટે ૭૨૮ ÷ ૮ = ૯૧ આવ્યા. હવે છેદવાળા ૭૨૯ માં ૯૧ ઉમેરેા = ૮૨૦ આવ્યા. આને અંશમાં મૂકેા $\left(\frac{૮૨૦}{૭૨૯}\right)$ આ રીતે $\frac{૮૨૦}{૭૨૯}$.

હવે **જવાબ** ૮૨૦ ઘેરથી રૂપીઆ લાવ્યા. અને ૭૨૯ દરેક ધામમાં ખર્ચ્યા.

દાખલેા ૧૫૫ અને ૧૫૬ માં રહેલ તફાવત ધ્યાનમાં રાખી આવા બે જાતના દાખલા કરવા.

બુડતું વહાણ અને છડિયા.

દાખલેા ૧૫૭ મેા.

નમુનેા ૧ લેા.

કચ્છ માંડવીથી ૬૪ છડિયા **अ, ब, क** અને **ड** નામના ચાર વહાણમાં જેને જેમ ફાવે તેમ બેઠા. કાંઠેા મૂકી વહાણ આગળ

ચાલ્યાં એટલે **अ** નામનું વહાણ બૂડવા લાગ્યું. જેથી તેની મદદે બીજા ત્રણ વહાણ આવ્યાં. જેથી એ ત્રણે દરેકમાં જેટલા જેટલા છડિયા હતા, તેટલા તેટલા બીજા તેમણે, **अ** માંથી આવવા દીધા. હવે **ब** નામનું વહાણ વજનથી બૂડવા લાગ્યું. જેથી પ્રથમની માફક બીજા ત્રણ દરેકમાં જેટલા જેટલા માણસો હતા, તેટલા તેટલા. બીજા દરેકે **ब** માંથી આવવા દીધા. પછી **क** નામનું વહાણ બૂડવા લાગ્યું. આથી **अ, ब** અને **ड.** દરેકમાં જેટલા જેટલા માણસો હતા, તેટલા તેટલા બીજા **क** માથી લેવામાં આવ્યા. હવે **ड** નામનું વહાણ બૂડવા લાગ્યું. જેથી **अ, ब** અને **क** દરેકમાં જેટલા માણસો હતા. તેટલા **ड** માંથી ઉતરી એ ત્રણેમાં બેઠા. હવે ચારે વહાણમાં એક સરખા માણસો થયા. જેથી વહાણ બરાબર તરવા લાગ્યા. અને સહીસલામત સામે ઉભેલી સ્ટીમર ઉપર પહોંચ્યા. કહો ત્યારે શરૂઆતમાં દરેક વહાણમાં કેટલા માણસો હતા.

ખુલાસો.

રીત ૧ લી.

આવા દાખલા પણ છેલ્લેથી ઉકેલવા. હવે વ્યાખ્યામાં સૌથી છેલ્લે **ड** નામની બેડી બૂડવા લાગે છે. માટે આપણે ત્યાંથી શરૂઆત કરવી. પ્રથમ **ड** બેડી બૂડવા લાગે છે ત્યારે તેની ઉપર કેટલા માણસો હોય છે, અને તે ઉપરથી શરૂઆતમાં **ड** બેડી ઉપર કેટલા માણસો હતા તે નક્કી કરવું. આવી જ રીતે ક્રમવાર **क, ब** અને **अ** બેડી માટે મુદ્દા ગોઠવવા. કુલ છડિયા ૬૪ છે. માટે સૌથી છેલ્લે દરેક બેડી ઉપર ૧૬ માણસો હોય છે.

૧ લો મુદ્દો:—**ड** નામની બેડી બૂડતી વખતે તે ઉપર કેટલા માણસો હતા. અને તે ઉપરથી શરૂઆતમાં કેટલા છડિયા હતા તે નક્કી કરવાનું છે.

દલીલ:– **ड** બેડી બૂડતી હતી તે વખતે **अ**, **ब** અને **क** એ દરેક બેડી ઉપર જેટલા (૮) છડિયા હતા. તેટલા (૮) છડિયા એ દરેક માટે **ड** ઉપરથી લાવવામાં આવ્યા. જેથી ચારે બેડી ઉપર સરખા થયા. એટલે દરેક ઉપર ૧૬ સોળ થયા.

હવે આમ થવાથી **ड** ઉપરથી આઠ આઠ ત્રણવાર એટલે ૨૪ છડિયા ઉતર્યા.

નિર્ણય:—હવે **ड** બૂડતી હતી. તે વખતે તેના ઉપરથી ૨૪ છડિયા ઉતર્યા અને તે પછી તે ઉપર ૧૬ છડિયા રહ્યા. જેથી કૂલ છડીઆ ૪૦ હતા. આ વજનથી બેડી બૂડતી હતી. આ વખતે **अ**, **ब** અને **क** ઉપર આઠ આઠ હતા.

પ્રશ્ન:—**ड** બેડીમા ૪૦ છડિયા શી રીતે થયા ?

જવાબ:—જ્યારે **क** નામની બેડી બૂડતી હતી ત્યારે **ड**માં જેટલા (૨૦) માણસો હતા. તેટલા (૨૦) બીજા **क**માંથી લેવામાં આવ્યા, ત્યારે **ड**માં ૪૦ માણસો થયા. જ્યારે **क**ની બેડી બૂડતી હતી ત્યારે જેમ **ड**ના માટે છડિઆ ઉતારવામાં આવ્યા તેવી જ રીતે **अ** અને **ब** બેડીમાટે પણ ઉતારવામાં આવ્યા હતા.

નિર્ણય:—જયારે **क** નામની બેડી બૂડતી હતી તે વખતે **ड** ઉપર ૨૦ જણ હતા.

પ્રશ્ન:—ઉપર પ્રમાણે **ड**માં ૨૦ જણ શી રીતે થયા ?

જવાબ:—જયારે **ब**ની બેડી બૂડતી હતી ત્યારે **ड** બેડી ઉપર જેટલા (૧૦) માણસો હતા. તેટલા (૧૦) બીજા **ब** ઉપરથી આવ્યા, ત્યારે ૨૦ થયા.

નિર્ણય:—જયારે **ब** નામની બેડી બૂડતી હતી. ત્યારે **ड** ઉપર ૧૦ માણસો હતા.

પ્રશ્ન:—ઉપર પ્રમાણે **ड** ઉપર ૧૦ માણસો શી રીતે થયા.

જવાબ:—જયારે **अ** બેડી બૂડતી હતી ત્યારે **ड** બેડી ઉપર

જેટલા (૫) માણસો હતા તેટલા (૫) બીજા **अ** બેડી ઉપરથી આવ્યા ત્યારે ૧૦ થયા.

નિર્ણય:—જ્યારે **अ** બેડી બૂડતી હતી ત્યારે **ड** બેડી ઉપર ૫ માણસો હતા. એટલે કોઈપણ જાતની આપલે થઈ તે પહેલાં યાને શરૂઆતમાં **ड** બેડી ઉપર ૫ માણસો હતા.

૨જો મુદ્દો:—**क** નામની બેડી બૂડતી હતી, ત્યારે તે ઉપર કેટલા માણસો હતા. અને તે ઉપરથી શરૂઆતમાં કેટલા હતા તે નક્કી કરવાનું છે.

દલીલ:—પહેલા મુદ્દા ઉપરથી જાણીએ છીએ કે **क**ની બેડી બૂડતી હતી તે વખતે તે ઉપરથી છડિયા ઉતરી ગયા પછી **क** બેડી ઉપર ૮ છડિયા હતા. જ્યારે **क** ઉપર ૮ રહ્યા ત્યારે **अ. ब** દરેક ઉપર પણ આઠ આઠ હતા. અને **ड** ઉપર તે વખતે ૪૦ થયા. આમ થવાનું કારણ એ કે જ્યારે **क**ની બેડી બૂડતી હતી ત્યારે **अ** બેડી ઉપર જેટલા (૪) છડિયા હતા તેટલા (૪) બીજા **क** ઉપરથી ઉતારવામાં આવ્યા ત્યારે **अ** ઉપર આઠ થયા. આવી રીતે **ब** બેડી ઉપર પણ આઠ થયા. અને **ड** બેડી ઉપર જેટલા (૨૦) હતા તેટલા (૨૦) બીજા **क** ઉપરથી ઉતર્યા ત્યારે ૪૦ થયા આ પ્રમાણે **क** ઉપરથી એકંદર ૪ + ૪ + ૨૦ = ૨૮ છડિયા ઉતર્યા બાદ તેમાં ૮ રહ્યા માટે ૨૮ + ૮ = ૩૬ના વજનથી **क** બેડી બૂડતી હતી.

નિર્ણય:—**क** નામની બેડી બૂડતી હતી તે વખતે તે ઉપર ૩૬ છડિયા હતા.

પ્રશ્ન:—**क** નામની બેડીમાં ૩૬ છડિયા શી રીતે થયા?

જવાબ:—જ્યારે **ब** નામની બેડી બૂડતી હતી ત્યારે **क** ઉપર જેટલા (૧૮) માણસો હતા, તેટલા (૧૮) બીજા **ब** ઉપરથી આવ્યા ત્યારે ૩૬ થયા: નિર્ણય:—**ब** ની બેડી બૂડતી હતી તે વખતે **क** ઉપરે ૧૮ હતા.

પ્રશ્નઃ—क બેડીમાં ૧૮ છડિયા શી રીતે થયા.

જવાબઃ—જ્યારે **अ** નામની બેડી બૂડતી હતી ત્યારે **क** ઉપર જેટલા (૯) છડિયા હતા તેટલા (૯) બીજા **अ** ઉપરથી આવ્યા ત્યારે **क** માં ૧૮ થયા. બીજી રીતે કહીએ તેા, કેાઇપણ જાતની આપ લે થઇ તે પહેલાં યાને શરૂઆતમાં **क** બેડી ઉપર ૯ માણસેા હતા.

નિર્ણયઃ क બેડી ઉપર શરૂઆતમાં ૯ છડિયા હતા.

૩ જો મુદ્દોઃ—ब નામની બેડી બૂડતી હડી તે વખતે તે ઉપર કુલ કેટલા છડિયા હતા અને તે ઉપરથી શરૂઆતમાં કેટલા છડિયા હતા તે નક્કી કરવાનું છે.

દલીલઃ બીજા મૂદ્દા ઉપરથી જાણીએ છીએ કે જ્યારે **ब** બેડી બૂડતી હતી ત્યારે તે ઉપરથી છડિયા ઉતરી ગયા પછી **ब** બેડી ઉપર ૪ છડિયા હતા. આ વખતે **अ** ઉપર જેટલા (૨) છડિયા હતા તેટલા (૨) બીજા **ब** ઉપરથી ઉતર્યા, જેથી **अ** ઉપર ૪ થયા. આ વખતે **क** ઉપરે (૧૮) હતા અને બીજા ૧૮ **ब** ઉપરથી ઉતર્યા. અને **ड** ઉપર ૧૦ માણસેા હતા, અને બીજા ૧૦ **ब** ઉપરથી ઉતર્યા. હવે તે વખતે ઉતરેલ છડિયાની કુલ સંખ્યા. ૨ + ૧૮ + ૧૦=૩૦ થયા. આ ઉતર્યા પછી **ब** ઉપરે ૪ રહ્યા. જેથી ૩૦ + ૪=૩૪ માણસના વજનથી **ब** બૂડતી હતી.

પ્રશ્નઃ ब નામની બેડીમાં ઉપર પ્રમાણે ૩૪ છડિયા શી રીતે થયા ?

જવાબઃ—જ્યારે **अ** નામની બેડી બૂડતી હતી, તે વખતે **ब** ઉપર જેટલા (૧૭) છડિયા હતા, તેટલા (૧૭) બીજા **अ** ઉપરથી આવ્યા, ત્યારે ૩૪ થયા. એટલે કેાઈપણ જાતની આપલે થયા પહેલાં યાને શરૂઆતમાં **ब** ઉપર ૧૭ માણસેા હતા.

૪ થેા મુદ્દોઃ—अ નામની બેડી બૂડતી હતી તે વખતે **अ** ઉપર કુલ છડિયા કેટલા હતા. અને તે ઉપરથી શરૂઆતમાં તેમાં કેટલા

હતા એ નક્કી કરવાનું છે. આનો અર્થ એકે શરૂઆતમાં **अ** ઉપર કેટલા છડીયા હતા.

દલીલ:—આગળના ત્રણે મુદ્દા ઉપરથી જણાયું છે કે જ્યારે **अ** નામની બેડી બૂડતી હતી તે વખત **ब** માટે ૧૭, **क** માટે ૯ અને **ड** માટે ૫ છડીયા ઉતર્યા. આમ કુલ ૩૧ ઉતર્યા. અને આ છડિયા ઉતરી ગયા પછી તેમાં ૨ રહ્યા હતા. કારણ એ પછી **ब** બેડી બૂડતી હતી તે વખતે **अ** માં ૨ હતા, એમ કહેવાઇ ગયું છે. માટે કુલ ૩૧ + ૨=૩૩ છડીયા.

નિર્ણય:—કોઇપણ જાતની આપલે થયા પહેલાં યાને **अ** બેડી બૂડતી હતી ત્યારે **अ** ઉપર ૩૩ છડિયા હતા.

જવાબ:—શરૂઆતમાં **अ** ઉપર ૩૩, **ब** ઉપર ૧૭; **क** ઉપર ૯; અને **ड** ઉપર ૫ છડિયા હતા.

આવા દાખલામાં છડિયાની કુલ સંખ્યા ૬૪ કહી દીધી જેથી અપૂર્ણાંકની રીતથી અજ્ઞાત માણસોને સરળતાથી સમજાવી શકાય. અને જેઓ અપૂર્ણાંકની રીતથી જાણીતા છે તેમના માટે આ નીચે અપૂર્ણાંકની રીત કરી બતાવી છે.

રીત બીજી.

જ્યાં ૬૪ કુલ સંખ્યા કહી છે ત્યાં છડિયા કેટલા હતા તે અજ્ઞાત સમજવા. બાકી વ્યાખ્યા એની એ જ સમજવી.

ખુલાસો.

સૌથી છેલ્લે ચારે બેડી ઉપર સરખા માણસો થયા. એ સરખા માણસોની સંખ્યા માટે ૧ ધારવું એટલે સૌથી છેલ્લે દરેક બેડીમાં ૧ ની સંખ્યા રહી (ચારે બેડીમાં એકંદર ૪ થયા.)

૧ લો મુદ્દો:—**ड** નામની બેડી બુડતી હતી તે વખતે, બીજી ત્રણ **अ**, **ब**, અને **क** એ ઉપર જેટલા જેટલા ($\frac{1}{2}$) છડિયા હતા

તેટલા તેટલા ($\frac{૧}{૨}$) દરેક માટે **ड** ઉપરથી ઉતારવામાં આવ્યા. તેથી ચારે બેડીમાં સરખા થયા. એટલે **अ** માં $\frac{૧}{૨}$ હતા તેમાં $\frac{૧}{૨}$ આવ્યા ત્યારે ૧ ની સંખ્યા થઈ, એ પ્રમાણે **ब** માં અને **क** માં થયું અને આ બધા માટે ઉતરી ગયા પછી **ड** માં પણ ૧ ની સંખ્યા રહી. એટલે કાંઇ પણ આપલે થાય તે પહેલા **ड** ઉપર $\frac{૧}{૨}+\frac{૧}{૨}+\frac{૧}{૨}+૧=\frac{૫}{૨}$ની સંખ્યા હતી જેથી **ड** બેડી બૂડતી હતી. હવે **ड** બેડીમાં $\frac{૫}{૨}$ની સંખ્યા થવાનું કારણ એ કે જે વખતે **क** ની બેડી બૂડતી હતી તે વખતે **ड** ની બેડીમાં જેટલા ($\frac{૫}{૪}$) છડિયા હતા, તેટલા ($\frac{૫}{૪}$) બીજા છડિયા **क** બેડીમાં આવ્યા, ત્યારે **ड** બેડીમાં $\frac{૫}{૨}$ થયા. **क** નામની બેડીમાંથી છડિયા આવ્યા પહેલાં **ड** માં $\frac{૫}{૪}$ હતા. હવે આ $\frac{૫}{૪}$ થવાનું કારણ એ કે **ब** નામની બેડી બુડતી હતી તે વખતે **ड** બેડીમાં જેટલા ($\frac{૫}{૮}$) છડિયા હતા તેટલા ($\frac{૫}{૮}$) બીજા **ब** ઉપરથી આવ્યા ત્યારે **ड** માં ($\frac{૫}{૮}+\frac{૫}{૮}=\frac{૧૦}{૮}$)$=\frac{૫}{૪}$ થયાં આ ઉપરથી સ્પષ્ટ થાય છે કે **ड** બેડીમાંથી માણસો આવ્યા પહેલાં **ड** બેડીમાં $\frac{૫}{૮}$ છડિયા હતા. હવે **ड** બેડીમાં $\frac{૫}{૮}$ છડિયા થવાનું કારણ એ કે **अ** બેડી જ્યારે બૂડતી હતી ત્યારે **ड** માં જેટલા ($\frac{૫}{૧૬}$) છડિયા હતા, તેટલા ($\frac{૫}{૧૬}$ **अ** માંથી આવ્યા ત્યારે **ड** માં $\frac{૫}{૮}$ થયા. માટે **अ** માંથી આવ્યા પહેલાં એટલે શરૂઆતમાં **ड** ઉપર $\frac{૫}{૩૨}$ છડિયા હતા.

૨ જો મુદ્દો:—**ड** બેડી બૂડતી હોય ત્યારે **अ**માં $\frac{૧}{૨}$, **ब**માં $\frac{૧}{૨}$ અને **क**માં $\frac{૧}{૨}$ અને **ड** પોતામાં $\frac{૫}{૨}$ હતા. આ બધું કહેવાઇ ગયું. હવે **क** બેડીમાં $\frac{૧}{૨}$ સંખ્યા છે, તેનું કારણ એ કે જ્યારે **क** બેડી બૂડતી હતી તે વખતે **अ** બેડીમાં જેટલા ($\frac{૧}{૪}$) છડીઆ હતા. અને **ब** બેડીમાં પણ ($\frac{૧}{૪}$ છડીઆ) જેટલા હતા તેટલા તેટલા અને **ड** બેડીમાં જેટલા ($\frac{૫}{૪}$) હતા તેટલા ($\frac{૫}{૪}$) ઉતર્યા પછી તેમાં $\frac{૧}{૨}$ રહ્યા. એટલે $\frac{૧}{૪}+\frac{૧}{૪}+\frac{૧}{૨}+\frac{૫}{૪}$ છડીઆના વજનથી **क** બેડી બૂડતી હતી. હવે એ $\frac{૯}{૪}$ છડીઆ શી રીતે થયા. કારણ એ કે જ્યારે **ब**

બેડી બૂડતી હતી ત્યારે **क** બેડીમાં જેટલા ($\frac{૯}{૮}$) છડિયા હતા. તેટલા ($\frac{૯}{૮}$) **ब**માંથી આવ્યા ત્યારે **क** બેડીમાં ($\frac{૯}{૮}+\frac{૯}{૮}=\frac{૧૮}{૮}$) $=\frac{૯}{૪}$ થયા. આ ઉપરથી સ્પષ્ટ થાય છે કે **ब**માંથી કંઇપણ આવ્યા પહેલાં **क** બેડીમાં $\frac{૯}{૮}$ હતા. હવે આ $\frac{૯}{૮}$ થવાનું કારણ એ કે **अ** બેડી બૂડતી હતી તે વખતે **क** બેડીમાં જેટલા ($\frac{૯}{૧૬}$) છડીઆ હતા, તેટલા ($\frac{૯}{૧૬}$) છડીઆ **अ** બેડીમાંથી આવ્યા, ત્યારે **क** બેડીમાં ($\frac{૯}{૧૬}+\frac{૯}{૧૬}=\frac{૧૮}{૧૬}$) $=\frac{૯}{૮}$ થયા. એટલે કે **अ** બેડીમાંથી આવ્યા પહેલાં યાને શરૂઆતમાં કોઇ પણ જાતની આપલે થયા પહેલાં **क** બેડીમાં $\frac{૯}{૧૬}$ છડીઆ હતા.

૩ જો મુદ્દો:—**ब** બેડી બૂડતી હતી તે વખતે તે ઉપરથી **क** બેડી માટે $\frac{૯}{૮}$ છડીઆ. અને **ड** બેડી માટે $\frac{૫}{૮}$ ઉતારવામાં આવ્યા એ કહી ગયા છીએ. **ब** બેડી ઉપરથી છડીઆ ઉતરી ગયા પછી એટલે **क** બેડી બૂડતી હતી તે વખતે **अ** અને **ब** એ દરેક ઉપર $\frac{૧}{૮}$ છડીઆ હતા. એ પણ કહેવાઇ ગયું છે. આ ઉપરથી એમ પણ સમજવાનું છે કે **ब** બેડી બૂડતી હતી તે વખતે **अ** બેડી ઉપર જેટલા ($\frac{૧}{૮}$) છડીઆ હતા, એટલા ($\frac{૧}{૮}$) **ब** બેડી ઉપરથી ઉતારવામાં આવ્યા, ત્યારે **अ**માં ($\frac{૧}{૮}+\frac{૧}{૮}=\frac{૨}{૮}$) $\frac{૧}{૪}$ થયા. આ ઉપરથી **ब** બેડી બૂડતી હતી તે વખતે **अ** માટે $\frac{૧}{૮}$ **क** માટે $\frac{૯}{૮}$ અને **ड** માટે $\frac{૫}{૮}$—કુલ $\frac{૧૫}{૮}$ ઉતર્યા પછી $\frac{૧}{૪}$ **ब** પોતામાં રહ્યા એટલે $\frac{૧૫}{૮}+\frac{૧}{૪}=\frac{૧૭}{૮}$ છડીઆ થયા. આટલા વજનથી **ब** બેડી બૂડતી હતી. આમ થવાનું કારણ એ કે જે વખતે **अ** બેડી બૂડતી હતી, તે વખતે જેટલા ($\frac{૧૭}{૧૬}$) છડીઆ **ब**માં હતા, તેટલા ($\frac{૧૭}{૧૬}$) બીજા **अ** માંથી આવ્યા ત્યારે $\frac{૧૭}{૮}$ થયા. એટલે શરૂઆતમાં કોઇપણ જાતની આપલે થાય તે પહેલાં **ब** ઉપર $\frac{૧૭}{૧૬}$ છડીઆ હતા.

૪ થો મુદ્દો:—**अ** બેડી બૂડતી હતી તે વખતે **ब** માટે $\frac{૧૭}{૧૬}$, **क** માટે $\frac{૯}{૧૬}$ અને **ड** માટે $\frac{૫}{૧૬}$ છડીઆ ઉતારવામાં આવ્યા તે કુલ $\frac{૩૧}{૧૬}$ થયા. (આ એક કલમ થઈ) એમ કહેવાઈ ગયું છે. આ બધા

ઉતરી ગયા પછી **અ** પોતામાં $\frac{૨}{૧૬}$ રહ્યાં એ પણ ત્રીજા મુદ્દામાં કહેવાઇ ગયું. એ બીજી કલમ માટે $\frac{૩૧}{૧૬}+\frac{૧}{૮}=\frac{૩૩}{૧૬}$ થયા. હવે કોઈ પણ જાતની આપલે થયા પહેલાં એટલે શરૂઆતમાં **અ** ઉપર $\frac{૩૩}{૧૬}$ છઠીઆ હતા. માટે **જવાબ અ** ઉપર $\frac{૩૩}{૧૬}$; **બ** ઉપર $\frac{૧૭}{૧૬}$, **ક** ઉપર $\frac{૯}{૧૬}$, અને **ડ** ઉપર $\frac{૫}{૧૬}$ હતા.

જ્યારે આપણે ૧ ધાર્યો ત્યારે છેદમાં ૧૬ આવ્યા. આ છેદ-માંથી ૧૬ ઉડાડવા માટે યોગ્ય કરીએ તો પૂર્ણાંક સંખ્યા અનુક્રમેઃ— ૩૩; ૧૭; ૯ અને ૫ આવે.

ટુંકી રીતઃ—આમાં જેટલા વહાણ કહ્યા હોય તેમાં ૧ ઉમેરીએ અને જે આવે તે આંક સૌથી છેલ્લા વહાણમાં છે તે સંખ્યા માટે સમજવો. આમાં વહાણ ૪ છે માટે ૪+૧=૫ તે ચોથી બેડીમાં છે એમ સમજો. હવે ૫ ના બમણા કરી પછી તેમાંથી ૧ બાદ કરવો જે આવે તે છેલ્લેથી બીજા નંબરના વહાણ માટે ૫ × ૨ =૧૦: હવે ૧૦ − ૧ = ૯ આ સંખ્યા, ત્રીજા વહાણ માટે. પછી ૯×૨=૧૮ પછી ૧૮ − ૧ = ૧૭. આ સંખ્યા બીજા વહાણ માટે. પછી ૧૭ × ૨ = ૩૪ હવે ૩૪ − ૧ = ૩૩ આ પહેલી બેડી માટે આ પ્રમાણેઃ ૩૩: ૧૭: ૯: ૫; આંકડા આવે છે. આ નિયમ યાદ રાખ-વાથી આ દાખલા ગમે તેટલા વહાણના હોય તો તરત થઈ શકે એમ છે.

બીજી અટકળ એ છે કે કદાચ વ્યાખ્યામાં કુલ સંખ્યા કેટલી છે અને છેવટે એક સરખી સંખ્યા શું આવે છે તે ન કહેવામાં આવ્યું હોય તોપણ નીચેના નિયમથી કહી શકાય એમ છે. આમાં જેટલા વહાણ કહ્યા હોય તેટલી ઘાત ૨ ની કરવી. એટલે આમાં ૪ વહાણ કહ્યા છે માટે ૨ નાે ૪ ઘાત ૧૬ થયા. માટે ૧૬ એ સરખી આવનાર સંખ્યા હવે ૪ બેડી માટે ૧૬ × ૪ = ૬૪ કુલ સંખ્યા.

બેડીની સંખ્યા	છડિઆની સરખી સંખ્યા		છડિઆની એકંદર સંખ્યા	
૨ (માટે	$(૨^{૨})$)	૪	(માટે ૨ × ૪) =	૮
૩ (,,	$(૨^{૩})$)	૮	(,, ૩ × ૮) =	૨૪
૪ (,,	$(૨^{૪})$)	૧૬	(,, ૧૬ × ૪) =	૬૪
૫ (,,	$(૨^{૫})$)	૩૨	(,, ૩૨ × ૫) =	૧૬૦
૬ (,,	$(૨^{૬})$)	૬૪	(,, ૬૪ × ૬) =	૩૮૪
૭ (,,	$(૨^{૭})$)	૧૨૮	(,, ૧૨૮ × ૭) =	૮૯૬
૮ (,,	$(૨^{૮})$)	૨૫૬	(,, ૨૫૬ × ૮) =	૨૦૪૮
૯ (,,	$(૨^{૯})$)	૫૧૨	(,, ૫૧૨ × ૯) =	૪૬૦૮

આવી રીતે ગમે તેટલા વહાણ કલ્યા હોય તો રીત આ પ્રમાણે થાય વ્યાખ્યા એકજ પ્રકારની સમજવી. આ નીચે માત્ર જવાબ જ આપ્યા છે. રીત જીજ્ઞાસુએ પોતે ગોઠવી લેવી.

જવાબ

શરૂઆતમાં દરેક બેડીમાં કેટલા કેટલા માણસો હતા ?

તે આંહી ક્રમવાર નંબર સમજવા.

બેડીની સંખ્યા

૨ હોય તો ક્રમવાર ૫ અને ૩

૩ ,, ,, ૧૩ : ૭ : અને ૪

૫ ,, ,, ૮૧ : ૪૧ : ૨૧ : ૧૧ અને ૬.

૬ ,, ,, ૧૯૩ : ૯૭ : ૪૯ : ૨૫ : ૧૩ અને ૭

૭ ,, ,, ૪૪૯ : ૨૨૫: ૧૧૩: ૫૭: ૨૯: ૧૫: અને ૮

૮ ,, ,, ૧૦૨૫: ૫૧૩: ૨૫૭: ૧૨૯: ૬૫: ૩૩: ૧૭ અને ૯

૯ ,, ,, ૨૩૦૫: ૧૧૫૩: ૫૭૭: ૨૮૯: ૧૪૫: ૭૩: ૩૭: ૧૯ અને ૧૦.

વધુ વિવેચન.

ઉપરના દાખલામાં જે વહાણ મૂકતું હોય, તે ઉપરથી, બીજા દરેક વહાણમાં જેટલા જેટલા છડીઆ હોય, તેટલા તેટલા છડીઆ. તે તે દરેક બીજા વહાણમાં લેવામાં આવે. આમ અદલાબદલી કરવાથી બીજા દરેક વહાણમાં પ્રથમ જેટલા છડીઆ હોય તેટલાના બમણા થાય. એમ કહેવામાં આવ્યું છે. આ રીતે બીજા વહાણોમાં બમણા થાય તેની ખુબી સમજાવી છે.

હવે આ સ્થળે ત્રણ ગણા, ચાર ગણા, વગેરે ચડતા ગણા કરવા હોય તો શી રીતે કરવું તેની ખુબી સમજાવવામાં આવશે.

ઉપરના દાખલામાં પૂર્ણાંકની અને અપૂર્ણાંકની રીત વિસ્તારથી સમજાવી છે. તેમાંના મુદ્દા સર્વસામાન્ય છે. અપૂર્ણાંકની રીત કરવી હોય તો ગમે ત્યારે ૧ ધારી કામ લેવાય. પૂર્ણાંકથી કામ લેવું હોય તો પ્રથમ આપણને છેલ્લે સરવાળે બધા પાસે જે સરખી રકમ થાય તે શોધી કાઢવી જરૂરની છે. એ સંખ્યાની આપણને ખબર પડે એટલે છેલ્લેથી ઉપર બતાવ્યા પ્રમાણે પ્રમાણ ગોઠવતા જવું. છેવટની એક સરખી રકમ જાણવામાં આવે તેને વહાણની સંખ્યાથી ગુણીએ તો એકંદર છડીઆની સંખ્યા આવે એ સ્પષ્ટ સમજાય એવું છે.

હવે જો આ બેમાંથી એકે રીત ન કરવી હોય અને પરબારે જવાબના આંકડા મૂકવા હોય તો નીચેના મુદ્દા ધ્યાનમાં રાખવા.

૧ લો મુદ્દો:—**પ્રથમ સૌથી છેલ્લા** વહાણમાં શરૂઆતમાં કેટલા છડીઆ હતા તે નક્કી કરવું.

૨ જો મુદ્દો:—**પહેલા મુદ્દા ઉપરથી** બાકીના બીજા વહાણોમાં કેટલા કેટલા છડીઆ છે તે નક્કી કરવું.

આ બે મુદ્દા બરાબર સમજાય એટલા માટે એકવાર એક દાખલાની વ્યાખ્યા ગોઠવી છે. અને તેની રીતમાં ઉપરના બે મુદ્દા ખુલાસાવાર સમજાવ્યા છે.

વ્યાખ્યાઃ—૧ લી.

अ. ब. क અને ड એ ચાર વહાણો છે. अ જયારે ખૂડવા લાગે ત્યારે ब. क અને ड વહાણોમાં જેટલા જેટલા છડીઆ હોય, તેટલા તેટલાના ત્રણ ગણા થાય એ હિસાબે अ ઉપરથી ઉતારી એ ત્રણેમાં બેસાડવામાં આવે છે (ત્રણ ગણા એટલે કે જો ब પાસે ૨ છડીઆ હોય તો તેમાં બીજા ૨×૨=૪ લેવામાં આવે તેથી ब માં એકંદર ૨ ના ત્રણ ગણા ૬ થાય. જો ब પાસે ૫ હોય તો બીજા ૫×૨=૧૦ લેવામાં આવે તેથી ત્યાં ૫ ના ત્રણ ગણા ૧૫ થાય.) પહેલીવારની આપ લે પછી ब વહાણ ખૂડવા લાગે, ત્યારે ઉપરના જ નિયમ પ્રમાણે ब ઉપરથી ઉતારવામાં આવે બીજા ત્રણ अ. क અને ड માં બેસાડવામાં આવે. ब પછી क નો વારો અને क પછી ड નો વારો. ड ઉપરથી છડીઆ ઉતારવામાં આવે તે પછી બધા પાસે સરખી સંખ્યામાં છડીઆ થાય ત્યારે કહો શરૂઆતમાં દરેક વહાણમાં કેટલા કેટલા પૂર્ણાંક છડીઆની સંખ્યા?

રીતઃ—ड પાસે શરૂઆતમાં કેટલા છડીઆ હતા. તે પ્રથમ શોધવા, **૧ લો મુદ્દોઃ** પ્રથમ વહાણની સંખ્યા જે આંહી ૪ છે તેને ગુણ્ય સમજો. પછી જેટલા ગણા કહ્યા હોય તે આંકમાંથી ૧ બાદ કરીને જે રકમ લાવીએ તેને ગુણક સમજવી. આંહી ૩ ગણા કહ્યા છે માટે ૩−૧ = ૨ ગુણક થયા. હવે ૪ ગુણ્ય × ૨ ગુણક = ૮ થયા. તેમાં ૧ ઉમેરવો. માટે ૮ + ૧ = ૯. આ આંક ૯ છડીઆ ड પાસે શરૂઆતમાં હતા.

૨ જો મુદ્દોઃ—હવે તે ઉપરથી क પાસે શરૂઆતમાં કેટલા હતા. તે નક્કી કરવું પછી क ઉપરથી ब પાસે શરૂઆતમાં કેટલા હતા તે નક્કી કરવું. અને ब ઉપરથી अ પાસે શરૂઆતમાં કેટલા હતા તે નક્કી કરવું.

સૌથી છેલ્લા પાસેની સંખ્યા ધ્યાનમાં આવી જાય પછી તે

સંખ્યાને જેટલા ગણાનો આંક હોય તે આંકથી ગુણવા. પછી તેમાંથી એ ગુણ્યાના આંકમાંથી ૧ બાદ કરી જે આંક આવે તે રકમ બાદ કર્યા જવી. આંહી **ड** પાસે ૯ શરૂઆતમાં છે. હવે ૯ × ૩ = ૨૭ થયા. હવે ૩ – ૧ = ૨ એ બાદ કરવાની સંખ્યા માટે ૨૭ – ૨ = ૨૫ છડીઆ **क** પાસે શરૂઆતમાં હતા. આવા જ નિયમ પ્રમાણે **ब** અને **अ** પાસેની શરૂઆતની સંખ્યા શોધવી. **क** પાસે ૨૫ છે માટે ૨૫ × ૩ = ૭૫ : ૭૫ – ૨ = ૭૩ : **ब** પાસે શરૂઆતમાં ૭૩ છડીઆ હવે **ब** પાસે ૭૩ છડીઆ. હવે ૭૩ × ૩ = ૨૧૯ : ૨૧૯ – ૨ = ૨૧૭: આ રીતે **अ** પાસે શરૂઆતમાં ૨૧૭ છડીઆ હતા. માટે

જવાબઃ— **अ** પાસે **ब** પાસે **क** પાસે અને **ड** પાસે
૨૧૭ : ૭૩ : ૨૫ : ૯ :

ખાતરીઃ—

૧ લી વારની આપલે પહેલાં **अ** પાસે ૨૧૭ : **ब** પાસે ૭૩ : **क** પાસે ૨૫ અને **ड** પાસે ૯ છડીઆ છે.

જ્યારે **अ** બૂડે છે ત્યારે તેના ઉપરથી, **ब** માટે ૭૩ × ૨ = ૧૪૬ છડીઆ ઉતારવામાં આવે તેથી **ब** ઉપર પ્રથમના ૭૩ + ૧૪૬ = ૭૩ × ૩ = ૨૧૯ થાય. **क** માટે ૨૫ × ૨ = ૫૦ ઉતારવામાં આવે, તેથી **क** ઉપર પ્રથમના ૨૫ + ૫૦ = ૨૫ × ૩ = ૭૫ થાય, અને **ड** માટે ૯ × ૨ = ૧૮ ઉતારવામાં આવે, તેથી ૯ પ્રથમના + ૧૮ = ૯ × ૩ = ૨૭ **ड** ઉપર થાય. આ રીતે કુલ છડીઆ ૧૪૬ + ૫૦ + ૧૮ = ૨૧૪ ઉતારવામાં આવ્યા બાકી **अ** ઉપર ૨૧૭ – ૨૧૪ = ૩ છડીઆ રહ્યા.

બીજીવારની આપલે પહેલાં **अ** પાસે ૩. **ब** પાસે ૨૧૯, **क** પાસે ૭૫ અને **ड** પાસે ૨૭ છડીઆ છે.

જ્યારે **ब** બેડી બૂડે છે ત્યારે તેના ઉપરથી **अ** માટે ૩ × ૨ = ૬ ઉતારવામાં આવે તેથી **अ** ઉપર ૩ પ્રથમના + ૬ = ૩ × ૩ = ૯

થાય, **क** માટે ७૫ × ૨ = ૧૫૦ ઉતારવામાં આવે તેથી **क** ઉપર ७૫ પ્રથમના + ૧૫૦ = ૨૨૫ (७૫ × ૩) થાય, અને **ड** માટે ૨७ × ૨ = ૫૪ ઉતારવામાં આવે તેથી **ड** ઉપર ૨७ પ્રથમના + ૫૪ ૨७ × ૩ = ૮૧ થાય. આ રીતે કુલ છડીઆ ૬ + ૧૫૦ + ૫૪ = ૨૧૦ ઉતારવામાં આવ્યા, બાકી **ब** ઉપર ૨૧૯ – ૨૧૦ = ૯ છડીઆ રહ્યા.

૩જીવારની આપલે પહેલાં **अ** પાસે ૯. **ब** પાસે ૯, **क** પાસે ૨૨૫ અને **ड** પાસે ૮૧ રહ્યા.

જ્યારે **क** બેડી બૂડે છે ત્યારે તેના ઉપરથી **अ** માટે ૯ × ૨ = ૧૮ ઉતારવામાં આવે તેથી **अ** પાસે પ્રથમના ૯ + ૧૮ = ૯ × ૩ = ૨७ થાય, **ब** માટે પણ એમ જ થાય, અને **ड** માટે ૮૧ × ૨ = ૧૬૨ ઉતારવામાં આવે તેથી **ड** પાસે પ્રથમના ૮૧ + ૧૬૨ = ૮૧ × ૩ = ૨૪૩ થાય. આ રીતે કુલ છડીઆ ૧૮ + ૧૮ + ૧૬૨ = ૧૯૮ ઉતારવામાં આવ્યા. બાકી **क** ઉપર ૨૨૫ – ૧૯૮ = ૨७ રહ્યા.

૪થીવારની આપલે પહેલાં **अ**, **ब** અને **क** દરેક પાસે સતાવીસ સતાવીસ રહ્યા અને **ड** પાસે ૧૯૮ રહ્યા.

જ્યારે **ड** બેડી બૂડે છે ત્યારે તેના ઉપરથી **अ**, **ब** અને **क** દરેકના માટે ૨७ × ૨ = ૫૪ છડીઆ ઉતારવામાં આવે તેથી દરેક પાસે ૨७ × ૩ = ૮૧ થાય. આ રીતે ૫૪ × ૩ = ૧૬૨ છડીઆ ઉતારવામાં આવ્યા, બાકી **ड** ઉપર ૨૪૩ – ૧૬૨ = ૮૧ રહ્યા.

આ રીતે સૌથી છેલ્લે બધા પાસે ૮૧ની એક સરખા સંખ્યા રહી. આ રીતે આ દાખલાનો જવાબ સાચો છે. એ સ્પષ્ટ થાય છે.

હવે જે એક સરખી સંખ્યા ૮૧ની આવી એ આપણે રીત કર્યા વગર જાણવું હોય તો નીચેની બાબત ધ્યાનમાં રાખવી.

આ દાખલામાં ત્રણ ગણા કહ્યા છે અને ૪ વહાણની સંખ્યા છે. માટે ૩ ના ૪ ધાત જે ૮૧ થાય. તે જ સંખ્યા ધારવી. હવે

૪ વહાણ છે માટે ૮૧ × ૪ = ૩૨૪ કુલ છડીઆ. હવે જવાબમાં આપણી પાસે જે જવાબના ચાર આંકડા ૨૧૭ + ૭૩ + ૨૫ + ૯ છે તેનો સરવાળો ૩૨૪ થાય છે માટે આવેલ જવાબ સાચો છે એમ સમજવું.

વ્યાખ્યા ૨જી :

બધી બાબત ઉપર પ્રમાણે સમજવી પરંતુ આ સ્થળે વહાણ પાંચ **अ**, **ब**, **क**, **ड** અને **इ** ધારવા. અને ઉતારવાની સંખ્યા ૪ ગણી સમજવી. કહો ત્યારે જવાબ શું આવે.

રીતઃ—પ્રથમ **इ** સૌથી છેલ્લા વહાણમાં છડીઆ કેટલા ? વહાણની સંખ્યા ૫ × ૩ (એટલે ચારગણાના ૪ – ૧ = ૩) = ૧૫: ૧૫ + ૧ = ૧૬ **इ**માં. **ड**માં કેટલા છડીઆ ? **इ**ના ૧૬ × ૪ (ચારગણાના આ ૪) = ૬૪. પછી ૪ – ૧ = ૩ બાદ કરવા તેથી ૬૪ – ૩ = ૬૧ **ड**માં. હવે ૬૧ + ૪ = ૨૪૪ : ૨૪૪ – ૩ = ૨૪૧ **क**માં. હવે ૨૪૧ × ૪ = ૯૬૪ : ૯૬૪ – ૩ = ૯૬૧ **ब**માં. હવે ૯૬૧ × ૪ = ૩૮૪૪ : ૩૮૪૪ – ૩ = ૩૮૪૧ **अ**માં. **જવાબ अ**માં : **ब**માં : **क**માં : **ड**માં : **इ**માં. અનુક્રમે.

૩૮૪૧ : ૯૬૧ : ૨૪૧ : ૬૧ : ૧૬ = કુલ ૫૧૨૦ તેની ખાતરી :—૪ ગણા છે અને ૫ વહાણ છે માટે ૪ના પાંચ ઘાત = ૧૦૨૪ દરેક પાસે છેલ્લે એક સરખી સંખ્યાનો આંક અને કુલ ૫ વહાણ માટે ૧૦૨૪ × ૫ = ૫૧૨૦ કુલ છડીઆની સંખ્યા.

આ રીતે આવા દાખલા જેટલા કરવા હોય તેટલા બની શકે.

દાખલો ૧૫૮ મો.

નમુનો ૨ જો.

કચ્છ–માંડવીથી પાંચ વહાણ કચ્છ મુંદરા જવા માટે હંકાર્યાં. બધા છડિયા એકંદર ૮૦ હતા. થોડેક ચાલ્યા એટલે ૧ લું વહાણ બુડવા લાગ્યું. જેથી પહેલા સિવાયના બીજા ચારમાં જેટલા જેટલા

છડિયા હતા, એટલા એટલા બીજા એ ચારમાં લેવામાં આવ્યા. આમ કરવાથી પહેલું વહાણ ખાલી થઈ ગયું. હવે બીજું વહાણ બૂડવા લાગ્યું એથી, ત્રીજા, ચોથા અને પાંચમામાં જેટલા જેટલા છડિયા હતા, તેટલા તેટલા બીજા, વહાણ નંબર ૨ જામાંથી ઉતારવામાં આવ્યા. આમ કરવાથી બીજું વહાણ ખાલી થઈ રહ્યું. હવે ત્રીજું વહાણ બૂડવા લાગ્યું. તેથી ચોથા અને પાંચમા વહાણમાં જેટલા જેટલા છડિયા હતા. તેટલા તેટલા બીજા છડિયા ત્રીજા વહાણમાંથી ઉતારવામાં આવ્યા. હવે ત્રીજું વહાણ ખાલી થઈ ગયું. હવે ચોથું વહાણ બૂડવા લાગ્યું ત્યારે પાંચમાં વહાણમાં જેટલા છડિયા હતા તેટલા બીજા છડિયા ચોથામાં ઉતારવામા આવ્યા. એટલે હવે ચોથું વહાણ ખાલી થઈ રહ્યું. આ બધી વીધીથી બધા છડીઆ આખરે પાંચમા વહાણમાં ભરાયા. હવે ૫ મું વહાણ બૂડવા લાગ્યું જેથી તે વહાણમાંના બધા ૮૦ છડીઆ પાંચે જણાએ સરખે ભાગે વહેંચી લીધા. એટલે બધા વહાણ સહીસલામત તરી સાંમે કાંઠે પહોંચ્યા. કહો ત્યારે શરૂઆતમાં દરેક વહાણમા કેટલા છડીઆ હતા.

ખુલાસો.

૧ લી રીત.

આ દાખલો છેલ્લેથી ઉકેલવો. પાંચમું વહાણ ૮૦ માણસોના વજનથી બૂડવા લાગ્યું કારણ ૪ થું વહાણ બૂડતું હતું ત્યારે તેમા જેટલા (૪૦) માણસો હતા. તેટલા (૪૦) બીજા માણસો ૪ થા વહાણમાંથી લેવામાં આવ્યા. અને ૪ થું વહાણ ખાલી થઇ રહ્યું માટે ૪ થા વહાણમાંથી છડિયા ઉતર્યા પહેલાં ૪૦ છડીઆ હતા અને પાંચમામાં પણ ૪૦ હતા.

૪ થા અને ૫ માં દરેકમાં ચાલીસ ચાલીસ માણસો હતા તેનું કારણ કે ૩ જું વહાણ બુડતું હતું ત્યારે ૪ થામાં અને ૫ મામાં

જેટલા જેટલા (વીસ વીસ) માણસો હતા તેટલા તેટલા (વીસ વીસ) ત્રીજા વહાણમાંથી ઉતારીને લેવામાં આવ્યા અને ત્યાર પછી ત્રીજું વહાણ ખાલી થઇ રહ્યું. માટે ત્રીજા વહાણમાંથી માણસો ઉતાર્યા પહેલાં ત્રીજા વહાણમાં (વીસ વીસ બે વાર) ૪૦ માણસો અને ૪ થા અને ૫ મા દરેકમાં વીસ વીસ માણસો હતા.

૩ જામાં ૪૦, ચોથામાં ૨૦ અને પાંચમામાં ૨૦ માણસો થયા. તેનું કારણ એ કે બીજું વહાણ બૂડતું હતું ત્યારે ત્રીજામાં જેટલા (૨૦) હતા તેટલા (૨૦) બીજામાંથી ઉતારી ત્રીજામાં લેવામાં આવ્યા. ૪ થામાં જેટલા (૧૦) હતા તેટલા (૧૦) બીજામાંથી ઉતારી ૪ થામાં લેવામાં આવ્યા. અને ૫ મામાં જેટલા (૧૦) હતા. તેટલા (૧૦) બીજામાંથી ઉતારી પાંચમામાં લેવામાં આવ્યા. આવી રીતે ૪૦ માણસો બીજામાંથી ઉતર્યા પછી બીજું વહાણ ખાલી થઈ રહ્યું. માટે બીજા વહાણમાંથી માણસો ઉતર્યા તે પહેલાં ૨ જામાં ૪૦, ૩ જામાં ૨૦; ૪ થામાં ૧૦ અને ૫ મામાં ૧૦ હતા.

હવે ૨ જામાં ૪૦, ૩ જામાં ૨૦; ૪ થામાં ૧૦ અને ૫ મામાં ૧૦ થવાનું કારણ એ કે જ્યારે પહેલું વહાણ બૂડતું હતું ત્યારે બીજામાં જેટલા (૨૦) હતા તેટલા (૨૦) પહેલામાંથી ઉતારી બીજામાં લેવાયા, ત્રીજામાં જેટલા (૧૦) હતા તેટલા (૧૦) ૧ લામાંથી ઉતારી ૩ જામાં લેવાયા; ૪ થામાં જેટલા (૫) હતા તેટલા (૫) પહેલામાંથી ઉતારી ૪ થામાં લેવાયા. અને ૫ મામાં જેટલા (૫) હતા તેટલા (૫) ૧ લામાંથી ઉતારી પાંચમામાં લેવામાં આવ્યા. આવી રીતે અનુક્રમે ૨૦ + ૧૦ + ૫ + ૫ = ૪૦ માણસો ૧ લા વહાણમાંથી ઉતાર્યા પછી ૧ લું વહાણ ખાલી થઇ રહ્યું. માટે ૧ લા વહાણમાંથી માણસો ઉતર્યા પહેલાં ૧ લામાં ૪૦, ૨ જામાં ૨૦; ૩ જામાં ૧૦; ૪ થામાં ૫ અને ૫ મામાં ૫ હતા. આ પ્રમાણે દરેકમાં શરૂઆતમાં હતા.

જવાબ: ૪૦ : ૨૦ : ૧૦ : ૫ : ૫ :

ખુલાસો.

૨ જી રીત

પાંચમી બેડીમાં બધા માણસો એકઠા થયા પછી પાંચે જણાં સરખે ભાગે છડિયાની વહેંચણી કરી લે છે. (આ વખતે જાણે ૮૦ છડિયા કુલ છે એ આપણે જાણતા નથી. છતાં કુલ સંખ્યા, શોધી કાઢવાની છે.) હવે છેલ્લા ૫ મા વહાણમાં બધા માણસો એકઠા થાય છે. એટલે ૫ મામાં ૫ ની સંખ્યા છે અને બીજા ચારે ખાલી છે.

૫ મા વહાણમાં ૫ છડિયા થવાનું કારણ એ કે જ્યારે ૪ થી બેડી બૂડતી હતી ત્યારે ૫ મી બેડીમાં જેટલા ($\frac{૫}{૨}$) માણસો હતા એટલા ($\frac{૫}{૨}$) બીજા માણસો ૪ થામાંથી આવ્યા ત્યારે ૫ મીમાં ૫ માણસો થયા. માટે ૪ થી બેડીમાંથી માણસો ઉતર્યા પહેલાં ૪ થીમાં $\frac{૫}{૨}$ અને ૫ મીમાં પણ $\frac{૫}{૨}$ હતા.

હવે ૪ થીમાં $\frac{૫}{૨}$ અને ૫ મીમાં $\frac{૫}{૨}$ માણસો હતા તેનું કારણ એ કે જ્યારે ત્રીજી બેડી બુડતી હતી ત્યારે ૪ થીમાં જેટલા ($\frac{૫}{૪}$) માણસો હતા તેટલા ($\frac{૫}{૪}$) બીજા માણસો ત્રીજીમાંથી આવ્યા. એ જ પ્રમાણે ૫ મીમાં પણ ($\frac{૫}{૪}$) હતા અને $\frac{૫}{૪}$ બીજા આવ્યા. આથી ૪ થી અને ૫ મીમાં $\frac{૫}{૨}$ થયા. હવે ૩ જી બેડીમાંથી છડિયા ઉતર્યા પહેલાં ત્રીજી બેડીમાં $\frac{૫}{૪}$ ના બમણા $\frac{૫}{૨}$ હતા. અને ચોથીમાં $\frac{૫}{૪}$ અને ૫ મીમાં પણ $\frac{૫}{૪}$ હતા.

હવે ત્રીજી બેડીમાં $\frac{૫}{૨}$ હતા, ચોથીમાં $\frac{૫}{૪}$ અને ૫ મીમાં $\frac{૫}{૪}$ હતા તેનું કારણ એ કે બીજી બેડી બુડતી હતી તે વખતે ત્રીજી બેડીમાં જેટલા ($\frac{૫}{૪}$) હતા. તેટલા ($\frac{૫}{૪}$) બીજીમાંથી આવ્યા. ચોથીમાં જેટલા ($\frac{૫}{૮}$) હતા તેટલા ($\frac{૫}{૮}$) બીજીમાંથી આવ્યા. અને ૫ મીમાં પણ $\frac{૫}{૮}$ હતા અને $\frac{૫}{૮}$ આવ્યા. આ રીતે $\frac{૫}{૪}+\frac{૫}{૮}+\frac{૫}{૮}=\frac{૨૦}{૮}$ એટલે $\frac{૫}{૨}$ છડિયા બીજીમાંથી ઉતર્યા. પછી બીજી બેડી ખાલી થઇ રહી. હવે બીજી

બેડીમાંથી માણસો ઉતર્યા પહેલાં ૨ જીમાં $\frac{૫}{૨}$: ૩ જીમાં $\frac{૫}{૪}$ અને ૪ થીમાં $\frac{૫}{૮}$ અને ૫ મીમાં $\frac{૫}{૮}$ હતા.

હવે બીજી બેડીમાં $\frac{૫}{૨}$, ૩ જીમાં $\frac{૫}{૪}$, ૪ થીમાં $\frac{૫}{૮}$ અને ૫ મીમાં $\frac{૫}{૮}$ થયા તેનું કારણ એ કે જ્યારે ૧ લી બેડી બૂડતી હતી ત્યારે બીજી બેડી ઉપર જેટલા $\frac{૫}{૪}$ માણસો હતા તેટલા, $\frac{૫}{૪}$ માણસો પહેલી ઉપરથી ઉતરી બીજીમાં આવ્યા. ત્યારે બીજીમાં $\frac{૫}{૨}$ થયા. ત્રીજી બેડીમાં જેટલા ($\frac{૫}{૮}$) હતા તેટલા ($\frac{૫}{૮}$) ૧ લીમાંથી આવ્યા ત્યારે ત્રીજીમાં $\frac{૫}{૪}$ થયા. હવે ૪ થી બેડીમાં જેટલા ($\frac{૫}{૧૬}$) હતા તેટલા ($\frac{૫}{૧૬}$) ૧ લીમાંથી આવ્યા ત્યારે ચોથીમાં $\frac{૫}{૮}$ થયા એ જ પ્રમાણે ૫ મીમાં થયા. આ રીતે પહેલી બેડી ઉપરથી $\frac{૫}{૪}+\frac{૫}{૮}+\frac{૫}{૧૬}+\frac{૫}{૧૬}=\frac{૪૦}{૧૬}=\frac{૫}{૨}$ છડિયા ઉતર્યા. હવે ૧ લી બેડી બૂડતી હતી તે વખતે ૧ લી બેડી ઉપર $\frac{૫}{૨}$ બીજી ઉપરે $\frac{૫}{૪}$: ૩ જી ઉપરે $\frac{૫}{૮}$, ચોથી ઉપરે $\frac{૫}{૧૬}$ અને પાંચમી ઉપરેં $\frac{૫}{૧૬}$ છડિયા હતા. આ બધાનું સમચ્છેદ લાવતાં અનુક્રમેઃ– $\frac{૪૦}{૧૬}$: $\frac{૨૦}{૧૬}$: $\frac{૧૦}{૧૬}$: $\frac{૫}{૧૬}$: $\frac{૫}{૧૬}$ થયા. હવે પૂર્ણાંક જવાબ લાવવા માટે સામાન્ય ૧૬ જે છેદમાં છે તે કહાડી નાંખીએ તો **જવાબઃ**–૧ લીમાં ૪૦ : ૨ જીમાં ૨૦ : ૩ જીમાં ૧૦ : ૪ થીમાં ૫ અને ૫ મીમાં ૫.

ચાવીઃ આ દાખલામાં નિયમ એવો છે કે જેટલા વહાણ કહ્યા હોય તે આંક સૌથી છેલ્લા વહાણમાંની સંખ્યા માટે આવે. આંહી ૫ વહાણ છે માટે ૫ માં વહાણમાં ૫ આવે. ફરી એ જ આંક (૫) તે સૌથી છેલ્લા વહાણની આગળના વહાણ માટે આવે. માટે આંહી ૪ થા વહાણ માટે પણ ૫ નો આંક માનવો પછી ત્રીજા વહાણ માટે (૫ × ૨) = ૧૦ નો આંક, પછી બીજા વહાણ માટે ૧૦ × ૨ = ૨૦ નો આંક પછી પહેલા વહાણ માટે ૨૦ × ૨ = ૪૦ નો આંકઃ

આ પ્રમાણે ક્રમ સમજવો. છેલ્લા બે વહાણમાં સરખા આંક અને પછી બમણા બમણા થતા થાય.

હવે જો વહાણની સંખ્યા બેકી હોય તો એક કરતાં વધુ

જવાબ આવે. બેકી રકમના જેટલા ભાગ થાય તેટલા જવાબ આવે. અને એકી સંખ્યાના વહાણુ હોય તો એક જ જવાબ આવે.

બે વહાણુ હોય ત્યારે જવાબ: { (એ) ૧ લા વહાણમાં ૨ અને ૨ જામાં ૨
(બી) „ ૧ અને „ ૧ }

૩ „ „ „ „ ૧ લામાં ૬ : ૨ જામાં ૩ અને ત્રીજામાં ૩

૪ હોય ત્યારે જવાબ { (એ) ૧લામાં ૧૬ : ૨જામાં ૮ : ૩જામાં ૪: ૪થામાં ૪
(બી) „ ૮ : „ ૪ : „ ૨: „ ૨
(સી) „ ૪ : „ ૨ : „ ૧: „ ૧ }

૫ હોય ત્યારે જવાબ: ૧લામાં ૪૦ : ૨જામાં ૨૦ : ૩જામાં ૧૦ : ૪થામાં ૫ અને ૫માં ૫

૬ હોય ત્યારે જવાબ { એ : ૯૬ : ૪૮ : ૨૪ : ૧૨ : ૬ : અને ૬
(બી) ૪૮ : ૨૪ : ૧૨ : ૬ : ૩ : અને ૩ }

૭ હોય ત્યારે : ૨૨૪ : ૧૧૨ : ૫૬ : ૨૮ : ૧૪ : ૭ : અને ૭

૮ હોય ત્યારે { (એ) ૫૧૨: ૨૫૬: ૧૨૮: ૬૪: ૩૨: ૧૬ અને ૮ અને ૮
(બી) ૨૫૬: ૧૨૮: ૬૪: ૩૨: ૧૬: ૮: ૪ અને ૪
(સી) ૧૨૮: ૬૪: ૩૨: ૧૬: ૮: ૪: ૨ અને ૨
(ડી) ૬૪: ૩૨: ૧૬: ૮: ૪: ૨: ૧ અને ૧ }

૯ હોય ત્યારે ૧૧૫૨: ૫૭૬: ૨૮૮: ૧૪૪: ૭૨: ૩૬: ૧૮: ૯: અને ૯

કિલ્લામાં લશ્કરની સંખ્યા.

દાખલો ૧૫૯ મો.

એક નગરને ત્રણ દરવાજા છે. અને ત્રણે દરવાજા ઉપર એકંદર મળી ૮૧ માણસો છે. આ નગરને દુશ્મનોએ ઘેરો ઘાલ્યો છે. જ્યારે દુશ્મનોનો હુમલો પહેલા દરવાજે આવે છે, ત્યારે પહેલે દરવાજે જેટલા માણસો છે તેટલા માણસોની એક સંખ્યા બીજે દરવાજેથી આવે છે અને તેટલા જ માણસોની બીજી સંખ્યા ત્રીજે દરવાજેથી આવે છે. આ રીતે પહેલા દરવાજાવાળાને માણસોની મદદ મળવાથી દુશ્મનો ફાવી શકતા નથી, જેથી તે દરવાજેથી હલ્લો ઉપાડી, બીજા

દરવાજા ઉપર હુમલો લઇ જાય છે. હવે બીજા દરવાજા ઉપર જેટલા માણસો છે. તેટલા માણસોની એક સંખ્યા ૧ લા દરવાજા ઉપરથી મદદ માટે જાય છે અને તેટલા જ માણસોની ૨ જી સંખ્યા ૩ જા દરવાજા ઉપરથી મદદ માટે જાય છે. આ રીતે બીજા દરવાજાવાળાને મદદ મળવાથી દુશ્મનો તે સ્થળે પણ ફાવતા નથી. તેથી તેઓ હવે ત્રીજે દરવાજે જાય છે. હવે ત્રીજા દરવાજા ઉપર જેટલા માણસો છે તેટલા માણસોની એક સંખ્યા ૧ લે દરવાજેથી આવે છે અને એટલી જ બીજી સંખ્યા બીજે દરવાજેથી આવે છે. આ રીતે ત્રીજે દરવાજે મદદ મળવાથી આંહી પણ દુશ્મનો ફાવતા નથી. એટલે લાચાર થઇ દુશ્મનો જતા રહે છે. આ આંતરિય અરસ્પરસ આપલે કરવાની નિયમીત વ્યવસ્થાથી નગરની રક્ષા થાય છે. છેલ્લે મુખ્ય સેનાધિકારી સાહેબ આવીને તપાસ કરે છે તો દરેક દરવાજે સરખા માણસો જોવામાં આવે છે. કહો ત્યારે શરૂઆતમાં દરેક દરવાજે કેટલા માણસો હતા ?

ખુલાસો.

૧ લી રીતઃ—આ દાખલામાં ૮૧ માણસો કુલ છે. એમ વ્યાખ્યામાં કહેવાયું છે. તેથી દાખલાની રીત સહેલી થઈ જાય છે. અને સૌથી છેલ્લે દરેક દરવાજે સરખી સંખ્યા આવે છે. એટલે દરેક દરવાજે એક સરખી ૨૭ ની સંખ્યા થાય છે. આ દાખલો છેલ્લેથી ઉકેલવો.

ત્રીજે દરવાજે હુમલો આવે છે તે વખતે ત્રીજા દરવાજા ઉપર જેટલા (૯) માણસો છે તેટલા (૯) માણસોની એક સંખ્યા ૧ લે દરવાજેથી આવે છે અને એટલા જ (૯) માણસોની બીજી સંખ્યા ૨ જે દરવાજેથી આવે છે ત્યારે ત્રીજા દરવાજા ઉપર ૨૭ ની સંખ્યા થાય છે. માણસોની આ આપલે સૌથી છેલ્લી એટલે ત્રીજવારની છે હવે આ આપલે થઈ તે પછી ત્રણે દરવાજે એક સરખી ૨૭ ની સંખ્યા થઇ એ વ્યાખ્યામાં કહ્યું છે. હવે આ આપલે થઇ તે પહેલાં

પહેલા દરવાજા ઉપર ૨૭ ની સંખ્યા એક અને ૯ ની સંખ્યા બીજી કુલ ૩૬ માણસો હતા. આ રીતે બીજે દરવાજે પણ ૩૬ માણસો હતા. સ્પષ્ટ એ થાય છે કે ૧ લે દરવાજે ૩૬ : ૨ જે દરવાજે ૩૬ અને ત્રીજે દરવાજે ૯.

નિર્ણય બીજા દરવાજા ઉપરના હુમલા પછી અને ત્રીજા દરવાજા ઉપરના હુમલા પહેલાં ૧ લે દરવાજે ૩૬ : ૨ જે ૩૬ અને ત્રીજે દરવાજે ૯ માણસો હતા.

બીજે દરવાજે ૩૬ માણસો છે. તેનું કારણ એ કે જ્યારે બીજા દરવાજા ઉપર હુમલો આવે છે, ત્યારે બીજે દરવાજે જેટલા (૧૨) માણસો છે એટલા ૧૨ ની એક સંખ્યા ૧ લે દરવાજેથી આવે છે અને એટલા જ (૧૨) ની બીજી સંખ્યા ત્રીજે દરવાજેથી આવે છે ત્યારે બીજે દરવાજે ૩૬ ની સંખ્યા થાય છે. આપણે જાણીએ છીએ કે આથી પહેલાં ૧ લે દરવાજે ૩૬ અને ત્રીજે દરવાજે ૯ માણસો છે. એટલે આ આપલે થયા પહેલાં ૧ લે દરવાજે ૩૬ + ૧૨ = ૪૮ હતા. ૨ જે દરવાજે ૧૨ હતા અને ત્રીજે દરવાજે ૯ + ૧૨ = ૨૧ હતા.

નિર્ણય:—૧ લા હુમલા પછી અને બીજા હુમલા પહેલાં ૧ લે દરવાજે ૪૮ બીજે દરવાજે ૧૨ અને ત્રીજે દરવાજે ૨૧ માણસો હતા.

હવે પહેલે દરવાજે ઉપર પ્રમાણે ૪૮ માણસો છે, તેનું કારણ એ કે જ્યારે ૧ લા દરવાજા ઉપર હુમલો આવે છે ત્યારે ૧ લે દરવાજે જેટલા (૧૬) માણસો છે તેટલા (૧૬) માણસોની એક સંખ્યા બીજા દરવાજા ઉપરથી આવે છે અને એટલા જ (૧૬) માણસોની બીજી સંખ્યા ત્રીજા દરવાજા ઉપરથી આવે છે ત્યારે કુલ ૪૮ ની સંખ્યા થાય છે. આ આપલે થયા પહેલાં યાને શરૂઆતમાં ૧ લે દરવાજે ૧૬ : બીજે દરવાજે ૧૨ + ૧૬ = ૨૮ અને ત્રીજે દરવાજે ૨૧ + ૧૬ = ૩૭ હતા. માટે જવાબ:

૧ લે દરવાજે ૧૬ : ૨ જે દરવાજે ૨૮ અને ત્રીજે દરવાજે ૩૭.

ખુલાસો.

બીજી રીતઃ—સૌથી છેલ્લે ત્રીજીવારની આપલે થઇ રહ્યા પછી બધા દરવાજા ઉપર એક સરખી સંખ્યા આવે છે (આ વખતે જાણે કુલ સંખ્યા ૮૧ છે તે આપણે જાણતા નથી તેા પછી એક સરખી સંખ્યા ૨૭ થાય તે તેા ક્યાંથી જાણીએ.) આ અજ્ઞાત સરખી સંખ્યા માટે ૧ ધારીએ એટલે સૌથી છેલ્લે ૧ લે દરવાજે ૧ આવે. ૨ જે દરવાજે પણ ૧ આવે અને ત્રીજે દરવાજે પણ ૧ આવે.

૩ જો દરવાજોઃ—આ દરવાજા ઉપર હુમલેા આવે છે ત્યારે આ દરવાજામાં જેટલા ($\frac{૧}{૩}$) માણસેા છે, તેટલા ($\frac{૧}{૩}$) માણસોની એક સંખ્યા બીજા દરવાજા ઉપરથી આવે છે અને તેટલા ($\frac{૧}{૩}$) માણસોની બીજી સંખ્યા ૧લા દરવાજા ઉપરથી આવે છે ત્યારે ત્રીજા દરવાજા ઉપર ૧ ની સંખ્યા થાય છે. આ આપલે થયા પછી ત્રણે દરવાજે એકેક છે. એ જાણીએ છીએ માટે આ આપલે થયા પહેલાં (એટલે બીજા દરવાજા ઉપર આપલે થયા પછી) પહેલે દરવાજે $૧+\frac{૧}{૩}=\frac{૪}{૩}$ હતા. બીજે દરવાજે $૧+\frac{૧}{૩}=\frac{૪}{૩}$ હતા અને ત્રીજે દરવાજે $\frac{૧}{૩}$.

૨ જો દરવાજોઃ—આ દરવાજા ઉપર હુમલેા આવે છે તે વખતે તેમાં જેટલા ($\frac{૪}{૯}$) માણસેા હતા, તેટલા ($\frac{૪}{૯}$) માણસોની એક સંખ્યા, ૧ લા દરવાજા ઉપરથી આવી. અને તેટલા ($\frac{૪}{૯}$) માણસોની બીજી સંખ્યા, ત્રીજા દરવાજા ઉપરથી આવી, ત્યારે બીજા દરવાજા ઉપર $\frac{૪}{૩}$ થયા.

આ આપલે થયા પછી ત્રણે દરવાજે નીચે પ્રમાણે સંખ્યા હોય છે. ૧ લે દરવાજે $\frac{૪}{૩}$ બીજે દરવાજે $\frac{૪}{૩}$ અને ત્રીજે દરવાજે $\frac{૧}{૩}$ માટે આ આપલે થયા પહેલાં (એટલે ૧ લે દરવાજે આપલે થયા પછી) પહેલે દરવાજે $\frac{૪}{૩}+\frac{૪}{૯}=\frac{૧૨+૪}{૯}=\frac{૧૬}{૯}$ ની સંખ્યાઃ બીજે દરવાજે $\frac{૪}{૯}$: અને ત્રીજે દરવાજે $\frac{૧}{૩}+\frac{૪}{૯}=\frac{૩+૪}{૯}=\frac{૭}{૯}$ની સંખ્યા છે. હવે બીજો હલ્લેા થયા

પહેલાં. ૧ લે દરવાજે $\frac{૧૬}{૯}$: ૨ જે દરવાજે $\frac{૪}{૯}$ અને ત્રીજે દરવાજે $\frac{૭}{૯}$ ની સંખ્યા છે.

૧ લો દરવાજો:—આ દરવાજા ઉપર હલ્લો આવે છે ત્યારે તે સ્થળે જેટલા ($\frac{૧૬}{૨૭}$) માણસો છે તેટલા ($\frac{૧૬}{૨૭}$) ની એક સંખ્યા, બીજા દરવાજા ઉપરથી આવે છે અને એટલા જ ($\frac{૧૬}{૨૭}$) ની બીજી સંખ્યા, ત્રીજા દરવાજા ઉપરથી આવે છે ત્યારે કુલ સંખ્યા $\frac{૧૬}{૯}$ થાય છે. હવે આ આપલે થયા પહેલાં યાને શરૂઆતમાં પહેલે દરવાજે $\frac{૧૬}{૨૭}$: બીજે દરવાજે $\frac{૪}{૯}+\frac{૧૬}{૨૭}=\frac{૧૨+૧૬}{૨૭}=\frac{૨૮}{૨૭}$: અને ત્રીજે દરવાજે $\frac{૭}{૯}+\frac{૧૬}{૨૭}=\frac{૨૧+૧૬}{૨૭}=\frac{૩૭}{૨૭}$ આવ્યા: આ રીતે $\frac{૧૬}{૨૭}$: $\frac{૨૮}{૨૭}$ અને $\frac{૩૭}{૨૭}$ આવ્યા.

આમાં ૨૭ છેદમાં સામાન્ય છે માટે તે કહાડી નાંખીએ તો શુદ્ધ રૂપ ૧૬ : ૨૮ : ૩૭ આવે માટે

જવાબ:—૧ લે દરવાજે ૧૬ : બીજે દરવાજે ૨૮ અને ત્રીજે દરવાજે ૩૭ :

આવા દાખલા માટે વધુ વિવેચન.

આમાં ત્રણ દરવાજા કહ્યા છે. માટે ૩ નો ૪ ઘાત=૮૧ તે કુલ સંખ્યા સમજવી. ચાર દરવાજા કહ્યા હોય તો ૪ નો ૫ ઘાત ૧૦૨૪ થાય અને પાંચ દરવાજા હોય તો ૫ નો ૬ ઘાત ૧૫૬૨૫ થાય વગેરે વગેરે.

આવા દાખલામાં ઉપર બતાવેલ રીત પ્રમાણે ન કરવું હોય તો પ્રથમ પહેલે દરવાજે કેટલા માણસો હતા તે શોધી કાઢવું. તેની રીતઃ ઉપલા દાખલામાં ૩ દરવાજા છે માટે ૩ + ૧ = ૪ આંક લેવા. પછી ૩ − ૧ = ૨ થાય. હવે ૪ ના ૨ ઘાત કરવા, એટલે ૪×૪=૧૬ આવ્યા. આ સંખ્યા ૧ લે દરવાજે શરૂઆતમાં હતી એમ સમજવું હવે ૧ લા દરવાજાની આવેલ સંખ્યાને બ્યાખ્યામાં કહેલ દરવાજાની સંખ્યાથી ગુણવા અને સંખ્યામાં ૧ ઉમેરી, એ જે (૪) થાય તેથી ભાગવા. એટલે $\frac{૧૬×૩}{૪}$=૧૨ આવ્યા. આ આવેલ આંક ૧૨ ને પહેલા

દરવાજાના આંકમાં ઉમેરવા એટલે ૧૬ + ૧૨ = ૨૮ થાય. આ સંખ્યા શરૂઆતમાં બીજે દરવાજે હતી એમ સમજવું. હવે બીજા દરવાજાની આવેલ સંખ્યા ૨૮ ને આગળની માફક $\frac{૩}{૪}$ થી ગુણવા, એટલે $\frac{૨૮ \times ૩}{૪}$ = ૨૧ આવ્યા. આ ૨૧ ને પહેલા દરવાજાની સંખ્યા ૧૬ માં ઉમેરવા એટલે ૧૬ + ૨૧ = ૩૭ થયા. આ સંખ્યા ૩ જા દરવાજાની સમજવી.

વ્યાખ્યા એની એ પણ દરવાજા ચાર સમજવા કહેા ત્યારે શરૂઆતમાં દરેક દરવાજે કેટલા કેટલા માણસેા હતા ?

ખુલાસેા. (ચાવીની રીતથી)

(ત્રણ દરવાજાના દાખલાની જે એ રીત વિસ્તારથી બતાવી છે તે પ્રમાણેની એ રીત આ પછી સમજાવશું)

પ્રથમ ૧ લે દરવાજે કેટલા માણસો છે તે નક્કી કરવાની રીત. કુલ માણસો ૧૦૨૪ છે તે આપણે જાણીએ છીએ.

હવે દરવાજા ચાર છે માટે ૪ + ૧ = ૫ આ ધાતમૂળનેા આંક હવે દરવાજા ૪ છે માટે ૪ − ૧ = ૩ આ ધાતનેા આંક માટે $(૫)^{૩}$ તે ૧૨૫ એ પહેલા દરવાજા ઉપર શરૂઆતની સંખ્યા છે, એમ જાણજો હવે બીજે દરવાજે કેટલા માણસો ?

આમાં ચાર દરવાજા માટે અંશમાં $\frac{૪}{૦}$ અને ચાર દરવાજા માટે ૪ + ૧ = ૫ છેદમાં માટે $\frac{૪}{૫}$ થયા. આ વડે ગુણવા. હવે $\frac{૧૨૫ \times ૪}{૫}$ = ૧૦૦ આવ્યા. તે પહેલા દરવાજાની સંખ્યા ૧૨૫ માં ઉમેરવી એટલે થયા ૨૨૫ : આ બીજા દરવાજાની સંખ્યા.

હવે ત્રીજો દરવાજોઃ—

બીજાની સંખ્યા $\frac{૨૨૫ \times ૪}{૫}$ = ૧૮૦ : આવ્યા. માટે ૩ જા દરવાજાની સંખ્યા ૧૨૫ + ૧૮૦ = ૩૦૫ની સંખ્યા. ત્રીજા દરવાજાની જાણેા.

હવે ચેાથેા દરવાજોઃ—

ત્રીજાની સંખ્યા $\frac{૩૦૫\times૪}{૫}$ = ૨૪૪ માટે પહેલા દરવાજાની સંખ્યા ૧૨૫ + ૨૪૪ = ૩૬૯ આ ચોથા દરવાજાની સંખ્યા.

જવાબ ૧ લે દરવાજે ૧૨૫ : બીજે દરવાજે ૨૨૫ : ત્રીજે દરવાજે ૩૦૫ અને ૪ થે દરવાજે ૩૬૯ = કુલ ૧૦૨૪ થયા.

હવે નીચેના દાખલામાં માત્ર જવાબના જ આંકડા આપ્યા છે જીજ્ઞાસુએ રીત ગોઠવી જ્ઞાનગમ્મત મેળવી લે એ ઉમેદ રાખી છે. વ્યાખ્યામાં મળતાપણું સમજવું.

(૧) દરવાજા ૫ હોય ત્યારે દરેક દરવાજે શરૂઆતમાં માણસો કેટલા ?

ક્રમવાર દરવાજા: **જવાબ.** **ટોટલ.**

૧૨૯૬ : ૨૩૭૬ . ૩૨૭૬ : ૪૦૨૬ : ૪૬૫૧ = ૧૫૬૨૫

(૨) દરવાજા ૬ હોય ત્યારે ?

ક્રમવાર જવાબ : ૧૬૮૦૭ : ૩૧૨૧૩ : ૪૩૫૬૧ : ૫૪૧૪૫ : ૬૩૨૧૭ : અને ૭૦૯૯૩ = **ટોટલ** ૨૭૯૯૩૬ :

(૩) દરવાજા ૭ હોય ત્યારે ? **ક્રમવાર દરવાજા અને જવાબ** :

૨૬૨૧૪૪ :: ૪૯૧૫૨૦ :: ૬૯૨૨૨૪ :: ૮૬૭૮૪૦ :: ૧૦૨૧૫૦૪ :: ૧૧૫૫૯૬૦ :: ૧૨૭૩૬૦૯ = **ટોટલ** ૫૭૬૪૮૦૧

(૪) દરવાજા ૮ હોય ત્યારે ? **જવાબ**

૪૭૮૨૯૬૯ :: ૯૦૩૪૪૯૭ :: ૧૨૮૧૩૬૩૩ :: ૧૬૧૭૨૮૬૫ :: ૧૯૧૫૮૮૪૯ :: ૨૧૮૧૩૦૫૭ :: ૨૪૧૭૨૩૫૩ :: ૨૬૨૬૯૫૦૫ = ટોટલ ૧૩૪૨૧૭૭૨૮.

(૫) દરવાજા ૯ હોય ત્યારે ? **જવાબ**

૧૦૦૦૦૦૮૦૦ :: ૧૯૦૦૦૦૦૦૦ :: ૨૭૧૦૦૦૦૦૦ :: ૩૪૩૯૦૦૦૦૦ :: ૪૦૯૫૧૦૦૦૦ :: ૪૬૮૫૫૯૦૦૦ :: ૫૨૧૭૦૩૧૦૦ :: ૫૬૯૫૩૨૭૯૦ :: ૬૧૨૫૭૯૫૧૧ :: એકંદર ૩૪૮૬૭૮૪૪૦૧ :

દાખલો ૧૬૦ મો.

વ્યાખ્યા દાખલા ૧૫૯ પ્રમાણે સમજવી. આમાં દરવાજા ચાર છે ત્યારે જવાબ શું આવે.

ખુલાસો.

રીત ૧ લી.

અત્રે કુલ સંખ્યા માણસોની ૧૦૨૪ છે તે તથા સૌથી છેલ્લે બધે દરવાજે ૧૦૨૪÷૪=૨૫૬ ની સંખ્યા એક સરખી આવે છે. આટલું જાણીએ. હવે આગળ ચાલો.

ચોથો દરવાજો:—

આ દરવાજા ઉપર હલ્લો આવી ગયો તે પછી તપાસ કરતાં ચારે દરવાજા ઉપર એક સરખી સંખ્યા ૨૫૬ ની રહી. આ હુમલો આવ્યા પછી ચોથા દરવાજા ઉપર જેટલા (૬૪) માણસો હતા તેટલા (૬૪) માણસોની એક ટુકડી બીજા દરવાજા ઉપરથી આવી. એટલા જ (૬૪) માણસોની બીજી ટુકડી ત્રીજા દરવાજા ઉપરથી આવી. અને એટલા જ (૬૪) માણસોની ત્રીજી ટુકડી ૧ લા દરવાજા ઉપરથી આવી. ત્યારે ચોથા દરવાજા ઉપર ૨૫૬ માણસો થયા. હવે આ હલ્લો આવ્યા પહેલાં ૪ થા દરવાજા ઉપર ૬૪ માણસો હતા. અને ૧ લા દરવાજે ૨૫૬+૬૪=૩૨૦ માણસો, બીજે દરવાજે પણ એટલા ૩૨૦ અને ત્રીજે દરવાજે પણ ૩૨૦ હતા અને ચોથે દરવાજે ૬૪ માણસો.

આનો અર્થ એટલો જ કે ત્રીજે દરવાજે હુમલો આવ્યો તે વખતે ૧ લા દરવાજા ઉપર ૩૨૦, ૨ જા ઉપર ૩૨૦, ત્રીજા ઉપર ૩૨૦ અને ૪ થા ઉપર ૬૪ માણસો હતા.

ત્રીજો દરવાજોઃ—

ઉપર પ્રમાણે આ દરવાજા ઉપર હુમલો આવ્યો ત્યારે ૩૨૦ માણસો હતા. જેથી દુશ્મનો ફાવ્યા નહી. હવે આ ૩૨૦ = ૩૨૦ થવાનું કારણ કે તે દરવાજે જેટલા (૮૦) માણસો હતા તેટલા (૮૦) માણસોની ત્રણ ટુકડી પહેલા, બીજા અને ચોથા દરવાજા એમ દરેક ઉપરથી આવી (કુલ ૨૪૦ માણસો આવ્યા) ત્યારે ત્યાં ૩૨૦ થયા. માટે આ માણસો આવ્યા પહેલાં ૧લા દરવાજા ઉપરે ૩૨૦ + ૮૦ = ૪૦૦ હતા. બીજા દરવાજા ઉપરે ૩૨૦ + ૮૦ = ૪૦૦ હતા. ૩ જા દરવાજા ઉપરે ૮૦ અને ૪ થા દરવાજા ઉપરે ૬૪ + ૮૦ = ૧૪૪ હતા.

આનો અર્થ એટલો જ કે બીજે દરવાજે હુમલો આવ્યો તે વખતે ૧ લા ઉપર ૪૦૦, ૨ જા ઉપર ૪૦૦, ૩ જા ઉપર ૮૦ અને ૪ થા ઉપરે ૧૪૪ હતા.

બીજો દરવાજોઃ—

ઉપર પ્રમાણે જ્યારે આ દરવાજા ઉપર હુમલો આવ્યો ત્યારે આહી ૪૦૦ માણસો હતા. હવે આ ૪૦૦ થવાનું કારણ કે તે દરવાજે જેટલા (૧૦૦) માણસો હતા તેટલા (૧૦૦) માણસોની ૧ ટુકડી એવી ત્રણ ટુકડી બીજા ત્રણ દરવાજા (૧ લા, ૩ જા અને ૪ થા) ઉપરથી (દરેક ઉપરથી અકેકસો) આવી ત્યારે ૪૦૦ થયા આ આવ્યા પહેલાં ૧ લે દરવાજે ૪૦૦ + ૧૦૦ = ૫૦૦; ૨ જે દરવાજે ૧૦૦; ૩ જે દરવાજે ૧૮૦ અને ૪ થે દરવાજે ૨૪૪ હતા.

આનો અર્થ એટલો જ કે, પહેલે દરવાજે હુમલો આવ્યો ત્યારે ૧ લે દરવાજે ૫૦૦, ૨ જે ૧૦૦, ૩ જે ૧૮૦ અને ૪ થે ૨૪૪ હતા.

૧ લે દરવાજેઃ

ઉપર પ્રમાણે ૧ લા દરવાજા ઉપરે ૫૦૦ માણસો હતા તેનું

કારણ એ કે જેટલા (૧૨૫) માણસો ત્યાં હતા એટલા (૧૨૫) માણસોની ૧ ટુકડી દરેક બીજા ત્રણ દરવાજેથી (બીજા, ત્રીજા અને ૪ થા) આવી ત્યારે ૫૦૦ માણસો થયા. આ માણસો આવ્યા પહેલાં ૧ લે દરવાજે ૧૨૫ માણસો, ૨ જે દરવાજે ૧૦૦ + ૧૨૫ = ૨૨૫: ૩ જે દરવાજે ૧૮૦ + ૧૨૫ = ૩૦૫ અને ૪ થે દરવાજે ૨૪૪ + ૧૨૫ = ૩૬૯ થયા. એટલે કોઈ પણ જાતની આપ લે થઇ તે પહેલાં યાને શરૂઆતમાં અથવા **જવાબ** ૧ લે દરવાજે ૧૨૫: ૨ જે ૨૨૫: ૩ જે ૩૦૫ અને ૪ થે ૩૬૯ થયા.

ખુલાસો. ૨જી રીત

સૌથી છેલ્લે દરેક દરવાજે સરખી સંખ્યા રહી અને તે માટે આપણે ૧ ધારીએ.

ચોથો દરવાજો.

આ દરવાજા ઉપરથી હુમલો ઉઠાવી દુશ્મનો ચાલ્યા ગયા પછી તપાસ કરતાં જણાયું કે ચારે દરવાજે દરેક ઉપર ૧ સંખ્યા રહી તે જ પ્રમાણે આંહી પણ ૧ સંખ્યા રહી આનું કારણ કે જેટલી ($\frac{1}{4}$) આંહી હતા. તેટલી ($\frac{1}{4}$) ની એક ટુકડી, એવી ત્રણ ટુકડી પહેલે, બીજે અને ત્રીજે એમ દરેક દરવાજેથી આવી ત્યારે આંહી **૧** સંખ્યા થઇ આમ થવા પહેલાં, પહેલે દરવાજે ૧ + $\frac{1}{4} = \frac{5}{4}$: ૨ જે દરવાજે ૧ + $\frac{1}{4} = \frac{5}{4}$: ૩ જે દરવાજે ૧ + $\frac{1}{4} = \frac{5}{4}$ અને ૪ થે દરવાજે $\frac{1}{4}$ હતી. આ બધાનો સરવાળો ૪ થાય,

આનો અર્થ એટલો જ કે ત્રીજે દરવાજે હુમલો આવ્યો તે વખતે ઉપર પ્રમાણે ૧ લે દરવાજે $\frac{5}{4}$: ૨ જે $\frac{5}{4}$: ૩ જે $\frac{5}{4}$ અને ૪ થે $\frac{1}{4}$ છે.

ત્રીજો દરવાજો:—

ઉપરથી આપણે જાણીએ છીએ કે જ્યારે ત્રીજા દરવાજા ઉપર

હુમલો આવે છે ત્યારે ત્યાં $\frac{૫}{૪}$ ની સંખ્યા છે. આ થવાનું કારણ એ છે કે જ્યારે ત્રીજા દરવાજા ઉપર હુમલો આવે છે ત્યારે ત્યાં જેટલા ($\frac{૫}{૧૬}$) છે તેટલા માણસોની ૧ ટુકડી એવી બીજી ત્રણ ટુકડી. બીજા ત્રણ દરવાજા (૧ લા, ૨ જા અને ૪ થા) દરેક ઉપરથી આવી ત્યારે $\frac{૫}{૪}$ થઈ. આમ થવા પહેલાં ૧ લે દરવાજે $\frac{૫}{૪} + \frac{૫}{૧૬} = \frac{૨૫}{૧૬}$: ૨ જે દરવાજે $\frac{૫}{૪} + \frac{૫}{૧૬} = \frac{૨૫}{૧૬}$: ત્રીજે દરવાજે $\frac{૫}{૧૬}$ અને ૪ થે દરવાજે $\frac{૧}{૪} + \frac{૫}{૧૬} = \frac{૯}{૧૬}$ થઈ.

આનો અર્થ એટલો જ કે બીજે દરવાજે હુમલો આવ્યો ત્યારે ૧ લે દરવાજે $\frac{૨૫}{૧૬}$: ૨ જે દરવાજે $\frac{૨૫}{૧૬}$: ૩ જે દરવાજે $\frac{૫}{૧૬}$ અને ૪ થે દરવાજે $\frac{૯}{૧૬}$:

બીજે દરવાજે.

ઉપર પ્રમાણે બીજે દરવાજે $\frac{૨૫}{૧૬}$ છે. તેનું કારણ એ કે આ દરવાજે હુમલો આવે છે ત્યારે આંહી જેટલા ($\frac{૨૫}{૬૪}$) છે. તેટલી સંખ્યા ($\frac{૨૫}{૬૪}$) ની એક ટુકડી, એવી બીજી ત્રણ ટુકડી, બાકીના ત્રણ દરવાજા દરેક ઉપરથી આવી ત્યારે આંહી $\frac{૨૫}{૧૬}$ થઈ. આમ થવા પહેલાં પહેલે દરવાજે $\frac{૨૫}{૧૬} + \frac{૨૫}{૬૪} = \frac{૧૨૫}{૬૪}$: બીજે દરવાજે $\frac{૨૫}{૬૪}$: ત્રીજે દરવાજે $\frac{૫}{૧૬} + \frac{૨૫}{૬૪} = \frac{૪૫}{૬૪}$ અને ચોથે દરવાજે $\frac{૯}{૧૬} + \frac{૨૫}{૬૪} = \frac{૬૧}{૬૪}$ હતા.

આનો અર્થ એટલો જ કે પહેલે દરવાજે હુમલો આવ્યો ત્યારે ૧ લે દરવાજે $\frac{૧૨૫}{૬૪}$: ૨ જે દરવાજે $\frac{૨૫}{૬૪}$: ૩ જે દરવાજે $\frac{૪૫}{૬૪}$: ૪ થે દરવાજે $\frac{૬૧}{૬૪}$:

પહેલો દરવાજો:—

ઉપર પ્રમાણે પહેલે દરવાજે $\frac{૧૨૫}{૬૪}$ છે. તેનું કારણ કે જ્યારે આંહી હુમલો આવે છે ત્યારે આંહી જેટલા ($\frac{૧૨૫}{૨૫૬}$) માણસો છે. તેટલા ($\frac{૧૨૫}{૨૫૬}$) માણસોની ૧ ટુકડી, એવી ત્રણ ટુકડી બીજી બીજે, ત્રીજે અને ચોથે દરવાજે દરેક ઉપરથી આવે છે ત્યારે ત્યાં કુલ $\frac{૧૨૫}{૬૪}$ માણસો થાય છે આ પહેલાં યાને શરૂઆતમાં ૧ લે દરવાજે

$\frac{૧૨૫}{૨૫૬}$: ૨ જે $\frac{૨૫}{૬૪}+\frac{૧૨૫}{૨૫૬}=\frac{૨૨૫}{૨૫૬}$ ૩ જે દરવાજે $\frac{૪૫}{૬૪}+\frac{૧૨૫}{૨૫૬}=\frac{૩૦૫}{૨૫૬}$ અને ચેાથે દરવાજે $\frac{૬૧}{૬૪}+\frac{૧૨૫}{૨૫૬}=\frac{૩૬૯}{૨૫૬}$ હતા. માટે જવાબ ૧ લે દરવાજે $\frac{૧૨૫}{૨૫૬}$: ૨ જે દરવાજે $\frac{૨૨૫}{૨૫૬}$: ત્રીજે દરવાજે $\frac{૩૦૫}{૨૫૬}$: અને ૪ થે દરવાજે $\frac{૩૬૯}{૨૫૬}$: આ બધામાં ૨૫૬ છેદમાં છે. તે સૌને સામાન્ય છે માટે ૨૫૬ છે તે દૂર કરીએ તેા સ્પષ્ટ રૂપ આ પ્રમાણે થાય તે **જવાબ.** ૧ લે દરવાજે ૧૨૫ : ૨ જે દરવાજે ૨૨૫ : ૩ જે દરવાજે ૩૦૫ અને ૪ થે દરવાજે ૩૬૯.

વર્ગ, ઘન વગેરે ઘાતમાં આવતી શ્રેઢીની છાયા.

દાખલેા ૧૫૯+૧.

અ.

૧ લી હાર	૨ જી હાર	૩ જી હાર	૪ થી હાર	૫ મી હાર
૧	૧	૧	૧	૧
૨	૩	૪	૫	૬
૩	૬	૧૦	૧૫	૨૧
૪	૧૦	૨૦	૩૫	૫૬
૫	૧૫	૩૫	૭૦	૧૨૬
૬	૨૧	૫૬	૧૨૬	૨૫૨
૭	૨૮	૮૪	૨૧૦	૪૬૨
૮	૩૬	૧૨૦	૩૩૦	૭૯૨
૯	૪૫	૧૬૫	૪૯૫	૧૨૮૭
૧૦	૫૫	૨૨૦	૭૧૫	૨૦૦૨

ખુલાસેા:–

આ **અ** વિભાગમાં પાંચ હાર મૂકી છે. એમાં ૧ લી હારમાંથી ૨ જી હાર. ૨ જી હારમાંથી ૩ જી હાર, ૩ જી હારમાંથી ૪ થી હાર, અને ૪ થી હારમાંથી ૫ મી હાર, તયાર કરી છે. આ હારેા કેવી રીતે બનાવવી, તેની સમજણ પૃષ્ ૧૬૩ માં દાખલા ૭૪ ના ઉદા૦ ૨ જાના કાેઠા ૨ જામાં આપી છે. જે નિયમે ૨ જો કાેઠાે ૧ લા કાેઠામાંથી બનાવ્યેા, તે જ નિયમે ૨ જી હાર, ૧ લી હારમાંથી બનાવી, અને ત્રીજી હારમાંથી ચેાથી હાર વગેરે વગેરે માટે સમજી લેવું. ૨ જી હાર ૧ લી હારના સર્વ ઘન કહેવાય, ત્રીજી હાર બીજી હારના સર્વ ઘન, ચેાથી હાર ત્રીજી હારના અને પાંચમી હાર ચેાથી હારના અનુક્રમે સર્વ ઘનેા કહેવાય. હજુ પણ વિશેષ હારેા બનાવી શકાય. સર્વ ઘન એટલે સરવાળા.

બ

૧ લી હાર	૨ જી હાર	૩ જી હાર	૪ થી હાર	૫ મી હાર
૧	૧	૧	૧	૧
૩	૪	૫	૬	૭
૫	૯	૧૪	૨૦	૨૭
૭	૧૬	૩૦	૫૦	૭૭
૯	૨૫	૫૫	૧૦૫	૧૮૨
૧૧	૩૬	૯૧	૧૯૬	૩૭૮
૧૩	૪૯	૧૪૦	૩૩૬	૭૧૪
૧૫	૬૪	૨૦૪	૫૪૦	૧૨૫૪
૧૭	૮૧	૨૮૫	૮૨૫	૨૦૭૯
૧૯	૧૦૦	૩૮૫	૧૨૧૦	૩૨૮૯

ખુલાસો:-

આ કોઠાની પહેલી હારમાં વિષમ=એકી આંક છે માટે આ કોઠાને વિષમ-આંકનો કોઠો કહે છે. **અ** કોઠાની પેઠે આ કોઠાનું સમજી લેવું.

સમ-આંકનો કોઠો:-સમ=બેકી જે કોઠામાં ૧ લી હારમાં બધા સમ આંક જ આવે. ૨ : ૪ : ૬ : ૮ વગેરે સમ આંક કહેવાય. આ પ્રકરણમાં સમ આંકના કોઠાની વિગત ઓછી આવશે. જેથી એ માટે આ સ્થળે વિસ્તાર કરેલ નથી. હવે વર્ગ, ઘન વગેરે ઘાતમાં શ્રેઢીની છાયા કેવી રીતે દેખાય છે, તે યથામતિ યથાશક્તિ બતાવવા પ્રયત્ન કર્યો છે.

વર્ગ વિભાગ:-

છાયા

$(૧)^૨ - ૦ = ૧$
$(૨)^૨ - (૧)^૨ = ૩$
$(૩)^૨ - (૨)^૨ = ૫$
$(૪)^૨ - (૩)^૨ = ૭$
$(૫)^૨ - (૪)^૨ = ૯$
$(૬)^૨ - (૫)^૨ = ૧૧$
$(૭)^૨ - (૬)^૨ = ૧૩$
$(૮)^૨ - (૭)^૨ = ૧૫$
$(૯)^૨ - (૮)^૨ = ૧૭$
$(૧૦)^૨ - (૯)^૨ = ૧૯$

૧ લી ખુબી:-છાયા નીચે જે ક્રમવાર ૧ : ૩ : ૫ : ૭ વગેરે આંકડા આવ્યા છે તેનો સરવાળો ૧૦૦ થાય છે. વર્ગ વિભાગમાં સૌથી છેલ્લો આંક ૧૦ છે અને તેનો વર્ગ પણ ૧૦૦ થાય છે. આ પહેલી ખુબી દરેક વિભાગમાં એક સરખા નિયમથી આવશે.

બીજી ખુબીનો કોઠો

છાયાના આંક :

૧ − ૧ = ૦
૩ − ૧ = ૨
૫ − ૧ = ૪
૭ − ૧ = ૬
૯ − ૧ = ૮
૧૧ − ૧ = ૧૦
૧૩ − ૧ = ૧૨
૧૫ − ૧ = ૧૪
૧૭ − ૧ = ૧૬
૧૯ − ૧ = ૧૮

બીજી ખુબી :—

૧ : ૩ : ૫ : વગેરે ક્રમવાર .. છે તે **બ** કોઠાની ૧ લી હારને મળતા આવે છે. અને તે દરેકમાંથી એકેક બાદ કરીએ છીએ તો જે આંકડા આવે છે તે બધા સમ = બેકી છે. બીજા વિભાગોમાં આ બીજી ખુબીમાં સહેજ ફેરફાર આવશે.

ત્રીજી ખુબીનો કોઠો

છાયાના આંક :

૧ − ઇશ્વર
૩ − ૧ = ૨
૫ − ૩ = ૨
૭ − ૫ = ૨
૯ − ૭ = ૨
૧૧ − ૯ = ૨
૧૩ − ૧૧ = ૨
૧૫ − ૧૩ = ૨
૧૭ − ૧૫ = ૨
૧૯ − ૧૭ = ૨

ત્રીજી ખુબી :—

આમાં ઉપરનો આંક નીચેના આંકમાંથી બાદ કરવો. આ નિયમ બીજા બધા વિભાગની ત્રીજી ખુબીમાં કાયમ રહેવાનો. બીજી અને ત્રીજી ખુબીમાં બાદબાકીના અંતે જે આંકડા આવશે તેમાં જ શ્રેણીની છાયા દેખાશે.

ન :—

છાયા આંક

' - $(૦)^{૩}$	=	૧
)^{૩} - $(૧)^{૩}$	=	૭
$(૩)^{૩}$ - $(૨)^{૩}$	=	૧૯
$(૪)^{૩}$ - $(૩)^{૩}$	=	૩૭
$(૫)^{૩}$ - $(૪)^{૩}$	=	૬૧
$(૬)^{૩}$ - $(૫)^{૩}$	=	૯૧
$(૭)^{૩}$ - $(૬)^{૩}$	=	૧૨૭
$(૮)^{૩}$ - $(૭)^{૩}$	=	૧૬૯
$(૯)^{૩}$ - $(૮)^{૩}$	=	૨૧૭
$(૧૦)^{૩}$ - $(૯)^{૩}$	=	૨૭૧
૧લી ખુબી		૧૦૦૦
અને $(૧૦)^{૩}$ તે પણ		૧૦૦૦

બીજી ખુબી

છાયા આંક

૧-૧=	૦	.. ૦÷૬=	૦
૭-૧=	૬	.. ૬÷૬=	૧
૧૯-૧=	૧૮	.. ૧૮÷૬=	૩
૩૭-૧=	૩૬	.. ૩૬÷૬=	૬
૬૧-૧=	૬૦	.. ૬૦÷૬=	૧૦
૯૧-૧=	૯૦	.. ૯૦÷૬=	૧૫
૧૨૭-૧=	૧૨૬	..૧૨૬÷૬=	૨૧
૧૬૯-૧=	૧૬૮	..૧૬૮÷૬=	૨૮
૨૧૭-૧=	૨૧૬	..૨૧૬÷૬=	૩૬
૨૭૧-૧=	૨૭૦	..૨૭૦÷૬=	૪૫

ખુલાસો :—

પ્રથમ છાયા અંકમાંથી એક બાદ કરો. પછી આવેલ પરિણામને ૬ થી ભાગો. લબ્ધિનો જે ક્રમ આવશે તે **अ** કોઠાની ૨જી હારમાં છે.

ત્રીજી ખુબી :—

છાયા આંક

૧-ઈશ્વર
૭- ૧= ૬ : ૬÷૬=૧
૧૯- ૭=૧૨ :૧૨÷૬=૨
૩૭-૧૯=૧૮ :૧૮÷૬=૩
૬૧-૩૭=૨૪ :૨૪÷૬=૪
૯૧-૬૧=૩૦ :૩૦÷૬=૫
૧૨૭- ૯૧=૩૬ : ૩૬÷૬=૬
૧૬૯-૧૨૭=૪૨ : ૪૨÷૬=૭
૨૧૭-૧૬૯=૪૮ : ૪૮÷૬=૮
૨૭૧-૨૧૭=૫૪ : ૫૪÷૬=૯

નિયમ પ્રમાણે બાદબાકી કરી પછી આવેલ જવાબના આંકોને ૬ થી ભાગ્યા તો **अ** કોઠાની ૧ લી હારમાં આવેલ ક્રમ પ્રમાણેના આંકડા આવ્યા.

ચાર ધાત વિભાગ :—

છાયા આંક		બીજી ખુબી :—	
$(૧)^{૪}-(૦)^{૪}=$	૧	૧– ૧= ૦ :	૦÷૧૨= ૦
$(૨)^{૪}-(૧)^{૪}=$	૧૫	૧૫– ૩= ૧૨ :	૧૨÷૧૨= ૧
$(૩)^{૪}-(૨)^{૪}=$	૬૫	૬૫– ૫= ૬૦ :	૬૦÷૧૨= ૫
$(૪)^{૪}-(૩)^{૪}=$	૧૭૫	૧૭૫– ૭= ૧૬૮ :	૧૬૮÷૧૨= ૧૪
$(૫)^{૪}-(૪)^{૪}=$	૩૬૯	૩૬૯– ૯= ૩૬૦ :	૩૬૦÷૧૨= ૩૦
$(૬)^{૪}-(૫)^{૪}=$	૬૭૧	૬૭૧–૧૧= ૬૬૦ :	૬૬૦÷૧૨= ૫૫
$(૭)^{૪}-(૬)^{૪}=$	૧૧૦૫	૧૧૦૫–૧૩=૧૦૯૨ :	૧૦૯૨÷૧૨= ૯૧
$(૮)^{૪}-(૭)^{૪}=$	૧૬૯૫	૧૬૯૫–૧૫=૧૬૮૦ :	૧૬૮૦÷૧૨=૧૪૦
$(૯)^{૪}-(૮)^{૪}=$	૨૪૬૫	૨૪૬૫–૧૭=૨૪૪૮ :	૨૪૪૮÷૧૨=૨૦૪
$(૧૦)^{૪}-(૯)^{૪}=$	૩૪૩૯	૩૪૩૯–૧૯=૩૪૨૦ :	૩૪૨૦÷૧૨=૨૮૫

૧લી ખુબી ટોટલ૧૦૦૦૦
ને $(૧૦)^{૪}$તે પણ૧૦૦૦૦

ખુલાસો :—

વર્ગ વિભાગના છાયા આંક, આ વિભાગના છાયા આંકમાંથી બાદ કર્યા. પછી બાદબાકીના આવેલ જવાબને ૧૨ થી ભાગ્યા. (કારણ ઘનમાં ૬ હતા તો આંહી ૬ × ૨ = ૧૨. આંહી આવેલ ભાગાકારની લબ્ધિના આંકડાનો ક્રમ **ચ** કોઠાની ત્રીજી હારમાં દેખાય છે.)

ત્રીજી ખુબી:—

છાયા આંક

૧–	ઇશ્વર=
૧૫–	૧= ૧૪: ૧૪÷૧૨= ૧શેષ ૨
૬૫–	૧૫= ૫૦: ૫૦÷૧૨= ૪,, ૨
૧૭૫–	૬૫=૧૧૦:૧૧૦÷૧૨= ૯,, ૨
૩૬૯–	૧૭૫=૧૯૪:૧૯૪÷૧૨=૧૬,, ૨
૬૭૧–	૩૬૯=૩૦૨:૩૦૨÷૧૨=૨૫,, ૨
૧૧૦૫–	૬૭૧=૪૩૪:૪૩૪÷૧૨=૩૬,, ૨
૧૬૯૫–	૧૧૦૫=૫૯૦:૫૯૦÷૧૨=૪૯,, ૨
૨૪૬૫–	૧૬૯૫=૭૭૦:૭૭૦÷૧૨=૬૪,, ૨
૩૪૩૯–	૨૪૬૫=૯૭૪:૯૭૪÷૧૨=૮૧,, ૨

ખુલાસો :—

આ ખુબીના નિયમ પ્રમાણે ઉપરનો આંક નીચેના આંકમાંથી બાદ કર્યો, પછી બાદબાકીના જવાબને ૧૨ થી ભાગ્યા. આંહી આવેલ ભાગાકારની લબ્ધિના આંક **ચ** કોઠાની ૨ જી હારમાં છે.

વર્ગ વિભાગમાં બીજી ખુબીમાં આપણે છાયા આંકમાંથી એકેક બાદ કર્યો હતો. આંહી શેષ ૨ વધે છે તેનો અર્થ એટલો જ થાય કે પ્રથમ ભાજ્ય રકમોમાંથી આ ૨ બાદ કરવો જોઇએ.

પાંચ ઘાત વિભાગ :—

છાયા આંક	છાયા આંક	
$(૧)^{૫}-(૦)^{૫}=$ ૧	$(૬)^{૫}-(૫)^{૫}=$ ૪૬૫૧	૧ લી ખુબી:—
$(૨)^{૫}-(૧)^{૫}=$ ૩૧	$(૭)^{૫}-(૬)^{૫}=$ ૯૦૩૧	છાયા આંકનો સર-
$(૩)^{૫}-(૨)^{૫}=$ ૨૧૧	$(૮)^{૫}-(૭)^{૫}=$ ૧૫૯૬૧	વાળો ૧૦૦૦૦૦
$(૪)^{૫}-(૩)^{૫}=$ ૭૮૧	$(૯)^{૫}-(૮)^{૫}=$ ૨૬૨૮૧	થાય અને $(૧૦)^{૫}$
$(૫)^{૫}-(૪)^{૫}=$ ૨૧૦૧	$(૧૦)^{૫}-(૯)^{૫}=$ ૪૦૯૫૧	

=૧૦૦૦૦૦ થાય.

બીજી ખુબી:—

છાયા આંક.			ફલ.
૧ —૧ =	૦	(સામાન્ય ભાજક) ÷ (ભાજક ૬×૫=૩૦)	= ૦
૩૧ —૧ =	૩૦		= ૧
૨૧૧ —૧ =	૨૧૦		= ૭
૭૮૧ —૧ =	૭૮૦		= ૨૬
૨૧૦૧ —૧ =	૨૧૦૦		= ૭૦
૪૬૫૧ —૧ =	૪૬૫૦		= ૧૫૫
૯૦૩૧ —૧ =	૯૦૩૦		= ૩૦૧
૧૫૯૬૧ —૧ =	૧૫૯૬૦		= ૫૩૨
૨૬૨૮૧ —૧ =	૨૬૨૮૦		= ૮૭૬
૪૦૯૫૧ —૧ =	૪૦૯૫૦		= ૧૩૬૫

ત્રીજી ખુબીઃ—

છાયા આંક.			ફલ.
૧ − ૧ = ૦	આ બધી રકમો ૩૦ થી ભાગાય	=	૦
૩૧ − ૧ = ૩૦		=	૧
૨૧૧ − ૩૧ = ૧૮૦		=	૬
૭૮૧ − ૨૧૧ = ૫૭૦		=	૧૯
૨૧૦૧ − ૭૮૧ = ૧૩૨૦		=	૪૪
૪૬૫૧ − ૨૧૦૧ = ૨૫૫૦		=	૮૫
૯૦૩૧ − ૪૬૫૧ = ૪૩૮૦		=	૧૪૬
૧૫૯૬૧ − ૯૦૩૧ = ૬૯૩૦		=	૨૩૧
૨૬૨૮૧ − ૧૫૯૬૧ = ૧૦૩૨૦		=	૩૪૪
૪૦૯૫૧ − ૨૬૨૮૧ = ૧૪૬૭૦		=	૪૮૯

આમાં બીજી ખુબીના ફલ તે ત્રીજી ખુબીના ફલના સર્વધન છે; કારણ ૧ + ૬ = ૭ : પછી ૭ + ૧૯ = ૨૬ : પછી ૨૬ + ૪૪ = ૭૦ : પછી ૭૦ + ૮૫ = ૧૫૫ : પછી ૧૫૫ + ૧૪૬ = ૩૦૧ ; પછી ૩૦૧ + ૨૩૧ = ૫૩૨ : પછી ૫૩૨ + ૩૪૪ = ૮૭૬ : પછી ૮૭૬ + ૪૮૯ = ૧૩૬૫.

બીજી ખુબીના ફલ **ચ** કોઠાની ૪ થી હારને નીચેની રીત પ્રમાણે મળે છે. જેમકે પ્રથમ ૧ : પછી ૧ + ૬ = ૭ : પછી ૬ + ૨૦ = ૨૬ : પછી ૨૦ + ૫૦ = ૭૦ : પછી ૫૦ + ૧૦૫ = ૧૫૫ : ૧૦૫ + ૧૯૬ = ૩૦૧ : પછી ૧૯૬ + ૩૩૬ = ૫૩૨ : પછી ૩૩૬ + ૫૪૦ = ૮૭૬ : પછી ૫૪૦ + ૮૨૫ = ૧૩૬૫.

ત્રીજી ખુબીના ફલ તે **ચ** કોઠાની ૩ જી હારને, ઉપરની રીત પ્રમાણે મળતા આવે છે.

૭ ધાત વિભાગઃ—　　બીજી ખુબીઃ—

	છાયા આંક.	ફલ.
$(૧)^૬-(૦)^૬=$ ૧	૦− ૧= ૦	= ૦
$(૨)^૬-(૧)^૬=$ ૬૩	૬૩− ૩= ૬૦	= ૧
$(૩)^૬-(૨)^૬=$ ૬૬૫	૬૬૫− ૫= ૬૬૦	= ૧૧
$(૪)^૬-(૩)^૬=$ ૩૩૬૭	૩૩૬૭− ૭= ૩૩૬૦	= ૫૬
$(૫)^૬-(૪)^૬=$ ૧૧૫૨૯	૧૧૫૨૯− ૯= ૧૧૫૨૦	= ૧૯૨
$(૬)^૬-(૫)^૬=$ ૩૧૦૩૧	૩૧૦૩૧−૧૧= ૩૧૦૨૦	= ૫૧૭
$(૭)^૬-(૬)^૬=$ ૭૦૯૯૩	૭૦૯૯૩−૧૩= ૭૦૯૮૦	=૧૧૮૩
$(૮)^૬-(૭)^૬=$૧૪૪૪૯૫	૧૪૪૪૯૫−૧૫=૧૪૪૪૮૦	=૨૪૦૮
$(૯)^૬-(૮)^૬=$૨૬૯૨૯૭	૨૬૯૨૯૭−૧૭=૨૬૯૨૮૦	=૪૪૮૮
$(૧૦)^૬-(૯)^૬=$૪૬૮૫૫૯	૪૬૮૫૫૯−૧૯=૪૬૮૫૪૦	=૭૮૦૯
૧લીખુબીટોટલ૧૦૦૦૦૦૦		

(આ ફલને ૬૦ થી ભાગવા(૩૦×૨))

બીજી ખુબીમાં છાયા આંકમાંથી વર્ગ વિભાગના છાયા આંક યાને ૨ કોઠાની પહેલી હારના આંક બાદ કરવા પછી આવેલ આંકડાને ૬૦ થી ભાગવા.

ત્રીજી ખુબીઃ—

છાયા આંક.

છાયા આંક.	ફલ શેષ.	
૧−ઇશ્વિર = ૧	= ૦+૦	ચાર ધાત વિ-
૬૩− ૧= ૬૨	= ૧+૨	ભાગની માફક
૬૬૫− ૬૩= ૬૦૨	= ૧૦+૨	આંહી પણ શેષ
૩૩૬૭− ૬૬૫= ૨૭૦૨	= ૪૫+૨	૨ વધે છે.
૧૧૫૨૯− ૩૩૬૭= ૮૧૬૨	= ૧૩૬+૨	આંહી પણ ત્રીજી
૩૧૦૩૧− ૧૧૫૨૯= ૧૯૫૦૨	= ૩૨૫+૨	ખુબીના ફલ ઉપ-
૭૦૯૯૩− ૩૧૦૩૧= ૩૯૯૬૨	= ૬૬૬+૨	રથી બીજી ખુ-
૧૪૪૪૯૫− ૭૦૯૯૩= ૭૩૫૦૨	=૧૨૨૫+૨	બીના ફલ થાય
૨૬૯૨૯૭−૧૪૪૪૯૫=૧૨૪૮૦૨	=૨૦૮૦+૨	છે એટલે કે
૪૬૮૫૫૯−૨૬૯૨૯૭=૧૯૯૨૬૨	=૩૩૨૧+૨	બીજીના ફલ તે

(આ ફલને ૬૦ થી ભાગતાં.)

ત્રીજીના ફલના સર્વ ધન થાય છે.

સાત ઘાત વિભાગઃ—   બીજી ખુબીઃ—

છાયાઆંક		છાયાઆંક		ફલ.
$(૧)^{૭}-(૦)^{૭}=$	૧	૧− ૧=	૦	= ૦
$(૨)^{૭}-(૧)^{૭}=$	૧૨૭	૧૨૭− ૭=	૧૨૦	= ૧
$(૩)^{૭}-(૨)^{૭}=$	૨૦૫૯	૨૦૫૯− ૧૯=	૨૦૪૦	= ૧૭
$(૪)^{૭}-(૩)^{૭}=$	૧૪૧૯૭	૧૪૧૯૭− ૩૭=	૧૪૧૬૦	= ૧૧૮
$(૫)^{૭}-(૪)^{૭}=$	૬૧૭૪૧	૬૧૭૪૧− ૬૧=	૬૧૬૮૦	= ૫૧૪
$(૬)^{૭}-(૫)^{૭}=$	૨૦૧૮૧૧	૨૦૧૮૧૧− ૯૧=	૨૦૧૭૨૦	= ૧૬૮૧
$(૭)^{૭}-(૬)^{૭}=$	૫૪૩૬૦૭	૫૪૩૬૦૭−૧૨૭=	૫૪૩૩૮૦	= ૪૫૨૯
$(૮)^{૭}-(૭)^{૭}=$	૧૨૭૩૬૦૯	૧૨૭૩૬૦૯−૧૬૯=	૧૨૭૩૪૪૦	=૧૦૬૧૨
$(૯)^{૭}-(૮)^{૭}=$	૨૬૮૫૮૧૭	૨૬૮૫૮૧૭−૨૧૭=	૨૬૮૫૬૦૦	=૨૨૩૮૦
$(૧૦)^{૭}-(૯)^{૭}=$	૫૨૧૭૦૩૧	૫૨૧૭૦૩૧−૨૭૧=	૫૨૧૬૭૬૦	=૪૩૪૭૩
૧લી ખુબી ટોટલ	૧૦૦૦૦૦૦૦			

અને $(૧૦^{૭})$=૧૦૦૦૦૦૦૦ થાય

બીજી ખુબીના છાયા આંકમાંથી ઘન વિભાગમાં આવેલા છાયા આંક ક્રમવાર બાદ કર્યા. આવેલ પરિણામને ૧૨૦ થી ભાગીએ તો કોઠામાં બતાવ્યા પ્રમાણે આંકડા આવે. છ ઘાતમાં ૬૦ ભાજક હતા. જેમ જેમ ઘાત વિભાગ વધતા જાય છે તેમ તેમ ભાજકનો આંક વધતો જાય છે.

ત્રીજી ખુબીઃ—

સ્થળ સંકોચના લીધે, ત્રીજી ખુબીના નિયમ પ્રમાણે, અત્રે છાયા આંકના કોઠામાં ઉપરનો આંક નીચેના આંકમાંથી બાદ કર્યો છે એમ માની લઇ આંહી માત્ર બાદબાકીના પરિણામ રૂપ રકમો ક્રમવાર ગોઠવી છે.

		÷ ૧૨૦	ફલ.
૧– ૦=	૧		= ૦
૧૨૬– ૬=	૧૨૦		= ૧
૧૯૩૨–૧૨=	૧૯૨૦		= ૧૬
૧૨૧૨૮–૧૮=	૧૨૧૨૦		= ૧૦૧
૪૭૫૪૪–૨૪=	૪૭૫૨૦		= ૩૯૬
૧૪૦૦૭૦–૩૦=	૧૪૦૦૪૦		= ૧૧૬૭
૩૪૧૭૯૬–૩૬=	૩૪૧૭૬૦		= ૨૮૪૮
૭૩૦૦૦૨–૪૨=	૭૨૯૯૬૦		= ૬૦૮૩
૧૪૧૨૨૦૮–૪૮=	૧૪૧૨૧૬૦		=૧૧૭૬૮
૨૫૩૧૨૧૪–૫૪=	૨૫૩૧૧૬૦		=૨૧૦૯૩

અત્રે ૬ : ૧૨ : ૧૮ વગેરે જે આંકડા બાદ કર્યા તે ઘન વિભાગની ત્રીજી ખુબીમાં છે.

બીજી ખુબીના ફલના ક્રમવાર આંકડા તે આ ત્રીજી ખુબીના ફલના ક્રમવાર આંકડાના સર્વઘન થાય છે.

આઠ ઘાત અને નવ ઘાત વિભાગમાં આંકડા ઘણા આવે છે, જેથી રીત ગુંચવણ ભરી થઇ પડે એમ ભય રહે છે. આવું સમજી આ પ્રકરણ આટલેથી બંધ કરવામાં આવ્યું છે.

વર્ગ અને ઘનના શ્રેઢીના સરવાળા.

દાખલો ૧૫૯ + ૨

વર્ગ વિચાર.

સાદા શ્રેઢીના સરવાળાની રીત પૃષ્ઠ ૩૪ ઉપર સમજાવી છે. હવે આંહી એ આંકડાઓના વર્ગ કહ્યા હોય ત્યારી શી રીતે કરવું, તે સમજાવવા પ્રયત્ન કરવામાં આવશે. દાખલા ૧૫૯ + ૧ માં પૃષ્ઠ ઉપર **આ** કોઠો આપવામાં આવ્યો છે. તેમાં ઉભી ત્રીજી હારમાં ૧ : ૪ : ૧૦ વગેરે આંકડા છે, તેનો આધાર આવા દાખલામાં લેવાય છે. બીજા શબ્દમાં કહીએ તો એ કોષ્ટક ધ્યાનમાં રાખવાની જરૂર છે.

ઉદા:—૧ લું:-૧ થી ૯ સુધીના આકડાના વર્ગોનો સરવાળો શ્રેઢીની રીતથી કહો.

ઉત્તર:—સાદી: ૧ + ૪ + ૯ + ૧૬ + ૨૫ + ૩૬ + ૪૯ + ૬૪ + ૮૧ = ૨૮૫

શ્રેઢીની રીત:—આદિપદ ૧ + ૮૧ અંત્યપદ = ૮૨ : ૮૨ × ૯ ગચ્છ = ૭૩૮ : પછી ૭૩૮ ÷ ૨ = ૩૬૯. હવે પછી અમુક નિયમે બાદ કરવાની અમુક રકમ હોય છે. તે ખાસ ધ્યાનમાં રાખવાનું છે.

વ્યાખ્યા ઉપર જે સૂચના છે, તે પ્રમાણે ત્રીજી ઉભી હારમાં જે સૌથી ઉપર ૧નો આંક જે ખંડમાં છે તેને ત્રીજા નંબરનો ખંડ સમજવો, ત્યાર પછી તે નીચે ૪નો આંક ૪થા ખંડમાં છે. ત્યાર પછીનો ૧૦નો આંક ૫મા ખંડમાં છે. આવી રીતે એકબીજા નીચે આવતા આંકડા ક્રમવાર ૬ઠ્ઠા, ૭મા વગેરે ખંડોમાં છે, એમ સમજવું. હવે દરેક વ્યાખ્યામાં જેટલા ગચ્છ હોય તેટલા નંબરના ખંડમાં કયો આંક છે તે જોવું. (આ વ્યાખ્યામાં ૯ ગચ્છ છે. અને ૯મા ખંડમાં ૮૪નો આંક છે.) જે આંક હોય તે આંક બાદ કરવો. જેથી ૩૬૯ − ૮૪ = ૨૮૫ : **જવાબ** ૨૮૫.

ઉદા૦ ૨જું :—

૮ થી ૧૩ સુધીના આંકડાના વર્ગોનો સરવાળો શ્રેઢીની રીતથી કરો.

રીત :—૮^{2} આદિ પદ + ૧૩^{2} અંત્ય પદ = ૬૪ + ૧૬૯ = ૨૩૩ : ૨૩૩ × ૬ ગચ્છ = ૧૩૯૮ પછી ૧૩૯૮ ÷ ૨ = ૬૯૯ − ૨૦ (આંહી ગચ્છ ૬ છે માટે છઠ્ઠા સ્થાને ૨૦ છે) = ૬૭૯ : **જવાબ** ૬૭૯.

પ્રશ્ન :—શ્રી ભીડભંજન શિવને પ્રસન્ન કરવા શ્રાવણ માસમાં સાત જૂદા જૂદા શિવાલયોમાં બ્રાહ્મણોને પૂજા કરવા માટે આમંત્રણ મળ્યું. પૂજાની પૂર્ણાહુતિ વખતે દરેક મંદિરમાં જેટલા બ્રાહ્મણ તેટલા

રૂપીઆ એકેક બ્રાહ્મણને દાનમાં અપાયા. આ રીતે કુલ ખરચ રૂ. ૧૨૧૧ થયા. પહેલા મંદિરમાં જેટલી સંખ્યા, તેથી એક વધારે બીજા મંદિરમાં, બીજાથી ત્રીજામાં ૧ વધારે, ત્રીજાથી ચોથામાં એક વધારે એ નિયમ પ્રમાણે સમજવું. કહો ત્યારે દરેક મંદિરમાં કુલ બ્રાહ્મણ કેટલા ?

રીત :—ઉપરના ઉદાહરણોમાં જે રીત આપી છે તે જ રીત આંહી ઉલટી છેલ્લેથી લાગુ પાડવાની છે. ૧૨૧૧ + ૩૫ (સાત ગચ્છ માટે ૭મા ખંડનો આંક ૩૫ જે બાદ કરવાનો તે આંહી ઉમેરવો) = ૧૨૪૬ : ૧૨૪૬ × ૨ = ૨૪૯૨ : ૨૪૯૨ ÷ ૭ ગચ્છ= ૩૫૬ : ૩૫૬ એ આદિપદના વર્ગ + અંત્યપદના વર્ગ હવે ૩૫૬માં કયા બે પૂરા વર્ગ આવે છે તે જોવું. હવે તેમાં ૧૦૦ + ૨૫૬ = ૩૫૬ થાય. હવે ૧૦૦ના વર્ગમૂળ ૧૦ અને ૨૫૬ના વર્ગમૂળ ૧૬ માટે પહેલા મંદિરમાં ૧૦ અને છેલ્લામાં ૧૬ માટે જવાબઃ ૧લામાં ૧૦ : ૨ જા માં ૧૧ : પછી ૧૨ : ૧૩ : ૧૪ : ૧૫ : ૧૬

નોટ :—આ દાખલો અક્ષર ગણિતની રીતથી થાય છે, તેની રીત આ પુસ્તકના બીજા ભાગમાં એક વર્ગીય સમીકરણવાળા પ્રકરણમાં સમજાવવામાં આવી છે.

ઉદા૦ ૩૭મું :—

$૧૨^૨ + ૧૪^૨ + ૧૬^૨$ આવી રીતે એકેક ગચ્છ વચ્ચે બબેનો અંતર હોય તો શ્રેઢીથી સરવાળો કરી બતાવો.

રીત :—$(૧૨)^૨$ આદિપદ + $(૧૬)^૨$ અંત્યપદ = ૧૪૪ + ૨૫૬ = ૪૦૦ : ૪૦૦ × ૩ ગચ્છ = ૧૨૦૦ ÷ ૨ = ૬૦૦ : હવે બાદ કરવાની રકમ માટે એવો નિયમ છે કે દરેક દરેક ગચ્છ વચ્ચે જેટલા આંકડાનો તફાવત હોય તેટલા આંકડાના વર્ગને ખંડના આંકડાથી ગુણવા અને ફલ તરીકે જે આંક આવે તે બાદ કરવો. આંહી બબેનો અંતર છે માટે ૨નો વર્ગ ૪ અને ખંડનો આંક ૧ છે માટે ૪ × ૧ = ૪ : આ ૪નો આંક બાદ કરવાનો માટે ૬૦૦ − ૪ = ૫૯૬ : જવાબ ૫૯૬

ઉદા૦ ૪થું:—

$૨^૨ + ૪^૨ + ૬^૨ + ૮^૨ + ૧૦^૨ + ૧૨^૨ + ૧૪^૨ + ૧૬^૨$નો સરવાળો શ્રેઢીની રીતથી કરી બતાવો.

રીત :—$(૨)^૨ + (૧૬)^૨ = ૪ + ૨૫૬ = ૨૬૦ : ૨૬૦ \times ૮ = ૨૦૮૦ : ૨૦૮૦ \div ૨ = ૧૦૪૦$: હવે ગચ્છ ૮ અને ૮મા સ્થાને ૫૬ છે. અને અંતર ૨ : ૨નો વર્ગ ૪ માટે $૫૬ \times ૪ = ૨૨૪$ બાદ કરો માટે $૧૦૪૦ - ૨૨૪ = ૮૧૬$: જવાબ ૮૧૬.

ઉદા૦ ૫મું:—

$૩^૨ + ૮^૨ + ૧૩^૨ + ૧૮^૨$નો સરવાળો શ્રેઢીની રીતથી કરો.

રીત :—$૩^૨ + ૧૮^૨ = ૯ + ૩૨૪ = ૩૩૩ : ૩૩૩ \times ૪ = ૧૩૩૨ : ૧૩૩૨ \div ૨ = ૬૬૬$: હવે દરેક ગ્રચ્છ વચ્ચે ૫નો અંતર માટે $૫ \times ૫ = ૨૫$: ૪થા ખંડમાં ૪ માટે $૨૫ \times ૪ = ૧૦૦$ બાદ કરવાના માટે $૬૬૬ - ૧૦૦ = ૫૬૬$: જવાબ ૫૬૬.

દાખલો ૧૫૯+૩.

ઘન વિચાર.

સૂચના :—વર્ગ વિચારમાં આ કોઠાની ઉભી ત્રીજી હારની મદદ લીધી છે ત્યારે આ ઘન વિચારમાં એ જ કોઠાની ઉભી બીજી હારની મદદ લેવી છે. બાદ કરવાની રકમ માટે નિયમ :—જેટલા ગચ્છ હોય તેટલામો ખંડ જોઈ તેમાનો આંકડો ગુણ્ય તરીકે જૂદો માંડવો. પછી જેટલા ઘાત મૂળના આંકડા હોય તેનો સરવાળો કરવો તેને ગુણક માનવો. પછી ઉપર કહેલ ગુણ્ય અને ગુણકનો ગુણાકાર કરવો. જે ફલ તરીકે આંક આવે તે બાદ કરવો. હવે જો ગચ્છની વચ્ચે ૧ થી વધુ અંતર હોય તો તેનો વર્ગ કરવો. ઉપર જે બે રકમોના ગુણાકાર કરી ફલ લાવ્યા તે ફલને આ વર્ગના આંકડાથી ગુણી પછી જે રકમ આવે તે બાદ કરવી.

ઉદા૦ ૧ લું.

વ્યાખ્યાઃ—૧^{3} થી ૯^{3} સુધી તમામ આંકડાનો સરવાળો શ્રેઢીની રીતથી કરી બતાવો.

રીતઃ—૧^{3} આદિપદ + ૯^{3} અંત્યપદ = ૧ + ૭૨૯ = ૭૩૦: ૭૩૦ × ૯ ગચ્છ = ૬૫૭૦: ૬૫૭૦ ÷ ૨ = ૩૨૮૫: હવે ૧ થી ૯ સુધીનો સરવાળો. ૪૫: બધા ૯ ગચ્છ તો ઉભી બીજી હારમાં ૯ માં ખંડમાં ૨૮ છે. અને દરેક ગચ્છની વચ્ચે ૧ નો અંતર તો ૧ નો વર્ગ ૧ માટે ૪૫ × ૨૮ × ૧ = ૧૨૬૦ બાદ કરો. માટે ૩૨૮૫ − ૧૨૬૦ = ૨૦૨૫

જવાબ:—૨૦૨૫

ઉદા૦ ૨ જું.

વ્યાખ્યાઃ— ૮^{3} + ૯^{3} + ૧૦^{3} + ૧૧^{3} + ૧૨^{3} + ૧૩^{3} નો સરવાળો શ્રેઢીથી કરી બતાવો.

રીતઃ—૮^{3} + ૧૩^{3} = ૫૧૨ + ૨૧૯૭ = ૨૭૦૯: ૨૭૦૯ × ૬ ગચ્છ = ૧૬૨૫૪: ૧૬૨૫૪ ÷ ૨ = ૮૧૨૭: હવે ૮ થી ૧૩ સુધીનો સરવાળો ૬૩: બધા ગચ્છ ૬ તો ૬ ઠ્ઠા ખંડમાં ૧૦: અંતર ૧ : તો ૧ નો વર્ગ ૧ માટે ૬૩ × ૧૦ × ૧ = ૬૩૦ બાદ કરવાની રકમ. માટે ૮૧૨૭ − ૬૩૦ = ૭૪૯૭: **જવાબ** ૭૪૯૭:

ઉદા૦ ૩ જું.

વ્યાખ્યાઃ—૧૨^{3} + ૧૪^{3} + ૧૬^{3} નો સરવાળો શ્રેઢીની રીતે કરી બતાવો.

રીતઃ—૧૨^{3} + ૧૬^{3} = ૧૭૨૮ + ૪૦૯૬ = ૫૮૨૪ : ૫૮૨૪ × ૩ = ૧૭૪૭૨ પછી ૧૭૪૭૨ ÷ ૨ = ૮૭૩૬: હવે ૧૨ + ૧૪ + ૧૬ = ૪૨: ત્રીજા ખંડમાં ૧ અને ૨ અંતર માટે ૨ નો વર્ગ ૪ માટે ૪૨ × ૧ × ૪ = ૧૬૮ આ બાદ કરવાની રકમ. માટે ૮૭૩૬ − ૧૬૮ = ૮૫૬૮: **જવાબ** ૮૫૬૮

ઉદા૦ ૪ થું.

વ્યાખ્યાઃ—$૨^૩ + ૪^૩ + ૬^૩ + ૮^૩ + ૧૦^૩ + ૧૨^૩ + ૧૪^૩ + ૧૬^૩$ નો સરવાળો શ્રેઢીથી કરો.

રીતઃ—$૨^૩ + ૧૬^૩ = ૮ + ૪૦૯૬ = ૪૧૦૪$: ૪૧૦૪×૮ ગચ્છ $= ૩૨૮૩૨$: $૩૨૮૩૨ \div ૨ = ૧૬૪૧૬$: ૨ થી ૧૬ સુધીનો સરવાળો ૭૨: ગચ્છ ૮ માટે આઠમા ખંડમાં ૨૧: અંતર ૨ માટે ૨ નો વર્ગ ૪ માટે $૭૨ \times ૨૧ \times ૪ = ૬૦૪૮$ બાદ કરવાની રકમ માટે $૧૬૪૧૬ - ૬૦૪૮ = ૧૦૩૬૮$: **જવાબ** ૧૦૩૬૮

ઉદા૦ ૫ મું.

વ્યાખ્યાઃ—$૩^૩ + ૮^૩ + ૧૩^૩ + ૧૮^૩$ નો સરવાળો શ્રેઢીની રીતથી કરી બતાવો.

રીતઃ—$૩^૩ + ૧૮^૩ = ૨૭ + ૫૮૩૨ = ૫૮૫૯$: $૫૮૫૯ \times ૪ = ૨૩૪૩૬$: $૨૩૪૩૬ \div ૨ = ૧૧૭૧૮$: $૩ + ૮ + ૧૩ + ૧૮ = ૪૨$: ૪ ગચ્છ માટે ચોથા ખંડમાં ૩: અંતર ૫ માટે $૫ \times ૫ = ૨૫$: માટે $૪૨ \times ૩ \times ૨૫ = ૩૧૫૦$ બાદ કરવાની રકમ માટે $૧૧૭૧૮ - ૩૧૫૦ = ૮૫૬૮$: **જવાબ** ૮૫૬૮

બાલીસાણાવાળા શ્રીયુત ભોગીલાલભાઈ હિંમતલાલ શાહે આ પુસ્તક છપાતું હતું તે વખતે થોડુંક લખાણ બુકપોષ્ટથી મને મોકલાવ્યું એના ઉપરના રેપરની અંદરની બાજુએ ૧ થી ૯ સુધી આંકડાના વર્ગો અને ત્રિઘાતનો સરવાળો શ્રેઢીની રીતથી કરેલ મારા જોવામાં આવ્યો. એ પાનું એમણે રદી કરી કહાડી નાંખ્યું હતું. એ કાગળીઆના વાંચન ઉપરથી મને એક નવી બાબત સ્ફુરી આવી તે ઉપરથી મેં મારી રીતે વર્ગ અને ઘનના સરવાળા શ્રેઢીની રીતથી કર્યા. તે તેમને જોવા મોકલ્યા. એમની અને મારી રીત જુદી જુદી છે, છતાં જવાબ બરાબર મળી આવે છે.

મનોરંજક ગણિત ભાગ ૨ જો.

અક્ષર ગણિત.

દાખલો ૧૬૦ મો.

કુટ્ટકવ્યવહાર

મહાન આર્ય ગણિતશાસ્ત્રી પૂજ્ય ભાસ્કરાચાર્યે, સ્વકૃત "લીલાવતી" નામના પુસ્તકમાં કુટ્ટક વ્યવહારની રીત, નીચે પ્રમાણે સમજાવેલ છે. આ રીતથી અંકગણિતના અને અક્ષરગણિતના સમીકરણો સહેલાઇથી છોડી શકાય છે જેથી ગણિતમાં રસ લેનારાને બહુ આનંદ મળે છે. અને ગણિત જેવો અઘરો વિષય બહુ સરળતાથી સમજી શકાય છે. કુટ્ટક વ્યવહારમાં ત્રણ બાબત આપેલી હોય છેઃ જેમકે ૧ લું અંગ તે ભાજ્ય રકમ, બીજું અંગ તે ક્ષેપ યાને ક્ષેપક રકમ (ક્ષેપક એટલે જવાબ મેળવવા માટે એક નિયમે કાંઈ પણ ઉમેરવામાં આવે અથવા કાંઇ બાદ કરવામાં આવે તે. એ શબ્દ સંસ્કૃત ક્ષિપ્ = ફેંકવું માંથી નીકળેલ છે.) અને ત્રીજું અંગ તે ભાજક = હર = હારઃ આ ત્રણ અંગમાંથી નવી ચોથી રકમ શોધી કાઢવાની છે. એ નવી અજ્ઞાત ચોથી શોધી કાઢવાની રકમ તે કુટ્ટક કહેવાય. અને એ શોધી કાઢવાની રીતને કુટ્ટક વ્યવહાર કહે છે.

અંકગણિતની ભાષામાં કહીએ તો એક અમુક આપેલી રકમ (તે ભાજ્ય) છે. તેને કઈ રકમ (કુટ્ટક) થી ગુણીએ અને તેમાં અમુક ઉમેરીએ કે બાદ કરીએ (તે ક્ષેપક) અને જે રકમ તૈયાર થાય તેને આપેલી અમુક રકમ (તે ભાજક = હર = હાર) થી ભાગીએ તો નીચે કાંઇ પણ શેષ વધે નહીં, ત્યારે તે રકમ (ગુણ્ય = કુટ્ટક) કઇ ?

બીજ ગણિત = અક્ષર ગણિતની ભાષામાં આ એક સમીકરણ લઇએ. ૮ ક્ષ + ૪૦૦ = ૧૧ જ્ઞ : આનું સ્વરૂપ $\frac{\text{૮ક્ષ} + \text{૪૦૦}}{\text{૧૧}}$ = જ્ઞ.

હવે આમાં ૮ તે ભાજ્ય, ૪૦૦ તે ક્ષેપક અને ૧૧ તે ભાજક = હર = હાર સમજવા અને ક્ષ તે કુટ્ટક સમજો. આમાં કુટ્ટક શોધવાનું છે એટલે ક્ષ ની કિંમત શું. આ સમીકરણનું વિવેચન આગળ કરવામાં આવશે. અત્યારે માત્ર વ્યાખ્યા પૂરતી સમજણ આપી છે.

કુટ્ટક વ્યવહાર સંપૂર્ણ સમજાવવા શ્રી ભાસ્કરાચાર્યે નીચે પ્રમાણે પાંચ શ્લોક આપ્યા છે. ઉપરાંત બીજા પણ શ્લોકો છે.

भाज्यो हारः क्षेपकश्चापवर्त्यः केनाप्यादौ संभवे कुट्टकार्थम् ।
येनच्छिन्नौ भाज्यहारौ न तेन क्षेपश्चैतद्दुष्टमुद्दिष्टमेव ॥ १ ॥
परस्परं भाजित योर्ययोर्यः शेषस्तयोः स्यादपवर्तनं सः ।
तेनापवर्तेन विभाजितौ यौ तौ भाज्यहारौ दृढ संज्ञकौ स्तः ॥२॥
मिथो भजेत्तौ, दृढभाज्यहारौ यावद्विभाज्ये भवतीह रूपम् ।
फलान्यधोऽधस्तदधो निवेश्यः क्षेपस्ततः शून्यमुपान्तिमेन ॥३॥
स्वोर्ध्वे हतेऽन्त्येन युते तदन्त्यं त्यजेन्मुहुः स्यादिति राशियुग्मम् ।
ऊर्ध्वो विभाज्येन दृढेन तष्टः फलंगुणः स्यादधरो हरेण ॥ ४ ॥
एवं तदैवात्र यदा समस्ताः स्युर्लब्धयश्चै द्विषमास्तदानीम् ।
यदागतौ लब्धिगुणौ विशोध्यौ स्वतक्षणाच्छेषमितौ तु तौ स्तः ॥५॥

अन्वयः आदौ संभवे कुट्टकार्थम् केन अपि (अंकेन) भाज्यः हारः क्षेपकः च अपवर्त्यः । येन भाज्यहारौ छिन्नौ तेन चेत् क्षेपः न (छिन्द्यात्) चेत् (तदा) एतत् उद्दिष्टम् दुष्टम् एव । परस्परं भाजितयोः ययोः यः शेषः सः तयोः अपवर्तनं (स्यात्) तेन अपवर्तेन यौ विभाजितौ भाज्यहारौ तौ दृढ संज्ञकौ स्तः यावत् विभाज्ये इह रूपम् भवति तावत् तौ दृढ भाज्यहारौ मिथः भजेत् । फलानि अधः

अधः (निवेश्यामि) तदधः क्षेपः निवेश्यः ततः शून्यं (निवेश्यं) उपान्तिमेन स्वोर्ध्वहते अन्त्येन युते तत् अन्त्यं त्यजेत । एवं मुहुः (कृते सति) इति राशि युग्मं स्यात । दृढेन भाज्येन तष्टः ऊर्ध्वः फलं (भवति) हारेण तष्टः अधरः गुणः (भवति) एवं तदा एव यदा अत्र समस्ताः लब्ध्यः विषमाः स्युः चेत् तदानीम् यदा आगतौ लब्धि गुणौ स्वतक्षणात् विशोध्यौ तौ तु शेष मितौस्तः ॥ १ ॥ ॥ २ ॥ ३ ॥ ४ ॥ ५ ॥

આ પાંચ શ્લોકનો અર્થ સરળતાથી સમજી શકાય, તે માટે એક ઉદાહરણ રજુ કરૂં છું (સંસ્કૃત ન જાણનારા આ ગુજરાતી ભાવાર્થ સમજી લે અને સંસ્કૃત જાણનારા ગુજરાતી ભાવાર્થ સાથે મૂળ અર્થ મેળવી વધુ લાભ લઈ શકે એમ છે.)

વ્યાખ્યા (અંકગણિતની રીતે) ઉદાહરણ ૧ લું.

એવી કઈ રકમ [કુટ્ટક] છે કે જેનાથી ૨૨૧ ને ગણીએ. અને જે આવે તેમાં ૬૫ ઉમેરીએ અને આવેલ પરિણામને ૧૯૫ થી ભાગીએ તો નીચે શેષ વધે નહિ. માટે એ ગુણક રકમ (ગુણવાની) =કુટ્ટક રકમ કઈ તે શોધી લાવો.

વ્યાખ્યા (અક્ષરગણિત=બીજગણિત પ્રમાણે)

૨૨૧ ક્ષ − ૧૯૫ ગ = − ૬૫ આ એક રીત. ૨૨૧ ક્ષ + ૬૫ = ૧૯૫ ગ આ બીજી રીત. આ બીજી રીતનું સાધ્ય સ્વરૂપ $\frac{૨૨૧ક્ષ+૬૫}{૧૯૫}$ = ગ.

ઉપરના સમીકરણનો અર્થ એ છે કે ક્ષ (= કુટ્ટકની)ની કિંમત શું. (જો ક્ષની કિંમત નીકળી આવે તો ગની કિંમત પોતાની મેળે નીકળી આવે એમ છે. જેથી આંહી ક્ષની કિંમત શોધવાની

બાબતને મહત્વ આપ્યું નથી. આ કુટ્ટક વ્યવહારમાંથી કેવી રીતે બીજ ગણિતના સમીકરણો ઉપજાવી લાભ લઈ શકાય એ સમજાવવા આ પ્રયત્ન છે.) અક્ષર ગણિતમાં ત્રણ અજ્ઞાત સંખ્યાવાળો (क्ष, य, અને ज्ञ) સમીકરણો છોડતી વખતે સૌથી છેલ્લે ૨૨૧ क्ष + ૧૯૫ ज्ञ = − ૬૫ આ નમુનાને મળતું અથવા ૨૨૧ क्ष+૧૯૫ज्ञ =+ ૬૫ આ નમુનાને મળતું સમીકરણ આવી જાય છે ત્યારે આ કુટ્ટક વ્યવહાર સ્વીકારવાથી ગણિતમાં રસ લેનારને જ્ઞાન સાથે ગમત મળે છે અને ત્રણ અજ્ઞાત સંખ્યાના સમીકરણ સહેલાઇથી છોડી શકાય છે.

ઉપરના સમીકરણમાં જે જ્ઞાત = વ્યક્ત સંખ્યાઓ ૨૨૧ : ૧૯૫ : ૬૫ છે તેમનાં નામ ભાજ્ય : (૨૨૧ ભાજ્ય) : ભાજક = હાર = હર (૧૯૫ હર) અને ૬૫ ક્ષેપક. અને અજ્ઞાત સંખ્યા क्ष તે કુટ્ટક અને ज्ञ તે લબ્ધિ કહેવાય.

હવે આપણે ૨૨૧ ભાજ્ય : ૬૫ ક્ષેપક અને ૧૯૫ હાર. એ ત્રણ ઉપર ધ્યાન આપીએ. જેથી જે કુટ્ટક અને લબ્ધિ જે અત્યારે આપણને અજ્ઞાત છે, તે બધું આ રીતને અંતે જ્ઞાત થઈ જશે.

હવે જો બની શકે તો ઉપરની ત્રણે રકમો, ભાજ્ય; ક્ષેપક અને હારનો કોઈ સામાન્ય ભાજક નીકળી શકે છે કે કેમ તે જોવું. જો ભાજક સામાન્ય હોય તો દાખલો સાચો છે એમ સમજવું. સામાન્ય ભાજકનો અર્થ એ છે કે ૨૨૧ ની રકમ જે ભાજકથી નિઃશેષ ભાગાય, તે જ રકમથી ૧૯૫ અને ૬૫ ની રકમો દરેક નિઃશેષ ભાગી શકાય એવી જોઇએ. પ્રથમ ભાજ્ય અને હારનો દઢ ભાજક કાઢવો. અને જે રકમ આવે તે વડે ક્ષેપક નિઃશેષ ભગાય છે કે કેમ તે જોવું. જો બધા નિઃશેષ ભાગી શકાય તો દાખલો સાચો છે એમ સમજવું.

રીતઃ– ૧૯૫)૨૨૧(૧ પછી. ૨૬)૧૯૫(૭ પછી ૧૩)૨૬(૨

૧૯૫	૧૮૨	૨૬
૦૨૬	૦૧૩	૦૦

આ રીતે ભાજ્યં અને હારનો સામાન્ય ભાજક ૧૩ આવ્યો. હવે ૧૩ વડે ૬૫ ક્ષેપકને નિઃશેષ ભાગી શકાય છે. માટે આ દાખલો ખોટો નથી. માટે ૨૨૧ ભાજ્ય : ૬૫ ક્ષેપક : ૧૯૫ હાર : એ ત્રણેના ટુંકા રૂપ ૨૨૧ ÷ ૧૩ = ૧૨ ભાજ્ય : ૬૫ ÷ ૧૩ = ૫ ક્ષેપક અને ૧૯૫ ÷ ૧૩ = ૧૫ હાર આવ્યા. આ રીતે ટુંકા રૂપ નીકળી શકે તો કાઢવા અને ન નીકળી શકે તો ન કાઢવા.

હવે આપણી પાસે ૧૭ ભાજ્યઃ ૫ ક્ષેપક અને ૧૫ હાર છે. તે માટે નીચેની વિધિ કરવી. ($\frac{૧૭ ક્ષ + ૫}{૧૫}$ = ગ અથવા ૧૭ ક્ષ + ૫ = ૧૫ ગ.)

હવે ૧૭ ભાજ્ય અને ૧૫ હારનો દઢભાજક કાઢવો. આ સ્થળે ખાસ ધ્યાનમાં રાખવું કે ભાજ્યની રકમને ભાજક=હારની રકમ વડે ભાગ દેવો. કદાચ ભાજ્યની રકમ નાની હોય અને હારની રકમ મોટી હોય તો પણ ભાજ્યની રકમ ભાજકની રકમ વડેજ ભગાય તે કેમ થાય તે માટે આ દૃષ્ટાંત ધ્યાનમાં રાખવું.

આ દાખલાની શરૂઆતમાં ૮ ક્ષ + ૪૦૦ = ૧૧ ગ અથવા $\frac{૮ ક્ષ + ૪૦૦}{૧૧}$ = ગ. આ સમીકરણ ઉદાહરણ રૂપે આપેલ છે. આમાં ૮ ભાજ્ય છે અને ૧૧ ભાજક યાને હાર છે. નિયમ પ્રમાણે ૮ અને ૧૧ નો દઢભાજક કાઢવો જોઇએ રીતમાં ૮ ને ૧૧ થી પ્રથમ ભાગવા. ભલે જવાબમાં ૦ આવે તેમાં વાંધો નહીં પણ સગવડની ખાતર ૧૧ ને ૮ થી ભાગવાની ભૂલ કરવી નહીં. આ કુટ્ટક વ્યવહાર પ્રકરણ પૂરૂં થઇ રહેશે ત્યારે " એક રાયને ઘેર, ઘણા હાથી ને ઘોડા "વાળો દાખલો આવશે, જેમાં $\frac{૮ ક્ષ + ૪૦૦}{૧૧}$ = ગ વાળું સમીકરણ આવીને ઉભું રહેશે. એ વખતે ૮ ને ૧૧ થી ભાગવા જોઇએ તે બદલ ૧૧ ને ૮ થી ભાગતાં સગવડ સચવાય તે ખાતર નિયમથી વિરૂદ્ધ વરતતાં કેટલીક અડચણ આવશે, વગેરે વગેરે વીગત એ દાખલામાં કહેવામાં આવશે. અત્યારે માત્ર ભાજ્યને ભાજક વડે ભાગવું જ જોઇએ એટલા પુરતું ધ્યાનમાં રાખવું.

ઉપર જે ભાજ્ય અને ભાજકનો દઢભાજક કાઢવાનું કહેવામાં આવ્યું છે. તે એવી રીતે સમજવું કે ચાલુ દઢભાજકનો અર્થ એ થાય છે કે બે અથવા વધારે રકમોનો સામાન્ય મોટામાં મોટો ભાજક શોધી કાઢવાનો. આમાં સૌથી છેલ્લે જ્યારે શેષમાં ૦ આવે ત્યારે રીત પૂરી થાય. આંહીના દઢભાજકમાંથી કાંઈક બીજું કહાડવાનું છે. આંહી રીતના અંતે શેષમાં ૧ આવે ત્યારે રીત બંધ કરવી. આમાં કોઈ પણ રીતે શેષમાં ૧ લાવવો. (આવી રીત ધ્યાનમાં બેસે એવા દાખલા આગળ આવશે. આંહી માત્ર નિયમ યાદ રાખવાનો છે.); હવે નીચેની ક્રિયા યાદ રાખવી.

૧૫)૧૭(૧ પહેલો આંક : ૨)૧૫(૭ બીજો આંક. આંહી શેષમાં
   ૧૫   ૧૪
    ૨   ૧

૧ આવ્યો એટલે રીત બંધ કરી. આમાંથી હવે વલ્લી યાને નિસરણી બનાવવી (નિસરણીમાં પગથિયાં હોય) તેની રીતઃ—

દઢભાજક કરતાં જે જે ક્રમ પ્રમાણે ભાગાકારના જવાબના આંકડા આવે તે તે ક્રમ પ્રમાણે આવેલ આંકડા એક બીજા નીચે લખી પગથિયા બનાવવા. આમાં પહેલો આંક ૧ છે અને બીજો આંક ૭ છે માટે તેમને આ પ્રમાણે (~ ૭ × ×) લખવા. હવે ત્રીજા અંકસ્થાને યાને ત્રીજા પગથિયાની જગોએ ક્ષેપકનો આંક ૫ છે તે લખવો અને તે નીચે એટલે સૌથી છેલ્લે ૪ થે પગથિયે ૦ મૂકવો આ રીતે પહેલી વલ્લી યાને નિસરણી તૈયાર થઇ તેનો નમુનો (~ ૭ ~ ०) છે.

વલ્લીના બે પ્રકાર છે. ૧ લો પ્રકાર સમનો=બેકીનો અને બીજો પ્રકાર વિસમનો=એકીનો. વલ્લીમાં બેકી આંકની સંખ્યા યાને બેકી પગથિયા હોયઃ આ વલ્લી સમ છે. (વિસમ વલ્લી છોડવાનો નિયમ જરા ફેરફારવાળો છે તે વખત આવે સમજવામાં આવશે.) હવે પહેલી વલ્લીમાંથી બીજી વલ્લી અને બીજીમાંથી ત્રીજી વલ્લી એમ બન્યા કરે છે. તેનો અર્થ એટલો જ કે ઘણાં પગથિયા હોય તે સંકેલતાં

બાનું અને છેવટે માત્ર બે જ રકમ યાને પગથિયા તૈયાર કરવા. આ પગથિયા સંકેલવાનો નિયમ એક સરખો છે: આમાં સૌથી ઉપર ૧ છે તેને આપણે પહેલું પગથિયું કહીએ છીએ અને સૌથી છેલ્લા ૦ ને ચોથું પગથિયું કહીએ છીએ અને તે નિયમે વચલા પગથિયાના નંબર સમજી લેવા.

પ્રથમ સૌથી છેલ્લા પગથિયાથી ઉપરનો આંક અને તે આંકની ઉપરનો આંક એ બેનો આપસમાં ગુણાકાર કરવો. આમાં ત્રીજા અને બીજા પગથિયા ઉપર આવેલા આંક અનુક્રમે ૫ અને ૭ છે માટે તે બેનો ગુણાકાર કરવો એટલે આવશે ૩૫ પછી તેમાં સૌથી છેલ્લો આંક જે આ સ્થળે ૦ છે (સૌથી પહેલી વલ્લીમાં હમેશાં ૦ આવે જ.) તે ઉમેરવો એટલે થાશે ૩૫. આ નવો તૈયાર થએલ આંક નવી બીજી વલ્લી માટે છે.

હવે પહેલી વલ્લીનો સૌથી છેલ્લો આંક ૦ છે. તે કહાડી નાંખવો. અને બીજી વલ્લી આ પ્રમાણે બનાવવી:—

પહેલી વલ્લીના ત્રીજા અને બીજા પગથિયાના ગુણાકારથી ૩૫ નો આંક આવ્યો એટલે એ બે આંક હિસાબમાં આવી ગયા એમ સમજવું માટે હવે બીજી વલ્લીમાં એક વાર આ પ્રમાણે (૧ ૭૫ ×) આવ્યા. પછી ત્રીજા પગથિયા માટે યાને સૌથી છેલ્લા પગથિયા માટે પહેલી વલ્લીનો ત્રીજો આંક (એટલે સૌથી છેલ્લા ૦ ઉપરનો આંક.) આવે. બીજી વલ્લીનું શુદ્ધ ૩૫ આ (૧ ૭૫ ૨). હવે આમાં સૌથી છેલ્લા પગથિયા ઉપરના બે આંકનો આપસમાં ગુણાકાર કરી તેમાં સૌથી છેલ્લો આંક ઉમેરવો. રીત:—૧ × ૩૫ = ૩૫ હવે ૩૫ + ૫ = ૪૦ હવે આંહી પહેલો અને બીજો આંક હિસાબમાં લેવાઇ ગયા. જેના પરિણામમાંથી ૪૦ આવ્યા. આ આંક નવી ત્રીજી વલ્લી માટે તૈયાર થયો માટે ત્રીજી વલ્લીમાં (૦૧ ૭૫) આવ્યા. કારણ હવે બીજી વલ્લીનો સૌથી છેલ્લો આંક ત્રીજી વલ્લી બનાવતાં દૂર કરવો અને ત્રીજી વલ્લીમાં સૌથી છેલ્લા આંક તરીકે બીજી વલ્લીના સૌથી છેલ્લા આંકની ઉપરનો આંક આવે અને તે આંક ૩૫ છે. માટે ૪૦

નીચે બીજો ૩૫ નો મૂક્યો. આ રીતે ત્રીજી વલ્લી તૈયાર થઇ. આપણે ઉપર કહ્યું તે પ્રમાણે પહેલી વલ્લીનાં પગથિયાં સંકેલતાં સંકેલતાં છેવટે બે પગથિયાં આવ્યાં એટલે હવે વધુ વલ્લી બની શકશે નહીં અને હવે આ બે રકમો ($\frac{૪૦}{૩૫}$) આ રીતે લખવી. આમાં એક રકમ કુટ્ટક છે અને બીજી રકમ લબ્ધિ છે. કુટ્ટક એટલે ક્ષ ની કિંમત અને લબ્ધિ તે જ્ઞ ની કિંમત કારણ આપણી પાસે ૧૭ ક્ષ + ૫ = ૧૫ જ્ઞ યાને $\frac{૧૭ ક્ષ + ૫}{૧૫}$ = જ્ઞ આ પ્રમાણે સમીકરણ છે. હવે સમીકરણમાં ક્ષ અને જ્ઞ આ પ્રમાણે $\frac{૧૭ ક્ષ + ૫}{૧૫}$ = જ્ઞ છે. એટલે $\frac{ક્ષ}{જ્ઞ}$ નો સંબંધ $\frac{૪૦}{૩૫}$ ની સાથે આ પ્રમાણે છે માટે $\begin{matrix} ક્ષ & \times & ૪૦ \\ જ્ઞ & & ૩૫ \end{matrix}$ તિરકસ આમને સામને સંબંધમાં છે એમ સમજવું માટે ક્ષ=કુટ્ટક ૩૫ અને જ્ઞ=લબ્ધિ ૪૦ એ જવાબ. તેની ખાતરી નીચે પ્રમાણે સમજવી.

આપણી પાસે અક્ષરગણિતનું સમીકરણ ૨૨૧ ક્ષ + ૬૫ = ૧૯૫ જ્ઞ છે માટે ૨૨૧ × ૩૫ + ૬૫ = ૧૯૫ × ૪૦ માટે ૭૮૦૦ = ૭૮૦૦ અને ઉપલા સમીકરણનું ટુંકું રૂપ ૧૭ ક્ષ + ૫ = ૧૫ જ્ઞ માટે ૬૦૦ = ૬૦૦ આ રીતે કુટ્ટકના ૩૫ અને લબ્ધિના ૪૦ આવ્યા. પણ એ બે આંકો ૧૭ અને ૧૫ માંથી ઉપજાવી કાઢ્યા. એ આપણે જાણીએ છીએ. અને $\frac{૧૭}{૧૫}$ થી $\frac{૪૦}{૩૫}$ આ બે આંકો મોટા છે. હવે ૧૭ ને ૪૦ ના સંબંધી સમજો અને ૩૫ ને ૧૫ ના સંબંધી સમજો. એટલે ૪૦ ÷ ૧૭ અને ૩૫ ÷ ૧૫ હવે ૪૦ ÷ ૧૭ જવાબ ૨ અને શેષ ૬: અને ૩૫ ÷ ૧૫ = જવાબ ૨ અને શેષ ૫ આવ્યા. હવે આ બેમાં ૨ ભાગાકારનો જવાબ સામાન્ય છે માટે એ ૨ કહાડી નાંખવા બાકી શેષ રહ્યા તે આ પ્રમાણે $\frac{૬}{૫}$ મૂકવા. જેમ $\frac{૪૦}{૩૫}$ આવ્યા. તેમ આ $\frac{૬}{૫}$ આવ્યા. હવે આમાં $\begin{pmatrix} ૧૭ & \times & ૬ \\ ૧૫ & & ૫ \end{pmatrix}$ ૫ કુટ્ટક અને ૬ લબ્ધિ યાને ક્ષ = ૫ અને જ્ઞ = ૬ આવ્યા. હવે ૫ અને ૬ થી નાના આંક બીજા નહીં આવે. માટે ૧૭ ક્ષ + ૫ = ૧૫ જ્ઞ માટે ૧૭ × ૫ + ૫ = ૧૫ × ૬ માટે ૮૫ + ૫ = ૯૦ અને ૧૫ × ૬ = ૯૦ થયા.

હવે ક્ષ = ૫ અને ન = ૬. આ સૌથી નાનામાં નાની રકમ આવી. હવે આનાથી ક્રમવાર ચડતી જેટલી રકમો બનાવવી હોય તેટલી બને શકે તેની સમજણ :—આપણી પાસે $\frac{૧૭}{૧૫}$ તે $\frac{૬}{૫}$ ના સંબંધની થઈ આ $\frac{૬}{૫}$ તે ૧લા નંબરના કુટ્ટક લબ્ધિ. હવે બીજા નંબરના કુટ્ટક લબ્ધિ કરવા હોય તો ૬માં ૧૭ ઉમેરવા અને ૫માં ૧૫ ઉમેરવા. એટલે અનુક્રમે $\frac{૨૩}{૨૦}$ આવશે. માટે $\frac{૧૭}{૧૫}$ $\frac{૨૩}{૨૦}$ કુટ્ટક લબ્ધિ થઈ માટે, ૧૭ક્ષ + ૫ = ૧૫ ન માટે ૧૭ × ૨૦ + ૫ = ૧૫ × ૨૩ માટે ૩૪૫ = ૩૪૫: આ બીજા કુટ્ટક લબ્ધિમાંથી ત્રીજા કુટ્ટક–લબ્ધિ બનાવવા હોય તો $\frac{૨૩}{૨૦}$ છે તેમાં $\frac{૧૭}{૧૫}$ ઉમેરવા. એટલે આવશે $\frac{૨૩+૧૭=૪૦}{૨૦+૧૫=૩૫}$: આ આંકડા આપણા હાથમાં શરૂઆતમાં હતા. હજુ પણ વધારે કુટ્ટક લબ્ધિ કાઢવા હોય તો નીકળી શકે એમ છે.

કુટ્ટક લબ્ધિ = ગુણ લબ્ધિ લાવવાની બીજી રીત એક શ્લોકમાં

भवति कुट्टविधेर्युति भाज्ययोः समपवर्तितयोरपि वा गुणः ।
भवति यो युति भाजकयोः पुनः स च भवेदपवर्तनसंगुणः ॥१॥

अन्वय :—समपवर्तितयोः युतिभाज्ययोः अपि कुट्टविधेः गुणः भवति । वा य (समपवर्तितयोः युति भाजकयोः गुणः) भवति सः च पुनः अपवर्तनसंगुणः भवेत् ॥१॥

જે રીતથી આપણે આથી પહેલાં ભાજ્ય, ભાજક અને ક્ષેપકના દૃઢભાજક બનાવી ટુંકાં રૂપ કરી ફરી ટુંકા રૂપને દૃઢભાજકની રીતે ટુંકા કરી તેમાંથી ભાગાકારના આંકડા લાવી વલ્લી બનાવી છેવટે તેમાંથી કુટ્ટક–લબ્ધિ શેાધી કાઢી. તે રીત ઉપરાંત અત્ર એક બીજી રીત પણ છે. આવી રીત સમજાવતાં શ્લોક પ્રમાણે ખાલી ગણિતના સિદ્ધાંત રજુ કરીએ તો વિષય શુષ્ક લાગશે પણ જો પ્રથમથી જ પ્રત્યક્ષ ઉદાહરણ આપી પછી રીતના સિદ્ધાંત સમજાવશું તો રસ આવશે. અને આ શ્લોકનો અર્થ જેમાં ખાસ આ બીજી રીતનો સિદ્ધાંત કહ્યો છે, તે સરળતાથી સમજી શકાશે.

ઉદાહરણ ૨ જું:–૧૦૦ ભાજ્ય : ૯૦ ક્ષેપક અને ૬૩ ભાજક છે. તેના કુટ્ટક=લબ્ધિ શોધી લાવો. (અર્થ : એવી કઇ રકમ (કુટ્ટક) છે કે જે વડે ૧૦૦ ને ગુણીએ અને તેમાં ૯૦ ઉમેરીએ અને પછી ૬૩ થી ભાગ દઇએ તો શેષમાં ૦ આવે.) (હવે બીજ ગણિતની ભાષામાં કહીએ તો {એકવાર સમીકરણ ગોઠવવું.} ૧૦૦ **ક્ષ** + ૯૦ = ૬૩ **જ્ઞ**. આનું બીજું રૂપ $\frac{૧૦૦ક્ષ+૯૦}{૬૩}$ = **જ્ઞ**. આ સમીકરણ બીજી રીતે આ પ્રમાણે થાય. ૧૦૦ **ક્ષ** – ૬૩ **જ્ઞ** = – ૯૦ આ ત્રણે સમીકરણનો અર્થ એક જ છે માત્ર લખવાની રીતમાં ફેર છે. હવે આમાં **ક્ષ** અને **જ્ઞ**ની કિંમત શું તે શોધવાની છે.)

રીત:—આથી આગળના ઉદાહરણમાં, ભાજ્ય : ક્ષેપક અને ભાજકની ત્રણે રકમોનો સામાન્ય ભાજક કહાડી એ ત્રણે રકમોના ટુંકા રૂપ કર્યાં, તેમ આ સ્થળે બની શકે એમ નથી માટે તેવી રીતે પ્રયત્ન કરવાની જરૂર નથી.

૧ લી:– પ્રથમ રીત:—

પ્રથમ ભાજ્ય ૧૦૦ અને ભાજક ૬૩ ને દઢ ભાજકની રીત લાગુ પાડી છેવટે ૧ શેષ આવે ત્યાં સુધી ભાગાકારના ભાગાકાર કરતા જાઓ. પછી ભાગાકારના ભાગાકાર અને તેના ભાગાકારના જે જવાબના આંકડા જે ક્રમ પ્રમાણે આવે તે ક્રમ પ્રમાણે એક નીચે એક મૂકી વલ્લી બનાવવી.

```
૬૩ ) ૧૦૦ ( ૧ પહેલો આંક  :  ૩૭ ) ૬૩ ( ૧ બીજો આંક :
      ૬૩                 :        ૩૭
     ----                        ----
      ૩૭                          ૨૬

૨૬ ) ૩૭ ( ૧ ત્રીજો આંક   :  ૧૧ ) ૨૬ ( ૨ ચોથો આંક :
     ૨૬                  :        ૨૨
    ----                         ----
     ૧૧                           ૪
```

૪) ૧૧ (૨ પાંચમો આંક : ૩) ૪ (૧ છઠ્ઠો આંક :
    ૮   ૩
    —   —
    ૩   ૧

હવે તેમને ક્રમવાર ગોઠવી ૧ લી વલ્લી બનાવવી. બધા આંકડા મૂકાઇ જાય પછી તે નીચે ક્ષેપકનો ૯૦ નો આંક મૂકાય અને સૌથી છેલ્લે તે પછી વલ્લી બંધ કરવા ૦ મૂકાય. ૧ લી વલ્લી (૧ ૧ ૧ ૨ ૨ ૧ ૯૦ ૦) તૈયાર થઇ. આ વલ્લી સમ એટલે બેકી આંક યાને પગથિયાવાળી છે.

હવે સૌથી છેલ્લા ૦ શૂન્ય આંક ઉપરના બે આંક નંબર ૬ અને ૭ વાળા, ૧ અને ૯૦ નો આપસમાં ગુણાકાર કરીએ તો ૯૦ આવે અને તેમાં સૌથી છેલ્લો ૮ મા નંબરનો આંક ૦ છે તે ઉમેરીએ તો ૯૦ આવે. આ આંક નવી બીજી વલ્લી માટે સમજવો. પહેલી વલ્લીનો ૬ ઠ્ઠો અને ૭ મો અને તે પછી ૮ મો આંક હિસાબમાં લેવાઇ ગયા એટલે તેમને નવી ૨ જી વલ્લીમાં લેવાના નથી. ૬ ઠ્ઠા અને ૭ મા આંક અને ૮ માં આંકના પરિણામે આવેલો આંક સૌ નીચે મુકવો અને તે પછી પહેલી વલ્લીનો ૭ મો આંક ૯૦ મુકવો. બીજી વલ્લી આ પ્રમાણે (૧ ૧ ૧ ૨ ૨ ૯૦ ૯૦) તૈયાર થઈ. આમાંથી ત્રીજી વલ્લી તૈયાર કરવી. પાંચમો આંક અને છઠ્ઠો આંક આપસમાં ગુણવા (૨ × ૯૦ = ૧૮૦) પછી તેમાં છેલ્લો સાતમો આંક ૯૦ ઉમેરવા એટલે થયા ૨૭૦. હવે છેલ્લા ત્રણ આંક નીકળી ગયા. પછી ત્રીજી વલ્લીમાં સૌથી છેલ્લે છઠ્ઠો આંક ૯૦ નો છે તે મૂકવો. આ પ્રમાણે ત્રીજી વલ્લી (૧ ૧ ૧ ૨ ૨૭૦ ૯૦) તૈયાર થઇ. આમાંથી ચોથી વલ્લી બનાવવી. ૨ × ૨૭૦ = ૫૪૦ પછી ૫૪૦ + ૯૦ = ૬૩૦ આવ્યા. આ પ્રમાણે ચોથી વલ્લી (૧ ૧ ૧ ૬૩૦ ૨૭૦) તૈયાર થઈ. આમાંથી પાંચમી વલ્લી બનાવવી ત્રીજો આંક ૧ × ૬૩૦ = ૬૩૦ પછી તેમાં ૨૭૦ ઉમેરવા એટલે આવ્યા ૯૦૦. આ પ્રમાણે પાંચમી વલ્લી (૧ ૧ ૯૦૦ ૬૩૦)

તૈયાર થઈ. આમાંથી છઠ્ઠી વલ્લી બનાવવી. બીજો આંક ૧ × ૯૦૦= ૯૦૦ તેમાં + ૬૩૦ = ૧૫૩૦ આવ્યા. આ પ્રમાણે છઠ્ઠી વલ્લી (૧ ૧૫૩૦ ૯૦૦) તૈયાર થઈ. આમાંથી સાતમી વલ્લી બનાવવી. ૧ × ૧૫૩૦ = ૧૫૩૦ તેમાં + ૯૦૦ = ૨૪૩૦ આવ્યા. આ પ્રમાણે સાતમી વલ્લી (૨૪૩૦ ૧૫૩૦) તૈયાર થઈ. આ રીતે છેવટે બે આંક આવ્યા. હવે વધુ વલ્લી બની શકશે નહીં. ઉપર જે બે આંક આવ્યા તે આ પ્રમાણે (૨૪૩૦/૧૫૩૦) લખ્યા. આમાં એક આંક કુટ્ટક એટલે ક્ષની કિંમત છે. અને બીજો આંક લબ્ધિ એટલે ત્રની કિંમત છે. આ બે આંક ૧૦૦ અને ૬૩ ઉપર વિધિ કરવાથી આવ્યા. માટે ૧૦૦/૬૩ ને ૨૪૩૦/૧૫૩૦ ના સંબંધમાં આ પ્રમાણે ૧૦૦/૬૩ ╲ ૨૪૩૦/૧૫૩૦ લખવા. ૧૦૦ ક્ષ છે માટે ક્ષની કિંમત ૧૫૩૦ અને ૬૩ ત્ર છે માટે ત્રની કિંમત ૨૪૩૦ આની ખાતરી નીચે પ્રમાણેઃ—

મૂળ સમીકરણ ૧૦૦ ક્ષ + ૯૦ = ૬૩ ત્ર છેઃ માટે ૧૦૦ × ૧૫૩૦ + ૯૦ = ૬૩ × ૨૪૩૦ માટે ૧૫૩૦૯૦ = ૧૫૩૦૯૦ આવ્યા.

હવે ૨૪૩૦ અને ૧૫૩૦ તે ૧૦૦ અને ૬૩થી મોટા છે માટે એ બેમાંથી ટૂંકાં રૂપ લાવવાના છે. ૧૦૦/૬૩ તે ૨૪૩૦/૧૫૩૦ના સંબંધમાં છે. માટે ૨૪૩૦ ÷ ૧૦૦ ભાગાકારનો જવાબ ૨૪ અને શેષ ૩૦ અને ૧૫૩૦ ÷ ૬૩ ભાગાકારનો જવાબ ૨૪ અને શેષ ૧૮ આમાં સામાન્ય જવાબ ૨૪ આવ્યા તે કહાડી નાંખવા. માટે શેષો {૩૦/૧૮ એ કુટ્ટક લબ્ધિનાં આંક આવ્યા આ બે આંક સૌથી નાનામાં નાના સમજવા.

હવે ૧૦૦ક્ષ/૬૩ ત્ર ╲ ૩૦/૧૮ આવ્યા. માટે ક્ષ = કુટ્ટક = ૧૮ અને ત્ર = લબ્ધિ ૩૦ થયા. તેની ખાતરી ૧૦૦ ક્ષ + ૯૦ = ૬૩ ત્ર માટે. ૧૦૦ × ૧૮ + ૯૦ = ૧૮૯૦ અને ૬૩ × ૩૦ = ૧૮૯૦ થયા. (આ ૩૦ અને ૧૮ થી નાનાં કુટ્ટક–લબ્ધિ પૂર્ણાંકરૂપ ન આવે)

હવે બીજો કુટ્ટક લબ્ધિ આંક શોધવાની રીત:—

$\frac{૧૦૦ક્ષ}{૬૩ગ્ન}$ છે. તો $\frac{ક્ષ}{ગ્ન} = \frac{૧૮}{૩૦}$ હવે $\frac{૩૦}{૧૮}$ છે તેમાંથી $\frac{૩૦}{૧૮} + \frac{૧૦૦}{૬૩} = \frac{૧૩૦}{૮૧}$ આવ્યા. માટે $\frac{૧૦૦ક્ષ}{૬૩ગ્ન} \times \frac{૧૩૦}{૮૧}$ માટે $\frac{ક્ષ}{ગ્ન} = \frac{૮૧}{૧૩૦}$ તેની ખાતરી નીચે પ્રમાણે ૧૦૦ × ૮૧ + ૯૦ = ૮૧૯૦ અને ૧૩૦ × ૬૩ = ૮૧૯૦ આમ બન્ને પદ સરખા થયા હવે કુટ્ટક લબ્ધિનો ત્રીજો આંક શોધવાની રીત:—આપણે $\frac{૧૦૦}{૬૩} \times \frac{૧૩૦}{૮૧}$ જાણીએ છીએ આ ઉપરથી ત્રીજો કુટ્ટક લબ્ધિનો આંક શોધવાનો રહ્યો. માટે ૧૩૦ + ૧૦૦ = ૨૩૦ અને ૮૧ + ૬૩ = ૧૪૪ આવ્યા. માટે $\frac{૧૦૦}{૬૩} \times \frac{૨૩૦}{૧૪૪}$ માટે ક્ષ = ૧૪૪ અને ગ્ન = ૨૩૦ :

હવે આ ઉપરની રીત પ્રમાણે ૨૩૦ + ૧૦૦ = ૩૩૦, ૧૪૪ + ૬૩ = ૨૦૭ આ ચોથું રૂપ

આ ઉપરથી પાંચમું રૂપ	૩૩૦ + ૧૦૦ = ૪૩૦	૨૦૭ + ૬૩ = ૨૭૦
આ ઉપરથી છઠ્ઠું રૂપ	૪૩૦ + ૧૦૦ = ૫૩૦	૨૭૦ + ૬૩ = ૩૩૩
આ ઉપરથી સાતમું રૂપ	૫૩૦ + ૧૦૦ = ૬૩૦	૩૩૩ + ૬૩ = ૩૯૬
આ ઉપરથી આઠમું રૂપ	૬૩૦ + ૧૦૦ = ૭૩૦	૩૯૬ + ૬૩ = ૪૫૯
આ ઉપરથી નવમું રૂપ	૭૩૦ + ૧૦૦ = ૮૩૦	૪૫૯ + ૬૩ = ૫૨૨
આ ઉપરથી દશમું રૂપ	૮૩૦ + ૧૦૦ = ૯૩૦	૫૨૨ + ૬૩ = ૫૮૫
આ ઉપરથી અગીઆરમું રૂપ	૯૩૦ + ૧૦૦ = ૧૦૩૦	૫૮૫ + ૬૩ = ૬૪૮
આ ઉપરથી બારમું રૂપ	૧૦૩૦ + ૧૦૦ = ૧૧૩૦	૬૪૮ + ૬૩ = ૭૧૧

આ ઉપરથી તેરમું રૂપ	૧૧૩૦ + ૧૦૦ = ૧૨૩૦ ૭૧૧ + ૬૩ = ૭૭૪	
આ ઉપરથી ચૌદમું રૂપ	૧૨૩૦ + ૧૦૦ = ૧૩૩૦ ૭૭૪ + ૬૩ = ૮૩૭	
હવે પંદરમું રૂપ	૧૩૩૦ + ૧૦૦ = ૧૪૩૦ ૮૩૭ + ૬૩ = ૯૦૦	
હવે સોળમું રૂપ	૧૪૩૦ + ૧૦૦ = ૧૫૩૦ ૯૦૦ + ૬૩ = ૯૬૩	
હવે સત્તરમું રૂપ	૧૫૩૦ + ૧૦૦ = ૧૬૩૦ ૯૬૩ + ૬૩ = ૧૦૨૬	
હવે અઢારમું રૂપ	૧૬૩૦ + ૧૦૦ = ૧૭૩૦ ૧૦૨૬ + ૬૩ = ૧૦૮૯	
હવે ઓગણીસમું રૂપ	૧૭૩૦ + ૧૦૦ = ૧૮૩૦ ૧૦૮૯ + ૬૩ = ૧૧૫૨	
હવે વીસમું રૂપ	૧૮૩૦ + ૧૦૦ = ૧૯૩૦ ૧૧૫૨ + ૬૩ = ૧૨૧૫	
હવે એકવીસમું રૂપ	૧૯૩૦ + ૧૦૦ = ૨૦૩૦ ૧૨૧૫ + ૬૩ = ૧૨૭૮	
હવે બાવીસમું રૂપ	૨૦૩૦ + ૧૦૦ = ૨૧૩૦ ૧૨૭૮ + ૬૩ = ૧૩૪૧	
હવે તેવીસમું રૂપ	૨૧૩૦ + ૧૦૦ = ૨૨૩૦ ૧૩૪૧ + ૬૩ = ૧૪૦૪	
હવે ચોવીસમું રૂપ	૨૨૩૦ + ૧૦૦ = ૨૩૩૦ ૧૪૦૪ + ૬૩ = ૧૪૬૭	
હવે પચીસમું રૂપ	૨૩૩૦ + ૧૦૦ = ૨૪૩૦ ૧૪૬૭ + ૬૩ = ૧૫૩૦	આ રીતે

મૂળના કુદરૂ-લબ્ધિના આંક ૨૪૩૦/૧૫૩૦ આવીને ઉભા રહ્યા.

આ બતાવેલ ૨૫ રૂપની ખાતરી કરવાની ઇચ્છા થાય તો કરી લેવી.

બીજી રીતઃ—

૧૦૦ ભાજ્ય : ૯૦ ક્ષેપક અને ૬૩ હાર યાને ૧૦૦ ક્ષ + ૯૦ = ૬૩ ગ આમાં ૧૦૦ ભાજ્ય અને ૯૦ ક્ષેપકને ઉડાડવા. $\frac{૧૦૦}{૯૦} = \frac{૧૦}{૯}$ આવ્યા. (આમાં ૧૦ સામાન્ય ભાજક છે) હવે સમજો કે ૧૦ ભાજ્ય ૯ ક્ષેપક અને ૬૩ હાર છે માટે તેમાંથી નવું સમીકરણ ૧૦ ક્ષ + ૯ = ૬૩ ગ થયું એટલે $\frac{૧૦ ક્ષ \pm ૯}{૬૩} = ગ$ હવે તેમાંથી વલ્લી બનાવવી.

૬૩)૧૦(૦ ૧લો આંક	૧૦)૬૩(૬ બીજો આંક	૩)૧૦(૩ ત્રીજો આંક.
૦૦	૬૦	૯
૧૦	૩	૧

આમાંથી ૧લી વલ્લી (૦ ૬ ૩ ૯ ૦) આ પ્રમાણે તૈયાર થઈ. આ વલ્લી એકી પગથિયા યાને આંકની છે. (હવે આ વલ્લી છોડતી વખતે સહેજ થોડી જુદી રીત આવવાની છે તે ખાસ ધ્યાનમાં રાખવી.) પહેલી વલ્લીમાંથી બીજી વલ્લી બનાવવી, ૩ × ૯ = ૨૭ પછી ૨૭ + ૦ = ૨૭ આ બીજી વલ્લી માટે તૈયાર થએલ આંક. આ રીતે બીજી વલ્લી (૦ ૬ ૨૭ ૯) તૈયાર થઇ. હવે આ રીતે ત્રીજી વલ્લી (૬ × ૨૭ = ૧૬૨ પછી ૧૬૨ + ૯ = ૧૭૧) આ પ્રમાણે (૦ ૧૭૧ ૨૭) તૈયાર થઇ. હવે ૦ × ૧૭૧ = ૦ પછી ૦ + ૨૭ = ૨૭ આ પ્રમાણે ચોથી વલ્લી તૈયાર થઇ (૨૭ ૧૭૧) હવે બે આંક આવતાં નવી વલ્લી નહીં બને માટે $\frac{૧૦}{૬૩}$ના સંબંધી આંક $\frac{૨૭}{૧૭૧}$ આવ્યા. હવે આવેલ બે આંક, મૂળ ભાજ્ય હારના આંકથી મોટા છે માટે તેમને ટુંકા કરવા. માટે ૨૭ ÷ ૧૦ અને ૧૭૧ ÷ ૬૩ હવે ૨૭ ÷ ૧૦ નો જવાબ ૨ અને ૭ શેષ. અને ૧૭૧ ÷ ૬૩ નો જવાબ ૨ અને ૪૫ શેષ. સામાન્ય ભાગાકારના જવાબ ૨ ઉડી ગયા માટે $\frac{૧૦}{૬૩}$ ના સંબંધી $\frac{૭}{૪૫}$ છે.

આ વલ્લી વિષમ છે, તે આપણે જાણીએ છીએ માટે મૂળ ભાજ્યહાર $\frac{૧૦૦}{૬૩}$ માંથી $\frac{૭}{૪૫}$ બાદ કરવાના છે. જેથી બાદબાકી $\frac{૩}{૧૮}$ આવ્યા. હવે આપણે આ સ્થળે ૧૦ ભાજ્ય સ્વીકાર્યા છે.

પણ એ ૧૦ આપણે મૂળ ૧૦૦ ભાજ્યમાંથી ટુંકા કરી લીધા એટલે કે ૧૦ એ મૂળ ભાજકનો દશમો ભાગ છે. જેથી $\frac{૩}{૧૮}$ માં જે ૩ છે તેપણ મૂળ આંકનો દશમો ભાગ સમજાય માટે ૩×૧૦ =૩૦ થયા. હારનો આંક ૬૩ છે તેનું ટુંકું રૂપ કર્યું નથી માટે ૧૮ છે તે એમજ કાયમ રાખવા. આ પ્રમાણે $\frac{૩૦}{૧૮}$ આવ્યા. પહેલી રીતમાં આપણે $\frac{૩૦}{૧૮}$ લાવ્યા. તેજ આંકડા આ બીજી રીતે આ પ્રમાણે આવ્યા.

ત્રીજી રીતઃ—

$\frac{૧૦૦ક્ષ+૯૦}{૬૩}$ = ગ. આમાં ૯૦ ક્ષેપક અને ૬૩ હારને ૯ થી ઉડાડવા. એથી ૧૦ ક્ષેપક અને ૭ હાર આવ્યા માટે ૧૦૦ ભાજ્ય ૧૦ ક્ષેપક અને ૭ હાર થયા. તેમાંથી સમીકરણ $\frac{૧૦૦ક્ષ+૧૦}{૭}$ = ગ થયું. હવે ૧૦૦ ભાજ્ય અને હારમાંથી વલ્લી બનાવવી.

૭)૧૦૦(૧૪ : ૧ લો આંક : ૨)૭(૩ બીજો આંકઃ આ બે આંકને
  ૯૮   ૬ ક્રમવાર એક બીજા નીચે મૂકી
  ——   ——
  ૨   ૧ પછી ક્ષેપક મૂકી અને છેલ્લે ૦

મૂકી વલ્લી કરો આ પ્રમાણે ૧ લી વલ્લી (૧૪ ૩ ૧૦ ૦) તૈયાર થઈ.

હવે ૩ × ૧૦ = ૩૦ પછી ૩૦ + ૦ = ૩૦ થયા. આમાંથી બીજી વલ્લી (૧૪ ૩૦ ૧૦) તૈયાર થઇ. હવે ૧૪ × ૩૦ = ૪૨૦ પછી ૪૨૦+ ૧૦ = ૪૩૦; હવે આ પ્રમાણે ત્રીજી વલ્લી (૪૩૦ ૩૦) તૈયાર થઇ. હવે વલ્લી ન થાય.

આ બે આંક $\frac{૪૩૦}{૩૦}$ આવ્યા તે $\frac{૧૦૦}{૭}$ ના સંબંધમાં છે માટે ૪૩૦ ÷ ૧૦૦ : જવાબ ૪ અને શેષ ૩૦ અને ૩૦ ÷ ૭ જવાબ ૪

અને શેષ ૨ આવ્યા. આમાં ૪ સામાન્ય ભાગાકારનો જવાબ ઉડાડી દેવાય. એટલે $\frac{૩^{૦}}{૨}$ આવ્યા. ૨ આવ્યા તે હાર ૬૩ ના ટુંકા રૂપ ૭ માંથી આવ્યા. કારણ આપણે ૬૩ ને ૯ થી ઉડાડયા હતા (માટે એ ૯ ભાગાકારનો જવાબ હતો) માટે ૨ ને ૯ થી ગુણ્યા તો ૧૮ આવ્યા. જેથી $\frac{૩^{૦}}{૧૮}$ થયા.

આ રીતે ૧લી અને ૨ જી રીતમાં આવેલ $\frac{૩^{૦}}{૧૮}$ ના આંક આ રીતમાં પણ આવ્યા.

ચોથી રીતઃ—

$\frac{૧૦૦ક્ષ+૯૦}{૬૩}$ = ગ. આમાં પ્રથમ ૧૦૦ ભાજ્ય અને ૯૦ ક્ષેપકને ઉડાડવા. દશથી ઉડશે. એટલે ૧૦ ભાજ્યઃ ૯ ક્ષેપક આવ્યા પછી ક્ષેપકનું નવું સાધ્ય થએલ રૂપ ૯ અને ભાજ્ય ૬૩ ને ઉડાડવા એટલે ૯ થી ઉડશે. ૯ ક્ષેપકના સ્થળે ૧ આવશે. ૬૩ ભાજ્ય સ્થળે ૭ આવશે આ રીતે ૧૦ ભાજ્ય ૧ ક્ષેપક અને ૭ ભાજ્ય આવ્યા. તેમાંથી આ સમીકરણ $\frac{૧૦ક્ષ+૧}{૭}$ = ગ તૈયાર થયું સમજો.

હવે આમાંથી વલ્લી બનાવવી.

```
૭)૧૦(૧  પહેલો આંક  :   ૩)૭(૨
  ૭                 :     ૬      બીજો આંક.
 ——                 :    ——
 ૦૩                 :     ૧
```

આ ઉપરથી પહેલી વલ્લી આ પ્રમાણે (૧ ૨ ૧ ૦) તૈયાર થઈ. (હવે ૧ × ૨ = ૨ પછી ૨ + ૧ = ૩). આ પ્રમાણે (૩ ૨) બીજી વલ્લી તૈયાર થઇ. હવે આ બે આંક $\frac{૩}{૨}$ આવ્યા. હવે $\frac{૧^{૦}}{૭}$ ના સંબંધમાં $\frac{૩}{૨}$ આંક છે હવે $\frac{૧^{૦}}{૭}$ પૈકી ૧૦ છે તે ૧૦૦ માંથી મેળવ્યા માટે ૩ છે તે (૩ × ૧૦) = ૩૦ માંથી થયા માટે ૩ છે તે ૩૦ સમજવા. અને $\frac{૧^{૦}}{૭}$ પૈકીના ૭ છે તે ૬૩ માંથી મેળવ્યા. માટે ૨ આવ્યા તે (૨ × ૯) = ૧૮ નું રૂપ સમજવું. માટે $\frac{૩}{૨}$ તે $\frac{૩^{૦}}{૧૮}$ નું રૂપ થયું. એટલે મૂળ જે $\frac{૩^{૦}}{૧૮}$ ખપે તે આવ્યા.

ઉપર જે બધી રીતો આપી તેમાં ભાજ્ય અને હારને દૃઢભાજક-ની રીતે ટુંકા કરી તેમાં ક્રમવાર આવતા આંકમાંથી વલ્લીઓ બનાવી. કુટ્ટક–લબ્ધિ શોધવાની રીત બધામાં સામાન્ય છે. હવે ફેરમાત્ર ભાજ્ય હાર અને ક્ષેપકના રૂપ ટુંકા કરવામાં છે. ઉપર જે શ્લોક આપ્યો તેનો અર્થ આ પ્રમાણે થાય છે.

પ્રથમ રીતઃ—ભાજ્ય અને ભાજકના જે મૂળરૂપ હોય તેમાંથી દૃઢ ભાજકની રીતે ભાગાકારના જવાબના આંકડા ક્રમવાર ગોઠવી વલ્લી બનાવી કુટ્ટક–લબ્ધિ શોધવી.

બીજી રીતઃ—ભાજ્ય અને ક્ષેપકને આપસમાં ઉડાડવા. અને પછી ભાજ્ય અને ભાજકમાંથી દૃઢભાજક કરી આંકડા મેળવી વલ્લી બનાવી કુટ્ટક–લબ્ધિ શોધવી.

ત્રીજી રીતઃ—ક્ષેપક અને હારને આપસમાં ઉડાડવા. અને પછી ભાજ્ય અને ભાજક ઉપર દૃઢભાજકની રીતે વિધિ કરી વલ્લી બનાવી કુટ્ટક–લબ્ધિ લાવવા.

ચોથી રીતઃ—પ્રથમ ભાજ્ય અને ક્ષેપકને આપસમાં ઉડાડવા. પછી ક્ષેપકના નવારૂપ અને હારને આપસમાં ઉડાડવા. પછી જે આંકડા આવે તેમાંથી દૃઢભાજકની રીતે આંકડા મેળવી વલ્લી બનાવી. કુટ્ટક–લબ્ધિ શોધવા.

ઉપર જે રીતો બતાવી તેમાં બધામાં ક્ષેપકની આગળ + વત્તાની એટલે ધનની નિશાની હતી. પરંતુ જો ક્ષેપકની આગળ – ઓછાની એટલે ઋણની નિશાની હોય તો શી રીતે કરવું તે માટે નીચે પ્રમાણે અર્ધ શ્લોક આપેલ છે.

क्षेपजे तक्षणाच्छुद्धे गुणाप्तीस्तो वियोगजे ॥

अन्वयः (यत उक्तंतत्) क्षेपजे वियोगजे तु तक्षणात् शुद्धे गुणाप्ती स्तः ॥

ઉદાહરણ: ૩ જું:

૧૦૦ ભાજ્ય : ૯૦ ક્ષેપ : ૬૩ હાર : આમાં ૯૦ ઋણ એટલે –ઓછા છે. અક્ષર ગણિત પ્રમાણે ૧૦૦ ક્ષ – ૯૦ = ૬૩ ન્ન અથવા ૧૦૦ ક્ષ – ૬૩ ન્ન = ૯૦ અથવા $\frac{\text{૧૦૦ક્ષ} - \text{૯૦}}{\text{૬૩}}$ = ન્ન : આમાં ક્ષ અને ન્ન ની કિંમત એટલે અનુક્રમે કુટ્ટક અને લબ્ધિ શોધી લાવો.

સમજી લ્યો કે ક્ષેપકની પૂર્વે + ની નિશાની છે. અને તે દિશાએ પ્રયત્ન કરતાં છેવટે આપણી પાસે કુટ્ટકલબ્ધિ $\frac{\text{૩૦}}{\text{૧૮}}$ આવ્યા. એ આપણે આથી પહેલાના ઉદાહરણથી જાણીએ છીએ.

આ વ્યાખ્યામાં ક્ષેપકની પૂર્વે–ઓછાની નિશાની છે. હવે $\frac{\text{૧૦૦}}{\text{૬૩}}$ ના સંબંધી $\frac{\text{૩૦}}{\text{૧૮}}$ આવ્યા છે. માટે $\frac{\text{૧૦૦}}{\text{૬૩}}$ માંથી બાદ કરવા જેથી $\frac{\text{૧૦૦}-\text{૩૦}=\text{૭૦}}{\text{૬૩}-\text{૧૮}=\text{૪૫}}$ આવ્યા માટે $\begin{matrix}\text{૧૦૦ક્ષ} & \times & \text{૭૦} \\ \text{૬૩ ન્ન} & & \text{૪૫}\end{matrix}$ થયા જેથી ક્ષ= ૪૫ અને ન્ન=૭૦ તેની ખાતરી ૧૦૦×૪૫–૯૦=૬૩×૭૦ માટે બન્ને પદના ૪૪૧૦ આવ્યા.

૧ લો જવાબ ક્ષ = ૪૫ અને ન્ન = ૭૦ આવ્યા તેમાંથી બીજો જવાબ ક્ષ = ૪૫ + ૬૩ = ૧૦૮ અને ન્ન = ૭૦ + ૧૦૦ = ૧૭૦. તેમાંથી ત્રીજો જવાબ ક્ષ = ૧૦૮ + ૬૩ = ૧૭૧ અને ન્ન = ૧૭૦ + ૧૦૦ = ૨૭૦ આ રીતે જેટલા જવાબ લાવવા હોય તે લાવી શકાય.

ઉદાહરણ: ૪ થું:

૬૦ ભાજ્ય : ૧૩ હાર અને + ૧૬ ક્ષેપક. આ અંકગણિતની વ્યાખ્યા. $\frac{\text{૬૦ક્ષ} + \text{૧૬}}{\text{૧૩}}$ = ન્ન આ બીજ ગણિતની વ્યાખ્યા માટે જવાબ શું.

રીત:—પ્રથમ ક્ષેપકની આગળ + હોય કે – નાં નિશાની હોય તે ઉપરે ધ્યાન આપવાનું નથી. એનો જાણે + હોય તેવી રીતે એક-વાર કુટ્ટક–લબ્ધિના આંક શોધી કાઢવા પછી ઉદાહરણ ૩ જામાં કહ્યું છે તે પ્રમાણે – ની નિશાની હોય ત્યારે તેનો નિયમ લાગુ પાડવો. હવે ૬૦ ભાજ્ય અને ૧૩ હારમાંથી દૃઢભાજકની રીતો લાગુ પાડી વલ્લી બનાવવી.

૧૩) ૬૦ (૪ : ૧ લો આંક   ૮) ૧૩ (૧ : બીજો આંક
૫૨   ૮
—   —
૦૮   ૦૫

૫) ૮ (૧ : ત્રીજો આંક   ૩) ૫ (૧ : ચોથો આંક   ૨) ૩ (૧: પાંચમો આંક
૫   ૩   ૨
—   —   —
૩   ૨   ૧

નિયમ પ્રમાણે આ પાંચ આંક ક્રમવાર મૂકવા. પછી ક્ષેપકનો આંક ૧૬ છે તે મૂકવો અને છેલ્લે ૦ મૂકી વલ્લી પહેલી તૈયાર કરવી : આ રીતે (૪ ૧ ૧ ૧ ૧ ૧૬ ૦) પહેલી વલ્લી તૈયાર થઈ. (હવે ૧ × ૧૬ = ૧૬ પછી ૧૬ + ૦ = ૧૬ તે બીજી વલ્લી માટેનું તૈયાર રૂપ માટે આ રીતે બીજી વલ્લી (૪ ૧ ૧ ૧ ૧૬ ૧૬) તૈયાર થઇ. (હવે ૧ × ૧૬ = ૧૬ પછી ૧૬ + ૧૬ = ૩૨ તે ત્રીજી વલ્લી માટે તૈયાર રૂપ) માટે ત્રીજી વલ્લી આ રીતે (૪ ૧ ૧ ૩૨ ૧૬) તૈયાર થઈ, આમાંથી ૪ થી વલ્લી આ પ્રમાણે (૪ ૧ ૪૮ ૩૨) તૈયાર થઇ. આમાંથી પાંચમી વલ્લી આ પ્રમાણે (૪ ૮૦ ૪૮) તૈયાર થઈ. આમાંથી છટ્ઠી વલ્લી આ પ્રમાણે (૩૬૮ ૮૦) તૈયાર થઈ.

આ રીતે ૩૬૮/૮૦ ના આંકડા આવ્યા તે ૬૦/૧૩ ના સંબંધમાં ૩૬૮/૮૦ છે. હવે ૬૦/૧૩ થી ૩૬૮/૮૦ મોટા છે માટે ૩૬૮ ÷ ૬૦ ભાગાકારનો જવાબ ૬ અને શેષ ૮ અને ૮૦ ÷ ૧૩ ભાગાકારનો જવાબ ૬ અને શેષ ૨ આવ્યા.

સામાન્ય લબ્ધિ ૬ ને જતા કર્યા. માટે ૮/૨ આવ્યા. હવે ૬૦/૧૩ ના સંબંધી ૮/૨.

આમાં પ્રથમની વલ્લી વિષમ એટલે એકી આંક યાને પગથિયા-વાળી છે માટે ૬૦/૧૩ માંથી ૮/૨ બાદ કરવા બાકી આવ્યા ૬૦/૧૩ − ૮/૨ = **૫૨/૧૧**

આ આંક. હવે ૬૦ ક્ષ / ૧૩ ગ ╳ ૫૨ / ૧૧ આમ આંકડા આવ્યા. માટે ક્ષ = કુટ્ટક = ૧૧ અને ગ = લબ્ધિ ૫૨. તેની ખાતરી નીચે પ્રમાણે.

૬૦ ક્ષ + ૧૬ = ૧૩ ગ હવે ૬૦ × ૧૧ + ૧૬ = ૬૭૬ અને ૧૩ × ૫૨ = ૬૭૬ આમ બે પદ સરખા આવ્યા. (ક્ષ = ૧૧ અને ગ = ૫૨ છે) આ એક જવાબ અને તે આંકડા સૌથી નાનામાં નાના સમજવા. આ ઉપરથી ઉપર પ્રમાણે ક્ષ અને ગ ની બીજી કિંમતો જેટલી કાઢવાની હોય તેટલી નીકળી શકે એમ છે.

હવે ૬૦ ક્ષ − ૧૬ = ૧૩ ગ એટલે ક્ષેપકની પૂર્વે−છે.

રીતઃ—ઉપર પ્રમાણે ૫૨/૧૧ ના આંક કુટ્ટક લબ્ધિના આવ્યા તેના સંબંધી ૬૦/૧૩ ના આંક છે માટે ૬૦/૧૩ માંથી બાદ ૫૨/૧૧ બાકી રહ્યા ૮/૨

૬૦ક્ષ / ૧૩ગ ╳ ૮ / ૨ આમાંથી ક્ષ = ૨ અને ગ = ૮ થયા તેની ખાતરી નીચે પ્રમાણે.

૬૦ × ૨ − ૧૬ = ૧૨૦ − ૧૬ = ૧૦૪ અને ૧૩ × ૮ = ૧૦૪ આમ બે પદ સરખા થયા. આ ઉપરથી ક્ષ અને ગ ની વધુ કિંમતો નીકળી શકે છે.

ઉદાહરણઃ ૫ મુંઃ—

૫ ભાજ્યઃ± ક્ષેપક ૨૩ : ૩ હાર. બીજગણિતમાં (૫ક્ષ±૨૩)/૩ = ગ.

હવે ૩) ૫ (૧ પહેલો આંક ⋮ ૨) ૩ (૧ બીજો આંક ⋮
૩ ⋮ ૨
— —
૨ ૧

પહેલી વલ્લી ([illegible]) પછી બીજી વલ્લી ([illegible]) પછી ત્રીજી વલ્લી ([illegible]) હવે ૪૬/૨૩ આંક આવ્યા. હવે ૫/૩ થી ૪૬/૨૩ મોટા છે. માટે ૪૬ ÷ ૫ : જવાબ ૯ શેષ ૧ અને ૨૩ ÷ ૩ જવાબ ૭ અને શેષ ૨ આવ્યા. આમાં પહેલા ભાગાકારનો જવાબ ૯ છે

અને બીજાનો જવાબ ૭ છે તેથી આ બે જવાબ એક સરખા ન કહેવાય. એ કારણે તેમને ઉડાડી શકાય નહીં. ઉડાડવા હોય તો બન્ને જવાબ એક સરખા જોઇએ. હવે બીજો જવાબ ૭ છે. તેથી ઉપલા ભાગાકારમાં પણ જવાબ ૭ જોઇએ તેથી ૪૬ ÷ ૫ ભાગાકારનો જવાબ ૭ અને ૧૧ શેષ થાય (એવી રીતે ભાગ લેવો) હવે બન્નેના સામાન્ય જવાબ ૭ છે તે ઉડાવવા જેથી $\frac{૧૧}{૨}$ આવ્યા. હવે

પક્ષ ╲╱ ૧૧
૩ઘ્ન ╱╲ ૨

આ સંબંધમાં આવ્યા માટે ક્ષ = કુટ્ટક = ૨ અને ઘ્ન = લબ્ધિ = ૧૧ તેની ખાતરી ૫ ક્ષ + ૨૩ = ૩ ઘ્ન હવે ૫ × ૨ + ૨૩ = ૩૩ અને બીજા પદના ૩ × ૧૧ = ૩૩ થયા. આ ઉપરથી ક્ષ અને ઘ્ન ની બીજી કિંમતો નીકળી શકે છે. પણ સૌથી નાનામાં નાની કિંમત ૨ અને ૧૧ છે.

હવે ૫ ક્ષ − ૨૩ = ૩ ઘ્ન આ સમીકરણ છોડવાનું છે.

હવે ઉપરની રીતથી આપણા હાથમાં $\frac{૧૧}{૨}$ આવ્યા છે. હવે $\frac{૫}{૩}$ ના સંબંધી $\frac{૧૧}{૨}$ છે માટે $\frac{૫}{૩}$ માંથી $\frac{૧૧}{૨}$ બાદ કરવાથી બાકી આવ્યા $\frac{-૬}{+૧}$ હવે જ્યારે આ પ્રમાણે આંકડા આવી ઉભી રહે ત્યારે મૂળ ભાજ્યહાર એટલે $\frac{૫}{૩}$ ને જરૂરીઆત પ્રમાણે બમણા, ત્રમણા કે ચારગણા કરવા, કે જેમાંથી આવેલ કુટ્ટક લબ્ધિના આંક સરળતાથી બાદ થઈ શકે. આ નિયમે $\frac{૫}{૩}$ ને ૩ થી ગુણવા. જેથી $\frac{૧૫}{૯}$ આવ્યા જેમાંથી $\frac{૧૧}{૨}$ બાદ કરવા બાકી રહ્યા ($\frac{૧૫}{૯} - \frac{૧૧}{૨} = \frac{૪}{૭}$) $\frac{૪}{૭}$ આવ્યા. ($\frac{-૬}{+૧}$ જે બે રૂપ આવ્યા તે બદલ સાધ્યરૂપ $\frac{૪}{૭}$ આવ્યા સમજવા.

માટે પક્ષ ╲╱ ૪
૩ઘ્ન ╱╲ ૭ માટે ક્ષ = ૭ અને ઘ્ન = ૪ તેની ખાતરી.

૫ ક્ષ − ૨૩ = ૩ ઘ્ન : ૫ × ૭ − ૨૩ = ૩ × ૪ માટે ૩૫ − ૨૩ = ૧૨ અને બીજા પદમાં ૧૨ થયા જે બે સરખા આવ્યા.

આ ઉપરથી ક્ષ અને ઘ્ન ની જેટલી કિંમતો કાઢવી હોય તેટલી નીકળી શકે એમ છે.

જ્યારે વક્ષી વિષમ હોય અને ક્ષેપકની પૂર્વે − ની નિશાની હોય ત્યારે કરવાની રીત બરાબર ધ્યાનમાં બેસે તે માટે બે વધુ ઉદા૦ આપવાની ઇચ્છા થાએ છે:—

વ્યાખ્યા : अ.

ત્રણ આંકડાની એક રકમ છે તેમાં સતક અને દશક સ્થાનમાં આવેલા આંકડાની આપસઆપસમાં અદલાબદલી કરીએ તો જે રકમ તૈયાર થાએ, તે રકમ મૂળ રકમથી ૩૬૦ જેટલી ઓછી થાએ. હવે સતક સ્થાનવાળો આંક અડધો કરીએ અને દશક સ્થાન અને એકમ સ્થાનવાળા આંકની આપસમાં અદલાબદલી કરીએ તો તે રકમ મૂળ રકમ કરતાં ૨૫૫ જેટલી ઓછી થાએ. ત્યારે એ રકમ કઈ ?

ખુલાસો.

(ચાલો હું તમને કહી દઉં કે એ રકમ ૬૨૭ છે. જુઓ આમાં સતક સ્થાને ૬ છે. દશક સ્થાને ૨ છે અને એકમ સ્થાને ૭ છે. પ્રથમવાર ૬ ની જગોએ ૨ મૂકો અને ૨ ની જગોએ ૬ મૂકો એટલે રકમ થાશે ૨૬૭. તે ૬૨૭ માંથી બાદ કરીએ તો ૩૬૦ આવે. હવે સતક સ્થાનવાળો આંક ૬ છે તેના અડધા કરીએ તો ૩૦૦ થાએ એટલે ૩ સતક સ્થાનમાં આવે અને દશક સ્થાનવાળા ૨ અને એકમ સ્થાનવાળા ૭ છે તે બેની આપસમાં અદલાબદલી કરીએ તો આખી રકમ ૩૭૨ થાએ. તેને ૬૨૭ માંથી બાદ કરીએ તો ૨૫૫ આવે. આટલા ખુલાસા પછી આપણે માની લેવું કે એ ૬૨૭ ની રકમ આપણે જાણતા જ નથી અને તે રકમ શોધી કાઢવાની છે. તે માટે આપણને અક્ષરગણિતની મદદ લેવી પડશે). ધારે ક્ષ સતક સ્થાનમાં, ય દશક સ્થાનમાં અને ज्ञ એકમ સ્થાનમાં માટે આખી રકમ ૧૦૦ ક્ષ + ૧૦ ય + ज्ञ થાએ હવે ક્ષ અને ય ની આપસમાં અદલાબદલી કરો તો આવે ૧૦૦ ય + ૧૦ ક્ષ + ज्ञ તેમાં ૩૬૦ ઉમેરીએ તો મૂળ રકમની બરાબર થાએ. માટે ૧૦૦ ક્ષ + ૧૦ ય + ज्ञ = ૧૦૦ ય + ૧૦ ક્ષ + ज्ञ + ૩૬૦ (૧ લું સમીકરણ) આનું સ્પષ્ટ રૂપ : ૯૦ ક્ષ–૯૦ ય = ૩૬૦ માટે ક્ષ–ય = ૪ હવે સતક સ્થાનના અડધા આવે ૧૦૦ ક્ષ ÷ ૨ = ૫૦ ક્ષ + ૧૦ ज्ञ + ય થાએ તેમાં

૨૫૫ ઉમેરીએ ત્યારે મૂળ . મ બરાબર થાએ માટે ૧૦૦ ક્ષ + ૧૦ ય + ન = ૫૦ ક્ષ + ૧૦ ન + ય + ૨૫૫ તેનું રૂપ૯ રૂપ. ૫૦ ક્ષ + ૯ ય – ૯ ન = ૨૫૫ આ બીજું સમીકરણ. અને ક્ષ – ય = ૪ આ પહેલું સમીકરણ.

હવે ઉપરના બે સમીકરણોમાંથી ય ને હેડાડવા માટે આપણે પહેલા સમીકરણના બન્ને સમાન પદોને ૯ થી ગુણવા અને પછી એ બે સમકરણોનો સરવાળો કરવો.

હવે ૫૦ ક્ષ + ૯ ય – ૯ ન = ૨૫૫ માં
૯ ક્ષ – ૯ ય = ૩૬ ઉમેરવા.

૫૯ ક્ષ – ૯ ન = ૨૯૧ આ પરિણામ આવ્યું.

હવે ૫૯ ક્ષ – ૯ ન = ૨૯૧ અથવા ૫૯ ક્ષ – ૨૯૧ = ૯ ન અથવા $\frac{\text{૫૯ક્ષ – ૨૯૧}}{\text{૯}}$ = ન : (જુઓ આ સ્થળે ક્ષેપકની પૂર્વે–ની નિશાની છે.)

હવે ૫૯ ભાજ્ય : ૨૯૧ ક્ષેપક અને ૯ હાર અને ક્ષેપક ઋણ= ઓછા છે હવે ૯)૫૯(૬ પહેલો આંક: ૫)૯(૧ બીજો આંક : ૪)૫(૧ :ત્રીજો આંક. આ ત્રણ આંકમાંથી આ પ્રમાણે ( ) પહેલી વલ્લી તૈયાર થઇ. આ વલ્લી વિષમ છે તે ધ્યાનમાં રાખવું. હવે ૧ લી વલ્લીમાંથી આ રીતે ( ) બીજી વલ્લી થઇ. તેમાંથી આ ત્રીજી વલ્લી ( ) થઇ. આમાંથી આ ચોથી વલ્લી ( ) થઇ. હવે વલ્લી નહીં બને માટે $\frac{\text{૩૭૮૩}}{\text{૫૮૨}}$ આ બે આંક $\frac{\text{૫૫}}{\text{૯}}$ ના સંબંધી થયા માટે ૩૭૮૩ ÷ ૫૯ અને ૫૮૨ ÷ ૯ કરવા. હવે ૩૭૮૩ ÷ ૫૯=૬૪ + ૭ શેષ અને ૫૮૨ ÷ ૯ = ૬૪ + ૬ શેષ: હવે સામાન્ય ૬૪ ભાગાકારનો આંક ઉડાડી મૂકવો એટલે બન્નેના શેષ $\frac{\text{૭}}{\text{૬}}$ આવ્યા. તે $\frac{\text{૫૯}}{\text{૯}}$ ના સંબંધી સમજવા. હવે પ્રથમ વલ્લી વિષમ છે

તેથા $\frac{૫}{૯} - \frac{૭}{૬} \equiv \frac{૫૨}{૩}$ આમ આંકડા લાવવા. અને ક્ષેપકની પૂર્વે-ની નિશાની છે માટે $\frac{૫}{૯} - \frac{૫૨}{૩}$ બાદ કરવા એટલે આવે $\frac{૭}{૬}$: આ $\frac{૭}{૬}$ એ સાધ્ય કુટ્ટકલબ્ધિનું રૂપ થયું એટલે $\frac{૫૯ક્ષ૮}{૯શ૮}$, $\frac{૭}{૬}$ આવે માટે ક્ષ = ૬ અને શ = ૭ હવે આપણી પાસે ક્ષ − ય = ૪ છે માટે ૬ − ય = ૪ માટે−ય =− ૨ માટે ય = ૨ : હવે ક્ષ = ૬, ય = ૨ અને શ = ૭ માટે ૬ સતક = ૬૦૦ અને ૨ દશક તે ૨૦ અને એકમ તે ૭ માટે ૬૦૦ + ૨૦ + ૭ એટલે જવાબ ૬૨૭ આવ્યા.

નોટ—આવા દાખલા બુદ્ધિશાળી મનુષ્યો આવી રીત કર્યા વગર થોડીવાર અટકળ ચલાવી જવાબ લાવી આપે. કારણ સતકના આંકડાના અડધા કરવા માટે એવા લોકો સમ આંકડા સતક માટે ધારે અને મેળ મેળવી લે. એવા માટે જો આપણે સતકના સ્થાનમાં વિષમ આંક મૂકયો હોય તો થોડીવાર એવા લોકો મીઠી મુંઝવણમાં પડે ખરા એટલા માટે આ નીચે બીજો ઉદા૦ વધારે મૂકયો છે.

વ્યાખ્યા ૪:

ત્રણ આંકડાની એક રકમ છે. તેમાં સતક અને દશક સ્થાનના આંકડાઓની અરસપરસ બદલી કરવાથી જે રકમ આવે તે રકમ મૂળ રકમથી ૧૮૦ જેટલી ઓછી થાય. હવે સતકના સ્થાનમાં જે આંક છે તેના અડધા કરવા. અને દશક અને એકમના સ્થાનના આંકડાની અરસપરસ અદલાબદલી કરવાથી જે રકમ આવે તે રકમ મૂળ રકમથી ૪૬૮ જેટલી ઓછી થાએ ત્યારે તે રકમ કઇ.

(આમાં સતકના સ્થાનમાં જે આંક છે તેના અડધા કરવા એમ કહ્યું તેનો અર્થ એમ કરવો કે એ આંકથી થતી સતકની રકમના અડધા કરવા.)

ખુલાસો.

આવો આંહી પણ આપને સ્પષ્ટ જણાવું છું કે એ રકમ ૯૭૫ ની છે. હવે ૭૯૫ ને ૯૭૫ માંથી બાદ કરીએ તો ૧૮૦ થાય. હવે સતકના સ્થાનના ૯ ના અડધા એટલે ૯૦૦ ના અડધા ૪૫૦ તેમાં

૭૫ ની બદલીમાં આવેલ રકમ ૫૭ ને (૪૫૦ માં) ઉમેરે તો આખી રકમ ૫૦૭ થાએ તેને ૯૭૫ માંથી બાદ કરીએ તો ૪૬૮ થાય. હવે આગળ ચાલો ધારો ક્ષ સતક સ્થાનમાં, ય દશક સ્થાનમાં અને ઞ એકમ સ્થાનમાં માટે આખી રકમ ૧૦૦ ક્ષ + ૧૦ ય + ઞ હવે વ્યાખ્યા પ્રમાણે ફેરફાર કરો તો ૧૦૦ ક્ષ + ૧૦ ય + ઞ = ૧૦૦ ય + ૧૦ ક્ષ + ઞ + ૧૮૦ માટે

૯૦ ક્ષ − ૯૦ ય = ૧૮૦ માટે ક્ષ − ય = ૨ (૧ લું સમીકરણ)

હવે ૫૦ ક્ષ + ૯ ય − ૯ ઞ = ૪૬૮: બીજું સમીકરણ.

હવે ૫૦ ક્ષ + ૯ ય − ૯ ઞ = ૪૬૮ આમાં

૯ ક્ષ − ૯ ય = ૧૮ આ સમીકરણ ઉમેરો

---

૫૯ ક્ષ − ૯ ઞ = ૪૮૬ માટે ૫૯ ક્ષ − ૯ ઞ = ૪૮૬ માટે ૫૯ ક્ષ − ૪૮૬ = ૯ ઞ માટે ૫૯ ભાજ્ય ૪૮૬ ક્ષેપક અને ૯ હાર આગળના ઉદાહરણ પ્રમાણે પહેલી વલ્લી (~ ~ ~ ~/૪ ૦) આમાં વલ્લી વિષમ અને ક્ષેપકની પૂર્વે ઋણની નિશાની છે. હવે (~ ~ ~/૪ ~/૪) આ બીજી વલ્લી આમાંથી ૩ જી વલ્લી (~ ~/૩ ~/૪) થઇ. આમાંથી ૪ થી વલ્લી (~/~ ~/૩) થઇ આ રીતે ૫૯/૯ ના સંબંધી ૬૩૧૮/૯૭૨ ને ૫૯/૯ થી ભાગો આવી રીતે ૬૩૧૮ ÷ ૫૯ અને ૯૭૨ ÷ ૯ હવે ૬૩૧૮ ÷ ૫૯ = ૧૦૭ + ૫ શેષ અને ૯૭૨ ÷ ૯ = ૧૦૭ + ૯ શેષ હવે બન્નેમાં સામાન્ય સામાન્ય ભાગાકારનો આંક ૧૦૭ ઉડાડવાથી બેમાં શેષ ૫/૯ આવે માટે વિષમ વલ્લીના નિયમ પ્રમાણે ૫૯/૯ − ૫/૯ ≡ ૫૪/૦ આવે હવે ક્ષેપકની પૂર્વે − ની નિશાની છે માટે ૫૯/૯ − ૫૪/૦ ≡ ૫/૯ આવ્યા માટે

ક્ષ ... ૫
ય ... ૯ માટે ક્ષ = ૯, ઞ = ૫ હવે ક્ષ − ય = ૨ માટે ૯ − ય = ૨ માટે = − ય = − ૭ માટે ય = ૭ માટે ક્ષ = ૯, ય = ૭ ઞ = ૫ માટે ૯૦૦ + ૭૦ + ૫ માટે ૯૭૫ એ આખી રકમ

જવાબ ૯૭૫ એ ધારેલી રકમ આવી.

ઉપર પ્રમાણે બે વ્યાખ્યા આવી. હવે જો આ બે વ્યાખ્યાની અંદરના આંકડા પૈકી, એકમનો આંક જાહેરમાં મૂકી દઇએ તો બન્ને ઉદા૦માં બહુ સરળતા આવી જાય એમ છે. એટલે એમ કહેવું કે વ્યાખ્યા ૧ લીમાં એકમનો આંક ૭ છે. અને વ્યાખ્યા ૨ જીમાં એકમનો આંક ૫ છે. આમાં અજ્ઞાત સંખ્યા બે શોધવાની ફરજ આવે છે.

ઉપર જે વ્યાખ્યા બે આપી તે સહેજ ખ્યાલમાં રહેવા માટે સમજવી. આપણે જો આમાંથી ગમત મેળવવા માગીએ તો ગમે તે ત્રણ આંકડાની રકમ આપણે મનમાં ગોઠવી પછી સામા માણસને પ્રશ્ન પૂછવો. આ રીતે સાત્વિક આનંદ લેવો અને દેવો.

કદાચ સતકના આંકથી દશકનો આંક મોટો હોય તો પણ અડચણ ન આવે. જેમકે ૪૮૭ રકમ છે. હવે ક્ષ = ૪, ય = ૮ અને ज्ञ = ૭ માટે ૧૦૦ ક્ષ + ૧૦ ય + ज्ञ = ૧૦૦ ય + ૧૦ ક્ષ + ज्ञ − ૩૬૦ માટે ૯૦ ક્ષ − ૯૦ ય − ૩૬૦ માટે ક્ષ − ય − ૪ = આવશે. પછી પણ જે પ્રમાણે દાખલાની વ્યાખ્યા હોય તે પ્રમાણે સમીકરણો મેળવી લેવાં એટલે સતક અને દશક વચ્ચે ૧ નો તફાવત હોય તો ૯૦ નો ફેર આવે. ઉપરની રીત બરાબર સમજાય તે માટે નીચે પ્રમાણે વધુ પ્રયત્ન કરેલ છે.

જ્યારે ૧ લી વલ્લી વિષમ = એકી પદવાળી હોય ત્યારે બધી વલ્લીઓ સંકેલી લેતાં છેવટે બે આંક આવી ઉભા રહે છે. એ બે આંકોને ભાજ્ય અને હારના આંકોમાંથી બાદ કરવાના હોય છે અને જે બે વધાંક=(બાદબાકીનાં ફલ) આવે તેજ શુદ્ધ કુટ્ટકલબ્ધિ થાય. આવી બાદબાકી કરતાં ક્યારેક ભાજ્યની બાદબાકીના ફલની પૂર્વે− ઓછા=ઋણનું ચિન્હ આવે અને કયારેક હારની બાદબાકીના ફલની પૂર્વે ઓછાની નિશાની આવે. આવી ઋણની નિશાની ગમે ત્યાં હોય ત્યારે ભાજ્ય અને હારના આંકોને વધારવા એટલે એ બે સાધ્ય આંકો બાદ થઈ શકે. અને આવનાર કુટ્ટક−લબ્ધિની પૂર્વે + વત્તાની નિશાની આવી જાય એ રીતે ભાજ્ય અને હારના આંકને વધારવા એટલે બમણા ત્રણ ગણા કે ચાર ગણા જરૂર પ્રમાણે કરવા.

ઉદા૦ ૧ લું:—

૫ રૂપીઆની ૧ ટોપી, ૧ા રૂપીઆનો ૧ રૂમાલ. અને ૦ાા રૂપીઆની સેન્ટની ૧ શીશી, એ ભાવે ૧૦૦ રૂપીઆની ૧૦૦ ચીજો લાવો

ખુલાસો.

ટોપી માટે **ક્ષ** ધારો, રૂમાલ માટે **ય** ધારો અને શીશી માટે **ઞ** ધારો, બધી ૧૦૦ છે માટે ક્ષ + ય + ઞ = ૧૦૦. ૧ લું સમીકરણ. ૫ રૂ.ની ટોપી માટે ૫ક્ષ, ૧ા રૂ૦નો રૂમાલ માટે $\frac{૫}{૪}$ ય અને ૦ાા રૂ૦ની શીશી માટે $\frac{૩}{૪}$ ઞ બધા રૂપીઆ ૧૦૦ માટે ૫ક્ષ + $\frac{૫}{૪}$ ય + $\frac{૩}{૪}$ ઞ = ૧૦૦: આનું સ્પષ્ટ રૂપ આમ થાય ૨૦ ક્ષ + ૫ ય + ૩ ઞ = ૪૦૦ : આ ૨ જું સમીકરણ. આમાંથી નીચે પ્રમાણે ૫ક્ષ + ૫ય + ૫ઞ = ૫૦૦ ૧ લા સમીકરણનું સાધ્યરૂપ બનાવી બાદ કરો. એટલે:-

૨૦ ક્ષ + ૫ ય + ૩ ઞ = ૪૦૦ માંથી
૫ ક્ષ + ૫ ય + ૫ ઞ = ૫૦૦ બાદ
– – – –

બાકી ૧૫ ક્ષ – ૨ ઞ = ૧૦૦ રહ્યા

અથવા ૧૫ ક્ષ + ૧૦૦ = ૨ ઞ અથવા $\frac{૧૫ ક્ષ + ૧૦૦}{૨}$ = ઞ :

આમાં ૧૫ ભાજ્ય: ૧૦૦ ક્ષેપક અને ૨ હાર સમજવા. હવે વલ્લી બનાવવી. માટે ૧૫ ÷ ૨ = ૭ ફલ + ૧ શેષ. આમાં માત્ર ૭ આવ્યા તેમાંથી ૧ લી વલ્લી [૭ ૦ ૦] થઈ. આમાં ૩ પદ છે માટે વિષમ વલ્લી કહેવાય. તેમાંથી ૨ જી વલ્લી બનાવીએ તો $\frac{૭૦૦}{૧૦૦}$ આવ્યા. તે $\frac{૧૫}{૨}$ ના સંબંધી છે માટે ૭૦૦ ÷ ૧૫ અને ૧૦૦ ÷ ૨ કરવા. અને તેમાંથી સામાન્ય ફલ મેળવવો. તે આ પ્રમાણે ૭૦૦ ÷ ૧૫ = ૪૬ ફલ + ૧૦ શેષ અને ૧૦૦ ÷ ૨ = ૪૬ ફલ + ૮ શેષ. હવે સામાન્ય ફલ ૪૬ છે તે કહાડી નાંખવા જેથી આવશે શેષ ૧૦ અને ૮ તેમને આ રીતે $\frac{૧૦}{૮}$ મૂકવા. હવે $\frac{૧૫}{૨}$ માંથી $\frac{૧૦}{૮}$ બાદ કરવા છે. આંહી હાર ૨ – ૮ કરવાથી ફલ ૬ ની પૂર્વે – ઓછાની નિશાની

આવશે માટે $\frac{૧૫}{૨}$ ના પાંચ ગણા કરવા એટલે આવશે $\frac{૭૫}{૨}$ આ-માંથી $\frac{૧૦}{૨}$ બાદ કરવા. જવાબ આવશે $\frac{૬૫}{૨}$ માટે $\frac{૧૫}{૨}$ ક્ષ ગ ╳ $\frac{૬૫}{૨}$ માટે ક્ષ = કુટ્ટક = ૨ અને ગ = લબ્ધિ = ૬૫. હવે ય ની કિંમત શોધવા માટે (૧૦૦ − (૬૫ + ૨) = ૩૩) આમ કરવાથી ૩૩ આવશે. હવે ક્ષ = ટોપી = ૨ : ય = ૩૩ = રૂમાલ અને ગ = શીશી = ૬૫.

જવાબ ૧ લો:—

૨	ટોપીના	રૂ૦	૧૦
૩૩	રૂમાલના	રૂ૦	૪૧।
૬૫	શીશીના	રૂ૦	૪૮॥।
૧૦૦	નંગના	રૂ૦	૧૦૦

આપણી પાસે $\frac{૧૫}{૨}$ છે તેમાંથી $\frac{૧૦}{૨}$ બાદ કરવાના છે. તેથી આપણે આથી પહેલાં $\frac{૧૫}{૨}$ ના પાંચ ગણા કર્યા હતા. હવે આપણે બીજો જવાબ લાવવા માટે તેના ૭ ગણા કરીએ તો $\frac{૧૦૫}{૨}$ આવે, તેમાંથી $\frac{૧૦}{૨}$ બાદ કરવાથી આવશે $\frac{૯૫}{૨}$ માટે $\frac{૧૫}{૨}$ ક્ષ ગ ╳ $\frac{૯૫}{૨}$ માટે ક્ષ = ૪ અને ગ = ૮૦ તોય = ૧૬ માટે:—

જવાબ ૨ જો:—

૪	ટોપીના	રૂ૦	૨૦	આ રીતે ૧૦૦
૧૬	રૂમાલના	રૂ૦	૨૦	ચીજના ૧૦૦ રૂ.
૮૦	શીશીના	રૂ૦	૬૦	થાય.

હવે આપણી પાસે ૧ લો જવાબ આવ્યો તે ઉપરથી ઉપરની રીત ન કરવી હોય તો આમ પણ થાય કે ૧૫ ક્ષ અને ૨ ગ છે, જેથી ક્ષની કિંમત જે પહેલીવાર ૨ આવી તેમાં $\frac{૧૫}{૨}$ વાળા જે ૨ છે તે ઉમેરવાથી ૪ થાય અને ગની જે ૬૫ કિંમત આવી તેમાં ૧૫ ઉમેરવાથી ૮૦ થાય.

હવે અટકળથી કામ લેવું હોય તો આપણી પાસે ૧૫ ક્ષ + ૧૦૦ = ૨ ગ છે. એટલે ૨ થી ૧૦૦ નિઃશેષ ભગાય એ સ્પષ્ટ

છે અને ૧૫ એકી છે માટે ક્ષની કિંમત સમ=એકી ધારવીજ જોઇએ માટે શરૂઆતમાં ક્ષના ૨ ધાર્યા તેા ૧૫ × ૨ = ૩૦ થાય તેમાં ક્ષેપક ૧૦૦ ઉમેર્યા તેા ૧૩૦ આવ્યા હવે $\frac{૧૩૦}{૨}$ = ૬૫ આવ્યા. જેથી ज्ञ = ૬૫: બીજી વાર આપણે ક્ષના ૪ ધારવા. જેથી સમીકરણમાં ૧૫ × ૪ + ૧૦૦ = ૨ ज्ञ આવશે માટે ज्ञ = $\frac{૧૬૦}{૨}$ = ૮૦ આવશે. આમ પણ બને હવે જે રીત ફાવે તે રીત સ્વીકારવા વિનતિ છે.

ઉદા૦ ૨ જું:

પાઘડીના રૂ૦ ૬, પછેડીના રૂ૦ ૨॥, અને રૂ૦ ૧ના રૂમાલ ૧૦. એ ભાવે ૧૦૦ રૂપીઆના ૧૦૦ નંગ લાવેા.

ખુલાસેા.

પાઘડી માટે ક્ષ ધારેા, પછેડી માટે ય ધારેા અને રૂમાલ માટે ज्ञ ધારેા બધાના નંગ ૧૦૦ છે, માટે ક્ષ + ય + ज्ञ = ૧૦૦ ૧ લું સમીકરણ. હવે પાઘડીના રૂ૦ ૬ માટે ૬ ક્ષ, પછેડીના રૂ૦ ૨॥ માટે $\frac{૫}{૨}$ ય. અને રૂમાલ ૧૦ નેા રૂ૦ ૧ માટે $\frac{ज्ञ}{૧૦}$ એ બધા ૧૦૦ રૂપીઆ માટે ૬ ક્ષ + $\frac{૫}{૨}$ ય + $\frac{ज्ञ}{૧૦}$ = ૧૦૦ આનું સ્પષ્ટ રૂપ ૬૦ ક્ષ + ૨૫ ય + ज्ञ = ૧૦૦૦. ૨ જું સમીકરણ તેમાંથી બાદ. ૨૫ ક્ષ + ૨૫ ય + ૨૫ ज्ञ = ૨૫૦૦ ૧ લા સમીકરણનું નવું રૂપ; બાકી રહ્યા ૩૫ ક્ષ − ૨૪ ज्ञ = − ૧૫૦૦ અથવા ૩૫ ક્ષ + ૧૫૦૦=૨૪ ज्ञ અથવા $\frac{૩૫ક્ષ+૧૫૦૦}{૨૪}$ = ज्ञ: આમાં ૩૫ ભાજ્ય: ૧૫૦૦ ક્ષેપક અને ૨૪ હાર. તેમાંથી વલ્લી બનાવવી:

૩૫ ÷ ૨૪ = ૧ફલ. શેષ ૧૧ : પછી ૨૪ ÷ ૧૧ = ૨ ફલ + ૨ શેષ પછી ૧૧÷૨=૫ ફલ + ૧ શેષ માટે ૧ વલ્લી[૧ ૨ ૫ ૧૫૦૦ ૦] આ વલ્લી વિષમ = એકી પદવાળી છે. આમાંથી બીજી વલ્લી આ પ્રમાણે [૧ ૨ ૭૫૦૦ ૧૫૦૦] થાય. આમાંથી ૩ જી વલ્લી [૧ ૧૬૫૦૦ ૭૫૦૦]

થઈ. તેમાંથી ૪ થી વલ્લી $\frac{૨૪૦૦૦}{૧૬૫૦૦}$ થઈ. હવે $\frac{૩૫}{૨૪}$ ના સંબંધી $\frac{૨૪૦૦૦}{૧૬૫૦૦}$ છે માટે ૨૪૦૦૦ ÷ ૩૫ અને ૧૬૫૦૦ ÷ ૨૪ કરવા છે. અને તેમાંથી બન્નેનો સામાન્ય ફલ શોધવાનો છે. માટે ૨૪૦૦૦ ÷ ૨૫ = ૬૮૫ ફલ + ૨૫ શેષ અને ૧૬૫૦૦ ÷ ૨૪ = ૬૮૫ ફલ + ૬૦ શેષ. હવે સામાન્ય ફલ ૬૮૫ ને દૂર કરવાથી આવશે $\frac{૨૫}{૬૦}$ તે $\frac{૩૫}{૨૪}$ ના સંબંધી માટે ૩૫ − ૨૫ અને ૨૪ − ૬૦ થાય. આહી પણ ૨૪ માંથી ૬૦ નહી જાય માટે ૨૪નું રૂપ ત્રણ ગણું વધારીએ તો ૬૦ બાદ જાય માટે $\frac{૩૫}{૨૪}$ ના ૩ ગણા $\frac{૧૦૫}{૭૨}$ થાય તેમાંથી $\frac{૨૫}{૬૦}$ બાદ થાય જેથી આવશે $\frac{૮૦}{૧૨}$ માટે $\frac{૩૫ \text{ ક્ષ}}{૨૪ \text{ ગ}} \times \frac{૮૦}{૧૨}$ થયા માટે ક્ષ = ૧૨ અને ગ = ૮૦ જેથી ય = ૮ માટે **જવાબ.** પાઘડી ૧૨ ના રૂ. ૭૨, પછેડી ૮ ના રૂ. ૨૦ અને રૂમાલ ૮૦ ના રૂ. ૮ આમ ૧૦૦ રૂપીઆના ૧૦૦ નંગ થયા.

મૂળ ઉદાહરણને અંગે વધુ ખુલાસો.

મૂળ ઉદાહરણમાં ૨૩ ક્ષેપક તે ૩ હારથી મોટા છે માટે ૨૩ ÷ ૩ તેનો ૭ લબ્ધિ ૨ શેષ આવ્યા. હવે ૭ લબ્ધિને થોડા વખત માટે અલગ રાખવા અને ૨ શેષને ક્ષેપક માનવા તેથી ૫ ભાજ્યઃ ૨ ક્ષેપકઃ ૩ હાર આવ્યા. તેથી $\frac{\text{૫ક્ષ} + ૨}{૩}$ = ગ : માટે ક્ષ અને ગ ની કિંમત શું. તે કહો.

રીતઃ—

નિયમ પ્રમાણે ૩) ૫ (૧ : ૧ લો આંક ૨) ૩ (૧ બીજો આંક
$\frac{૩}{૨}$ $\frac{૨}{૧}$

તેમાંથી ૧ લી વલ્લી આ પ્રમાણે (૧ ૧ ૨ ૦) તૈયાર થઈ. તેમાંથી બીજી વલ્લી (૧ ૨ ૨) આ થઈ. આમાંથી ત્રીજી વલ્લી (૪ ૨) આ થઈ. આ રીતે $\frac{૪}{૬}$ આવ્યા. આમાં ૪ આવ્યા તેનું કારણ એ કે આપણે ક્ષેપકનું રૂપ ટુંકું કર્યું તે છે. આપણે ૭ અલગ સાચવી

રાખ્યા છે. માટે ૪ માં ૭ ઉમેરો તો ૧૧ આવશે. માટે $\frac{૧૧}{૨}$ એ ૩૫ આવ્યું. આ ૩૫ ક્ષેપકની પૂર્વે + હોય ત્યારનું સમજવું. આનો ખુલાસો અપાઇ ગયો છે. ક્ષેપકનું ૩૫ ટુંકું કર્યું તેથી ૪ માં ૭ ઉમેર્યા.

૫ ભાજ્ય: ૩ હાર અને ૨૩ ક્ષેપક વાળા ઉદાહરણ માટે "લીલાવતી" માં દોઢ શ્લોક નીચે પ્રમાણે આપેલ છે.

गुण लब्धोः समंग्राह्यं धीमता तक्षणे फलम् ।
हरतष्टे धनक्षेपे गुणलब्धी तु पूर्ववत् ॥ १ ॥
क्षेप नक्षणला भाढ्या, लब्धिः शुद्धौ तु वर्जिता ॥

अन्वयः--धीमता गुण न लब्ध्यौः तक्षणे फलं समंग्राह्यम् ; धनक्षेपे हरतष्टे (सति) गुणलब्धि तु पूर्ववत् (ग्राह्ये) लब्धिः क्षेप तक्षणा लाभाढ्या (कार्या) शुद्धौ तु पूर्ववत् (कार्या) ॥ १ ॥

કુટ્ટક કરવાની એક વધુ રીત માટે એક શ્લોક.

क्षेपा भावोऽथवा यत्र क्षेपः शुद्धयेद्धरोद्धृतः ।
ज्ञेय शून्यं गुणस्तत्र क्षेपो हार हतः फलम् ॥ १ ॥

अन्वयः--तथा यत्रक्षेपा भावे हरोद्धृतः क्षेपः शुद्धयेत्तत्र शून्यं गुणः ज्ञेयः हारहतः क्षेपः फलं (भवति) ॥ १)

ઉદાહરણ ૬ ઠ્ઠું

૫ ભાજ્ય: ૦ અથવા ૬૫ ક્ષેપક અને હાર ૧૩.

બીજ ગણિત $\frac{૫ક્ષ + ૬૫}{૧૩}$ = ગ તો ક્ષ અને ગ ની કિંમત શું.

રીત:—

જો વ્યાખ્યામાં ૦ શૂન્ય હોય તો આંહી કુટ્ટક વ્યવહારની કડાકૂટવાળી રીત લાગુ પાડવાની જરૂર નથી. હવે ક્ષની સાથે જે ગાત

આંક હોય તે ગ્નની કિંમત અને ગ્નની સાથે જે ગ્નાત આંક હોય તે ક્ષની કિંમત સમજવી. જેમ કે આપણી પાસે નીચેનું સમીકરણ છે:

૫ ક્ષ + ૦ = ૧૩ ગ્ન:

હવે ક્ષની સાથે ગ્નાત આંક ૫ છે તે ગ્નની કિંમત (ગ્ન = ૫) અને ગ્નની સાથે જે ગ્નાત આંક ૧૩ છે, તે ક્ષની કિંમત (ક્ષ = ૧૩)

હવે જો ક્ષેપકનો આંક ભાજકના આંકથી નિઃશેષ ભગાય ત્યારે શી રીતે કરવું જેમકે આપણી પાસે નીચેનું સમીકરણ છે:—

૫ ક્ષ + ૬૫ = ૧૩ ગ્ન.

હવે ઉપલા નિયમ પ્રમાણે ક્ષ = ૧૩ આવ્યા. હવે ગ્નની કિંમત શું તે શોધવી રહી. ઉપરના નિયમ પ્રમાણે ગ્નની જે કિંમત આવવાની છે તે પૈકી ૫ ની રકમ તો આવે જ માટે ક્ષ સાથેના ગ્નાત ૫ થોડી વાર સાચવી રાખો. હવે જો ૬૫ ÷ ૧૩ કરીએ તો લબ્ધિ ૫ આવ્યા. આ ૫ ને, આથી અગાઉ સાચવી રાખેલ પાંચમાં ઉમેરો તો ૧૦ થાય માટે ગ્ન = ૧૦. **જવાબ** ક્ષ = ૧૩ અને ગ્ન = ૧૦ હવે જો આપણી પાસે નીચે પ્રમાણે સમીકરણ હોય તો

૫ ક્ષ + ૧૩ = ૧૩ ગ્ન:

ચાલુ નિયમ પ્રમાણે ક્ષ = ૧૩ અને ગ્ન = ૫ આવવા જોઇએ. ગ્નની કિંમત આવે વખતે ૫ થી વધુ આવે. માટે એ ૫ ને થોડીવાર અલગ રાખો, હવે ૧૩ ક્ષેપક ÷ ૧૩ હાર જવાબ ૧ આવ્યો, આ ૧ ને ગ્નની કિંમતના સાચવી રાખેલ ૫ માં ઉમેરો તો ૬ થાય માટે ગ્ન = ૬ **જવાબ** ક્ષ = ૧૩ અને ગ્ન = ૬.

માટે ક્ષેપકના આંકને ભાજકના આંક વડે ભાગતાં જે આંક આવે તે આંક અને ક્ષની સાથે જે ગ્નાત આંક હોય તે આંક એમ એ બે આંકનો સરવાળો કરવો. જે આવે તે ગ્નની કિંમત સમજવી.

આ રીતે ક્ષેપક ૦ શૂન્ય હોય અથવા ક્ષેપકનો આંક હારથી નિઃશેષ ભગાય ત્યારે શી રીતે કરવું તે વીગતવાર સમજાવેલ છે.

ક્ષેપકની મહત્વતાનું વધુ વિવેચન

આપણી પાસે ઉદાહરણ ૧ લા માં ૨૨૧ ભાજ્ય: ૧૯૫ હાર: અને ૬૫ ક્ષેપક છે. તેનું ટુંકું રૂપ ૧૭ ભાજ્ય: ૧૫ હાર અને ૫ ક્ષેપક છે. હવે તેની વ્યાખ્યા આ પ્રમાણે ગોઠવીએ.

બીજગણિત પ્રમાણે વ્યાખ્યાઃ—

$\frac{૧૭ક્ષ \pm ૫}{૧૫} = ગ$: બોલો શું જવાબ આવે.

રીતઃ—+ ક્ષેપકની આપણે બતાવી ગયા છીએ આ સ્થળે ૫ ક્ષેપકની બદલીમાં આપણે ૧ ક્ષેપક ધારવો. અને ± ની નિશાની રાખવી. માટે નવું સમીકરણ $\frac{૧૭ક્ષ \pm ૧}{૧૫} = ગ$. બોલો શું જવાબ આવે.

રીતઃ—

```
૧૫ ) ૧૭ ( ૧ પહેલો આંક
     ૧૫
     —
      ૨

 ૨ ) ૧૫ ( ૭ બીજો આંક
     ૧૪
     --
      ૧
```

આ ઉપરથી ૧ લી વલ્લી (૮ ૭ ૮ ૦) આ ઉપરથી બીજી વલ્લી (૮ ૭ ૮) તે ઉપરથી ત્રીજી વલ્લી (૮ ૭) હવે $\frac{૮}{૭}$ આવ્યા. આનું કારણ એકે આપણે ક્ષેપક ૧ ધાર્યો છે. પણ ખરીરીતે ક્ષેપક ૫ છે માટે ($\frac{૮}{૭}$) ગુણ્યા ૫ માટે $\frac{૪૦}{૩૫}$ આવ્યા. (આ આંકડા ઉદાહરણ ૧ લાની રીતમાં આવ્યા હતા.) આ $\frac{૪૦}{૩૫}$ ના ટુકારૂપ $\frac{૮}{૭}$ થાય એ પણ આપણે જાણીએ છીએ. હવે નીચેનું સમીકરણ છોડીએ. $\frac{૧૭ક્ષ - ૧}{૧૫} = ગ$:

રીતઃ—આપણી પાસે $\frac{૮}{૭}$ આવ્યા છે તે ઉપરની રીતથી જાણ્યું હવે $\frac{૧૭}{૧૫}$ ના સંબંધી $\frac{૮}{૭}$ છે. ક્ષેપની પૂર્વે–છે માટે $\frac{૧૭}{૧૫}$ માંથી $\frac{૮}{૭}$ બાદ કરવાથી બાકી આવશે $\frac{૧૧}{૧૦}$ આવશે તે કુટ્ટકલબ્ધિ કહેવાય

```
૧૭ ક્ષ    ૧૧
      ╳
૧૫ ગ     ૧૦
```

માટે ક્ષ = ૧૦ અને ગ = ૧૧ (હવે આપણે–૧ ને ક્ષેપક ધાર્યો તે બદલ ત્યાં ૫ જોઇએ.) માટે $\frac{૧૭ક્ષ - ૫}{૧૫} = ગ$ એટલે ૧૭ × ૧૦ – ૫

= ૧૬૫ અને ૧૫ × ૧૧ = ૧૬૫ માટે જવાબ બરાબર ૧૧/૧૦ કુટ્ટક-લબ્ધિ તે સૌથી નાની રકમ છે.

જવાબ ક્ષ = ૧૦ અને ज्ञ = ૧૧. આ ઉપરથી જેટલા જવાબ લાવવા હોય તેટલા લાવી શકાય.

કુટ્ટક લબ્ધિ માટે એક નવી રીતનો શ્લોક.

एको हरश्चेत् गुणकौ विभिनौ तदा गुणैक्यं परिकल्प्य भाज्यम् ।
अग्रैक्यमग्रं क्रम उक्तवधः संश्लिष्ट संज्ञःस्फुट कुट्टकोऽसौ ॥१॥

अन्वयः—हरः एकः चेत् गुणकौ विभिनौ च स्याताम् तदा गुणैकदं भाज्यं परिकल्प्य अग्रैक्यं अग्रं च (परिकल्प्य) यः उक्तवत्क्रमः असौ संश्लिष्ट संज्ञः स्फुट कुट्टकः (भवति) ॥१॥

ઉપરનો બધાય ઉદાહરણોમાં ભાજ્યઃ હાર અને ક્ષેપક આપેલા છે. ત્યારે આપણે કુટ્ટક—લબ્ધિ યાને ગુણલબ્ધિ શોધી કાઢી. હવે નવા ઉદાહરણમાં (જે આ નીચે આપવામાં આવશે) તેમાં વ્યાખ્યા નવી રીતે જોવામાં આવશે.

ઉદાહરણ : ૭ મું :

એવી કઇ રકમ છે કે જેને ૫ થી ગુણીએ અને ૬૩ થી ભાગીએ તો શેષ ૭ રહે. અને જો એને ૧૦ થી ગુણીએ અને ૬૩ થી ભાગીએ તો શેષ ૧૪ વધે ત્યારે તે રકમ કઇ.

આ વ્યાખ્યામાં ભાજ્ય રકમ નથી. અથવા ગુણ્ય રકમ નથી ગુણક ૫ છે. (આપણે ચાલુ બીજી વ્યાખ્યામાં જ્ઞાત રકમની સાથે ક્ષ મૂકતા. અને ક્ષ ની સાથેની જ્ઞાત સંખ્યાને ભાજ્ય કહેતા. તે ભાજ્ય રકમ આંહી નથી તે બદલ જે ૫ છે તે જાણે ક્ષ ની બદલીમાં સમજવા બીજી રીતે કહીએ તો કુટ્ટક આપેલ છે. અને ભાજ્ય શોધવાના છે. ૫ થી ગુણીએ એટલે આંહી ૫ ને ગુણક કહ્યા માટે આપણે જે ભાજ્યની રકમ શોધવી છે તેને ગુણ્ય કહ્યા.) હવે વ્યા-

ખ્યામાં ભાજક ૬૩ આપ્યા છે. ક્ષેપક નથી કહ્યા તે બદલ શેષ ૭ વધે છે એમ કહ્યું. આટલું વ્યાખ્યાના એક ભાગમાં અને બીજા ભાગમાં (કુટ્ટક) = ૧૦ થી ગુણવાનું કહ્યું છે. અને શેષ ૧૪ વધે છે એમ સૂચન છે. એટલે એ રીતે ગુણાય છે. એકવાર ૫ થી અને બીજીવાર ૧૦ થી માટે ૫ અને ૧૦ નો સરવાળો જે ૧૫ આવે તેને ભાજ્ય માનો. હવે શેષ બેવાર વધે છે. એક વાર ૭ અને બીજીવાર ૧૪ માટે ૭ + ૧૪ = ૨૧ થયા. તેને ક્ષેપક માનો. હવે નવી વ્યાખ્યા નીચે પ્રમાણે સમજો.

૧૫ ભાજ્ય : ૨૧ ક્ષેપક : ૬૩ ભાજક. યાને ૧૫ ક્ષ + ૨૧ = ૬૩ ગ. હવે ઉપરના ભાજ્ય ક્ષેપક અને ભાજકના ટુંકારૂપ અનુક્રમે ૫ ભાજ્ય : ૭ ક્ષેપક અને ૨૧ ભાજક યાને ૫ ક્ષ + ૭ = ૨૧ ગ

રીત:— $\frac{\text{૫ક્ષ}+૭}{૨૧}$ = ગ.

૨૧) ૫ (૦ ૧ લો આંક   :   ૫) ૨૧ (૪ બીજો આંક.
      ૦   ૨૦
      ૫   ૧

હવે ૧ લી વલ્લી (૦ ૪ ૭ ૦) આમાંથી બીજી વલ્લી (૦ ૨૮ ૭) થઈ. ત્રીજી વલ્લી (૭ ૨૮) થઈ. હવે $\frac{૭}{૨૮}$ આવ્યા. તે $\frac{૫}{૨૧}$ ના સંબંધી માટે ૭ ÷ ૫ = ૧ અને શેષ ૨ ૨૮ ÷ ૨૧ = ૧ અને શેષ ૭ સામાન્ય ભાગાકારનો જવાબ ૧ ઉડી જાય અને $\frac{૨}{૭}$ રહ્યા તે કુટ્ટક લબ્ધિ

૫ ક્ષ ╲╱ ૨
૨૧ ગ ╱╲ ૭

માટે ક્ષ = ૭ અને ગ = ૨ ખાતરી. ૫ × ૭ + ૭ = ૪૨ અને ૨૧ × ૨ = ૪૨.

આ રીતે ક્ષ = ૭ અને ગ = ૨ આ કિંમત સૌથી નાની સમજવી. આથી વધુ કિંમત નિયમ પ્રમાણે આવી શકે.

હવે ક્ષેપકની પૂર્વે — ની નિશાની હોય ત્યારે શી રીતે કરવું.

ઉદાહરણ. ૫ ક્ષ − ૭ = ૨૧ ગ.

ઉપરની રીતથી ૨/૭ આવે. હવે ૫/૨૧ ના સંબંધી ૨/૭ માટે ૫/૨૧ − ૨/૭ = ૩/૧૪ આવ્યા. માટે

૫	ક્ષ	૩	
૨૧	જ્ઞ	૧૪	

માટે ક્ષ = ૧૪ અને જ્ઞ = ૩ તેની ખાતરી. ૫ × ૧૪ − ૭ = ૬૩ અને ૨૧ × ૩ = ૬૩.

યથામતિ યથાશક્તિ કુટ્ટક વ્યવહારની રીતો સમજાવી છે. આ બુદ્ધિ બળ ખીલવનારી યુક્તિઓથી હવે પછી આવનારા દાખલાઓ કરી બતાવ્યા છે. આમાં માત્ર ક્ષ અને જ્ઞ ના જવાબ લાવી બતાવ્યા પણ આ કુટ્ટક વ્યવહારની રીતની ત્રણ અજ્ઞાત સંખ્યા (ક્ષ : ય અને જ્ઞ) ઓની કિંમત બે સમીકરણની મદદથી નીકળી શકે છે. બે સમીકરણમાં આવેલા ત્રણ અજ્ઞાત આંકડા પૈકી એક અજ્ઞાત આંક કેવી રીતે ઉડી જાય છે અને ઉપર જે જે ક્ષ અને જ્ઞ વાળા સમીકરણો બતાવ્યાં કે કેવી રીતે આવીને ઉભા રહે છે તે બધું હવે સમજાવવામાં આવશે.

આ સ્થળે મારે મારી ઉણપ જાહેરમાં મૂકવી જોઇએ. અંગ્રેજી (ભુજ આલ્ફ્રેડ હાઇસ્કૂલ) શાળામાં મારી બીજી ભાષા ફારસી હતી. જેથી સંસ્કૃત મને નથી આવડતું, છતાં આ કુટ્ટક વ્યવહાર સમજાવવામાં સંસ્કૃત શ્લોક વાપર્યા છે. તેના જે અર્થ કર્યા છે. તે "લીલાવતી" ભાષા ટીકા ઉપરથી; એકવાર એ ટીકા વાંચી, અર્થ સમજવા પ્રયત્ન કર્યો. પછી આપેલ ઉદાહરણ કર્યા. એમ કરી કરી રીત પચાવી. અને સામાને કઈ સહેલી રીતથી સમજાવી શકાય એ ઉપર વિચાર કરી પછી લખ્યું. જે સંસ્કૃત લખ્યું છે તે "લીલાવતી" ભાષા ટીકા ઉપરથી અક્ષરે અક્ષર નકલ કર્યા સિવાય વધુ કાંઇ કર્યું નથી, આવા કારણે જો કાંઇપણ ભૂલચૂક દેખાય તો ક્ષમા કરશો. ન આવડે તે ન લખવું આ મારી ધારણા હતી. પણ પછી એમ થયું કે જે રીત હું સમજાવવા માગુ છું તે રીતને કેટલું વજન આપવું એ નિર્ણય માટે સુજ્ઞ જાણનારા સમક્ષ મૂળ સંસ્કૃત મૂકી દેવું. એટલે મૂળમાં અને આ બતાવેલ રીતમાં ક્યાંક સમજફેર થતી હતી હોય તો બીજીવાર સુધારી શકાય. માટે સુજ્ઞ આ-ચાર્યો એ કૃપા કરી, હું અલ્પજ્ઞને રસ્તે ચડાવવા શ્રમ લેવો જોઇએ.

ત્રણ અજ્ઞાત સંખ્યાઓનાં સમીકરણો.

દાખલો ૧૬૧ મો.

મદન મોહનાની વાર્તામાં નીચે પ્રમાણે એક રમુજી વાત છે. તેની મતલબ ટુંકમાં નીચે પ્રમાણે :—એક રાજાએ પોતાની પુત્રીને ભણાવવા એક પંડિતજીને ગોઠવ્યા. કુંવરીના અભ્યાસની કસોટી કરવા પંડિતે કુંવરીને નીચે પ્રમાણે ગણિતનો પ્રશ્ન પૂછ્યો.

વ્યાખ્યા :— છપ્પો

એક રાયને ઘેર ઘણાં હાથી ને ઘોડા;
ઊંટો હતા અનેક, બીજા તે સાથ સજોડા.
અઢી મણ હાથી ખાય, દોઢ મણ ઊંટના જાણજો;
પાંચ શેર ખાય અશ્વ, ગણિતે કરી માનજો.
સો મણ દાણો નિત્ય વરે, સો છે જનાવર સાથીઆ.
ત્યારે ઊંટ અને અશ્વ કેટલા, વળી કહો કેટલા હાથીઆ.

કુંવરી ઉપરના પ્રશ્નનો જવાબ નીચે પ્રમાણે આપે છે:—

જવાબ ૧ લો }
અડતાલીસ તો અશ્વ છે, છત્રીસ ઊંટ સાર;
સોળ જ કહીએ હાથીઆ, તે માનો નિરધાર.

પંડિતજી કુંવરીને કહે છે કે એ જવાબ બરાબર ન કહેવાય ખરો જવાબ નીચે પ્રમાણે છે.

જવાબ ૨ જો }
પૂરા ઊંટ પંચાવના, પ્રૌઢા હાથી પાંચ,
ચાલીસ અશ્વ અતિ ઓપતા, શ્યામા માનો સાચ.

કુંવરીએ એક રીતે દાખલો કર્યો અને પંડિતજીએ બીજી રીતે દાખલો કર્યો, તેથી બન્નેના જવાબ જૂદા જૂદા આવ્યા. અને જવાબની સત્યતા માટે બન્ને વચ્ચે પ્રમાણિક મતભેદ ઉત્પન્ન થયો. આ વખતે પંડિતના મિત્ર તે પ્રધાનપુત્ર ત્યાં આવ્યા. અને તેમણે બન્નેના મનનું સમાધાન કર્યું. તે નીચે પ્રમાણે:—

પ્રધાનપુત્ર કહે છેઃ—

તે બોલ્યો તુરત તદા, સાચા છો બે સર્વ;
લેખું બેનું લાખેણું, ફોકટ એ શો ગર્વ.

મદન-મોહનની વાર્તાના કર્તા સામળભટ ઉપર પ્રમાણેના દાખલાના બે સાચા જવાબ આવે છે, એમ પ્રધાનપુત્ર પાસેથી બોલાવે છે. આ ઉપરથી એમ અનુમાન થાય છે કે આ દાખલાના બે જ જવાબ આવે એટલી ખબર સામળભટને હશે. પરંતુ આ દાખલાના ત્રણ જવાબ આવે છે, તે જો ભટજીને ખબર હત તો પ્રધાનપુત્ર પાસેથી નીચે પ્રમાણે બોલાવત.

સતર ઊંટ તો જો ગણો, હાથી સાતને વીસ;
ત્યારે છપન તો અશ્વ છે, રૂદે ન કરશો રીસ.

ગામડાના કેટલાક લોકો આવા આવા દાખલાઓ અને તેના જવાબ યાદ રાખી ગામડાના મહેતાજીને પ્રશ્ન પૂછી કસોટી કરે છે. એ લોકો રીતથી સમજાવી શકતા નથી, અને એમ કહે છે કે એ તો કોહેડાના દાખલા છે તે ખાલી અટકળથી જ થઈ શકે. એ વાત મહેતાજીઓથી સ્વીકારી શકાય નહીં. તેમને તો ધોરણસર રીત જોઇએ આવા દાખલા અક્ષર ગણિતથી થઈ શકે છે.

ખુલાસો :— અક્ષર ગણિતની રીતઃ

આમાં હાથી, ઘોડા અને ઊંટની જે સંખ્યા આપણાથી અજ્ઞાત છે, તે માટે નીચે પ્રમાણે ધારવું, ક્ષ = હાથીની સંખ્યા માટે, ય = ઊંટની સંખ્યા માટે અને ज्ञ = ઘોડા માટે બધા જાનવરની સંખ્યા ૧૦૦ માટે ક્ષ + ય + ज्ञ = ૧૦૦, આ પહેલું સમીકરણ. હવે એક હાથી $\frac{૫}{૨}$ (અઢી) મણ ખાય તો ક્ષ હાથીની સંખ્યા $\frac{૫}{૨}$ ક્ષ મણ અનાજ ખાય, એક ઊંટ $\frac{૩}{૨}$ મણ ખાય તો ય સંખ્યા $\frac{૩}{૨}$ ય મણ ખાય. એક ઘોડું $\frac{૧}{૮}$ મણ ખાય તો ज्ञ સંખ્યા $\frac{૧}{૮}$ ज्ञ મણ અનાજ ખાય. આ રીતે દરરોજ ૧૦૦ મણ અનાજ વપરાય. માટે $\frac{૫}{૨}$ ક્ષ +

$\frac{૩}{૨}$ ય + $\frac{૧}{૮}$ જ્ઞ = ૧૦૦ આ બીજું સમીકરણ. આ બે આવેલ સમીકરણનું સ્પષ્ટ સ્વરૂપ કરવું, તે આ પ્રમાણે ૨૦ ક્ષ + ૧૨ ય + જ્ઞ = ૮૦૦ (આમાં લઘુત્તમ ભાજ્ય આવ્યા. અને તે રીતની મદદથી ડાબી બાજુના પદના આંકડા બનાવ્યા. અને તે જ નિયમે બીજા પદને ૮ થી ગુણ્યા. આ નિયમ સૌ જાણે છે છતાં શરૂઆતના વિદ્યાર્થીના માટે આટલું લખ્યું છે) હવે પહેલા અને બીજા સમીકરણમાંથી એક અજ્ઞાત આંક સંખ્યા ય ઉડાવવી છે માટે પહેલા સમીકરણના ય ને બીજા સમીકરણના ય બરોબર કરવા માટે પહેલા સમીકરણના બન્ને પદને ૧૨ થી ગુણવા જેથી પહેલું સમીકરણ ૧૨ ક્ષ + ૧૨ ય + ૧૨ જ્ઞ = ૧૨૦૦ આવે.

હવે બીજા સમીકરણ	૨૦ક્ષ+૧૨ ય+ જ્ઞ= ૮૦૦	માંથી
પહેલું ,,	૧૨ક્ષ+૧૨ ય+૧૨જ્ઞ=૧૨૦૦	બાદ કરો તેથી
નીચેના બાદબાકી	૮ ક્ષ − ૧૧ જ્ઞ = ૪૦૦	આવી.

આ આવેલ જવાબ ૮ ક્ષ − ૧૧ જ્ઞ = ૪૦૦નું બીજું રૂપ ૮ ક્ષ + ૪૦૦ = ૧૧ જ્ઞ. હવે ત્રીજું રૂપ $\frac{૮ક્ષ+૪૦૦}{૧૧}$ = જ્ઞ. હવે આ ત્રીજા રૂપને (જો કે બધા રૂપનો અર્થ એક જ થાય) આપણે કુટ્ટક વ્યવહારની રીતમાં કહીએ તો ૮ ભાજ્ય : ૪૦૦ ક્ષેપક અને ૧૧ હાર કહેવાય. આ ત્રીજા રૂપના માટે કુટ્ટક વ્યવહાર પ્રકરણમાં કહ્યું હતું કે આ રૂપ માટે આગળ કહેવામાં આવશે તે પ્રમાણે હવે આ સમીકરણની રીત હકીકતવાર સમજાવવામાં આવશે. સુજ્ઞ વાચનારાને અત્રે નિવેદન કરવાનું જે ચાલુ દાખલાની રીત થોડીવાર રહીને સમજાવીશ. અને આને અંગે મારે થોડા ઉદ્દગાર કાઢવાના છે તે શાન્ત રહીને સાંભળશો. (વાંચશો.)

શ્રી કચ્છી-અશાડી સંવત ૧૯૮૧ના શ્રાવણ માસમાં એવો પ્રસંગ મળ્યો કે પ્રસિદ્ધ માસિક " વસંત " ચોપાનીઆની

સંવત ૧૯૬૯ની સાલની ફાઇલ મારા વાંચવામાં આવી. એ પ્રસિદ્ધ માસિકમાં એના માનવંતા તંત્રી તરફથી વિદ્વાનો સમક્ષ એવો પ્રશ્ન મૂકવામાં આવ્યો કે "ભરત ખંડમાં વીસ મહાન પુરૂષો કોણ કોણ ?" આના જવાબમાં એ માસિકના વિદ્વાનં વાંચક વર્ગ તરફથી વ્યક્તિ દીઠ વીસ વીસ નામો રજુ થયા. આ બધામાંથી બહુમતે વીસ નામો નક્કી થયા. એ વીસમાંના દરેકના માટે અંકેક નિબંધ લખી મોકલવા જૂદા જૂદા શાક્ષરો ને તંત્રી મહાશય તરફથી વિનતિ કરવામાં આવી. તેમાં "ભારત વર્ષના મહાન ગણિતશાસ્ત્રી ભાસ્કરાચાર્ય"ના સંબંધમાં કાંઇક અજવાળું પાડવા માટે શ્રીયુત પ્રોફેસર સાહેબ જેઠાલાલભાઈ ચિમનલાલ સ્વામીનારાયણ એમ. એ. ને વિનતિ કરવામાં આવી. તે અનુસાર એઓ સાહેબે એક લેખ મોકલ્યો. એ વિદ્વતાભર્યો લેખ "વસંત" માસિકના સંવત ૧૯૬૯ના અશાડ માસમા રજુ થયો. તે મનન કરવા યોગ્ય લેખના મથાળે "ભારત વર્ષના મહાન ગણિતશાસ્ત્રી ભાસ્કરાચાર્ય" આમ લખેલું છે. એ લેખ મેં વાંચ્યો અને વિચાર્યો. એ લેખમાં બીજી બાબતો બહુ વિસ્તારથી સમજાવવામાં આવી છે. તેમાં કુટ્ટક વ્યવહારની રીતના માત્ર પાંચ શ્લોક આપ્યા છે. ઉપરાંત રમુજ સાથે જ્ઞાન મળે તે માટે આ દાખલાની વ્યાખ્યા. "એક રાયને ઘેર ઘણાં હાથીને ઘોડા વગેરે" આપી છે. અને એ વ્યાખ્યા અને તેની રીત સમજાવવામાં પ્રોફેસર સાહેબે કમાલ કરી અમ જેવા વિદ્યાર્થીવર્ગ ઉપર ઉપકાર કર્યો છે. એમણે જે રીત બીજગણિતની આપી છે, તેને લગતી જ રીત મેં દાખલ કરી છે અને $\frac{૮ક્ષ+૪૦૦}{૧૧}=ન$ સુધી એમના મતને હું અનુસરતો આવ્યો છું. આ પછી ક્ષ અને નની કિંમત યાને કુટ્ટક લબ્ધિ શોધી કાઢવાની જે રીત મહેરબાન પ્રોફેસર સાહેબે બતાવી છે, તે રીત મને તાત્કાલિક ધ્યાનમાં ન ઉતરી. પૂજ્ય આચાર્ય શ્રી ભાસ્કરાચાર્યનો હું પણ અલ્પજ્ઞ શક્તિવાળો સૌથી નીચેના નંબરવાળો ભક્ત થવાની ઉમેદવાળો છું. તેથી મારા મનમાં એમ થયું કે પ્રોફેસર સાહેબે જે રીત સમજાવી છે

તે રીત કરતાં કાંઇક સહેલી રીત ક્ષ અને ન ની કિંમત શોધી કાઢવા માટે નીકળી આવે તો ઠીક. આની શોધમાં ફરતાં મારા મિત્રો તરફથી સૂચના થઈ કે "લીલાવતી" પુસ્તક જે ભાસ્કરાચાર્યે રચ્યું છે, અને જે પુસ્તકનો આધાર લઈ પ્રોફેસર સાહેબે પોતાના બુદ્ધિબળથી "વસંત" માસિકમાં "ભારત વર્ષનો મહાન ગણિતશાસ્ત્રી ભાસ્કરાચાર્ય" વિષેનો ઉત્તમ લેખ લખ્યો તે "લીલાવતી" પુસ્તક મારે અકવાર વાંચી જવું. એ સૂચના સ્વીકારી મેં "લીલાવતી" પુસ્તક વાંચ્યું. એ પુસ્તકમાં મેં કુટ્ટક વ્યવહાર પ્રકરણ ધ્યાન દઇ વાંચ્યું. અને યથામતિ તે ઉપર મનન કરતાં, મને જણાયું કે પ્રોફેસર સાહેબે પોતાના એ લેખમાં જે મુખ્ય મુદ્દા ચર્ચ્યા છે, તે બધા "લીલાવતીમાં" છે. અને $\frac{\text{૯ક્ષ}+\text{૪૦૦}}{\text{૧૧}} = \text{ન}$ વાળા સમીકરણમાં ક્ષ અને ન ની કિંમત જે રીતે પ્રોફેસર સાહેબે શોધી બતાવી છે. અને જે રીત મને અઘરી લાગી તે રીત "લલાવતી" ના અભ્યાસ પછી મને બીજી રીતે સરળ થઇ પડી. અને પ્રોફેસર સાહેબની બતાવેલ રીતમાં મારો મતભેદ ઉભો થયો. જે મારો પ્રમાણિક મતભેદ નમ્ર ભાવે બતાવવાનો છે. સુજ્ઞ વાંચનારની સમક્ષ પ્રથમ મારે પ્રોફેસર સાહેબની આપેલ રીત બતાવવી પડશે કારણ એ રીતમાં મારો કયે સ્થળે મતભેદ છે તે ત્યારપછી બરાબર સમજાવી શકાય.

પ્રોફેસર સાહેબે પોતાના ઉપલા લેખમાં કુટ્ટક વ્યવહાર માટે પ્રથમ પાંચ શ્લોક અર્થ સાથે સમજાવ્યા છે. જેમાં ૨૨૧ ભાજ્ય: ૧૯૫ હાર અને ૬૫ ક્ષેપક છે. તે દાખલો રીત સહીત સમજાવ્યો છે. મેં પણ એ જ પાંચ શ્લોક અર્થ સાથે રીત સહીત આથી અગાઉ સમજાવ્યા છે તે સુજ્ઞ વાંચનારાઓએ વાંચી લેવું.

$\frac{\text{૯ક્ષ}+\text{૪૦૦}}{\text{૧૧}} = \text{ન}$ યાને ૯ ભાજ્ય: ૪૦૦ ક્ષેપક અને ૧૧ ભાજક ઉપરથી કુટ્ટક લબ્ધિ શોધી કાઢવા માટે પ્રોફેસર સાહેબે બતાવેલી રીત નીચે પ્રમાણે છેઃ-

૮) ૧૧ (૧
૮
—
૩) ૮ (૨
૬
—
૨) ૩ (૧
૨
—
૧

આ ઉપરથી વલ્લી આ પ્રમાણે થઈ. ([illegible]) આ ઉપરથી બીજી વલ્લી ([illegible]) આ ઉપરથી ત્રીજી વલ્લી ([illegible]) થઇ અને આ ઉપરથી ચોથી વલ્લી ([illegible]) થઇ. આરીતે ૧=૬૦૦, ૧=૨૦૦ એ બે આંક ઉપલબ્ધ થયા. આમાં ૧૬૦૦ ક્ષેપક છે. કારણ કે ૧૬૦૦ × ૮ = ૧૨૮૦૦. પછી ૧૨૮૦૦ + ૪૦૦ = ૧૩૨૦૦ થયા. માટે ૧૩૨૦૦ ÷ ૧૧ = ૧૨૦૦ ફલ છે.

તેથી ૧૬૦૦ = **ક્ષ** અને **જ્ઞ** = ૧૨૦૦ : પણ આટલી મોટી રકમનો અંત્ર ઉપયોગ નથી. કારણ કે જાનવરોની સંખ્યા ૧૦૦ ની છે. તેથી **ક્ષ** = ૧૬૦૦ − ૧૧ **ટ** : **જ્ઞ** = ૧૨૦૦ − ૮ **ટ**. અત્રે **ટ**ને ગમે તે પૂર્ણ કિંમત આપી શકાશે. પહેલા **ટ** = ૧૫૦ મૂકતાં. **ક્ષ** = ૧૬૦૦ − ૧૧ × ૧૫૦ = − ૫૦. **જ્ઞ** = ૦ તેથી **ક્ષ** = ૧૧. **ટ** − ૫૦, **જ્ઞ** = ૮ **ટ**.

ક્ષ ના ગમે તે જવાબમાં **૧૧ ટ** અને તેજ વખતે જ્ઞ ના જવાબમાં ૮ **ટ** ઉમેરવાથી **ક્ષ, જ્ઞ**ની કિંમતો મળી શકે છે.

ઉપરના જવાબમાં **ટ** ને ૧ થી ૪ સુધીની કિંમત આપી શકાશે નહીં. કારણ તેમ કરતાં **ક્ષ** ની કિંમત ઋણ આવશે તેથી **ટ** ના ૫ મૂકીએ તો ક્ષ = ૫, જ્ઞ = ૪૦.

જવાબ ૫ હાથી, ૫૫ ઊંટ અને ૪૦ ઘોડા એવો જવાબ પંડિતે આપ્યો હતો.

ટના ૬ મૂકવાથી **જવાબ** ક્ષ = ૧૬ અને જ્ઞ = ૪૮.

જવાબ ૧૬ હાથી, ૩૬ ઊંટ અને ૪૮ ઘોડા એવો જવાબ કન્યાએ આપ્યો હતો.

ટના ૭ મૂકવાથી ક્ષ = ૨૭ અને ત = ૫૬

જવાબ : ૨૭ હાથી, ૧૭ ઊંટ અને ૫૬ ઘોડા એવો જવાબ પ્રધાનપુત્રે આપ્યો હતો.

ટના ૮ મૂકવાથી ક્ષ = ૩૮ અને ત = ૬૪ થાય. આથી હાથી અને ઘોડાનો સરવાળો ૧૦૦થી વધારે થશે. તેથી તે કિમ્મત સ્વીકારી શકાય નહીં. ટની આથી વધારે કિંમતો આપતાં જાનવરોની સંખ્યા ૧૦૦થી વધી જશે અને ઊંટની સંખ્યા ઋણ કલ્પવી પડશે. તેથી ઉપર જણાવેલ ફક્ત ત્રણ જ જવાબો સ્વીકારી શકાય એમ છે.

આ પ્રમાણે પ્રોફેસર સાહેબની આપેલ રીત પૂરી થાય છે.

ઉપર પ્રમાણે બતાવેલ પ્રોફેસર સાહેબની રીત સાથે મારો મત-ભેદ બહુ જ નમ્ર ભાવે આ સ્થળે રજુ કરું છું કારણ એઓ સાહેબ ગણિતશાસ્ત્રમાં આચાર્યપદ ભોગવે છે. હું એક સાધારણ કોટિનો ગણિતમાં શરૂઆતનો વિદ્યાર્થી છું, જેથી ગણિતના વિષયમાં એમની સાથે ચર્ચામાં ઉતરવું એ મારા જેવા માટે વાજબી ન ગણાય.

પૂજ્ય ભાસ્કરાચાર્ય રચિત "લીલાવતી" પુસ્તકમાં કુટ્ટક વ્યવહાર વિધિ પાંચ શ્લોક શરૂઆતમાં આપ્યા છે. એ જ પાંચ શ્લોકનો આધાર લઈ શ્રીમાન પ્રોફેસર સાહેબે પોતાના લેખનો અમુક ભાગ "વસંત"માં લખ્યો છે. મેં એ જ પાંચ શ્લોક કુટ્ટક વ્યવહાર બતાવનાર પ્રકરણમાં રજુ કર્યા છે. એમાં એક જગ્યાએ એમ છે કે વલ્લી બનાવવા પહેલાં ભાજ્ય અને હારના ટુંકા રૂપ દઢભાજકની રીતે કરતા જવું. આ સ્થળે ભાજ્યની રકમ હાર એટલે ભાજક વડે ભગાવી જોઈએ આ વાત સર્વમાન્ય છે. છતાં આ ચાલુ દાખલામાં પ્રોફેસર સાહેબે એ નિયમનું પાલન કર્યું નથી. કારણ $\frac{૮ટ+૪૦૦}{૧૧}$ = ત. આ સમીકરણમાં ૮ ભાજ્ય છે અને ૧૧ હાર અથવા ભાજક છે. તેથી નિયમ પ્રમાણે ૮ ને ૧૧થી ભાગવા જોઈએ, તે બદલ પ્રોફેસર સાહેબ ૧૧ ને ૮થી ભાગવાનું કહે છે (આ મારો પહેલો

મતભેદ) આ નિયમનું ઉલ્લંઘન કરવાથી પ્રોફેસર સાહેબે જે વલ્લી બનાવી તે વિષમ (એકી) આંકવાળી થઈ કારણ તેમાં ([illegible]) આ પાંચ આંક આવ્યા. સમવલ્લી અને વિષમ-વલ્લીના નિયમ જૂદા છે. તે આપણે સ્પષ્ટપણે કુટ્ટક પ્રકરણમાં સમજ્યા છીએ છતાં સમ અને વિષમ વલ્લીના ભેદ તરફ પ્રોફેસર સાહેબે ધ્યાન આપ્યું હોય તેમ દેખાતું નથી. (આ બીજો મતભેદ) આ ઉપરથી હું એવા નિર્ણય ઉપર આવ્યો છું કે પૂજ્ય ભાસ્કરા-ચાર્યના બતાવેલ નિયમોનું યથાર્થ સ્વરૂપમાં પાલન ન કરવાથી, આ દાખલાનો જવાબ લાવવા માટે પ્રોફેસર સાહેબને રીત બતાવવામાં લાંબો ચકરાવો લેવો પડ્યો છે. અને એક ચોથા અનિશ્ચિત ટની સહાયતા લેવી પડી છે. ઉપરાંત બીજગણિત એવો વિષય છે કે તેમાં આપેલા નિયમો પ્રમાણે એકવાર સમીકરણો ગોઠવવા અને પછી નિયમ પ્રમાણે છોડતા જઈએ તો સ્વયંવ જવાબ આવી જાય. પ્રો૦ સાહેબના લેખમાં ટની કિંમત ૧ થી ૪ સુધી ન લેવી વગેરે અનુ-માનથી કહેવું પડ્યું છે. તે કહેવાપણું ન રહેવું જોઈએ. વળી પ્રથમ ટના રયા માટે ૧૫૦ માનવા અને રયા માટે ઓછા વધુ ન લાવવા. વગેરે અનુમાનથી કરવાની રીત લાવ્યા છે તે પણ ન લાવી શકાય. આ બધી, અમ જેવા સાધારણ વિદ્યાર્થીને, એમાં ઊણપ જેવું દેખાય છે. અક્ષરગણિતમાં સમીકરણ છૂટે કે તરત જ જવાબ આવી જવા જોઈએ, તો જ રીત બરાબર કહેવાય. ગણિતમાં ઘણા આગળ વધ્યા હોય તેઓ ભલે પ્રોફેસર સાહેબની અઘરી રીત સમજી શકે ખરા પણ મારા જેવા સાધારણ વિદ્યાર્થી ન સમજી શકે. એમ બનવાજોગ છે. શરૂઆતના અભ્યાસીને પગથિયે પગથિયે રીત બતાવવામાં આવે ત્યારે જ સમજી શકે અને રહસ્યને ઉકેલી શકે.

હવે મને જે રીત ઠીક લાગી તે બતાવીશ.

૮ ભાજ્ય : ૪૦૦ ક્ષેપક : અને ૧૧ હાર એટલે $\frac{૮ય+૪૦૦}{૧૧}$=ગ.

હવે ૧૧) ૮ (૦ પહેલો આંક : ૮) ૧૧ (૧ બીજો આંક
૦ / ૮ ; ૮ / ૩

૩) ૮ (૨ ત્રીજો આંક : ૨) ૩ (૧ આ ચોથો આંક
૬ / ૨ ; ૨ / ૧

આ ઉપરથી પહેલી વલ્લી (૦ ૧ ૨ ૧ ૪૦૦ ૦) થઈ. આમાં ૬ આંક છે એટલે સમ વલ્લી કહેવાય. પ્રો૦ સાહેબે જે ૧ વલ્લી તૈયાર કરી બતાવી તે સાથે આ વલ્લીની સરખામણી કરવી. એમની વલ્લી વિષમ = એકી આંકની હતી. અને આ સમ છે. હવે ૧લી વલ્લી ઉપરથી બીજી વલ્લી આ પ્રમાણે (૦ ૧ ૨ ૪૦૦ ૪૦૦) તૈયાર થઈ. આમાંથી ત્રીજી વલ્લી આ પ્રમાણે (૦ ૧ ૧૨૦૦ ૪૦૦) તૈયાર થઈ. આમાંથી ચોથી વલ્લી આ પ્રમાણે (૦ ૧૬૦૦ ૧૨૦૦) તૈયાર થઈ. આમાંથી પાંચમી વલ્લી આ પ્રમાણે (૧૨૦૦ ૧૬૦૦) તૈયાર થઈ. આ બે આંક $\frac{૧૨૦૦}{૧૬૦૦}$ આવ્યા. (પ્રો૦ સાહેબની રીતમાં $\frac{૧૨૦૦}{૧૬૦૦}$ આ રીતે આવ્યા. આવા ફેરફારના કારણે દાખલાની રીત અધરી કરવી પડી.)

હવે $\frac{૮}{૧૧}$ના સંબંધી $\frac{૧૨૦૦}{૧૬૦૦}$ના આંક $\frac{૮}{૧૧}$થી મોટા છે માટે ૧૨૦૦ − ૮ અને ૧૬૦૦ ÷ ૧૧ કરવા. હવે ૧૨૦૦ ÷ ૮ = ૧૫૦ ભાગાકારનો જવાબ અને ૦ શેષ આવ્યા અને ૧૬૦૦ ÷ ૧૧ = ૧૪૫ ભાગાકાર અને ૫ શેષ આવ્યા. બન્નેમાં ભાગાકારનો આંક સરખો આવવો જોઈએ એ નિયમ પાળવા માટે ૧૨૦૦ ÷ ૮ = ૧૪૫ ભાગાકારનો જવાબ અને ૪૦ શેષ આવે એમ કરવું. હવે $\frac{૧૨૦૦}{૧૬૦૦}$ની બદલીમાં $\frac{૪૦}{૫}$ આવ્યા. અને જે ૧૪૫ ભાગાકારનો જવાબ બન્ને પક્ષમાં એક-

સરખો છે તે કહાડી નાંખવો. હવે $\frac{૪૦}{૫}$ તે કુટ્ટકલબ્ધિ આવ્યા. હવે

૮ ક્ષ ૪૦
૧૧ ગ ૫ આમ સંબંધ ગોઠવવો. માટે ક્ષ = ૫ અને ગ = ૪૦ આપણે જાણીએ છીએ કે ક્ષ = હાથી અને ગ = ઘોડા માટે ૫ હાથી અને ૪૦ ઘોડા કુલ જાનવર ૧૦૦ છે તો બાકી રહેલા ૫૫ તે ઊંટ આવ્યા. આ રીતે દાખલાનો એક જવાબ આવ્યો તે જવાબ પંડિતજીએ આપ્યો.

૧લો જવાબ ૫ હાથી : ૫૫ ઊંટ અને ૪૦ ઘોડા.

આ રીતથી પંડિતજીએ દાખલો કર્યો હોય એમ અનુમાન થાય છે. જો એક જ રીતથી એક જ દાખલો કરીએ તો જવાબ એક જ આવે. એવો સામાન્ય નિયમ છે. આ દાખલામાં પંડિતજીએ એક જવાબ કહ્યો અને કુંવરીએ બીજો જવાબ કહ્યો, તેથી એમ માનવાને કારણ છે કે કુંવરીએ બીજી રીતથી દાખલો કરી જોયો હશે. હવે કુંવરીએ કઈ રીતથી દાખલો કરેલો હોવો જોઇએ તે તપાસીએ :—

આપણી પાસે $\frac{૮ક્ષ+૪૦૦}{૧૧}$ = ગ. આ સમીકરણ છે.

રીત :—

૪૦૦ ÷ ૧૧ = ૩૬ ભાગાકારનો જવાબ અને ૪ શેષ આવ્યા. આ ૩૬ને અલગ સાચવી રાખવા, બાકી જે ૪ શેષ વધ્યા તેને ક્ષેપક માનવા જેથી નવું સમીકરણ $\frac{૮ક્ષ+૪૦૦}{૧૧}$ = ગ આપણે બનાવ્યું.

હવે આમાંથી ૧લી વલ્લી (૦ ૧ ૨ ૧ ૪ ૦) તૈયાર થઇ. (આગળની માફક આ વલ્લીના આંક સમજી લેવા અને ૪૦૦ની બદલીમાં ૪ છે તે સહેજ જાણમાં લેવું.) આમાંથી બીજી વલ્લી (૦ ૧ ૨ ૪ ૪) થઇ. આમાંથી ત્રીજી વલ્લી (૦ ૧ ૧૨ ૪) આમાંથી ચોથી વલ્લી (૦ ૧૬ ૧૨). આમાંથી પાંચમી વલ્લી (૧૬ ૧૨) થઇ. આ રીતે $\frac{૧૬}{૧૨}$ના આંક આવ્યા. આમાં ૧૨ આવ્યા તેનું કારણ કે આપણે ક્ષેપકના ૪૦૦ ને ૧૧ ભાગી ૩૬ અલગ

રાખી ક્ષેપકસ્થાને ૪ લીધા તે છે, માટે સાચવી રાખેલ ૩૬ને ૧૨માં ઉમેરીએ તો ૪૮ થાય માટે ૧૨ના સ્થાને ૪૮ થાય. તેથી ૧૬ની બદલીમાં ૪૬ થયા. આ કુટ્ટકલબ્ધિ છે. તેમને આ રીતે

૮ ક્ષ   ૪૮
૧૧ ન   ૧૬ મૂકો. એટલે ક્ષ = ૧૬, અને ન = ૪૮ તેથી ય = ૩૬ થાય. { (કુલ ૧૦૦ − (૧૬ + ૪૮ = ૬૪) = ૩૬ }. તેથી **બીજો જવાબ.**

૧૬ હાથી, ૪૮ ઘોડા અને ૩૬ ઊંટ આવ્યા. આ જવાબ કુંવરીએ આપ્યો. તે કુંવરીએ જવાબ લાવવા આ રીતે દાખલો કર્યો હશે એમ અનુમાન થાય છે. આ બે રીત ઉપરથી સુજ્ઞ વાંચનારાને ખાતરી થશે કે પૂજ્ય શ્રી ભાસ્કરાચાર્યની બનાવેલ કુટ્ટક વ્યવહારની રીતમાં શું શું ખુબીઓ રહેલી છે કે એક જ દાખલામાં બબે જૂદી જૂદી રીતો લાગુ પાડી શકાય અને તેથી જવાબ પણ બબે બરાબર સાચા આવે.

મહેરબાન પ્રોફેસર સાહેબ સ્વામીનારાયણની નીચેની માન્યતા સાથે હું પણ મળતો થાઉં છું કે કદાચ સામળભટને આ દાખલામાં કુટ્ટક વ્યવહારની બે રીતો સ્વીકારી શકવી શક્ય છે, એમ લાગ્યું હશે. અને એવા કારણસર સામળભટે માત્ર બે જવાબ કહી બતાવ્યા છે અને આ દાખલાનો ત્રીજો પણ સાચો જવાબ લાવી શકાય છે. એવી ખબર સામળભટને કદાચ ન પણ હોય. પ્રોફેસર સાહેબ આ દાખલાનો ત્રીજો જવાબ લાવી બતાવે છે અને એ જવાબ લાવવામાં અત્યારે બીજી ગણિતના વિષમાં આપણે આગળ વધ્યા છીએ, તેને માન ઘટે છે એમ કોઇ માનતું હોય તો ન્યાયની ખાતર મારે કહેવું જોઇએ કે આ દાખલાનો જવાબ જૂના વખતથી જાણીતો છે. અત્યારે કોઇએ શોધ્યો હોય એમ નથી; કારણ સ્વ૦ ફકીરભાઈ કાસીદાસ મહેતાજી જેમણે જૂની ગુજરાતી હોપકૃત વાંચનમાળાના અર્થ બનાવ્યા હતા, એમણે સંવત ૧૯૨૬ની સાલે કોહેડાના હિસાબની ચોપડી ભાગ ૧લો છપાવેલ છે તેમાં આ દાખલાના ત્રણ જવાબ આપ્યા

છે. એ પુસ્તકમાં માત્ર જવાબ જ છે. રીત નથી. તે રીત પ્રોફેસર સાહેબના લેખમાં છે અને આ પુસ્તકમાં પણ છે. આ બધો યશ પૂજ્યશ્રી ભાસ્કરાચાર્યને ઘટે છે. અત્યારે પ્રોફેસર સાહેબ પૂજ્ય છે. અને તે માટે લાયક છે. એમને મારા વિનયપૂર્વક નમન હો ! અસ્તુ ! !

કુટ્ટક લબ્ધિ યાને ક્ષ અને ન ની નાનામાં નાની કિંમત આપણને મળી આવે તે ઉપરથી ક્રમવાર ચડતી રકમો શોધવાની રીત આથી અગાઉ સમજાવવામાં આવી છે. તે રીતનો આંહી પણ ઉપયોગ કરવાનો છે.

$\frac{\text{૮ક્ષ}+\text{૪૦૦}}{\text{૧૧}}$ = ની નાનામાં નાની કિંમતની રકમ ક્ષ = ૫ અને ન = ૪૦ છે. અથવા $\frac{\text{૮ ક્ષ}}{\text{૧૧ ન}}$ $\frac{\text{૪૦}}{\text{૫}}$ આવ્યા તે આપણે જાણીએ છીએ. અને તે ઉપરથી ૫ હાથી, ૫૫ ઊંટ અને ૪૦ ઘોડા. એ જવાબ જાણ્યો હવે $\frac{\text{૮ ક્ષ}}{\text{૧૧ ન}}$ $\frac{\text{૪૦}}{\text{૫}}$ છે તો $\frac{\text{૪૦} + \text{૮} = \text{૪૮}}{\text{૧૧} + \text{૫} = \text{૧૬}}$ આવ્યા. એટલે બીજી કુટ્ટક લબ્ધિ $\frac{\text{૪૮}}{\text{૧૬}}$ થઇ. એટલે ક્ષ = ૧૬, ન = ૪૮ ત્યારે (૧૦૦ − ૬૪) = ૩૬ તે ય = ૩૬.

આ બીજો જવાબ હા = ૧૬, ઊંટ ૩૬ અને ઘોડા ૪૮.

હવે $\frac{\text{૮ ક્ષ}}{\text{૧૧ ન}}$ $\frac{\text{૪૮}}{\text{૧૬}}$ છે તો $\frac{\text{૪૮} + \text{૮} = \text{૫૬}}{\text{૧૧} + \text{૧૬} = \text{૨૭}}$ માટે $\frac{\text{૮ક્ષ}}{\text{૧૧ન}}$ $\frac{\text{૫૬}}{\text{૨૭}}$ એટલે ક્ષ = ૨૭ અને ન = ૫૬ ત્યારે ય = (૧૦૦ − ૮૩) = ૧૭ માટે **ત્રીજો જવાબ.**

૨૭ હાથી, ૧૭ ઊંટ અને ૫૬ ઘોડા આવ્યા.

આ રીતે ત્રણ જવાબ આવ્યા.

૧ = ૫ હાથી ૫૫ ઊંટ ૪૦ ઘોડા = ૧૦૦ જાનવર

૨ = ૧૬ હાથી ૩૬ ઊંટ ૪૮ ઘોડા = ૧૦૦ જાનવર

૩ = ૨૭ હાથી ૧૭ ઊંટ ૫૬ ઘોડા = ૧૦૦ જાનવર

હવે આવા દાખલામાં ધોરણસર અટકળ કેમ કરવી તે બતાવીએ છીએ. દરેક વખતે અટકળ કામ નથી આવતી. માટે અટકળને મહત્વ આપ્યું નથી. પણ જ્યાં સરળતા હોય ત્યાં ઉપયોગ કરી જોવો. આપણી પાસે $\frac{૮ક્ષ+૪૦૦}{૧૧} = ન$ છે.

આનો અર્થ એ થાય છે કે ૪૦૦ માં એવી રકમ ઉમેરો કે ૧૧ થી નિઃશેષ ભાગી શકાય. આ રકમ ૪૦૦ પછીની જોઇએ. અને તે રકમ ૮ ક્ષ માંથી નીકળવી જોઈએ. તેવી રકમ પહેલ વહેલી ૪૦૮ આવે જો ક્ષ = ૧ ધારીએ તો. બીજી રકમ ૪૧૬ આવે જો ક્ષ = ૨ ધારીએ. એમ કરતાં છેવટે ૪૪૦ ની રકમ આપણને કામ આવશે. કારણ ૪૪૦ ÷ ૧૧ = ૪૦ આવે. હવે ૪૦ થયા, તે ૮ ક્ષ માંથી મળવા જોઈએ. માટે ક્ષ = ૫ અને ન = ૪૦ અને તે ઉપરથી ય = ૫૫

આમ અટકળ થઇ શકે. આમ પહેલો જવાબ મળી આવે. પછી તે ઉપરથી બીજો અને ત્રીજો જવાબ મેળવી લેવો.

આપણે બીજગણિતના નિયમ પ્રમાણે અટકળ કરી શકીએ નહીં પણ સરળતા હોય તો બની શકે ખરું એ બતાવવા ખાતર આટલી નોંધ લીધી છે.

વધુ વિવેચન.

આ દાખલો જો અક્ષરગણિત અને કુટ્ટક-લબ્ધિની મિશ્રિત રીતે ન કરવા ઇચ્છા થાય તો આની એક બીજી રીત નીચે પ્રમાણે છે.

(અ) કુલ જાનવર ૧૦૦ છે (બ) અને કુલ ૧૦૦ મણ દાણો રોજ વપરાય છે. હવે ધારો કે બધા ઘોડા છે અને ૧૦૦ મણ દાણો વપરાય છે તો ઘોડા ૧૦૦ × ૮ = ૮૦૦ થવા જોઇએ. વ્યાખ્યા પ્રમાણે આપણે ૧૦૦ જાનવર રાખી શકીએ એટલે આપણી પાસે ૭૦૦ જીવ (૮૦૦ – ૧૦૦) વધારે છે તેમાંથી ઊંટ અને હાથીની અદલા બદલી કરવી છે.

જો ૧ હાથી ધારીએ તો ૨૦ ઘોડા કમી થાય કારણ ૨૦ ઘોડા જેટલું ખાય તેટલું ૧ હાથી ખાય. હવે ૧ હાથી ધારીએ તો ૭૦૦ની સંખ્યામાંથી (૨૦ − ૧) ૧૯ સંખ્યા કમી થાય. એટલે જેટલા હાથી ધારીએ તેટલા ઓગણીસ ગણા નંગ કમી થાય જેથી એકપદ હાથી × ૧૯ : આવી જ રીતે ઊંટ × ૧૧ એ બીજું પદ. હવે ૭૦૦ = હાથી × ૧૯ + ઊંટ × ૧૧. હવે ૭૦૦ − હાથી × ૧૯ = ૧૯ ઊંટ. હવે $\frac{\text{૭૦૦ − હાથી × ૧૯}}{\text{૧૧}}$ = ઊંટ.

આનો અર્થ એ છે જે હાથીની એવી રકમ ધારવી કે જેને ૧૯ થી ગુણી ૭૦૦ માંથી બાદ કરીએ તો ૧૧ થી નિઃશેષ ભાગી શકાય. એક, બે, ત્રણ, ચાર એ રકમો સ્વીકારી શકાશે નહીં, પરંતુ જો ૫ ધારશું તો કાર્ય સફળ થાશે : જેમકે ૭૦૦ − (૫ × ૧૯) = ૧૧ ઊંટ. માટે ૭૦૦ − ૯૫ = ૬૦૫ હવે ૬૦૫ ÷ ૧૧ = ૫૫ ઊંટ. માટે **જવાબ** ૫ હાથી, ૫૫ ઊંટ અને ૪૦ ઘોડા. આ ઉપરથી બીજા બે જવાબ લાવી શકાશે. હવે પહેલીવાર હાથી માટે ૫ ધાર્યા તો બીજીવાર ૫ + ૧૧ = ૧૬ ધારવા જ પડશે. કારણ નીચે ભાજક ૧૧ છે તો ૫ માં ૧૧ ઉમેરવા જ પડે ત્યારે સરખો નિઃશેષ ભાજક થઇ શકે; અને એજ નિયમે હાથીની ત્રીજી કિંમત ૧૬ + ૧૧ = ૨૭ આવશે. હાથીની કિંમત ઉપરથી ઊંટની કિંમત સ્વયંવ નીકળી શકે.

દાખલો ૧૬૨ મો.

ચર્ચાપત્ર.

પ્રસિદ્ધ " વસંત " માસિકમાં સંવત ૧૯૬૯ ની સાલના અષાડ માસમાં " ભાતરવર્ષનો મહાન ગણિત શાસ્ત્રી ભાસ્કરાચાર્ય " માટે પ્રોફેસર સાહેબ જેઠાલાલભાઇ ચીમનલાલ સ્વામીનારાયણ એમ૦ એ૦ તરફથી એક લેખ રજુ થયો તેમાં કુટ્ટક વ્યવહારની રીતે સમીકરણો છોડવવાની રીત બતાવવામાં આવી હતી, તે ઉપરથી એ જ સાલના

આસુ માસના અંકમાં શ્રીયુત ડાહ્યાભાઈ ઉમેદચંદ શાહ તરફથી ત્રણ દાખલા રજુ કરવામાં આવ્યા. આ ત્રણ દાખલાની રીત કુટ્ટક વ્યવહારથી નથી થતી એમ નિખાલસ ભાવે જાહેર કરી એ બાબતમાં પોતાને રસ્તે ચઢાવવા, જ્ઞાતાઓને માનપૂર્વક વિનંતિ કરવામાં આવી હતી. ગમે તે કારણ હોય પણ કોઈ તરફથી એ ભાઇની શંકાઓનું સમાધાન થયું હોય એવું એ "વસંત" માસિકની એ જ સાલની આખી ફાઇલ જોતાં ક્યાંઈ પણ જોવામાં આવ્યું નથી. પોષ માસના અંકમાં (સંવત ૧૯૭૦) શ્રીયુત છોટાલાલભાઇ કહાનદાસ પટેલ, વાડજ લો૦ બો૦ સ્કૂલવાળાએ ઉપર પ્રમાણે રજુ થએલા ત્રણ દાખલામાંથી માત્ર એક જ દાખલો કુટ્ટક વ્યવહારની રીતથી કરી બતાવ્યો છે અને તેમાં પણ તેમણે ચોથા અનિશ્ચિત ટ ની મદદ લીધી છે.

શ્રીયુત ડાહ્યાભાઈ તરફથી રજુ થએલ ચર્ચાપત્ર નીચે પ્રમાણે છે.

દાખલો ૧ લો:—

વ્યાખ્યા: ૨૫૬ ને એવા સંખ્યાએ ગુણો અને ગુણાકારમાં ૬૪ ઉમેરતાં જે આવે તેને ૮૦ થી ભાગતાં નિ:શેષ આવે.

ઉપરના દાખલામાં ૨૫૬ ભાજ્ય : ૬૪ ક્ષેપક અને ૮૦ હાર છે. હવે એ ત્રણેને (સામાન્ય ભાજક) ૧૬ થી ભાગીએ તો અનુક્રમે ૧૬ ભાજ્ય : ૪ ક્ષેપક અને ૫ હાર આવે:

હવે ભાજ્ય અને હારનો દૃઢભાજક કરીએ તો ૫) ૧૬ (૩
૧૫
૧

(આ ફળ ૩ આવે) આ ફળને નીચે પ્રમાણે ગોઠવી એક વલ્લી તૈયાર કરીએ તો (૩ ૪ ૦) આમ આવે. હવે ૩ અને ૪ નો ગુણાકાર કર્યો તો ૧૨ આવ્યા. અને નીચે પ્રમાણે વલ્લી તૈયાર થઇ (૧૨ ૪) આ ૧૨/૪ એમાંથી એક કુટ્ટક હોવો જોઇએ.

પરંતુ ૨૫૬ ને ૧૨ વડે ગુણતાં ૩૦૭૨ આવે છે. તેમાં ૬૪ ક્ષેપ ઉમેરતાં ૩૧૩૬ આવે છે. આ સંખ્યાને ૮૦ એ ભાગતાં નિ:શેષ

આવે જ નહીં. પરંતુ આ દાખલાને ઇષ્ટ રાશિ રીતે ગણતાં ૬ કુટ્ટક આવે છે. એ સંખ્યાને ૨૫૬ થી ગુણી ૬૪ ઉમેરીએ તો ૧૬૦૦ આવે. આ સંખ્યાને ૮૦ એ ભાગતાં નિઃશેષ આવશે.

એ જ પ્રમાણે **૨ જો દાખલો** ૧૩ ભાજ્ય : ૫ ક્ષેપ : ૬ હાર છે.

૩ જો દા૦ ૧૯ ભાજ્ય : ૭ ક્ષેપ : ૯ હાર છે.

આ બે દાખલા પણ કુટ્ટક રીતે મળતા નથી. પણ ઇષ્ટિરાશિ રીતે બીજા દાખલાનો જવાબ ૭ આવે છે અને ત્રીજા દાખલાનો જવાબ ૨ આવે છે.

ઉપરના દાખલા કુટ્ટક રીતે કેમ મળતા નથી ?

મહેરબાન સ્વામીનારાયણે જે રીત આપેલી છે, તેમાં ભાજ્યને હારે ભાગતાં બે ફળ અથવા એથી અધિક ફળ આવે છે. પણ ઉપરના દાખલામાં એક ફળ આવે છે. મને લાગે છે કે જે દાખલામાં એક ફળ આવે તે દાખલા કુટ્ટક રીતે થતા નહીં હોય.

આ બાબતનો ખુલાસો મહેરબાન પ્રોફેસર સાહેબ આપશે તો હું તેમનો મોટો આભાર માનીશ. અને તેમને મેં જે પરિશ્રમ આપ્યો છે, તે તેઓ ક્ષમા કરશે.

(સૈ) ડાહ્યાભાઇ ઉમેદચંદ શાહ.

ઉપરના ચર્ચાપત્રનું સ્પષ્ટીકરણ.

શ્રીયુત "**વસન્ત**"ના તંત્રી સાહેબઃ-

ગત આશ્વિન સંવત ૧૯૬૯ ના અંકમાં રા. ડાહ્યાભાઈ ઉમેદચંદ શાહે. પ્રો૦ સ્વામીનારાયણે અષાઢના અંકમાં ભાસ્કરાચાર્યની ચર્ચેલી કુટ્ટક લબ્ધિની રીતિમાં શંકાસ્પદ પ્રસંગો દર્શાવી ખુલાસો માગ્યો છે, તેનું હું યથામતિ નીચે મુજબ સ્પષ્ટીકરણ કરૂં છું.

હું ધારૂં છું કે ભાજ્યને હારે ભાગતાં બે અગર અધિક ફળ આવે તો જ ઉક્ત રીતિથી અનિશ્ચિત સમીકરણોનો જવાબ મેળવી શકાય—અન્યથા નહી. માટે જ્યારે એક ફલ આવે ત્યારે કૃતિમાં એક પગથિયું વધારી બે કે વધારે ફળ નીપજાવવા યુક્ત છે.

ચર્ચાપત્રનો દાખલો નીચે પ્રમાણે છે :

૨૫૬ ને એવી સંખ્યાએ ગુણો કે ગુણાકારમાં ૬૪ ઉમેરતાં જે આવે તેને ૮૦ થી ભાગતાં નિઃશેષ આવે. ભાજ્ય : ક્ષેપ : અને હારને ૧૬ વડે નિઃશેષ ભાગી શકાય છે માટે ૧૬ ભાજ્ય : ૪ ક્ષેપ : ૫ હાર.

હવે કુટ્ટક સ્થાને ક્ષ અને ફલ સ્થાને ન મૂકીએ તો સમીકરણ નીચે પ્રમાણે થાય : $\frac{૧૬ક્ષ+૪}{૫}$ = ન એટલે ૧૬ ક્ષ + ૪ = ૫ ન અથવા ૧૬ ક્ષ − ૫ ન = − ૪. આ એક અનિશ્ચિત સમીકરણ થયું. એનો જવાબ કુટ્ટક લબ્ધિથી મેળવવા જતાં એક ફલ આવે છે. માટે અધિક ફલ મેળવવા માટે સમાનતાના બન્ને પક્ષને ૨ વડે ગુણ્યા તો, $\frac{૩૨ક્ષ+૮}{૫}$ = ૨ ન થયા, હવે દૃઢભાજક કરો.

૫) ૩૨ (૬ પહેલો આંક :   ૨) ૫ (૨ બીજો આંક :
    ૩૦   ૪
    ——   ——
    ૨   ૧

તેથી નીચે પ્રમાણે વલ્લી થઈ (૬ ૪ ૨ ૦) પહેલી વલ્લી. (૬ ૧૦૪ ૨) આ બીજી વલ્લી. (૧૬ ૧૦૪) આ ત્રીજી વલ્લી. આમાં ત્રીજી વલ્લીમાં ૧૬ કુટ્ટક અને ૧૦૪ એ ફલની બમણાઇ છે માટે ફલ ૫૨ તેથી ક્ષ = ૧૬ : ન = ૫૨ તેની ખાતરી.

૧૬ × ૧૬ = ૨૫૬ : + ૪ = ૨૬૦ ને ૫ થી નિઃશેષ ભાગી શકાય છે અને જવાબ ૫૨ આવે છે. છેલ્લી વલ્લીમાં જે કુટ્ટક છે તે સિવાયની બીજી સંખ્યા હારે ભાગતાં ફલ તરીકે આવવી જોઇએ. આ પ્રમાણે છેવટની લબ્ધિ નીચે પ્રમાણે થાય છે : ૧૬ × ૧૬ + ૪ = ૫ × ૫૨ : ૧૬ × ૧૬ − ૫ × ૫૨ = − ૪.

હવે પ્રો૦ સ્વામીનારાયણ જણાવે છે તે પ્રમાણે ૧૬ ને બદલે ૧૬ + ૫ ટ અને ૫૨ ને બદલે ૫૨ + ૧૬ ટ લખીએ તો પણ

ઉપરના સમીકરણમાં ફેરફાર થાશે નહીં. માટે ૧૬ (૧૬ + ૫ ટ) − ૫ (૫૨ + ૧૬ ટ) = ૨૫૬ + ૮૦ ટ − ૨૬૦ − ૮૦ ટ = − ૪.

આ મુજબ ૧૬ + ૫ ટ માંથી બધા કુટ્ટકો જડી આવે છે છે કેમકે ટ ને કોઈ પણ ઋણ કે ધન પૂર્ણાંક કિંમત આપી શકશે.

તેથી કુટ્ટક = ૧૬ + ૫ ટ અને ફલ = ૫૨ + ૧૬ ટ.

હવે ટ ની કિંમત − ૧ ધારીએ તો કુટ્ટક ૧૬ − ૫ × ૧ = ૧૧ અને ફલ ૫૨ − ૧૬ × ૧ = ૩૬. જો ટ ની કિંમત − ૨ ધારીએ તો કુટ્ટક = ૧૬ − ૫ × ૨ = ૬ અને ફલ = ૫૨ − ૧૬ × ૨ = ૨૦. છેલ્લો જવાબ ચર્ચાપત્રીએ ઇષ્ટ રાસિથી કાઢયો છે. તેજ રીતે કુટ્ટક લબ્ધિથી આવી રહ્યાં. ઉપરાંત ટ ની કિંમત − ૩ અથવા હરકોઈ પૂર્ણાંક ધન સંખ્યા ધારીએ તો બધા પૂર્ણાંક જવાબો જડી આવશે.

(સં) છોટાલાલ કહાનદાસ પટેલ.

વાડજ લો. બો. સ્કૂલ.

આ રીતે "વસંત" માસિકમાં આવેલા ચર્ચાપત્ર અને ચર્ચાપત્રીનું સ્પષ્ટીકરણવાળી બાબત પૂરી થાય છે. તેથી હવે હું "લીલાવતી" ગણિતમાં બતાવેલ કુટ્ટક વ્યવહારની રીતે આ દાખલો અને તે સાથે શ્રીયુત ડાહ્યાલાલભાઇએ બીજા બે દાખલા રજુ કર્યા હતા તે એમ ત્રણે દાખલા આ નીચે લખ્યા છે અને ગણી બતાવ્યા છે.

દાખલો ૧ લો:

$\frac{૧૬ક્ષ + ૪}{૫}$ = ન્ન અથવા ૧૬ ભાજ્ય ૪ ક્ષેપ અને ૫ હાર. એ સમીકરણ યાને વ્યાખ્યા આપણાં હાથમાં છે.

એકવાર અત્ર આ દાખલાના ત્રણ જવાબ રજુ કરૂં છું.

૧ લો જવાબ ક્ષ = ૧ અને ન્ન = ૪ : ૨ જો જવાબ ક્ષ = ૬ અને ન્ન = ૨૦ : ૩ જો જવાબ. ક્ષ = ૧૧ અને ન્ન = ૩૬ : ઉપર ચર્ચાપત્રોમાં આમ ત્રણ જવાબ બતાવ્યા છે તેથી આંહી પણ ત્રણ જવાબ રાખ્યા છે. હજુ પણ વધુ જવાબ લાવવા હોય તો આવી શકે એમ છે.

હવે શ્રીયુત છોટાલાલભાઈ તરફથી લખાએલ "ચર્ચાપત્રીનું સ્પષ્ટીકરણવાલા લેખમાં આપેલ સૂચના પ્રમાણે આમાં સમાનતાના બન્ને પદોને અધિક ફલ લાવવા માટે ૨ થી ગુણવા એમ કહે છે. પણ ખરી રીતે આપણે એમ કરવાની જરૂર નથી.

શ્રીયુત છોટાલાલભાઈએ આ દાખલાનો જવાબ ટ ની મદદથી કરી બતાવ્યો. પણ આપણે ટ ની મદદ લેવી નથી. હવે શ્રીયુત છોટાલાલભાઈની રીતમાં વલ્લીના અંતે $\frac{૧૦૪}{૧૬}$ આવ્યા. તેમાંથી $\frac{૫૨}{૧૬}$ રહ્યા. હવે આ બે આંકડા $\frac{૩૨}{૧૦}$ ના સંબંધી છે માટે $\frac{૫૨}{૧૬}$ માંથી $\frac{૩૨}{૧૦}$ નો ભાગ લેવો એટલે $\left\{\frac{૫૨ \div ૩૨}{૧૬ \div ૧૦} = \right.$ $\left\{\begin{matrix} \text{૧ ભાગાકારનો જવાબ અને શેષ ૨૦} \\ \text{૧ ભાગાકારનો જવાબ અને શેષ ૬} \end{matrix}\right\}$ આવ્યા. $\frac{૨૦}{૬}$ આ બે

જવાબ

કુટ્ટક લબ્ધિ માટે $\frac{૩૨ \text{ ક્ષ}}{૧૦ \text{ ઞ}}$ $\frac{૨૦}{૬}$ માટે ક્ષ=૬ અને ઞ=૨૦. આ જવાબ મૂળ ચર્ચાપત્રીએ છોટ રાશીથી લાવ્યો હતો. આ જવાબ સમાનતાના બે પદના બમણા કર્યા તેથી આવ્યો.

હવે જો સમાનતાના બન્ને પદ જેમ છે તેમ રાખીને જવાબ લાવવા પ્રયત્ન કરીએ તો પણ ચાલી શકે એમ આપણે કર્યું છે. માટે: $\frac{૧૬\text{ક્ષ}+૪}{૫} = \text{ઞ}$.

હવે ૫) ૧૬ (૩ આ આંકમાંથી વલ્લી બનાવી તો (...)
૧૫ પહેલી વલ્લી થઇ. આમાંથી બીજી વલ્લી
——
૧ (...) થઈ. આ બે $\frac{૧૨}{૪}$ તે $\frac{૧૬}{૫}$ ના

ના સંબંધી છે આથી પહેલાં કુટ્ટક લબ્ધિના બે આંક ભાજ્ય અને હારના આંકોથી મોટા આવતા તેથી ભાગાકાર કરી સામાન્ય ભાગાકારનો જવાબ ઉડાડી દેતા. આહીં તેવું નથી માટે આ કુટ્ટક લબ્ધિના આંક $\frac{૧૨}{૪}$ વિષમ વલ્લીના કારણે ભાજ્ય હારમાંથી બાદ કરવા જેથી પરિણામે આવશે $\frac{૪}{૧}$ આ કુટ્ટક લબ્ધિ આવ્યા. એટલે $\frac{૧૬ \text{ ક્ષ}}{૫ \text{ ઞ}}$ $\frac{૪}{૧}$ થયા માટે પહેલો **જવાબ** ક્ષ = ૧ અને ઞ = ૪ આ આંક સૌથી નાનામાં નાના

સમજવા અને તે ઉપરથી બીજો જવાબ $\begin{matrix} ૧૬ & ક્ષ \\ ૫ & ગ \end{matrix} \times \begin{matrix} ૪ \\ ૧ \end{matrix}$ માટે $\frac{૪}{૧} + \frac{૧૬}{૫} = \frac{૨૦}{૬}$ માટે ક્ષ = ૬ અને ગ = ૨૦ : આ ઉપરથી ત્રીજો જવાબ. $\begin{matrix} ૧૬ & ક્ષ \\ ૫ & ગ \end{matrix} \times \begin{matrix} ૨૦ \\ ૬ \end{matrix}$ માટે $\begin{matrix} ૨૦ + ૧૬ = ૩૬ \\ ૬ + ૫ = ૧૧ \end{matrix}$ માટે ક્ષ = ૧૧ અને ગ = ૩૬ આવ્યા. આ રીતે ત્રણ જવાબ લાવી બતાવ્યા.

જો આપણે અટકળથી જવાબ લાવવા માગીએ તો પણ જવાબ આવી શકે. જાણે આપણી પાસે $\frac{૧૬ ક્ષ + ૪}{૫}$ = ગ સમીકરણ છે. હવે આપણે ૧૬ ક્ષ + ૪ માંથી એવો આંક બનાવવો કે જે પાંચથી નિ: શેષ ભાગી શકાય. તેવો આંક ૧૬ + ૪ = ૨૦ છે. હવે જો ક્ષ = ૧ ધારીએ તો જ ૧૬ ક્ષ માંથી ૧૬ થાય માટે ક્ષ = ૧ અને ગ = ૪ આવે. આ એક જવાબ હવે તે ઉપરથી બીજા એ જવાબ ઉપર બતાવેલ રીતથી લાવવા.

હજુ આ દાખલાની એક રીત નીચે પ્રમાણે છે.

૧૬ ભાજ્ય : ૪ ક્ષેપ : અને ૫ હાર છે. = $\frac{૧૬ ક્ષ + ૪}{૫}$ = ગ

હવે ૧૬ ભાજ્ય અને ૪ ક્ષેપકને ૪ થી ઉડાડવા એટલે આવશે ૪ ભાજ્ય અને ૧ ક્ષેપક આ ઉપરથી નવું સમીકરણ $\frac{૪ ક્ષ + ૧}{૫}$ = ગ

હવે ૫) ૪ (૦ ૧લો આંક   :   ૪) ૫ (૧ બીજો આંક આ
           $\frac{૦}{૪}$ $\frac{૪}{૧}$

આ ઉપરથી વલ્લી (૦ ૧ ૧ ૦) પહેલી થઈ. તે ઉપરથી બીજી વલ્લી (૦ ૧ ૧) થઈ. આમાંથી ત્રીજી વલ્લી (૧ ૧) થઇ. આમ $\frac{૧}{૧}$ બે આંક આવ્યા. આ બે આંકના સંબંધી $\frac{૪}{૫}$ છે. પણ ખરી રીતે અંશસ્થાને ૧ આવેલ છે, તેનું કારણ એ કે ૧૬ માંથી ૪ કર્યાં ત્યારે ૧ આવ્યો માટે એ ૧ × ૪ = ૪ થયા. આ રીતે $\frac{૪}{૧}$ આવ્યા. આ કુટ્ટક-લબ્ધિ આવ્યા. આ પ્રમાણે ક્ષ = ૧ અને ગ = ૪ પહેલો જવાબ.

આ રીતે સમાનતાના બન્ને પદને ૨ થી ગુણ્યા વગર જેમના તેમ કાયમ રાખી જવાબ લાવી બતાવ્યા છે.

દાખલો ૨ જો.

વ્યાખ્યા : ૧૩ ભાજ્ય : ૫ ક્ષેપ : ૬ હાર એટલે (૧૩ક્ષ±૫)/૬ = ગ

રીત :—

૬) ૧૩ (૨ : હવે પહેલી વલ્લી (~ ~ ૦) થઈ તેમાંથી
    ૧૨
     ૧

બીજી વલ્લી (~ ~) આ પ્રમાણે ૧૦/૫ આવ્યા અને તે ૧૩/૬ના સંબંધી છે. પહેલી વલ્લીમાં ત્રણ આંક છે એટલે વિષમ વલ્લી થઇ માટે ૧૩/૬માંથી ૧૦/૫ બાદ કરવા. જેથી ૩/૧ આવ્યા. આ કુટ્ટક–લબ્ધિ થઇ. તેની ખાતરી ૧૩ × ૧ + ૫ = ૧૮ અને ૬ × ૩ = ૧૮ માટે પહેલો જવાબ ક્ષ = ૧ અને ગ = ૩.

શ્રીયુત ડાહ્યાલાલભાઈ જેઓ આ પ્રશ્નના મૂળ ઉત્પાદક છે તેઓ એમ કહે છે કે ઇષ્ટ રાશિથી આ દાખલામાં કુટ્ટક ૭ આવે છે. આ વાત એમની બરાબર છે. કારણ આપણી પાસે પહેલા કુટ્ટક લબ્ધિના આંક ૩/૧ આવ્યા. હવે ૧૩ ક્ષ / ૬ ગ ╳ ૩ / ૧ પછી + ૧૩ = ૧૬ / + ૬ = ૭ આ બીજા કુટ્ટક લબ્ધિ તેમાં કુટ્ટક યા ક્ષ = ૭ અને લબ્ધિ યાને ગ = ૧૬ આવ્યા. આ બીજા જવાબમાં શ્રીયુત ડાહ્યાભાઇની વાત રહી છે, અને તે ઉપરથી ત્રીજો જવાબ ૧૩ ક્ષ / ૬ ગ ╳ ૧૬ / ૭ તેમાં

+ ૧૩ = ૨૯ માટે ક્ષ ૧૩
+ ૬ = ૧૩ માટે ગ ૨૯

આ ઉપરથી ધ્યાનમાં આવશે કે શ્રીયુત ડાહ્યાભાઈની મૂળ વ્યાખ્યા કાયમ રાખીને આ જવાબ લાવ્યા છીએ.

હવે સમાનતાના બન્ને પદોને ગુણાકારથી મોટા કરી શ્રીયુત

છોટાલાલભાઇની વાત રાખવી હોય તો નીચે પ્રમાણે થઇ શકે છે.

રીત :—

હવે ભાજ્ય અને હારના ટુંકા ટુંકા ગ.૨૫ ૬૬ ભાજકની રીતે કરતાં જ્યારે શેષ ૧ વધે ત્યારે રીત બંધ કરવી. આ શેષ ૧ વધવો જ જોઇએ. શેષ ૦ શૂન્ય આવે તે સ્વીકારી શકાય નહીં. આ નિયમ ધ્યાનમાં રાખી, આ દાખલામાંના બન્ને સમાન પદોને કયા આંકથી ગુણવા, તે ઉપર વિચાર કરવો. આમાં ભાજ્ય ૧૩ અને ભાજક ૬ એટલે જો ૧૩ ને ૨ થી ગુણીએ તો નીચે ૦ આવશે માટે ૨ થી ગુણવાનું સ્વીકારી શકાય નહીં. તેવી જ રીતે ૩ થી કે ૪ થી ગુણવાનું પણ સ્વીકારી શકાશે નહીં. પરંતુ જો ૫ થી ગુણશું તો નિયમ પ્રમાણે છેવટે શેષમાં ૧ આવશે. માટે હવે આપણી પાસે નવી વ્યાખ્યા થઇ ૬૫ ભાજ્ય : ૨૫ ક્ષેપક : અને ૬ હાર અથવા

$\frac{૬૫ ક્ષ + ૨૫}{૬}$ = ૫ ગ અથવા $\frac{૬૫ ક્ષ + ૨૫}{૩૦}$ = ગ પણ થાય.

રીત :—

૬) ૬૫ (૧૦ ૧લો આંક : ૫) ૬ (૧ : બીજો આંક
$\underline{૬૦}$: $\underline{૫}$
૫ : ૧

આમાંથી વલ્લી (૦/૧ ૦ ૧/૪ ૦) પહેલી વલ્લી તૈયાર થઇ. તેમાંથી

બીજી વલ્લી (૦/૧ ૧/૪ ૧/૪) થઇ. આમાંથી ત્રીજી વલ્લી (૧/૪ ૧/૪) થઇ

આ બે આંક $\frac{૨૭૫}{૨૫}$ આવ્યા. હવે આ બે આંક $\frac{૨૭૫}{૨૫}$ પોતાના સબંધી $\frac{૬૫}{૬}$ થી મોટા છે માટે ૨૭૫ ÷ ૬૫ = ભાગાકારનો જવાબ ૪ અને ૧૫ શેષ આવ્યા અને ૨૫ ÷ ૬ = તેમાં ભાગાકારનો જવાબ ૪ અને ૧ શેષ આવ્યા: આમાં બન્નેનો ૪ ભાગાકારનો જવાબ સામાન્ય છે તે ઉડાડી દેવો બાકી શેષ વધ્યા તે આ પ્રમાણે $\frac{૧૫}{૧}$ લખવા. આમાં ૧૫ આવ્યા તેનું કારણ કે ભાજ્યની રકમ પાંચ ગણી

કરી. જો પાંચ ગણી ન હોત તો, ૧૫ ÷ ૫ = ૩ આવત માટે $\frac{૩}{૧}$ એ શુદ્ધ કુટ્ટકલબ્ધિ થઈ. આ ઉપરથી વધારાના જવાબો આગળ બતાવેલ રીત પ્રમાણે ધી લેવા.

દાખલો ૩જો :

૧૯ ભાજ્ય : ૭ ક્ષેપક : ૯ હાર અથવા $\frac{૧૯ ક્ષ + ૭}{૯}$ = ગ.

રીત :

૯) ૧૯ (૨ : આમાંથી ૧ લી વલ્લી (૨ ૧ ૦) થઈ. હવે
$\frac{૧૮}{૧}$: બીજી વલ્લી ($\frac{૨}{૧}$ ૧) થઈ. હવે આ બે

આંક $\frac{૧}{૪}$ આવ્યા. આમાં વલ્લી વિષમ છે માટે મૂળ સંબંધી આંક $\frac{૧}{૯}$ માંથી $\frac{૧}{૪}$ બાદ કરવાથી બાકી આવે $\frac{૫}{૨}$ આ કુટ્ટક લબ્ધિ થઇ. માટે આ $\frac{૧૯ ક્ષ}{૯ ગ}$ ⨯ $\frac{૫}{૨}$ ઉપરથી ક્ષ = ૨ અને ક્ષ = ૫ થાય તેની ખાતરી ૧૯ × ૨ + ૭ = ૪૫ અને ૯ × ૫ = ૪૫ થયા આ રીતે સૌથી નાનામાં નાની રકમ અથવા ૧લી કુટ્ટક-લબ્ધિ ક્ષ = ૨ : ગ = ૫ : આ ઉપરથી $\frac{૧૯ ક્ષ}{૯ ગ}$ ⨯ $\frac{૫}{૨}$ હતા તેમાં $\frac{+ ૧૯ = ૨૪}{+ \quad ૯ = ૧૧}$ આવ્યા. આ રીતે બીજા કુટ્ટક-લબ્ધિ નીકળી શકે એમ છે. પ્રથમ આવેલ કુટ્ટક-લબ્ધિ શ્રીયુત ડાહ્યાલાલભાઇએ સ્વીકારેલ છે.

હવે આગળના દાખલા પ્રમાણે સમાનતાના બન્ને પદો ઉપર વધુ સંસ્કાર પાડવાનો હોય તો પણ બની શકે એમ છે. આમાં બમણા થઈ શકશે માટે $\frac{૩૮ ક્ષ + ૧૪}{}$ = ૨ ગ : આ સમીકરણ.

રીત :—

૯) ૩૮ (૪ : ૧લો આંક : ૨) ૯ (૪ બીજો આંક માટે
$\frac{૩૬}{૨}$ $\frac{૮}{૧}$

૧ લી વલ્લી (૪ ૪ $\frac{૨}{૧}$ ૦) થઈ. આમાંથી બીજી વલ્લી (૪ $\frac{૯}{૨}$ $\frac{૨}{૧}$)

આમાંથી ત્રીજી વલ્લી ($\frac{૩૮}{૯}$ $\frac{૯}{૨}$) થઈ. આ બે આંક $\frac{૨૩૮}{૫૬}$ આવ્યા.

આ બન્ને આંક પોતાના સંબંધી આંક $\frac{૩૮}{૯}$ થી મોટા છે માટે ૨૩૯ ÷ ૩૮ : ભાગાકારનો જવાબ ૬ અને ૧૦ : પછી ૫૬ ÷ ૯ ભાગાકારનો જવાબ ૬ અને શેષ ૨ : ભાગાકારનો સામાન્ય જવાબ ૬ ઉડી જાય બાકી શેષ આ પ્રમાણે $\frac{૧૦}{૨}$ મૂક્યા. આમાં ૧૦ આવ્યા તેનું કારણ કે મૂળ ભાજ્ય રકમ બમણી કરી હતી માટે ૧૦ ÷ ૨ = ૫ આવ્યા. માટે પ્રથમ આવેલ કુટ્ટક લબ્ધિ પ્રમાણે આંહી પણ $\frac{૫}{૨}$ આવ્યા. આ ઉપરથી આગળની માફક વધુ કુટ્ટક-લબ્ધિ શોધી લેવા.

નિવેદન.

આ રીતે અજ્ઞાત સંખ્યા ક્ષ અને જ્ઞ ની કિંમત યાને કુટ્ટક-લબ્ધિ શોધવા માટે બે રીત આપ સમક્ષ રજુ કરી છે. તેમાં ૧લી રીતમાં પ્રો૦ સાહેબ સ્વામીનારાયણ જેવા ગણિતના અત્યારે આચાર્ય લેખાતા મહાશય તરફથી ચોથા અજ્ઞાત ટની મદદ લઈ જવાબ લાવી બતાવેલ છે. અને ૨જી રીતમાં મેં વિદ્યાર્થીભાવે વિદ્યાર્થીઓની મુશ્કેલી સમજી રીત બતાવી છે. પણ ખરી રીતે એ રીત મારી પોતાની નથી. પણ જેમને સારી આલમ અને પ્રો૦ સાહેબ પોતે પણ ભારતના ગણિત-શાસ્ત્રી કહે છે, એવા પૂજ્ય ભાસ્કરાચાર્યે પોતાના "લીલાવતી" નામના ગણિતના પુસ્તકમાં તે રીત બતાવી છે. એ મેં વાંચી, સમજી, યથાશક્તિ પ્રમાણે નમ્ર ભાવે જાહેરમાં મૂકી છે. હવે આ બે રીતમાંથી જેમને જે રીત અનુકૂળ આવે તે સ્વીકારી લે. પૂજ્ય સ્વામીનારાયણ સાહેબને મેં ગુરૂ માન્યા છે. અને છે પણ એમ જ. "લીલાવતી"ની રીતથી આ નીચે બીજા રમુજી દાખલા રીત સહીત આપી આ વિભાગ પૂરો કરવા માગુછું. : **અટકળની રીત** :

અત્યાર સુધીમાં કુટ્ટક-લબ્ધિ શોધી કાઢવા માટે આપણે ધોરણસર રીત વાપરી છે. પરંતુ કેટલીક વખતે સમીકરણો એવી સરળતાથી આવી જાય છે કે આપણે ધોરણસર વહી ન બનાવીએ તો પણ બુદ્ધિબળથી અટકળ કરીએ તો કુટ્ટક-લબ્ધિ મળી આવે છે.

આ અટકળ કેવી રીતે લગાડવી તે માટે મને જે કાંઈ સ્ફુરી આવ્યું છે તે હું આપ સમક્ષ રજુ કરૂં છું. આ મારી અટકળ સર્વમાન્ય થાય તે માટે હું આગ્રહ કરી શકું નહીં. એ સુજ્ઞ વાંચનારાઓની મુનસુફીની વાત છે.

(**અ**) ૨૨૧ ભાજ્ય : ૬૫ ક્ષેપ : ૧૯૫ હાર એમનું ટુંકું રૂપ ૧૭ ભાજ્ય : ૫ ક્ષેપ : ૧૫ હાર : અથવા $\frac{\text{૧૭ક્ષ}\pm\text{૫}}{\text{૧૫}}$ = ગ :

હવે ક્ષની કિંમત શું? પ્રથમ ક્ષની કિંમત ૧ ધારીએ તો ૧૭ × ૧ + ૫ = ૨૨ થાય તે ૧૫ થી નિઃશેષ ન ભાગી શકાય. અત્રે ૭ શેષ વધ્યા. હવે ૨ ધારીએ તો ૧૭ × ૨ = ૩૪ + ૫ = ૩૯ ÷ ૧૫ એટલે શેષ ૯ વધ્યા. આમ ક્ષની કિંમત જેમ જેમ વધારતા જઈએ તેમ તેમ શેષમાં ૨ નો વધારો થતો જાય. આ રીતે ક્ષના ૩ ધારીએ તો શેષ ૧૧ વધે, ક્ષના ૪ ધારીએ તો શેષ ૧૩ વધે અને ક્ષના ૫ ધારીએ તો શેષ ૧૫ વધે. શેષ ૧૫ વધે એટલે ૧૫ થી નિઃશેષ ભાગી શકાય માટે ક્ષ = ૫ થયા. માટે ૧૭ × ૫ + ૫ = ૯૦ થયા તે ૧૫ ગ = ૯૦ માટે ગ = $\frac{\text{૯૦}}{\text{૧૫}}$ = ૬ આ રીતે ક્ષ = ૫ અને ગ = ૬ આવ્યા. અને કુટ્ટક-લબ્ધિ $\frac{\text{૬}}{\text{૫}}$ થઈ.

(**બ**) $\frac{\text{૧૭ક્ષ}-\text{૫}}{\text{૧૫}}$ = ગ :

હવે પ્રથમ ક્ષના ૧ ધાર્યા તો ૧૭ × ૧ − ૫ = ૧૨ આવ્યા તે ૧૫ થી ઓછા છે પછી ક્ષના ૨ ધાર્યા તો ૧૭ × ૨ = ૩૪ − ૫ = ૨૯ પછી ક્ષ = ૩ ધાર્યા તો ૫૧ − ૫ = ૪૬ : પછી ક્ષના ૪ ધાર્યા તો ૧૭ × ૪ = ૬૮ − ૫ = ૬૩ આવ્યા. પછી ક્ષના ૫ ધાર્યા તો ૮૫ − ૫ = ૮૦ : પછી ૬ ધાર્યા તો ૧૦૨ − ૫ = ૯૭ પછી ૭ ધાર્યા તો ૧૧૯−૫=૧૧૪ : પછી ૮ ધાર્યા તો ૧૩૬−૫=૧૩૧ : પછી ૯ ધાર્યા તો ૧૫૩ − ૫ = ૧૪૮ પછી ૧૦ ધાર્યા તો ૧૭૦ − ૫ = ૧૬૫ આવ્યા. એટલે ૧૬૫ ને ૧૫ થી નિઃશેષ ભાગી શકાશે. માટે ક્ષ = ૧૦ હવે ૧૭ × ૧૦ − ૫ = ૧૬૫ માટે ૧૫ ગ = ૧૬૫ માટે ગ = $\frac{\text{૧૬૫}}{\text{૧૫}}$ = ૧૧ માટે ક્ષ = ૧૦ અને ગ = ૧૧ કુટ્ટક-લબ્ધિ $\frac{\text{૧૧}}{\text{૧૦}}$.

(ક) ૧૦૦ ભાજ્ય : ૯૦ ક્ષેપક ૬૩ હાર. તેનું ટુંકું રૂપ ૧૦ ભાજ્ય ૯ ક્ષેપક અને ૬૩ હાર ફરી ટુંકુ રૂપ ૧૦ ભાજ્ય ૧ ક્ષેપક ૭ હાર એટલે $\frac{૧૦ક્ષ±૧}{૭}$ = ગ:

રીત ઉપર બતાવેલા નિયમ પ્રમાણે ક્ષ = ૧ ધારીએ તો $\frac{૧૧}{૭}$ થાય. ક્ષ = ૨ ધારીએ તો $\frac{૨૦±૧}{૭} = \frac{૨૧}{૭}$ થાય. માટે ક્ષ = ૨ હવે. ૧૦ × ૨ + ૧ = ૨૧ હવે ૨૧ = ૭ ગ માટે ગ = $\frac{૨૧}{૭}$ = ૩ માટે. ક્ષ = ૨ અને ગ = ૩ કુટ્ટકલબ્ધિ $\frac{૩}{૨}$ આવે. હવે જો સમીકરણ ૧૦ ક્ષ + ૧ = ૭ ગ હોય તો $\frac{૩}{૨}$ આવે. જો સમીકરણ $\frac{૧૦ક્ષ+૯}{૬૩}$ = ગ હોય તો $\frac{૩}{૧૮}$ કુટ્ટકલબ્ધિ આવે કારણ ($\frac{૩}{૨}$ × ૯ માટે $\frac{૩}{૧૮}$). હવે જો

સમીકરણ = $\frac{૧૦૦ \text{ ભાજ્ય} + ૯૦}{૬૩}$ = ગ હોય તો કુટ્ટકલબ્ધિ $\frac{૩૦}{૧૮}$ આવે

આ બધી રીત આગળ સમજાવી ગયા છીએ.

(ડ) વ્યાખ્યા ઉપર પ્રમાણે માત્ર ક્ષેપકની પૂર્વે રૂણ છે. માટે $\frac{૧૦ક્ષ-૧}{૭}$ = ગ જો આમ હોય તો નીચે પ્રમાણે કરવું.

રીત: જો ૧ ધારીએ તો ૧૦ × ૧ − ૧ = $\frac{૯}{૭}$ થાય. ક્ષના ૨ ધારીએ તો ૨૦ − ૧ = $\frac{૧૯}{૭}$ થાય. ક્ષ ૩ ધારીએ તો ૩૦ − ૧ = $\frac{૨૯}{૭}$ થાય. ક્ષ = ૪ ધારીએ તો ૪૦ − ૧ = $\frac{૩૯}{૭}$ થાય. ક્ષના ૫ ધારીએ તો ૫૦ − ૧ = $\frac{૪૯}{૭}$ થાય. માટે ક્ષ = ૫ હવે ક્ષ = ૫ માટે ૧૦ × ૫ − ૧ = ૪૯ હવે ૭ ગ = ૪૯ માટે ગ = $\frac{૪૯}{૭}$ = ૭ આવ્યા. એટલે કુટ્ટક લબ્ધિ $\frac{૭}{૫}$ આવ્યા. તેને $\frac{×}{×}\frac{૧૦}{૯} = \frac{૭૦}{૪૫}$ આવ્યા.

(ઇ) **વ્યાખ્યા.** ૫ ભાજ્ય: ૨૩ ક્ષેપ: ૩ હાર. એટલે $\frac{૫ક્ષ+૨૩}{૩}$=ગ

રીત: આમાં ક્ષ = ૨ ધારીએ તો ૧૦ + ૨૩ = ૩૩ આવ્યા માટે ૩ ગ = $\frac{૩૩}{૩}$ ∴ ગ = ૧૧. માટે ક્ષ = ૨ અને ગ = ૧૧ **જવાબ**

(ફ) $\frac{૫ક્ષ-૨૩}{૩}$ = ગ

રીત: ક્ષ ની કિંમત એવી લેવી કે ૫ થી ગુણતાં ૨૩ ઉપર આવે. હવે જો ક્ષના ૬ ધારીએ તો ૩૦ − ૨૩ = $\frac{૭}{૩}$ આવે અને જો

ક્ષ=૭ ધારીએ તો ૭×૫=૩૫ હવે ૩૫−૨૩=૧૨ આવ્યા. આ ૧૨÷૩=૪ થયા. માટે ક્ષ=૭ અને ગ=૪ માટે કુટ્ટકલબ્ધ ૪ આવ્યા.

જો ક્ષની કિંમત ૧૦ સુધીમાં નીકળતી હોય તો અટકળથી કામ કરતાં કંટાળો ન આવે. જો તેથી બહાર હોય તો પછી અટકળ લગાડવી કંટાળારૂપ લાગે. માટે અટકળ ઉપર બહુ વજન આપવાનું નથી. માત્ર નમુના દાખલ રીત બતાવી છે. આ દાખલાઓ કુટ્ટક વ્યવહારમાં આવી ગયા છે ત્યાં વધુ વિગત જોઇ લેવી.

પત્ર વ્યવહાર.

આ પુસ્તક છપાતું હતું, ત્યારે શ્રીબાલીસાણાવાળા શ્રીયુત ભોગીલાલભાઈ હિંમતલાલ શાહ સાથે આ ગણિતના હિત માટે હું પત્ર વ્યવહાર ચલાવતો હતો, તે મેં નિવેદનમાં કહ્યું છે. એમણે મને નીચેનો એક પ્રશ્ન પૂછી જવાબ માગ્યો.

પ્રશ્ન:–એક કંદોરામાં આંકડીઓ છે. તેમાંથી બબ્બે, ત્રણ ત્રણ, ચારચાર, એમ ક્રમવાર ચડતા આંક તે બાર બાર સુધી ગણીગણીને કહાડીએ તો ૧ વધે. જો ૧૩ ગણીને કહાડીએ તો કાંઇપણ વધે નહીં. કહો ત્યારે કુલ આંકડી કેટલી ?

મારી રીતઃ—૨: ૩: ૪: ૫: ૬: ૭: ૮: ૯: ૧૦: ૧૧: ૧૨: એ બધાનો લઘુત્તમ સાધારણ ભાજ્ય ૨૭૭૨૦ કહાડયો. પછી દાખલાની રીત લાગુ પાડી (જુઓ પૃષ્ઠ ૨૫૬). હવે ૨૭૭૨૦ × ૩ + ૧ = ૮૩૧૬૧ આવે જે ૧૩ થી નિઃશેષ ભાગી શકાય. માટે જવાબ ૮૩૧૬૧ આંકડી.

આ જવાબ મોકલતી વખતે મેં એમને આ પુસ્તકમાંથી દાખલો ૧૬૧ મો પૂછ્યો. તેનો જવાબ તેમણે તેમની બીજી રીતથી સાચો લાવી બતાવ્યો. મેં એની રીત આ પુસ્તકમાં બતાવેલ કુટ્ટક વ્યવહારથી કરી બતાવી. ને વખતે તેઓ કુટ્ટક વ્યવહાર વાંચતા હતા. થોડા

વખત રહી, તેમણે ઉપરનો કંદોરાવાળો દાખલો નીચે પ્રમાણે કુટ્ટક વ્યવહારથી કરી બતાવ્યો. એ રીત "મનોરંજક ગણિત" ના વાંચનારાના લાભની છે, એવું સમજી એમની એ રીત આ પુસ્તકમાં દાખલ કરવાની મેં એમની મંજુરી માગી. તેમણે તરતજ ખુશીથી રજા આપી.

એમની રીતઃ—૨૭૭૨૦ ભાજ્યઃ ૧૩ હાર (ભાજક): ૧ ક્ષેપક હવે તેમાંથી વલ્લીઃ ૨૭૭૨૦ ÷ ૧૩ = ૨૧૩૨: ૧ લો આંક + ૪ શેષ ૧૩÷૪= ૩: બીજો આંક + ૧ શેષઃ હવે પહેલી વલ્લી[૨૧૩૨ – ૩ – ૧ ૦] તેમાંથી ૨ જી વલ્લી (૨૧૩૨–૩–૧) તેમાંથી ૩જી વલ્લી [૬૩૯૭–૩] હવે ૬૩૯૭ આ બે કુટ્ટક લબ્ધિ આવી. માટે ૩ કુટ્ટક અને ૬૩૯૭ લબ્ધિ. તેની ખાતરી ૨૭૭૨૦ × ૩ + ૧ = ૧૩ × ૬૩૯૭ =૮૩૧૬૧ માટે **જવાબ** ૮૩૧૬૧.

આ રીત તેમની છે. હવે આમાં આ ખુબી છે કે આથી પહેલાં આપણે જે રીત બતાવી તેમાં વલ્લીના અંતે જે બે આંક આવે તે હમેશાં તેમના સંબંધી ભાજ્ય અને હારથી મોટા હોય, તેથી તેમાંથી આપણને સામાન્ય ભાગાકારની લબ્ધિ ઉડાડીએ છીએ અને પછી જે શેષ રહે તેને જવાબ માનીએ છીએ. આ રીતમાં સામાન્ય ભાગાકારનો જવાબ ઉડાડવો નથી પડતો. એટલી એમાં વિશેષતા.

આ રીતે આ પુસ્તકના દાખલા ૧૧૦ અને ૧૧૧ થઈ શકે છે. (દાખલો ૧૧૦ મો. વ્યાખ્યા પૃષ્ટ ૨૫૬ માં જુઓ.)

રીતઃ—લઘુતમ સાધારણ ભાજ્ય ૬૦ છે. માટે ૬૦ ભાજ્યઃ ૭ હાર (ભાજક) અને ૧ ક્ષેપક. માટે $\frac{\text{૬૦ ભાજ્ય + ૧ ક્ષેપક}}{\text{૭ હાર}}$ હવે વલ્લી. ૬૦ ÷ ૭ = ૮ પહેલો આંક + ૪ શેષ. ૭ ÷ ૪ = ૧ બીજો આંક + ૩ શેષઃ ૪ ÷ ૩ = ૧ ત્રીજો આંક + ૧ શેષ માટે વલ્લી ૧લી [૮ ૧ ૧ ૧ ૦] તેમાંથી ૨ જી વલ્લી [૮ ૧ ૧ ૧]: આમાંથી

ત્રીજીવલ્લી [[illegible]] : આમાંથી ૪ થી વલ્લી [[illegible]] : આ $\frac{૧૭}{૨}$ આવ્યાં. હવે અત્રે ૧ લી વલ્લી વિષમ છે માટે ભાજ્ય ૬૦ – ૧૭ = ૪૩ અને ૭ હાર – ૨ = ૫. માટે $\frac{૬૦}{૭} \times \frac{૪૩}{૫}$ માટે ૫ કુટ્ટક અને ૪૩ લબ્ધિ માટે ૬૦ × ૫ + ૧ = ૩૦૧ = ૪૩ × ૭. માટે **જવાબ** ૩૦૧.

દાખલો ૧૧૧ મો વ્યાખ્યા પૃષ્ઠ ૨૫૮ માં જુઓ.

રીતઃ—આમાં $\frac{\text{૬૦ ભાજ્ય–૧ ક્ષેપક}}{\text{૭ હાર}}$ ઉપરની રીતથી છેવટે $\frac{૧૭}{૨}$ આવ્યા એક તાં વલ્લી વિષમ અને ક્ષેપક ઋણ જેથી $\frac{૧૭}{૨}$ આંક કાયમ રહે માટે ૨ કુટ્ટક અને ૧૭ લબ્ધિ. ખાતરી ૬૦ × ૨ – ૧ = ૧૧૯ = ૧૭ × ૭ માટે **જવાબ** ૧૧૯:

અમારા પરમ સ્નેહી બાલીસાણાવાળા શ્રીયુત ભોગીલાલભાઇએ નીચેનો પ્રશ્ન પૂછી તેની રીત કુટ્ટક વ્યવહારથી કરી બતાવવા સૂચના કરી. એ રીત તો ન થઇ પરંતુ નીચેની બીજી રીતથી એ દાખલો કર્યો. એક દાખલાના કેટલા સાચા જવાબ આવી શકે તે બતાવવા આ પ્રયત્ન છે. દાખલો કરતી વખતે સ્વપ્ને પણ કલ્પના નહોતી કે આટલા બધા સાચા જવાબ આવશે.

પ્રશ્નની વ્યાખ્યાઃ

એક હાથીને ૫ મણ, એક ઊંટને ૩ મણ, એક બળદને ૦।।। મણ અને એક ઘોડાને ૦। મણ દાણો રોજ આપતાં રોજ ૧૦૦ મણ દાણો જોઇએ. જાનવરની કુલ સંખ્યા ૧૦૦ છે. તો જાતવાર જાનવર કેટલા કેટલા ?

ખુલાસો.

અક્ષર ગણિતમાં અજ્ઞાત સંખ્યાઓ માટે એ. બી. સી. ડી. કે ક્ષ. ય. ઙ્ઞ અક્ષરો મૂકવાનું ધોરણ પ્રચલિત છે. એ અક્ષરો અત્રે

નથી સ્વીકાર્યાં અને મૂળ શબ્દના પ્રથમાક્ષરો, તે તે શબ્દ માટે ગોઠવ્યા છે. એ પ્રમાદના માટે ક્ષમા યાચના છે.

હાથી માટે હા, ઊંટ માટે ઊં, બળદ માટે બ અને ઘોડા માટે ઘો, કુલ જાનવર ૧૦૦ માટે હા + ઊ + બ + ઘો = ૧૦૦. ૧ લું સમીકરણ અને આપેલ પ્રમાણસર આપતાં ૧૦૦ મણ દાણો રોજ વપરાય માટે ૫ હા + ૩ ઊં + $\frac{\text{૩}}{\text{૪}}$ બ + $\frac{\text{૧}}{\text{૪}}$ ઘો = ૧૦૦ બીજું સમીકરણ, તેનું સ્વરૂપ

---

૨૦ હા + ૧૨ ઊં + ૩ બ + ઘો = ૪૦૦ માંથી
હા + ઊં + બ + ઘો = ૧૦૦ બાદ કરો

---

૧૯ હા + ૧૧ ઊં + ૨ બ = ૩૦૦ તો આવશે.

હવે સમાનતાના પદો ત્રણ રીતે ગોઠવી શકાય, તે નીચે પ્રમાણે અને તેમાંથી અનેક જવાબો નીકળી શકે છે.

(अ) ૨ બ = ૩૦૦ − (૧૯ હા + ૧૧ ઊં) અથવા

$$\text{બ} = \frac{\text{૩૦૦} - (\text{૧૯ હા} + \text{૧૧ ઊં})}{\text{૨}}$$

(ब) ૧૧ ઊં = ૩૦૦ −(૧૯ હા + ૨ બ) અથવા

$$\text{ઊં} = \frac{\text{૩૦૦} - (\text{૧૯ હા} + \text{૨ બ})}{\text{૧૧}}$$

(क) ૧૯ હા = ૩૦૦ − (૧૧ ઊં + ૨ બ) અથવા

$$\text{હા} = \frac{\text{૩૦૦} - (\text{૧૧ ઊં} + \text{૨ બ})}{\text{૧૯}}$$

(अ) નો અર્થ એ છે કે ૧૯ હા + ૧૧ ઊં. માં હા. અને ઊં. ની એવી કિંમત ધારવી કે જેથી અનુક્રમે ૧૯ અને ૧૧ ને ગુણી જે ફલ આવે તેનો સરવાળો કરી ૩૦૦ માંથી બાદ કરીએ, બાકી જે રકમ આવે તે ૨ થી નિઃશેષ ભાગી શકાય અને જે લબ્ધિ આવે તે ૧૦૦ ની અંદરની હોવી જોઇએ તેનું કારણ એ છે કે હા. અને ઊં. ની કિંમત માટે જાણે આપણે અમુક જ્ઞાત સંખ્યાઓ ધારી છેવટે લબ્ધિનો આંક લાવ્યા. આ રીતે

આ ત્રણ રકમોનો સરવાળો ૧૦૦ ની અંદર આવવો જોઇએ કે જેથી ૧૦૦ માંથી એ ત્રણેનો સરવાળો બાદ કરીએ અને જે વધે તે ચોથી અજ્ઞાત સંખ્યાની કિંમત સમજવી.

આ સૂચના **ब** અને **क** વાળા સમીકરણોને લાગુ પાડવી.

(आ) વિભાગની: ૧ લી રીત: આમાં હા અને ઊં માટે સરખી કિંમત ધારવી.

હવે જો આપણે હા અને ઊં માટે એકેક ધારીએ તો ઉપરની સૂચના પ્રમાણે નહી બને. માટે પ્રથમ ચાર ચારથી શરૂઆત કરવી.

$$\text{હવે બ} = \frac{\text{૩૦૦} - (\text{૧૯} \times \text{૪} + \text{૧૧} \times \text{૪})}{\text{૨}} \therefore \text{બ} = \frac{\text{૩૦૦} - (\text{૭૬} + \text{૪૪})}{\text{૨}}$$

$\therefore \frac{\text{૩૦૦} - \text{૧૨૦}}{\text{૨}}$ માટે $\text{બ} = \frac{\text{૧૮૦}}{\text{૨}} \therefore$ બ = ૯૦ : હા = ૪ : ઊં = ૪ તો ઘો = ૨ આ પ્રમાણે જૂદા જૂદા જવાબો લાવી શકાય, લંબાણ થઈ જાય જેથી હવે માત્ર પ્રમાણસર જવાબ આ નીચે આપવામાં આવ્યા છે.

(૧ લો) હા = ૪ : ઊંટ = ૪

હા =	૪ × ૫	= ૨૦ મણ
ઊં =	૪ × ૩	= ૧૨ ,,
બ =	૯૦ × ०॥।	= ૬૭॥ ,,
ઘો =	૨ × ०।	= ०॥ ,,

કુલ ૧૦૦ જાનવર ૧૦૦ મણ ખાય

(૨) હા = ૫ : ઊં = ૫

હા	૫ × ૫	= ૨૫ મણ
ઊં	૫ × ૩	= ૧૫ ,,
બ	૭૫ × ०॥।	= ૫૬। ,,
ઘો	૧૫ × ०।	= ૩॥। ,,

૧૦૦ જાનવર ૧૦૦ મણ

૩) હા = ૬ : ઊં = ૬

હા	૬ × ૫	= ૩૦ મણ
ઊં	૬ × ૩	= ૧૮ ,,
બ	૬૦ × ०॥।	= ૪૫ ,,
ઘો	૨૮ × ०।	= ૭ ,,

૧૦૦ જાનવર ૧૦૦ મણ

(૪) હા = ૭ : ઊં = ૭

હા	૭ × ૫	= ૩૫ મણ
ઊં	૭ × ૩	= ૨૧ ,,
બ	૪૫ × ०॥।	= ૩૩॥। ,,
ઘો	૪૧ × ०।	= ૧૦। ,,

૧૦૦ જાનવર ૧૦૦ મણ

(૫) હા = ૮ : ઊં = ૮

હા	૮ × ૫	=	૪૦ મણ
ઊં	૮ × ૩	=	૨૪ ,,
બ	૩૦ × ૦।।।	=	૨૨।। ,,
શ્રો	૫૪ × ૦।	=	૧૩।। ,,

૧૦૦ જાનવર ૧૦૦ મણ

(૬) હા = ૯ : ઊં = ૯

હા	૯ × ૫	=	૪૫ મણ
ઊં	૯ × ૩	=	૨૭ ,,
બ	૧૫ × ૦।।।	=	૧૧। ,,
શ્રો	૬૭ × ૦।	=	૧૬।।। ,,

૧૦૦ જાનવર ૧૦૦ મણ

૨ જી રીતઃ—હા. ની કિંમત ૧ સ્થિર રાખવી અને ઊંની કિંમત ક્રમવાર ચડાવવી. બાકીની સૂચના ઉપર પ્રમાણે સમજવી.

(૭) હા = ૧ : ઊં = ૧૧

હા	૧ × ૫	=	૫ મણ
ઊં	૧૧ × ૩	=	૩૩ ,,
બ	૮૦ × ૦।।।	=	૬૦ ,,
શ્રો	૮ × ૦।	=	૨ ,,

૧૦૦ જાનવર ૧૦૦ મણ

(૮) હા = ૧ : ઊં = ૧૩

હા	૧ × ૫	=	૫ મણ
ઊં	૧૩ × ૩	=	૩૯ ,,
બ	૬૯ × ૦।।।	=	૫૧।।। ,,
શ્રો	૧૭ × ૦।	=	૪। ,,

૧૦૦ જાનવર ૧૦૦ મણ

(૯) હા = ૧ : ઊં = ૧૫

હા	૧ × ૫	=	૫ મણ
ઊં	૧૫ × ૩	=	૪૫ ,,
બ	૫૮ × ૦।।।	=	૪૩।। ,,
શ્રો	૨૬ × ૦।	=	૬।। ,,

૧૦૦ જાનવર ૧૦૦ મણ

(૧૦) હા = ૧ : ઊં = ૧૭

હા	૧ × ૫	=	૫ મણ
ઊં	૧૭ × ૩	=	૫૧ ,,
બ	૪૭ × ૦।।।	=	૩૫। ,,
શ્રો	૩૫ × ૦।	=	૮।।। ,,

૧૦૦ જાનવર ૧૦૦ મણ

(૧૧) હા = ૧ : ઊં = ૧૯

હા	૧ × ૫	=	૫ મણ
ઊં	૧૯ × ૩	=	૫૭ ,,
બ	૩૬ × ૦।।।	=	૨૭ ,,
શ્રો	૪૪ × ૦।	=	૧૧ ,,

૧૦૦ જાનવર ૧૦૦ મણ

(૧૨) હા = ૧ : ઊં = ૨૧
હા ૧ × ૫ = ૫ મણ
ઊં ૨૧ × ૩ = ૬૩ „
બ ૨૫ × ૦।।। = ૧૮।।। „
ઘો ૫૩ × ૦। = ૧૩। „

૧૦૦ જાનવર ૧૦૦ મણ

(૧૩) હા = ૧ : ઊં = ૨૩
હા ૧ × ૫ = ૫ મણ
ઊં ૨૩ × ૩ = ૬૯ „
બ ૧૪ × ૦।।। = ૧૦।। „
ઘો ૬૨ × ૦। = ૧૫।। „

૧૦૦ જાનવર ૧૦૦ મણ

(૧૪) હા = ૧ : ઊં = ૨૫
હા ૧ × ૫ = ૫ મણ
ઊં ૨૫ × ૩ = ૭૫ „
બ ૩ × ૦।।। = ૨। „
ઘો ૭૧ × ૦। = ૧૭।।। „

૧૦૦ જાનવર ૧૦૦ મણ

(૧૫) હા = ૨ : ઊં = ૮
હા ૨ × ૫ = ૧૦ મણ
ઊં ૮ × ૩ = ૨૪ „
બ ૮૭ × ૦।।। = ૬૫। „
ઘો ૩ × ૦। = ૦।।। „

૧૦૦ જાનવર ૧૦૦ મણ

૩ જી રીતઃ—હાથી માટે ૨ સ્થિર ધારવા અને ઊંની કિંમત વધારવી. બાકીની સૂચના એની એ સમજવી.

(૧૬) હા = ૨ : ઊં = ૧૦
હા ૨ × ૫ = ૧૦ મણ
ઊં ૧૦ × ૩ = ૩૦ „
બ ૭૬ × ૦।।। = ૫૭ „
ઘો ૧૨ × ૦। = ૩ „

૧૦૦ જાનવર ૧૦૦ મણ

(૧૭) હા = ૨ : ઊં = ૧૨
હા = ૨ × ૫ = ૧૦મણ
ઊં ૧૨ × ૩ = ૩૬ „
બ ૬૫ × ૦।।। = ૪૮।।। „
ઘો ૨૧ × ૦। = ૫। „

૧૦૦ જાનવર ૧૦૦ મણ

(૧૮) હા = ૨ : ઊં = ૧૪
હા ૨ × ૫ = ૧૦ મણ
ઊં ૧૪ × ૩ = ૪૨ „
બ ૫૪ × ૦।।। = ૪૦।। „
ઘો ૩૦ × ૦। = ૭।। „

૧૦૦ જાનવર ૧૦૦ મણ

(૧૯) હા = ૨ : ઊં = ૧૬
હા ૨ × ૫ = ૧૦ મણ
ઊં ૧૬ × ૩ = ૪૮ „
બ ૪૩ × ૦।।। = ૩૨। „
ઘો ૩૯ × ૦। = ૯।।। „

૧૦૦ જાનવર ૧૦૦ મણ

(૨૦) હા = ૨ : ઊં = ૧૮
હા ૨ × ૫ = ૧૦ મણ
ઊં ૧૮ × ૩ = ૫૪ ,,
બ ૩૨ × ૦।।। = ૨૪ ,,
ઘો ૪૮ × ૦। = ૧૨ ,,

૧૦૦ જાનવર ૧૦૦ મણ

(૨૧) હા = ૨ : ઊં = ૨૦
હા ૨ × ૫ = ૧૦ મણ
ઊં ૨૦ × ૩ = ૬૦ ,,
બ ૨૧ × ૦।।। = ૧૫।।। ,,
ઘો ૫૭ × ૦। = ૧૪। ,,

૧૦૦ જાનવર ૧૦૦ મણ

(૨૨) હા = ૨ : ઊં = ૨૨
હા ૨ × ૫ = ૧૦ મણ
ઊં ૨૨ × ૩ = ૬૬ ,,
બ ૧૦ × ૦।।। = ૭।। ,,
ઘો ૬૬ × ૦। = ૧૬।। ,,

૧૦૦ જાનવર ૧૦૦ મણ

(૨૩) હા = ૩ : ઊં = ૭
હા ૩ × ૫ = ૧૫ મણ
ઊં ૭ × ૩ = ૨૧ ,,
બ ૮૩ × ૦।।। = ૬૨। ,,
ઘો ૭ × ૦। = ૧।।। ,,

૧૦૦ જાનવર ૧૦૦ મણ

૪ થી રીતઃ—હા. માટે ૩ સ્થિર ધારવા અને ઊં. માટેની કિંમત વધારવી. બાકીની સૂચના ઉપર પ્રમાણે સમજવી.

(૨૪) હા = ૩ : ઊં = ૯
હા ૩ × ૫ = ૧૫ મણ
ઊં ૯ × ૩ = ૨૭ ,,
બ ૭૨ × ૦।।। = ૫૪ ,,
ઘો ૧૬ × ૦। = ૪ ,,

૧૦૦ જાનવર ૧૦૦ મણ

(૨૫) હા = ૩ : ઊં = ૧૧
હા ૩ × ૫ = ૧૫ મણ
ઊં ૧૧ × ૩ = ૩૩ ,,
બ ૬૧ × ૦।।। = ૪૫।।। ,,
ઘો ૨૫ × ૦। = ૬। ,,

૧૦૦ જાનવર ૧૦૦ મણ

(૨૬) હા = ૩ : ઊં = ૧૩
હા ૩ × ૫ = ૧૫ મણ
ઊં ૧૩ × ૩ = ૩૯ ,,
બ ૫૦ × ૦।।। = ૩૭।। ,,
ઘો ૩૪ × ૦। = ૮।। ,,

૧૦૦ જાનવર ૧૦૦ મણ

(૨૭) હા = ૩ : ઊં = ૧૫
હા ૩ × ૫ = ૧૫ મણ
ઊં ૧૫ × ૩ = ૪૫ ,,
બ ૩૯ × ૦।।। = ૨૯। ,,
ઘો ૪૩ × ૦। = ૧૦।।। ,,

૧૦૦ જાનવર ૧૦૦ મણ

(૨૮) હા = ૩ : ઊં = ૧૭

હા ૩ × ૫ = ૧૫ મણ

ઊં ૧૭ × ૩ = ૫૧ „

બ ૨૮ × ૦॥। = ૨૧ „

ઘો ૫૨ × ૦। = ૧૩ „

૧૦૦ જાનવર ૧૦૦ મણ

(૨૯) હા = ૩ : ઊં = ૧૯

હા ૩ × ૫ = ૧૫ મણ

ઊં ૧૯ × ૩ = ૫૭ „

બ ૧૭ × ૦॥। = ૧૨॥। „

ઘો ૬૧ × ૦। = ૧૫। „

૧૦૦ જાનવર ૧૦૦ મણ

(૩૦) હા = ૩ : ઊં = ૨૧

હા ૩ × ૫ = ૧૫ મણ

ઊં ૨૧ × ૩ = ૬૩ „

બ ૬ × ૦॥। = ૪॥ „

ઘો ૭૦ × ૦। = ૧૭॥ „

૧૦૦ જાનવર ૧૦૦ મણ

(૩૧) હા = ૪ : ઊં = ૮

હા ૪ × ૫ = ૨૦ મણ

ઊં ૬ × ૩ = ૧૮ „

બ ૭૯ × ૦॥। = ૫૯। „

ઘો ૧૧ × ૦। = ૨॥। „

૧૦૦ જાનવર ૧૦૦ મણ

૫ મી રીતઃ—હા ના ૪ સ્થિર રાખવા અને ઊં ની કિંમત વધારવી બાકીની સૂચના ઉપર પ્રમાણે સમજવી.

(૩૨) હા = ૪ : ઊં = ૮

હા ૪ × ૫ = ૨૦ મણ

ઊં ૮ × ૩ = ૨૪ „

બ ૬૮ × ૦॥। = ૫૧ „

ઘો ૨૦ × ૦। = ૫ „

૧૦૦ જાનવર ૧૦૦ મણ

(૩૩) હા = ૪ : ઊં = ૧૦

હા ૪ × ૫ = ૨૦ મણ

ઊં ૧૦ × ૩ = ૩૦ „

બ ૫૭ × ૦॥। = ૪૨॥। „

ઘો ૨૯ × ૦। = ૭। „

૧૦૦ જાનવર ૧૦૦ મણ

(૩૪) હા = ૪ : ઊં = ૧૨

હા ૪ × ૫ = ૨૦ મણ

ઊં ૧૨ × ૩ = ૩૬ „

બ ૪૬ × ૦॥। = ૩૪॥ „

ઘો ૩૮ × ૦। = ૯॥ „

૧૦૦ જાનવર ૧૦૦ મણ

(૩૫) હા = ૪ : ઊં = ૧૬

હા ૪ × ૫ = ૨૦ મણ

ઊં ૧૪ × ૩ = ૪૨ „

બ ૩૫ × ૦॥। = ૨૬। „

ઘો ૪૭ × ૦। = ૧૧॥। „

૧૦૦ જાનવર ૧૦૦ મણ

(૩૬) હા = ૪ : ઊં = ૧૬

હા	૪ × ૫	= ૨૦ મણ
ઊં	૧૬ × ૩	= ૪૮ ,,
બ	૨૪ × ૦।।।	= ૧૮ ,,
ઘો	૫૬ × ૦।	= ૧૪ ,,
૧૦૦ જાનવર		૧૦૦ મણ

(૩૭) હા = ૪ : ઊં = ૧૮

હા	૪ × ૫	= ૨૦ મણ
ઊં	૧૮ × ૩	= ૫૪ ,,
બ	૧૩ × ૦।।।	= ૯।।। ,,
ઘો	૬૫ × ૦।	= ૧૬। ,,
૧૦૦ જાનવર		૧૦૦ મણ

(૩૮) હા = ૪ : ઊં = ૨૦

હા	૪ × ૫	= ૨૦ મણ
ઊં	૨૦ × ૩	= ૬૦ ,,
બ	૨ × ૦।।।	= ૧।। ,,
ઘો	૭૪ × ૦।	= ૧૮।। ,,
૧૦૦ જાનવર		૧૦૦ મણ

(૩૯) હા = ૫ : ઊં = ૩

હા	૫ × ૫	= ૨૫ મણ
ઊં	૩ × ૩	= ૯ ,,
બ	૮૬ × ૦।।।	= ૬૪।। ,,
ઘો	૬ × ૦।	= ૧।। ,,
૧૦૦ જાનવર		૧૦૦ મણ

૬ ઠ્ઠી રીતઃ—હાના ૫ સ્થિર માનવા અને ઊંના વધારવા. બાકીની સૂચના ઉપર પ્રમાણે સમજવી.

(૪૦) હા = ૫ : ઊં = ૭

હા	૫ × ૫	= ૨૫ મણ
ઊં	૭ × ૩	= ૨૧ ,,
બ	૬૪ × ૦।।।	= ૪૮ ,,
ઘો	૨૪ × ૦।	= ૬ ,,
૧૦૦ જાનવર		૧૦૦ મણ

(૪૧) હા = ૫ : ઊં = ૯

હા	૫ × ૫	= ૨૫ મણ
ઊં	૯ × ૩	= ૨૭ ,,
બ	૫૩ × ૦।।।	= ૩૯।।। ,,
ઘો	૩૩ × ૦।	= ૮। ,,
૧૦૦ જાનવર		૧૦૦ મણ

(૪૨) હા = ૫ : ઊં = ૧૧

હા	૫ × ૫	= ૨૫ મણ
ઊં	૧૧ × ૩	= ૩૩ ,,
બ	૪૨ × ૦।।।	= ૩૧।। ,,
ઘો	૪૨ × ૦।	= ૧૦।। ,,
૧૦૦ જાનવર		૧૦૦ મણ

(૪૩) હા = ૫ : ઊં = ૧૩

હા	૫ × ૫	= ૨૫ મણ
ઊં	૧૩ × ૩	= ૩૯ ,,
બ	૩૧ × ૦।।।	= ૨૩। મણ
ઘો	૫૧ × ૦।	= ૧૨।।। ,,
૧૦૦ જાનવર		૧૦૦ મણ

(૪૪) હા = ૫ : ઊં = ૧૫
હા ૫ × ૫ = ૨૫ મણ
ઊં ૧૫ × ૩ = ૪૫ ,,
બ ૨૦ × ૦।।। = ૧૫ ,,
ઘે ૬૦ × ૦। = ૧૫ ,,

૧૦૦ જાનવર ૧૦૦ મણ

(૪૫) હા = ૫ : ઊં = ૧૭
હા ૫ × ૫ = ૨૫ મણ
ઊં ૧૭ × ૩ = ૫૧ ,,
બ ૯ × ૦।।। = ૬।।। ,,
ઘે ૬૯ × ૦। = ૧૭। ,,

૧૦૦ જાનવર ૧૦૦ મણ

(૪૬) હા = ૬ : ઊં = ૨
હા ૬ × ૫ = ૩૦ મણ
ઊં ૨ × ૩ = ૬ ,,
બ ૮૨ × ૦।।। = ૬૧।। ,,
ઘે ૧૦ × ૦। = ૨।। ,,

૧૦૦ જાનવર ૧૦૦ મણ

(૪૭) હા = ૬ : ઊં = ૪
હા ૬ × ૫ = ૩૦ મણ
ઊં ૪ × ૩ = ૧૨ ,,
બ ૭૧ × ૦।।। = ૫૩। ,,
ઘે ૧૯ × ૦। = ૪।।। ,,

૧૦૦ જાનવર ૧૦૦ મણ

૭ મી રીતઃ—આમાં હા ના ૬ સ્થિર રાખવા અને ઊં ની કિંમત વધારવી બાકીની સૂચના ઉપર પ્રમાણે જાણવી.

(૪૮) હા = ૬ : ઊં = ૮
હા ૬ × ૫ = ૩૦ મણ
ઊં ૮ × ૩ = ૨૪ ,,
બ ૪૯ × ૦।।। = ૩૬।।। ,,
ઘે ૩૭ × ૦। = ૯। ,,

૧૦૦ જાનવર ૧૦૦ મણ

(૪૯) હા = ૬ : ઊં = ૧૦
હા ૬ × ૫ = ૩૦ મણ
ઊં ૧૦ × ૩ = ૩૦ ,,
બ ૩૮ × ૦।।। = ૨૮।। ,,
ઘે ૪૬ × ૦। = ૧૧।। ,,

૧૦૦ જાનવર ૧૦૦ મણ

(૫૦) હા = ૬ : ઊં = ૧૨
હા ૬ × ૫ = ૩૦ મણ
ઊં ૧૨ × ૩ = ૩૬ ,,
બ ૨૭ × ૦।।। = ૨૦। ,,
ઘે ૫૫ × ૦। = ૧૩।।। ,,

૧૦૦ જાનવર ૧૦૦ મણ

(૫૧) હા = ૬ : ઊં = ૧૪
હા ૬ × ૫ = ૩૦ મણ
ઊં ૧૪ × ૩ = ૪૨ ,,
બ ૧૬ × ૦।।। = ૧૨ ,,
ઘે ૬૪ × ૦। = ૧૬ ,,

૧૦૦ જાનવર ૧૦૦ મણ

(૫૨) હા = ૬ : ઊં = ૧૬

હા ૬ × ૫ = ૩૦ મણ
ઊં ૧૬ × ૩ = ૪૮ „
બ ૫ × ૦॥। = ૩॥। „
ઘો ૭૩ × ૦। = ૧૮। „

૧૦૦ જાનવર ૧૦૦ મણ

(૫૩) હા = ૭ : ઊં = ૧

હા ૭ × ૫ = ૩૫ મણ
ઊં ૧ × ૩ = ૩ „
બ ૭૮ × ૦॥। = ૫૮॥ „
ઘો ૧૪ × ૦। = ૩॥ „

૧૦૦ જાનવર ૧૦૦ મણ

૮ મી રીતઃ—હા ના ૭ સ્થિર રાખવા અને ઊંટના વધારવા. બાકીની સૂચના એની એ.

(૫૪) હા = ૭ : ઊં = ૩

હા ૭ × ૫ = ૩૫ મણ
ઊં ૩ × ૩ = ૯ „
બ ૬૭ × ૦॥। = ૫૦। „
ઘો ૨૩ × ૦। = ૫॥। „

૧૦૦ જાનવર ૧૦૦ મણ

(૫૫) હા = ૭ : ઊં = ૫

હા ૭ × ૫ = ૩૫ મણ
ઊં ૫ × ૩ = ૧૫ „
બ ૫૬ × ૦॥। = ૪૨ „
ઘો ૩૨ × ૦। = ૮ „

૧૦૦ જાનવર ૧૦૦ મણ

(૫૬) હા = ૭ : ઊં = ૯

હા ૭ × ૫ = ૩૫ મણ
ઊં ૯ × ૩ = ૨૭ „
બ ૩૪ × ૦॥। = ૨૫॥ „
ઘો ૫૦ × ૦। = ૧૨॥ „

૧૦૦ જાનવર ૧૦૦ મણ

(૫૭) હા = ૭ : ઊં = ૧૧

હા ૭ × ૫ = ૩૫ મણ
ઊં ૧૧ × ૩ = ૩૩ „
બ ૨૩ × ૦॥। = ૧૭। „
ઘો ૫૯ × ૦। = ૧૪॥। „

૧૦૦ જાનવર ૧૦૦ મણ

(૫૮) હા = ૭ : ઊં = ૧૩

હા ૭ × ૫ = ૩૫ મણ
ઊં ૧૩ × ૩ = ૩૯ „
બ ૧૨ × ૦॥। = ૯ „
ઘો ૬૮ × ૦। = ૧૭ „

૧૦૦ જાનવર ૧૦૦ મણ

(૫૯) હા = ૭ : ઊં = ૧૫

હા ૭ × ૫ = ૩૫ મણ
ઊં ૧૫ × ૩ = ૪૫ „
બ ૧ × ૦॥। = ૦॥। „
ઘો ૭૭ × ૦। = ૧૯। „

૧૦૦ જાનવર ૧૦૦ મણ

૯ મી રીતઃ—હા ના ૮ સ્થિર અને ઊં ના વધારવા બાકીની સૂચના ઉપર પ્રમાણે.

(૬૦) હા = ૮ : ઊં = ૨

હા	૮ × ૫	=	૪૦	મણ
ઊં	૨ × ૩	=	૬	,,
બ	૬૩ × ૦।।।	=	૪૭।	,,
ઘો	૨૭ × ૦।	=	૬।।	,,
	૧૦૦ જાનવર		૧૦૦	મણ

(૬૧) હા = ૮ : ઊં = ૪

હા	૮ × ૫	=	૪૦	મણ
ઊં	૪ × ૩	=	૧૨	,,
બ	૫૨ × ૦।।।	=	૩૯	,,
ઘો	૩૬ × ૦।	=	૯	,,
	૧૦૦ જાનવર		૧૦૦	મણ

(૬૨) હા = ૮ : ઊં = ૬

હા	૮ × ૫	=	૪૦	મણ
ઊં	૬ × ૩	=	૧૮	,,
બ	૪૧ × ૦।।।	=	૩૦।।।	,,
ઘો	૪૫ × ૦।	=	૧૧।	,,
	૧૦૦ જાનવર		૧૦૦	મણ

(૬૩) હા = ૮ : ઊં = ૧૯

હા	૮ × ૫	=	૪૦	મણ
ઊં	૧૦ × ૩	=	૩૦	,,
બ	૧૯ × ૦।।।	=	૧૪।	,,
ઘો	૬૩ × ૦।	=	૧૫।।।	,,
	૧૦૦ જાનવર		૧૦૦	મણ

(૬૪) હા = ૮ ; ઊં = ૧૨

હા	૮ × ૫	=	૪૦	મણ
ઊં	૧૨ × ૩	=	૩૬	,,
બ	૮ × ૦।।।	=	૬	,,
ઘો	૭૨ × ૦।	=	૧૮	,,
	૧૦૦ જાનવર		૧૦૦	મણ

(૬૫) હા = ૯ : ઊં = ૧

હા	૯ × ૫	=	૪૫	મણ
ઊં	૧ × ૩	=	૩	,,
બ	૫૯ × ૦।।।	=	૪૪।	,,
ઘો	૩૧ × ૦।	=	૭।।।	,,
	૧૦૦ જાનવર		૧૦૦	મણ

૧૦ મી રીતઃ—હા ના ૯ સ્થિર રાખવા અને ઊં ના વધારવા બાકીની સૂચના ઉપર પ્રમાણે.

(૬૬) હા = ૯ : ઊં = ૩

હા ૯ × ૫ = ૪૫ મણ
ઊં ૩ × ૩ = ૯ ,,
બ ૪૮ × ૦।।। = ૩૬ ,,
ઘો ૪૦ × ૦। = ૧૦ ,,

૧૦૦ જાનવર ૧૦૦ મણ

(૬૭) હા = ૯ : ઊં = ૫

હા ૯ × ૫ = ૪૫ મણ
ઊં ૫ × ૩ = ૧૫ ,,
બ ૩૭ × ૦।।। = ૨૭।।।,,
ઘો ૪૯ × ૦। = ૧૨। ,,

૧૦૦ જાનવર ૧૦૦ મણ

(૬૮) હા = ૯ : ઊં = ૫

હા ૯ × ૫ = ૪૫ મણ
ઊં ૭ × ૩ = ૨૧ ,,
બ ૨૬ × ૦।।। = ૧૯।। ,,
ઘો ૫૮ × ૦। = ૧૪।। ,,

૧૦૦ જાનવર ૧૦૦ મણ

(૬૯) હા = ૯ : ઊં = ૧૧

હા ૯ × ૫ = ૪૫ મણ
ઊં ૧૧ × ૩ = ૩૩ ,,
બ ૪ × ૦।।। = ૩ ,,
ઘો ૭૬ × ૦। = ૧૯ ,,

૧૦૦ જાનવર ૧૦૦ મણ

૧૧ મી રીત:—હા ના ૧૦ સ્થિર રાખવા અને ઊંના વધારવા બાકીના સૂચના ઉપર પ્રમાણે સમજવી.

(૭૦) હા = ૧૦ : ઊં = ૨

હા ૧૦ × ૫ = ૫૦ મણ
ઊં ૨ × ૩ = ૬ ,,
બ ૪૪ × ૦।।। = ૩૩ ,,
ઘો ૪૪ × ૦। = ૧૧ ,,

૧૦૦ જાનવર ૧૦૦ મણ

(૭૧) હા = ૧૦ : ઊં = ૪

હા ૧૦ × ૫ = ૫૦ મણ
ઊં ૪ × ૩ = ૧૨ ,,
બ ૩૩ × ૦।।। = ૨૪।।।,,
ઘો ૫૩ × ૦। = ૧૩। ,,

૧૦૦ જાનવર ૧૦૦ મણ

(૭૨) હા = ૧૦ : ઊં = ૬

હા ૧૦ × ૫ = ૫૦ મણ
ઊં ૬ × ૩ = ૧૮ ,,
બ ૨૨ × ૦।।। = ૧૬।। ,,
ઘો ૬૨ × ૦। = ૧૫।। ,,

૧૦૦ જાનવર ૧૦૦ મણ

(૭૩) હા = ૧૦ : ઊં = ૮

હા ૧૦ × ૫ = ૫૦ મણ
ઊં ૮ × ૩ = ૨૪ ,,
બ ૧૧ × ૦।।। = ૮। ,,
ઘો ૭૧ × ૦। = ૧૭।।।,,

૧૦૦ જાનવર ૧૦૦ મણ

૧૨ મી રીતઃ—હા ના ૧૧ સ્થિર રાખવા અને ઊંના વધારવા બાકીની સૂચના એ સમજવી.

(૭૪) હા = ૧૧ : ઊં = ૩	(૭૫) હા = ૧૧ : ઊં = ૩
હા ૧૧ × ૫ = ૫૫ મણ	હા ૧૧ × ૫ = ૫૫ મણ
ઊં ૧ × ૩ = ૩ ,,	ઊં ૩ × ૩ = ૯ ,,
બ ૪૦ × ૦।।। = ૩૦ ,,	બ ૨૯ × ૦।।। = ૨૧।।। ,,
ઘો ૪૮ × ૦। = ૧૨ ,,	ઘો ૫૭ × ૦। = ૧૪। ,,
૧૦૦ જાનવર ૧૦૦ મણ	૧૦૦ જાનવર ૧૦૦ મણ

(૭૬) હા = ૧૧ : ઊં = ૫	(૭૭) હા = ૧૧ : ઊં = ૭
હા ૧૧ × ૫ = ૫૫ મણ	હા ૧૧ × ૫ = ૫૫ મણ
ઊં ૫ × ૩ = ૧૫ ,,	ઊં ૭ × ૩ = ૨૧ ,,
બ ૧૮ × ૦।।। = ૧૩।। ,,	બ ૭ × ૦।।। = ૫। ,,
ઘો ૬૬ × ૦। = ૧૬।। ,,	ઘો ૭૫ × ૦। = ૧૮।।। ,,
૧૦૦ જાનવર ૧૦૦ મણ	૧૦૦ જાનવર ૧૦૦ મણ

૧૩ મી રીતઃ—હા ના ૧૨ સ્થિર રાખવા અને ઊં ના વધારવા બાકીની સૂચના ઉપર પ્રમાણે સમજવી.

(૭૮) હા = ૧૨ : ઊં = ૨	(૭૯) હા = ૧૨ : ઊં = ૪
હા ૧૨ × ૫ = ૬૦ મણ	હા ૧૨ × ૫ = ૬૦ મણ
ઊં ૨ × ૩ = ૬ ,,	ઊં ૪ × ૩ = ૧૨ ,,
બ ૨૫ × ૦।।। = ૧૮।।। ,,	બ ૧૪ × ૦।।। = ૧૦।। ,,
ઘો ૬૧ × ૦। = ૧૫। ,,	ઘો ૭૦ × ૦। = ૧૭।। ,,
૧૦૦ જાનવર ૧૦૦ મણ	૧૦૦ જાનવર ૧૦૦ મણ

(૮૦) હા = ૧૨ : ઊં = ૬

હા	૧૨	× ૫	= ૬૦	મણ
ઊં	૬	× ૩	= ૧૮	,,
બ	૩	× ૦॥	= ૨।	,,
ઘે।	૭૯	× ૦।	= ૧૯॥।	,,
	૧૦૦	જાનવર	૧૦૦	મણ

(૮૧) હા = ૧૩ : ઊં = ૧

હા	૧૩	× ૫	= ૬૫	મણ
ઊં	૧	× ૩	= ૩	,,
બ	૨૧	× ૦॥	= ૧૫॥।	,,
ઘે।	૬૫	× ૦।	= ૧૬।	,,
	૧૦૦	જાનવર	૧૦૦	મણ

૧૪ મી રીતઃ—હાના ૧૩ સ્થિર રાખવા અને ઊંના વધારવા બાકીની સૂચના ઉપર પ્રમાણે સમજવી.

(૮૨) હા = ૧૩: ઊં = ૩

હા	૧૩	× ૫	= ૬૫	મણ
ઊં	૩	× ૩	= ૯	,,
બ	૧૦	× ૦॥	= ૭॥	,,
ઘે।	૭૪	× ૦।	= ૧૮॥	,,
	૧૦૦	જાનવર	૧૦૦	મણ

૧૫ મી રીતઃ—હાના ૧૪ સ્થિર રાખવા અને ઊંની કિંમત વધારવી બાકીની સૂચના ઉપર પ્રમાણે સમજવી.

(૮૩) હા = ૧૪ : ઊં = ૨

હા	૧૪	× ૫	= ૭૦	મણ
ઊં	૨	× ૩	= ૬	,,
બ	૬	× ૦॥	= ૪॥	,,
ઘે।	૭૮	× ૦।	= ૧૯॥	,,
	૧૦૦	જાનવર	૧૦૦	મણ

(૮૪) હા = ૧૫: ઊં = ૧

હા	૧૫	× ૫	= ૭૫	મણ
ઊં	૧	× ૩	= ૩	,,
બ	૨	× ૦॥	= ૧॥	,,
ઘે।	૮૨	× ૦।	= ૨૦॥	,,
	૧૦૦	જાનવર	૧૦૦	મણ

૧૬ મી રીતઃ—હાના ૧૫ સ્થિર રાખવા અને ઊંના વધારવા બાકીની સૂચના ઉપર પ્રમાણે સમજવી.

અત્રે માત્ર **अ** વિભાગમાંથીજ બધા જવાબ લાવ્યા છીએ, આવીજ રીતે જો **ब** વિભાગ અને **क** વિભાગમાંથી જવાબ લાવવા માગીએ તેા ઉપર જે જવાબેા આપ્યા છે તેના તેજ જવાબ જૂદા જૂદા ક્રમ પ્રમાણે આવે એટલા માટે વધુ લાંબી રીત નથી કરી. કદાચ નજર દોષથી કોઈપણ પ્રમાણ ગોઠવ્યા વગર રહી ગએલું કોઈ જ્ઞાતાને જણાય તેા તેમણે કૃપા કરી સૂચના કરવી. બીજા કોઈની જૂદી રીત હોય અને જવાબ જૂદી રીતના આવતા હોય તેા તેમણે પણ અમને કૃપા કરી ખબર કરવી, એજ પ્રાર્થના.

સમીકરણેા ચાલુ–ત્રણ અજ્ઞાત સંખ્યાનાં.

દાખલેા ૧૬૩ મેા.

હાથી, ઊંટ અને ઘેાડા મળી સેા જાનવર છે. એક હાથીને દરરેાજ $\frac{૫}{૨}$ મણ અનાજ જોઇએ, ઊંટને રેાજ $\frac{૫}{૪}$ મણ જોઇએ અને ઘેાડાને $\frac{૧}{૮}$ મણ જોઇએ. આ રીતે આપતાં રેાજ સેા મણ અનાજ જોઇએ. કહેા ત્યારે કેટલા હાથી, કેટલા ઊંટ અને કેટલા ઘેાડા અને વર્ગવાર કેટલેા દાણેા જોઇએ ?

ખુલાસેા.

આના ચાર જવાબ આવવાના છે.

હવે હાથી = ક્ષ, ઊંટ = ય અને ઘેાડા = જ્ઞ ધારેા. માટે ક્ષ + ય + જ્ઞ = ૧૦૦ આ પહેલું સમીકરણ. હવે હાથી ખાએ $\frac{૫}{૨}$ ક્ષ મણ અનાજ. ઊંટ ખાય $\frac{૫}{૪}$ ય મણ અને ઘેાડા ખાય $\frac{૧}{૮}$ જ્ઞ. મણ આ બધા ૧૦૦ મણ અનાજ ખાએ. માટે બીજું સમીકરણ $\frac{૫}{૨}$ ક્ષ + $\frac{૫}{૪}$ ય + $\frac{જ્ઞ}{૮}$ = ૧૦૦. આનું સ્પષ્ટ રૂપ (૮. લ. સા. ભા. આવ્યા) ૨૦ ક્ષ + ૨૦ ય + જ્ઞ = ૮૦૦. હવે બન્ને સમીકરણેામાંથી ય વાળી રકમ ઉડાડવી છે માટે પહેલા સમીકરણને બન્ને બાજુએ ૧૦ થી ગુણવા જેથી પહેલા સમીકરણનું સાધ્યરૂપ ૧૦ ક્ષ + ૧૦ ય + ૧૦ જ્ઞ = ૧૦૦૦ આવ્યા.

હવે બીજા સમીકરણ. ૨૦ ક્ષ + ૧૦ ય + ગ = ૮૦૦ માંથી પહેલું
સમીકરણ − ૧૦ ક્ષ ± ૧૦ ય ± ૧૦ ગ = ૧૦૦૦ બાદકરવા

જેથી બાકી આવશે ૧૦ ક્ષ − ૯ ગ = − ૨૦૦ આનું

બીજું રૂપ. ૧૦ ક્ષ + ૨૦૦ = ૯ ગ અથવા $\frac{૧૦ ક્ષ + ૨૦૦}{૯}$ = ગ થયું

હવે.

૯) ૧૦ (૧. પહેલો આંક : આમાંથી પહેલી વલ્લી બનાવી. તે આ પ્રમાણે $\frac{૯}{૧}$

તૈયાર થઈ (૦ ૦ ૦). આમાંથી બીજી વલ્લી (૦ ૦) આ

પ્રમાણે થઇ. માટે આ $\frac{૨૦૦}{૨૦૦}$ આવ્યા. તે એમના સંબંધી $\frac{૧૦}{૯}$ થી મોટા છે માટે ૨૦૦ ÷ ૧૦ અને ૨૦૦ ÷ ૯ (૨૦૦ ÷ ૧૦ કરીએ તો શેષ ૦ વધે માટે ભાગાકારનો જવાબ ૧૯ આવે એમ કરવું માટે ૨૦૦ ÷ ૧૦. ભાગાકારનો જવાબ ૧૯ અને શેષ ૧૦. તે પ્રમાણે ૨૦૦ ÷ ૯. ભાગાકારનો જવાબ ૧૯ અને શેષ ૨૯. માટે $\frac{૧૦}{૨૯}$ આવ્યા. આ વલ્લી વિષમ છે માટે મૂળ ભાજ્ય અને ભાજક $\frac{૧૦}{૯}$ માંથી બાદ કરવા. આમ કરવાથી ૯ માંથી ૨૯ બાદ કરતાં જવાબમાં − આવશે જે સ્વીકારી શકાય નહીં માટે $\frac{૧૦}{૯}$ ના રૂપ વધારવા માટે એ બન્ને પદને ૪ થી ગુણીએ તો બરાબર જવાબ આવી રહે માટે $\frac{૧૦}{૯}$ ની બદલીમાં $\frac{૪૦}{૩૬}$ થયા આમાંથી $\frac{૧૦}{૨૯}$ બાદ કર્યાથી $\frac{૩૦}{૭}$ આવ્યા. તે કુટ્ટક લબ્ધિ થઈ માટે

૧૦ ક્ષ	૩૦
૯ ગ	૭

આવ્યા માટે ક્ષ = ૭, ગ = ૩૦ અને (૭ + ૩૦ = ૩૭ આવ્યા તે ૧૦૦ માંથી બાદ કર્યા તો આવ્યા ૬૩) ય = ૬૩. માટે પહેલો **જવાબ** હાથી = ૭, ઊંટ = ૬૩, ઘોડા = ૩૦.

જવાબ.

(૧ લો)		અનાજ ખાય મણ.
ક્ષ = હાથી =	૭;	(૭ × ૨॥) = ૧૭॥
ય = ઊંટ =	૬૩;	(૬૩ × ૧।) = ૭૮॥।
ગ = ઘોડા =	૩૦;	(૩૦ × $\frac{૧}{૮}$) = ૩॥।
જાનવર	૧૦૦	અને મણ ૧૦૦

(૨ જો)			અનાજ ખાય મણ.
ક્ષ = હાથી	(૭ + ૯) =	૧૬;	(૧૬ × ૨॥) = ૪૦
ય = ઊંટ		૪૪;	(૪૪ × ૧।) = ૫૫
ज्ञ = ઘેાડા	(૩૦ + ૧૦) =	૪૦;	(૪૦ × ⅛) = ૫
કુલ જાનવર		૧૦૦	અને મણ ૧૦૦

(૩ જો)			અનાજ ખાય મણ.
ક્ષ = હાથી	(૧૬ + ૯) =	૨૫	(૨૫ × ૨॥) = ૬૨॥
ય = ઊંટ		૨૫	(૨૫ × ૧।) = ૩૧।
ज्ञ = ઘેાડા	(૪૦ + ૧૦) =	૫૦	(૫૦ × ⅛) = ૬।
કુલ જાનવર		૧૦૦	અને મણ ૧૦૦

(૪ થેા)			અનાજ ખાય મણ.
ક્ષ = હાથી	(૨૫ + ૯) =	૩૪;	(૩૪ × ૨॥) = ૮૫
ય = ઊંટ		૬;	(૬ × ૧।) = ૭॥
ज्ञ = ઘેાડા	(૫૦ + ૧૦) =	૬૦;	(૬૦ × ⅛) = ૭॥
કુલ જાનવર		૧૦૦	અને મણ ૧૦૦

દાખલેા ૧૬૪ મેા.

હાથી, ઘેાડા અને બળદ મળી ૧૦૦ જાનવર છે. દરરેાજ હાથીને ૧॥ મણ, ઘેાડાને ૦॥ મણ અને બળદને ૦। મણ આપતાં રેાજ ૧૦૦ મણ દાણેા વપરાય. કહેા ત્યારે હાથી, ઘેાડા અને બળદ દરેક જાતવાર કેટલા અને જાતવાર દાણા કેટલા જોઇએ ?

ખુલાસેા.

આના જવાબ નવ તરેહથી આવશે.

ક્ષ = હાથી, ય = ઘોડા અને જ્ઞ = બળદ ધારો. બધા ૧૦૦ માટે ક્ષ + ય + જ્ઞ = ૧૦૦ આ પહેલું સમીકરણ. પછી ૩/૨ ક્ષ મણ દાણા હાથીઓ ખાય, ઘોડા ૧/૨ ય મણ ખાય અને બળદો ૧/૪ જ્ઞ મણ ખાય. રોજ ૧૦૦ મણ દાણો વપરાય માટે ૩/૨ ક્ષ + ૧/૨ ય + ૧/૪ જ્ઞ = ૧૦૦. આનું સ્પષ્ટ રૂપ ૬ ક્ષ + ૨ ય + જ્ઞ = ૪૦૦ આ બીજું સમીકરણ. હવે બીજા સમીકરણ ૬ ક્ષ + ૨ ય + જ્ઞ = ૪૦૦ માંથી ૧ લા સમીકરણનું આ નવું રૂપ ±૨ક્ષ ± ૨ ય ±૨જ્ઞ =–૨૦૦ બાદ કરો.

બાકી આવ્યું ૪ ક્ષ – જ્ઞ = ૨૦૦ આનું સ્પષ્ટ રૂપ ૪ ક્ષ – ૨૦૦ = જ્ઞ.

આંહી ક્ષેપક – ૨૦૦ છે. જો આંહી ક્ષેપક ન હોય તો ક્ષ = ૧ અને જ્ઞ = ૪ થાય હવે ક્ષ ની કિંમત એવી કરવી કે તેમાંથી ૨૦૦ ઓછા થાય, તેવો આંક ૫૦ છે. ૫૦ ધારવાથી (૪ × ૫૦ = ૨૦૦ – ૨૦૦) બધું સરભર થઈ જાય માટે ક્ષ ના ૫૧ ધારવા જેથી ૪ × ૫૧ – ૨૦૦ જ્ઞ માટે જ્ઞ = ૨૦૪ – ૨૦૦ માટે જ્ઞ = ૪. માટે ક્ષ = ૫૧, જ્ઞ = ૪ અને ય = ૪૫. ક્ષ = હાથી = ૫૧, જ્ઞ = બળદ = ૪, ય = ઘોડા = ૪૫.

જવાબ.

(૧ લો)		અનાજ ખાય મણ.
ક્ષ = હાથી =	૫૧; (૫૧ × ૧॥) =	૭૬॥
ય = ઘોડા =	૪૫; (૪૫ × ૦॥) =	૨૨॥
જ્ઞ = બળદ =	૪; (૪ × ૦।) =	૧
કુલ જાનવર	૧૦૦ અને મણ	૧૦૦

(૨ જો)			અનાજ ખાય મણ.
ક્ષ = હાથી (૫૧ + ૧) =	૫૨	(૫૨ × ૧॥) =	૭૮.
ય = ઘોડા =	૪૦	(૪૦ × ૦॥) =	૨૦.
જ્ઞ = બળદ (૪ + ૪) =	૮	(૮ × ૦।) =	૨.
કુલ જાનવર	૧૦૦	અને મણ	૧૦૦

(૩ જો) અનાજ ખાય મણ.

ક્ષ = હાથી (૫૨ + ૧) = ૫૩; (૫૩ × ૧॥) = ૭૯॥
ય = ઘોડા ૩૫; (૩૫ × ૦॥) = ૧૭॥
ઝ = બળદ (૮ + ૪) = ૧૨; (૧૨ × ૦।) = ૩

કુલ જાનવર ૧૦૦ અને મણ ૧૦૦

(૪ થો) અનાજ ખાય મણ.

ક્ષ = હાથી ૫૪ (૫૪ × ૧॥) = ૮૧
ય = ઘોડા ૩૦ (૩૦ × ૦॥) = ૧૫
ઝ = બળદ ૧૬ (૧૬ × ૦।) = ૪

કુલ જાનવર ૧૦૦ અને મણ ૧૦૦

(૫ મો) અનાજ ખાય મણ.

ક્ષ = હાથી ૫૫ (૫૫ × ૧॥) = ૮૨॥
ય = ઘોડા ૨૫ (૨૫ × ૦॥) = ૧૨॥
ઝ = બળદ ૨૦ (૨૦ × ૦।) = ૫

૧૦૦ ૧૦૦

(૬ ઠ્ઠો) અનાજ ખાય મણ.

ક્ષ = હાથી ૫૬ (૫૬ × ૧॥) = ૮૪
ય = ઘોડા ૨૦ (૨૦ × ૦॥) = ૧૦
ઝ = બળદ ૨૪ (૨૪ × ૦।) = ૬

કુલ જાનવર ૧૦૦ અને મણ ૧૦૦

(૭ મો) અનાજ ખાય મણ.

ક્ષ = હાથી ૫૭; (૫૭ × ૧॥) = ૮૫॥
ય = ઘોડા ૧૫; (૧૫ × ૦॥) = ૭॥
ઝ = બળદ ૨૮; (૨૮ × ૦।) = ૭

કુલ જાનવર ૧૦૦ અને મણ ૧૦૦

(૮ મેા)   અનાજ ખાય મણ

ક્ષ = હાથી ૫૮; (૫૮ × ૧॥) = ૮૭

ય = ઘેાડા ૧૦; (૧૦ × ૦॥) = ૫

ઝ = બળદ ૩૨; (૩૨ × ૦।) = ૮

કુલ જાનવર ૧૦૦   અને કુલ મણ ૧૦૦

૯ મેા) હાથી = ૫૯ ખાય ૮૮॥ મણ: ઘેાડા = ૫ ને ૨॥ મણ
અને બળદ ૩૬ ને ૯ મણ

દાખલેા ૧૬૫ મેા.

૧૦૦ પાન ૧૦૦ જણા વચ્ચે વહેંચવાના છે. એક પુરૂષને ૫: સ્ત્રીને ૦॥ અને એક બાળકને ૦। કહેા કેવી રીતે વેચશેા ?

ખુલાસેા.

આના ચાર જવાબ આવશે.

ક્ષ = પુરૂષ. ય = સ્ત્રી અને ઝ = બાળક બધા ૧૦૦ માટે ક્ષ + ય ઝ = ૧૦૦: અને ૫ ક્ષ + $\frac{૧}{૨}$ ય + $\frac{ય}{૪}$ = ૧૦૦. આ બીજું સમીકરણ નું સ્વરૂપ ૨૦ ક્ષ + ૨ ય + ઝ = ૪૦૦ હવે બીજા સમીકરણ

૨૦ ક્ષ + ૨ ય + ઝ = ૪૦૦ માંથી

હેલું સમીકરણ (નવું રૂપ) + ૨ ક્ષ + ૨ ય + ૨ ઝ = ૨૦૦ બાદ કરેા

ાકી રહ્યા.   ૧૮ ક્ષ − ઝ = ૨૦૦. આનું

૮ ક્ષ − ૨૦૦ = ઝ હવે ૧૮ ક્ષ વાળા ક્ષની કિંમત

૧૮ ક્ષની કિંમત ૨૦૦ થી વધારે થાય. તે જો ?

ારીએ તેા ૧૮ × ૧૨ − ૨૦૦ = ઝ માટે ઝ

= ૧૨, ઝ = ૧૬ અને ય = ૭૨

૨ અને ઝ = બાળક ૧૬:

જવાબ.

(૧ લો)		પાન	(૨ જો)		પાન
ક્ષ = પુરૂષ	૧૨ ને	૬૦	પુરૂષ =	૧૩ ને	૬૫
ય = સ્ત્રી	૭૨ ને	૩૬	સ્ત્રી =	૫૩ ને	૨૬॥
ઝ = બાળક	૧૬ ને	૪	બાળક =	૩૪ ને	૮॥
કુલ જણ	૧૦૦ ને	૧૦૦	જણ	૧૦૦ ને	૧૦૦

(૩ જો)		પાન	(૪ થો)		પાન
પુરૂષ	૧૪ ને	૭૦	પુરૂષ	૧૫ ને	૭૫
સ્ત્રી	૩૪ ને	૧૭	સ્ત્રી	૧૫ ને	૭॥
બાળક	૫૨ ને	૧૩	બાળક	૭૦ ને	૧૭॥
કુલ જણ	૧૦૦ ને	૧૦૦	કુલ જણ	૧૦૦ ને	૧૦૦

આમાં ૧૮ ક્ષ − ૨૦૦ = ઝ હતા જેથી $\frac{\text{ભાજ્ય ૧૮}}{\text{ભાજક ૧}}$ થાય

તેના સંબંધી $\frac{૧૨}{૧૬}$ માટે $\frac{૧૮ \text{ ક્ષ}}{૧ \text{ ઝ}}$ ╳ $\frac{૧૬}{૧૨}$ સમજવા એટલે $\frac{૧૬ \text{ માં}}{૧૨ \text{ માં}}$

૧૮ ઉમેરતા જવું.
૧ ઉમેરતા જવું.

દાખલો ૧૬૬ મો.

ગોળ ૪ રૂપીએ મણઃ લોટ ૨ રૂપીએ મણઃ અને દાળ ૦॥ રૂપીએ મણ મળે છે. તો ૧૦૦ રૂપીઆમાં ૧૦૦ મણમાં બધી ચીજો આવે. એમ શી રીતે કરશો.

ખુલાસો.

પાંચ જવાબ આવશે.

[illegible]ઃ ય = લોટઃ ઝ = દાળ ધારો. બધા ૧૦૦ મણ માટે [illegible]૦૦ મણઃ આ ૧ લું સમીકરણઃ હવે ગોળના [illegible] ૨ ય અને દાળના રૂપીઆ $\frac{૧}{૨}$ ઝ.

[illegible] ક્ષ + ૨ ય + $\frac{૧}{૨}$ ઝ = ૧૦૦ આ

બીજું સમીકરણ તેનું રૂપાંતર $૮ક્ષ + ૪ય + ઞ = ૨૦૦$ આમ થયું

આ બીજા સમીકરણ	$૮ ક્ષ + ૪ ય + ઞ = ૨૦૦$
માંથી પહેલા સમીકરણનું નવું રૂપ	$\frac{૪}{} ક્ષ + \frac{૪}{} ય + \frac{૪}{} ઞ = -૪૦૦$
બાદ કરો બાકી રહ્યા	$૪ ક્ષ - ૩ ઞ = -૨૦૦$

તેનું બીજું રૂપ $\frac{૪ક્ષ+૨૦૦}{૩} = ઞ$ હવે $\frac{૪ક્ષ+૨૦૦}{૩} = ઞ$ માંથી વલ્લી બનાવો.

૩) ૪ (૧. પહેલો આંક. આમાંથી પહેલી વલ્લી $\left[\begin{smallmatrix} ૧ & ૦ & ૦ \\ & ૦ & \\ & ૧ & \end{smallmatrix}\right]$

$\frac{૩}{૧}$ તૈયાર થઇ. આમાંથી $\left(\begin{smallmatrix} ૦ & ૦ \\ ૦ & ૦ \\ ૧ & ૧ \end{smallmatrix}\right)$ તૈયાર થઇ.

આ રીતે $\frac{૨૦૦}{૨૦૦}$ રયા. આ એના સંબંધી $\frac{૪}{૩}$ છે. માટે $\frac{૪}{૩}$ વડે $\frac{૨૦૦}{૨૦૦}$ ને એવી રીતે ભાગવા કે બન્નેમાં ભાગાકારનો જવાબ સામાન્ય આવે. માટે $૨૦૦ \div ૪$ ભાગાકારનો જવાબ ૪૯ અને શેષ ૪ અને $૨૦૦ \div ૩$ ભાગાકારનો જવાબ ૪૯ અને શેષ ૫૩ આવે માટે $\frac{૪}{૫૩}$ આવ્યા. હવે $\frac{૪}{૩}$ માંથી $\frac{૪}{૫૩}$ બાદ કરવા પડશે કારણ વલ્લી વિષમ છે. માટે $\frac{૪}{૩}$ માંથી $\frac{૪}{૫૩}$ બાદ નહી થાય માટે $\frac{૪}{૩}$ એ બન્નેને (૧૮) એવા આંકથી ગુણવા કે $\frac{૪}{૫૩}$ સહેલાઇથી બાદ થઈ શકે માટે $\frac{૪ \times ૧૮}{૩ \times ૧૮} = \frac{૭૨}{૫૪}$ આવ્યા. હવે આ $\frac{૭૨}{૫૪}$ માંથી $\frac{૪}{૫૩}$ બાદ કરવાથી $\frac{૬૮}{૧}$ આવ્યા. આ કુટ્ટકલબ્ધિ થઇ માટે $\begin{smallmatrix} ૪ ક્ષ \\ ૩ ઞ \end{smallmatrix} \times \begin{smallmatrix} ૬૮ \\ ૧ \end{smallmatrix}$ આવ્યા. માટે $ક્ષ = ૧$ અને $ઞ = ૬૮$: અને $ય = ૩૧$ આવે. હવે $ક્ષ = ૧$: પછી $ક્ષ = ૪$ પછી $ક્ષ = ૭$: પછી $ક્ષ = ૧૦$ પછી $ક્ષ = ૧૩$ આવે.

જવાબ.

(૧ લો)	(૨ જો)
ક્ષ = ગોળ મણ ૧ ના રૂ. ૪	ગોળ મણ ૪ ના રૂ. ૧૬
ય = લોટ મણ ૩૧ ના રૂ. ૬૨	લોટ મણ ૨૪ ના રૂ. ૪૮
ઞ = દાળ મણ ૬૮ ના રૂ. ૩૪	દાળ મણ ૭૨ ના રૂ. ૩૬
મણ ૧૦૦ ના રૂ. ૧૦૦	મણ ૧૦૦ ના રૂ. ૧૦૦

(૩ જો)		(૪ થો)	
ગોળ મણ ૭ ના	રૂ. ૨૮	ગોળ મણ ૧૦ ના	રૂ. ૪૦
લોટ મણ ૧૭ ના	રૂ. ૩૪	લોટ મણ ૧૦ ના	રૂ. ૨૦
દાળ મણ ૭૬ ના	રૂ. ૩૮	દાળ મણ ૮૦ ના	રૂ. ૪૦
મણ ૧૦૦ ના	રૂ. ૧૦૦	મણ ૧૦૦ ના	રૂ. ૧૦૦

(૫ મો) ગોળ મણ ૧૩ ના રૂ. ૫૨. લોટ મણ ૩ ના રૂ. ૬ અને દાળ મણ ૮૪ ના રૂ. ૪૨.

દાખલો ૧૬૭ મો.

૫ આનાનું ૧ દાડમ, ૧ આનાના ૨૦ જાંબુ અને ૧ આનાની ૧ કેરી. એ ભાવે ૧૦૦ આનાના ૧૦૦ ફળ લાવો. શી રીતે કરશો?

ખુલાસો.

ધારો ક્ષ = દાડમ, ય = જાંબુ: અને ઞ = કેરી. બધાં મળી ૧૦૦ ફળ માટે ક્ષ + ય + ઞ = ૧૦૦. આ એક સમીકરણ: હવે દાડમના ૫ ક્ષ આના, બધા જાંબુના $\frac{\text{ય}}{૨૦}$ આના અને કેરીના ઞ આના તે બધા ૧૦૦ આના થાય માટે ૫ ક્ષ + $\frac{\text{ય}}{૨૦}$ + ઞ = ૧૦૦. આ બીજું સમીકરણ તેનું સ્પષ્ટરૂપ ૧૦૦ ક્ષ + ય + ૨૦ ઞ = ૨૦૦૦ આ બીજું સમીકરણ. હવે આમાંથી પહેલા સમીકરણના બન્ને પદોને ૨૦ થી ગુણવા રહ્યા. માટે

બીજા સમીકરણ ૧૦૦ ક્ષ + ય + ૨૦ ઞ = + ૨૦૦૦ માંથી

પહેલા સમીકરણ ૨૦ ક્ષ + ૨૦ ય + ૨૦ ઞ = + ૨૦૦૦ બાદ કરો.

બાકી રહ્યા ૮૦ ક્ષ − ૧૯ ય = ૦ આવ્યા. તેનું સ્પષ્ટરૂપ ૮૦ ક્ષ = ૧૯ ય થયા. બીજું રૂપ ૮૦ ક્ષ ± ૦ = ૧૯ ય. માટે ક્ષ = ૧૯ અને ય = ૮૦ અને ઞ = ૧ માટે.

ક્ષ = દાડમ ૧૯ ના આના ૯૫ : ય = જાંબુ ૮૦ ના આના ૪ અને ઞ = કેરી ૧ નો આનો ૧ (બધા ૧૦૦ નંગના ૧૦૦ આના)

દાખલો ૧૬૮ મો.

૩ રૂપીઆની પાઘડી, ૧ રૂપીઆની ધોતર અને ૧ રૂપીઆના ૨૦ રૂમાલ એ ભાવે ૧૦૦ રૂપીઆમાંથી ૧૦૦ નંગ કેવી રીતે લાવશો?

ખુલાસો.

ક્ષ = પાઘડી, ય = ધોતીઆ, ज = રૂમાલ બધા મળી ૧૦૦ નંગ માટે પહેલું સમીકરણ ક્ષ + ય + ज = ૧૦૦ અને ૩ ક્ષ + ય + $\frac{ज}{૨૦}$ = ૧૦૦: આ બીજું સમીકરણ, તેનું શુદ્ધ રૂપ ૬૦ ક્ષ + ૨૦ ય + ज = ૨૦૦૦ થયા.

હવે બીજા સમીકરણ ૬૦ ક્ષ + ૨૦ ય + ज = ૨૦૦૦ માંથી
પહેલા સમીકરણનું નવુંરૂપ ૨૦ ક્ષ ± ૨૦ ય ± ૨૦ ज = ૨૦૦૦ બાદ કરો

બાકી આવશે ૪૦ ક્ષ − ૧૯ ज = ૦. અથવા ૪૦ ક્ષ ∓ ૦ = ૧૯ ज માટે ક્ષ = ૧૯ અને ज = ૪૦ તો ય = ૪૧: માટે **જવાબ**

ક્ષ = પાઘડી ૧૯ ના રૂ. ૫૭: ય = ધોતર ૪૧ ના રૂ. ૪૧ અને ज = રૂમાલ ૪૦ ના રૂ. ૨. કુલ નંગ ૧૦૦ ના રૂપીઆ ૧૦૦ થયા. જવાબ એકજ આવે.

દાખલો ૧૬૯ મો.

૧૦ રૂપીઆનો ૧ હાથી, ૨ રૂપીઆનું ૧ ઘોડું અને ૧ રૂપીઆના ૫ બકરાં ભાવ છે. બોલો ૧૦૦ રૂપીઆમાંથી ૧૦૦ જાનવર શી રીતે લાવશો?

ખુલાસો.

ક્ષ = હાથી, ય = ઘોડા, ज = બકરા. બધા નંગ ૧૦૦ માટે ક્ષ + ય + ज = ૧૦૦. આ પહેલું સમીકરણ. પછી હાથીની કિંમત ૧૦ ક્ષ, ઘોડાની કિંમત ૨ ય અને બકરાની કિંમત $\frac{ज}{૫}$. બધા ૧૦૦ રૂપીઆ માટે

૧૦ ક્ષ + ૨ ય + $\frac{ज}{૫}$ = ૧૦૦: આનું સ્પષ્ટરૂપ ૫૦ ક્ષ + ૧૦ ય + ज = ૫૦૦.

આ બીજા સમીકરણ ૫૦ ક્ષ + ૧૦ ય + ગ=૫૦૦ માંથી
૧ લા સમીકરણના ૧૦ગણા ૧૦ ક્ષ + ૧૦ ય +૧૦ ગ=૧૦૦૦બાદ

બાકી આવ્યા. ૪૦ ક્ષ − ૯ ગ = − ૫૦૦ નું
બીજું રૂપ ૪૦ ક્ષ + ૫૦૦ = ૯ ગ અથવા $\frac{૪૦ક્ષ+૫૦૦}{૯}$ = ગ હવે.

૯) ૪૦ (૪: ૧ લો આંક. ૪) ૯ (૨ બીજો આંક.
૩૬ ૮
— —
૪ ૧

આમાંથી ૧ લી વલ્લી આ પ્રમાણે $\left(\begin{matrix} ૪ & ૪ & ૦ & ૦ \\ & & ૦ & \\ & & ૯ & \end{matrix}\right)$ થઇ. આમાંથી બીજી વલ્લી $\left(\begin{matrix} ૪ & ૦ & ૦ \\ & ૦ & ૦ \\ & ૦ & ૯ \\ & ૯ & \end{matrix}\right)$ થઇ. આમાંથી ત્રીજી વલ્લી $\left(\begin{matrix} ૦ & ૦ \\ ૦ & ૦ \\ ૯ & ૦ \\ ૪ & ૯ \end{matrix}\right)$ થઇ. આમ બે આંક $\frac{૪૫૦૦}{૧૦૦૦}$ આવ્યા. હવે $\frac{૪૦}{૯}$ના સંબંધી $\frac{૪૫૦૦}{૧૦૦૦}$ આવ્યા માટે$\frac{૪૫૦૦}{૧૦૦૦}$÷$\frac{૪૦}{૯}$માટે ૪૫૦૦ ÷ ૪૦ = ભાગાકારનો જવાબ ૧૧૧ અને શેષ ૬૦ અને ૧૦૦૦ ÷ ૯ ભાગાકારનો જવાબ ૧૧૧ અને શેષ ૧ હવે સામાન્ય ભાગાકારનો આંક ૧૧૧ ઉડાડી મૂકવા બાકી $\frac{૬૦}{૧}$ આવ્યા માટે

૪૦ક્ષ ╱ ૬૦
૯ગ ╲ ૧ થાય માટે. ક્ષ = ૧ અને ગ = ૬૦ તેથી ય = ૩૯.

∵ **જવાબ** ક્ષ = હાથી = ૧ ના રૂ. ૧૦. ય = ઘોડા = ૩૯ ના રૂ. ૭૮. અને ગ = બકરા = ૬૦ ના રૂ. ૧૨. આમ ૧૦૦ નંગના ૧૦૦ રૂપીઆ.

દાખલો ૧૭૦ મો.

૨૫ રૂપીઆનું ખીસા ઘડિઆળ, ૧ રૂપીઆની સાંકળ, અને ૦।રૂપીઆનું કવર એ ભાવે ૧૦૦ રૂપીઆના ૧૦૦ નંગ શી રીતે લાવશો?

ખુલાસો.

આના ત્રણ જવાબ આવે છે.

ક્ષ = ઘડિઆળ, ય = સાંકળ અને ગ = કવર. આ બધા ૧૦૦ નંગ માટે ક્ષ + ય + ગ = ૧૦૦, પહેલું સમીકરણ. હવે ૨૫ ગ રૂપીઆ

ઘડિઆળની કિંમત, ય રૂપીઆ સાંકળની કિંમત અને $\frac{ગ}{૪}$ કવરની કિંમત. બધા રૂપીઆ ૧૦૦ માટે ૨૫ ક્ષ + ય + $\frac{ગ}{૪}$ = ૧૦૦ બીજું સમીકરણ. તેનું સ્પષ્ટ સ્વરૂપ ૧૦૦ ક્ષ + ૪ ય + ગ = ૪૦૦. હવે પહેલા સમીકરણના બન્ને સમાનતાના પદોને ૪થી ગુણવા.

બીજા સમીકરણ ૧૦૦ ક્ષ + ૪ ય + ગ = ૪૦૦ માંથી
પહેલું સમીકરણ ૪ ક્ષ ± ૪ ય ± ૪ગ = ૪૦૦ બાદ કરો.

બાકી રહ્યા. ૯૬ ક્ષ − ૩ ગ = ૦ આવ્યા.

આનું સ્પષ્ટ રૂપ ૯૬ ક્ષ ∓ ૦ = ૩ ગ. (આંહી ક્ષેપક ૦ છે તેની પૂર્વે − ઓછાની નિશાની છે છતાં + ની નિશાની પણ બતાવી છે. પરંતુ ૦ છે એટલે + કરવાથી અર્થમાં કાંઈ ફેરફાર થતો નથી.

હવે ૯૬ ક્ષ − ૦ = ૩ ગ છે. તેથી ક્ષ = ૩ અને ગ = ૯૬ ત્યારે ય = ૧ આવે આ એક **જવાબ.** હવે ૯૬ અને ૩ના ટુંકા રૂપ કરીએ તો ૩૨ અને ૧ આવે માટે ૩૨ ક્ષ = ૧ ગ માટે ક્ષ = ૧ અને ગ = ૩૨ ત્યારે ય = ૬૭. આ બીજો **જવાબ** અને ક્ષ = ૨ અને ગ = ૬૪ અને ય = ૩૪. આ ત્રીજો **જવાબ.**

જવાબ.

૧લો			૨જો			૩જો		
ક્ષ=ઘડિઆળ	૧ના	રૂ. ૨૫	ક્ષ=ઘડિઆળ	૨ના	રૂ. ૫૦	ક્ષ=ઘડિઆળ	૩ના	રૂ. ૭૫
ય=સાંકળ	૬૭ના	રૂ. ૬૭	ય=સાંકળ	૩૪ના	રૂ. ૩૪	ય=સાંકળ	૧ના	રૂ. ૧
ગ=કવર	૩૨ના	રૂ. ૮	ગ=કવર	૬૪ના	રૂ. ૧૬	ગ=કવર	૯૬ના	રૂ. ૨૪
નંગ	૧૦૦ના	રૂ.૧૦૦	નંગ	૧૦૦ના	રૂ.૧૦૦	નંગ	૧૦૦ના	રૂ.૧૦૦

દાખલો ૧૭૧ મો.

૧૦ રૂપીઆની પાઘડી, ૫ રૂપીઆનું ધોતીઉં અને ૦ાા રૂપીઆનો રૂમાલ એ ભાવે ૧૦૦ રૂપીઆના ૧૦૦ નંગ શી રીતે લાવશો?

ખુલાસો.

ક્ષ = પાઘડી, ય = ધોતીઆ અને ગ = રૂમાલ. આ બધા ૧૦૦ નંગ થયા માટે ક્ષ + ય + ગ = ૧૦૦ પહેલું સમીકરણ. હવે પાઘડીના ૧૦ ક્ષ રૂપીઆ, ધોતીનાં ૫ ય રૂપીઆ અને રૂમાલનાં $\frac{ગ}{૨}$ રૂપીઆ. આ બધા રૂપીઆ ૧૦૦ છે. માટે ૧૦ ક્ષ + ૫ ય + $\frac{ગ}{૨}$ = ૧૦૦. આ બીજું સમીકરણ તેનું સ્પષ્ટ સ્વરૂપ ૨૦ ક્ષ + ૧૦ ય + ગ = ૨૦૦ હવે પહેલા સમીકરણના બન્ને પદોને ૧૦ થી ગુણો.

બીજા સમીકરણ ૨૦ ક્ષ + ૧૦ ય + ગ = ૨૦૦માંથી પહેલા સમીકરણનું ૧૦ ગણું રૂપ ૧૦ ક્ષ ± ૧૦ ય ± ૧૦ગ = ૧૦૦૦ બાદ કરો.

માટે બાકી આવ્યા. ૧૦ ક્ષ − ૯ ગ = − ૮૦૦ તેનું બીજું રૂપ

૧૦ ક્ષ + ૮૦૦ = ૯ ગ. તેનું બીજું રૂપ $\frac{૧૦ ક્ષ + ૮૦૦}{૯}$ = ગ.

હવે વલ્લી બનાવવી.

૯) ૧૦ (૧ : પહેલો આંક. આમાંથી ૧લી વલ્લી આ પ્રમાણે
૯
—
૧

(૧ $\frac{૦}{૧}$ ૦) તૈયાર થઇ. વલ્લી વિષમ છે. હવે આમાંથી બીજી વલ્લી ($\frac{૦}{૧}$ $\frac{૦}{૧}$) તૈયાર થઇ. હવે $\frac{૮૦૦}{૮૦૦}$ આંક આવ્યા.

તે બન્ને તેમનાં સંબંધી $\frac{૧૦}{૯}$ થી મોટા છે માટે ૮૦૦ ÷ ૧૦ ભાગાકારનો જવાબ ૭૯ અને શેષ ૧૦ અને ૮૦૦ ÷ ૯ ભાગાકારનો જવાબ ૭૯ અને શેષ ૮૯ આવ્યા. સામાન્ય ભાગાકાર ૭૯ ઉડી ગયા બાકી શેષ આ પ્રમાણે $\frac{૧૦}{૮૯}$ આવ્યા. હવે આ વલ્લી વિષમ છે માટે આ બે આંક એમનાં મૂળ સંબંધી $\frac{૧૦}{૯}$માંથી બાદ કરવા છે. પરંતુ ૮૯ નો આંક ૯થી મોટો છે માટે $\frac{૧૦}{૯}$ ને ૧૦ થી ગુણીએ તો $\frac{૧૦૦}{૯૦}$ આવે માટે $\frac{૧૦૦}{૯૦}$ − $\frac{૧૦}{૮૯}$ = $\frac{૯૦}{૧}$ આવે. આ કુટ્ટક-લબ્ધિ થઇ. માટે

$\frac{૧૦ ક્ષ}{૯ ગ}$ ╳ $\frac{૯૦}{૧}$ માટે ક્ષ = ૧ અને ગ = ૯૦ ત્યારે ય = ૯ આવે માટે

જવાબ.

ક્ષ = પાઘડી ૧ના રૂપીઆ ૧૦. ય = ધોતીઆ ૯ ના રૂપીઆ ૪૫ અને જ્ઞ = રૂમાલ ૯૦ના રૂપીઆ ૪૫ કુલ નંગ ૧૦૦ના રૂપીઆ ૧૦૦.

દાખલો ૧૭૨ મો.

૫ રૂપીઆની થાળી, ૨॥ રૂપીઆનો વાટકો અને ૦॥ રૂપીઆનો ચમચો એ ભાવે ૧૦૦ રૂપીઆના ૧૦૦ નંગ લઇ આવો.

ખુલાસો.

આના બે જવાબ આવવાના.

ક્ષ = થાળી, ય = વાટકા અને જ્ઞ = ચમચા. બધા નંગ ૧૦૦ માટે પહેલું સમીકરણ ક્ષ + ય + જ્ઞ = ૧૦૦. હવે થાળીના રૂપીઆ ૫ ક્ષ, વાટકાના $\frac{૫}{૨}$ ય, અને ચમચાની કિમત $\frac{જ્ઞ}{૨}$. આ બધા રૂપીઆ ૧૦૦ થયા. માટે બીજું સમીકરણ ૫ ક્ષ + $\frac{૫}{૨}$ ય અને $\frac{જ્ઞ}{૨}$ = ૧૦૦ આનું સ્પષ્ટ સ્વરૂપ ૧૦ ક્ષ + ૫ ય + જ્ઞ = ૨૦૦ હવે પહેલા સમીકરણના બન્ને પદને ૫ થી ગુણો પછી

બીજા સમીકરણ ૧૦ ક્ષ + ૫ ય + જ્ઞ = ૨૦૦માંથી પહેલા સમીકરણનું નવું રૂપ ૫ ક્ષ + ૫ ય + ૫ જ્ઞ = ૫૦૦ બાદ કરો તો

બાકી રહ્યા ૫ ક્ષ − ૪ જ્ઞ = − ૩૦૦ તેનું સ્પષ્ટ રૂપ ૫ ક્ષ + ૩૦૦ = ૪ જ્ઞ હવે ૫ ક્ષ + ૩૦૦ = ૪ જ્ઞ સમીકરણ છે. જો ક્ષેપક ૩૦૦ છે, તેને ૪થી ભાગીએ તો ૭૫ આવે. હવે જ્ઞ = ૫ છે તેમાં ૭૫ ઉમેરવાથી ૮૦ થાય. (આમ કરવાનું કારણ એ કે ક્ષેપક તે ભાજક ૪થી નિઃશેષ ભાગી શકાય છે જુઓ નિયમ ઉદા૦ ૬ ઠું પૃષ્ઠ ૪૪૦) માટે ક્ષ = ૪ અને જ્ઞ = ૮૦ ત્યારે ય = ૧૬ થાય.

જવાબ.

૧લો		૨જો	
ક્ષ = થાળી = ૪ ના	રૂપીઆ ૨૦	ક્ષ = થાળી ૮ ના	રૂપીઆ ૪૦
ય = વાટકા = ૧૬ ના	રૂપીઆ ૪૦	ય = વાટકા ૭ ના	રૂપીઆ ૧૭ાા
ઞ = ચમચા = ૮૦ ના	રૂપીઆ ૪૦	ઞ = ચમચા ૮૫ ના	રૂપીઆ ૪૨ાા
નંગ ૧૦૦ ના	રૂપીઆ ૧૦૦	નંગ ૧૦૦ ના	રૂપીઆ ૧૦૦

દાખલો ૧૭૩ મો.

૫ રૂપીઆની થાળી, ૨ાા રૂપીઆનો વાટકો, અને ૦ા રૂપીઆનો ચમચો, એ ભાવે ૧૦૦ રૂપીઆના ૧૦૦ નંગ લઈ આવો.

ખુલાસો.

આના જવાબ બે આવવાના.

ક્ષ = થાળી, ય = વાટકા અને ઞ = ચમચા. બધા નંગ ૧૦૦ માટે ક્ષ + ય + ઞ = ૧૦૦ પહેલું સમીકરણ. હવે થાળીના ૫ ક્ષ રૂપીઆ, વાટકા $\frac{૫}{૨}$ ય રૂપીઆ અને ચમચાના $\frac{ઞ}{૪}$ રૂપીઆ. આ બધા ૧૦૦ રૂપીઆ. માટે બીજું સમીકરણ ૫ ક્ષ + $\frac{૫}{૨}$ ય + $\frac{ઞ}{૪}$ = ૧૦૦ તેનું સ્પષ્ટ સ્વરૂપ ૨૦ ક્ષ + ૧૦ ય + ઞ = ૪૦૦. હવે પહેલા સમીકરણના બન્ને પદોના દશ ગણા કરી, બીજામાંથી બાદ કરવા. માટે બીજા સમીકરણ ૨૦ ક્ષ + ૧૦ ય + ઞ = ૪૦૦ માંથી પહેલા સમીકરણનું નવું રૂપ ૧૦ ક્ષ + ૧૦ ય + ૧૦ ઞ = ૧૦૦૦ બાદ કરો

બાકી રહ્યા ૧૦ ક્ષ − ૯ ઞ = − ૬૦૦ તેનું બીજું રૂપ ૧૦ ક્ષ + ૬૦૦ = ૯ ઞ અથવા $\frac{૧૦ ક્ષ + ૬૦૦}{૯}$ = ઞ માંથી વલ્લી બનાવો.

હવે ૯) ૧૦ (૧ : આમાંથી ૧લી વલ્લી (૦ ૦) થઇ. આમાંથી
૯
—
૧ બીજી વલ્લી (૦ ૦) થઇ. આમ ૬૦૦ / ૬૦૦ આવ્યા

આ બન્ને આંક એમના સંબંધી આંક $\frac{૧}{૯}$થી મોટા છે. માટે $\frac{૬૦૦}{૬૦૦} \div \frac{૧૦}{૯}$ માટે ૬૦૦ ÷ ૧૦ ભાગાકારનો જવાબ ૫૯ અને શેષ ૧૦ અને ૬૦૦ ÷ ૯ = ૫૯ ભાગાકારનો જવાબ અને શેષ ૬૯ માટે સામાન્ય ભાજક ૬૯ ઉડી ગયા અને બન્નેનાં શેષ $\frac{૧૦}{૬૯}$ આ રીતે રહ્યા. આમાં પ્રથમ વલ્લી વિષમ છે માટે મૂળ ભાજ્ય અને હાર $\frac{૧}{૯}$માંથી આ $\frac{૧૦}{૬૯}$ બાદ કરવાના છે. પણ ખરી રીતે બાદબાકી થઇ શકશે નહી માટે $\frac{૧}{૯}$ને એવી રીતે વધારો કે તેમાંથી $\frac{૧૦}{૬૯}$ તરત બાદ થઇ શકે તે માટે એમ કરવું કે ૯ને (૮) એવી રકમની ગુણવા કે ૬૯થી વધુ આંક આવે માટે આવેલ ૮ વડે $\frac{૧}{૯}$ એ બન્નેને ગુણવાથી $\frac{૮}{૭૨}$ આવ્યા. આમાંથી $\frac{૧૦}{૬૯}$ બાદ કરવા. $\frac{૮}{૭૨} - \frac{૧૦}{૬૯} = \frac{૭૦}{૩}$ આવ્યા. આ $\frac{૭૦}{૩}$ આવ્યા તે કુટ્ટક=લબ્ધિ આવ્યા માટે

૧૦ ક્ષ ╲ ૭૦
૯ ગ ╱ ૩

મૂક્યા જેથી ક્ષ = ૩ અને ગ = ૭૦ ત્યારે ય = ૨૭ થાય. હવે આ ઉપરથી બીજો જવાબ લાવવો હોય તો નીચે પ્રમાણે કરવું

૧૦ ક્ષ ╲╱ ૭૦
૯ ગ ╱╲ ૩

પછી ૭૦ + ૧૦ = ૮૦
૯ + ૩ = ૧૨

આવ્યા. માટે ક્ષ = ૧૨ અને ગ = ૮૦ ત્યારે ય = ૮ માટે **જવાબ.**

૧ લો

ક્ષ = થાળી =	૩ના	રૂપીઆ	૧૫
ય = વાટકા =	૨૭ ના	રૂ.	૬૭॥
ગ = ચમચા =	૭૦ ના	રૂ.	૧૭॥
નંગના	૧૦૦ ના	રૂ.	૧૦૦

૨ જો

ક્ષ = થાળી	૧૨ ના	રૂ.	૬૦
ય = વાટકા	૮ ના	રૂ.	૨૦
ગ = ચમચા	૮૦ ના	રૂ.	૨૦
નંગ	૧૦૦ ના	રૂ.	૧૦૦

દાખલો ૧૭૪ મો.

૫ રૂપીઆની થાળી, ૩ રૂપીઆનો વાટકો અને ૦। રૂપીઆનો ચમચો એ ભાવે ૧૦૦ રૂપીઆમાંથી ૧૦૦ નંગ શી રીતે ખરીદશો?

ખુલાસો.

ક્ષ = થાળી, ય = વાટકા અને ગ = ચમચા. આ બધા ૧૦૦ નંગ માટે ક્ષ + ય + ગ = ૧૦૦ આ પહેલું સમીકરણ. અને થાળીની કિંમત ૫ ક્ષ રૂ. વાટકાની કિંમત ૩ ય રૂ. અને ચમચાની કિંમત $\frac{ગ}{૪}$ રૂપીઆ આ બધા ૧૦૦ રૂપીઆ માટે ૫ ક્ષ + ૩ ય + $\frac{ગ}{૪}$ = ૧૦૦ આ બીજું સમીકરણ થયું હવે તેનું સ્પષ્ટ સ્વરૂપ ૨૦ ક્ષ + ૧૨ ય + ગ = ૪૦૦. હવે પહેલા સમીકરણના બન્ને પદને ૧૨ થી ગુણો પછી બીજા સમીકરણમાંથી બાદ કરો.

હવે બીજા સમીકરણ ૨૦ ક્ષ + ૧૨ ય + ગ = ૪૦૦ માંથી

પહેલા સમીકરણનું નવુંરૂપ ૧૨ ક્ષ+૧૨ ય +૧૨ ગ=૧૨૦૦ બાદ કરો.

બાકી રહ્યા ૮ ક્ષ − ૧૧ ગ = − ૮૦૦ તેનું બીજું રૂપ ૮ ક્ષ + ૮૦૦ = ૧૧ ગ અથવા $\frac{૮ક્ષ+૮૦૦}{૧૧}$ = ગ આમાંથી વલ્લી બનાવો. પહેલી વલ્લી (૦ ૧ ૪ ૧ [illegible] ૦) થઇ. આમાંથી બીજી વલ્લી (૦ ૧ ૪ [illegible] [illegible]) થઈ. આમાંથી ત્રીજી વલ્લી (૦ ૧ [illegible] [illegible]) થઇ આમાંથી ચોથી વલ્લી (૦ [illegible] [illegible]) થઇ. આમાંથી પાંચમી વલ્લી ([illegible] [illegible]) થઈ. આમા $\frac{૨૪૦૦}{૩૨૦૦}$ બે આંક આવ્યા. તેના સંબંધી $\frac{૮ક્ષ}{૧૧ગ}$ છે માટે $\frac{૨૪૦૦}{૩૨૦૦} \div \frac{૮}{૧૧}$ માટે ૨૪૦૦ ÷ ૮ હવે ભાગાકારનો જવાબ ૨૯૦ અને શેષ ૮૦ અને ૩૨૦૦ ÷ ૧૧ હવે ભાગાકારનો જવાબ ૨૯૦ અને શેષ ૧૦. હવે ૨૯૦ જે સામાન્ય ભાજકનો આંક છે તેને ઉડાડી મૂકવો અને જે શેષ $\frac{૮૦}{૧૦}$ રહ્યા તે મૂકયા. માટે

૮ક્ષ	૮૦
૧૧ગ	૧૦

માટે ક્ષ = ૧૦ અને ગ = ૮૦ માટે ય = ૧૦. માટે

જવાબ.

ક્ષ = થાળી = ૧૦ ના રૂપીઆ ૫૦, ય = વાટકા = ૧૦ ના રૂપીઆ ૩૦ અને ત્ર = ચમચા = ૮૦ ના રૂપીઆ ૨૦ = ૨૦. આ રીતે ૧૦૦ નંગના ૧૦૦ રૂપીઆ.

દાખલો ૧૭૫ મો.

૫ રૂપીઆની થાળી, ૩ રૂપીઆનો ૧ કળશીઓ, અને ૦ાા રૂપીઆનો ચમચો એ ભાવે ૧૦૦ રૂપીઆના ૧૦૦ નંગ લઇ આવો.

ખુલાસો.

આના બે જવાબ આવે છે.

ક્ષ = થાળી, ય = કળશીઆ. અને ત્ર = ચમચા. બધા નંગ ૧૦૦ છે માટે ક્ષ + ય + ત્ર = ૧૦૦. આ પહેલું સમીકરણ. હવે થાળીની કિંમત ૫ ક્ષ, કળશીઆની કિંમત ૩ ય અને ચમચાની કિંમત $\frac{ત્ર}{૨}$ આ બધા રૂપીઆ ૧૦૦ થયા માટે ૫ ક્ષ + ૩ ય + $\frac{ત્ર}{૨}$ = ૧૦૦ આ બીજું સમીકરણ, તેનું સ્પષ્ટ સ્વરૂપ ૧૦ ક્ષ + ૬ ય + ત્ર = ૨૦૦ થયું. હવે પહેલા સમીકરણના બન્ને પદને ૬ થી ગુણો. અને

બીજા સમીકરણ ૧૦ ક્ષ + ૬ ય + ત્ર = ૨૦૦ માથી
પહેલું સમીકરણ +૬ ક્ષ + ૬ ય + ૬ ત્ર = ૬૦૦ બાદ કરો.
− − − −

હવે બાકી રહ્યું ૪ ક્ષ − ૫ ત્ર = − ૪૦૦ આનું બીજું રૂપ ૪ ક્ષ + ૪૦૦ = ૫ ત્ર હવે $\frac{૪ક્ષ + ૪૦૦}{૫}$ = ત્ર. હવે આમાં ૪ ભાજ્ય અને ૫ ભાજક. અને જે ક્ષેપક ૪૦૦ છે તે ૫ ભાજકથી નિઃશેષ ભાગી શકાય માટે ૪૦૦ ÷ ૫ = ૮૦ આવ્યા. આને અત્યારે અલગ સાચવી રાખો. હવે આવા દાખલામાં જો ૪૦૦ ક્ષેપક ન હોય તો ક્ષ = ૫ અને ત્ર = ૪ થાય. પણ આંહી ૪૦૦ છે તેના આપણે ૮૦ સાચવી રાખ્યા છે તે ચારમાં ઉમેરો એટલે ૮૪ થાય. માટે ક્ષ = ૫ અને ત્ર = ૮૪ આવ્યા ત્યારે ય = ૧૧ થયા. હવે

૪ક્ષ ૮૪ / ૫ત્ર ૫ આ ઉપરથી બીજો જવાબ લાવવા ૮૪ + ૪ = ૮૮
૫ + ૫ = ૧૦
પછી ર = ૫ આવે.

જવાબ.

૧ લેા)		૨ જો.)	
ક્ષ = થાળી = ૫ ના રૂપીઆ	૨૫	ક્ષ = થાળી = ૧૦ ના રૂપીઆ	૫૦
ય = કળશીઆ ૧૧ ના રૂ.	૩૩	ય = કળશીઆ ૨ ના રૂપીઆ	૬
ત્ર = ચમચાના ૮૪ ના રૂ.	૪૨	ત્ર = ચમચા ૮૮ ના રૂપીઆ	૪૪
નંગ ૧૦૦ ના રૂ.	૧૦૦	નંગ ૧૦૦ ના રૂ.	૧૦૦

દાખલેા ૧૭૬ મેા.

૫ રૂપીઆની ૧ થાળી, ૨ રૂપીઆનેા ૧ વાટકેા, અને ૧ રૂપીઆના ૧૦ ચમચા એ ભાવે ૯૭ રૂપીઆમાંથી ૯૭ નંગ લઇ આવેા.

ખુલાસેા.

ક્ષ = થાળી, ય = વાટકા અને ત્ર = ચમચા. આ બધા ૯૭ નંગ અને થાળીના રૂપીઆ ૫ ક્ષ, વાટકાના રૂપીઆ ૨ ય અને ચમચાની કિંમત $\frac{\text{ત્ર}}{૧૦}$ આ બધા ૯૭ રૂપીઆ માટે પહેલું સમીકરણ ક્ષ + ય + ત્ર = ૯૭ અને ૫ ક્ષ + ૨ ય + $\frac{\text{ત્ર}}{૧૦}$ = ૯૭ આ બીજા સમીકરણનું બીજું રૂપ ૫૦ ક્ષ + ૨૦ ય + ત્ર = ૯૭૦. હવે પહેલા સમીકરણને ૨૦ થી ગુણેા પછી બીજા સમીકરણમાંથી બાદ કરેા.

બીજા સમીકરણ +૫૦ ક્ષ + ૨૦ ય + ત્ર = ૯૭૦ માંથી
પહેલું સમીકરણ +૨૦ ક્ષ + ૨૦ ય + ૨૦ ત્ર = ૧૯૪૦ બાદ
<u>–   –   –   –</u>

બાકી રહ્યા. ૩૦ ક્ષ − ૧૯ ત્ર = − ૯૭૦ નું બીજું રૂપ

૩૦ ક્ષ + ૯૭૦ = ૧૯ ત્ર અથવા. $\frac{\text{૩૦ ક્ષ + ૯૭૦}}{૧૯}$ = ત્ર. આમાંથી

વલ્લી બનાવવી.

૧૯) ૩૦ (૧. ૧ લો આંક. ૧૧) ૧૯ (૧. ૨ જો આંક.
૧૯ ૧૧
— —
૧૧ ૮

૮) ૧૧ (૧. ત્રીજો આંક. ૩) ૮ (૨. ૪ થો આંક.
૮ ૬
— —
૩ ૨

૨) ૩ (૧. પાંચમો આંક. આમાંથી પહેલીવલ્લી (૧ ૧ ૧ ૨ ૧ [illegible] ૦)
૨
—
૧

તૈયાર થઇ. આમાંથી બીજી વલ્લી (૧ ૧ ૧ ૨ [illegible] [illegible]) તૈયાર થઈ આમાંથી ત્રીજી વલ્લી, (૧ ૧ ૧ [illegible] [illegible]) તૈયાર થઇ. આમાંથી ચોથી વલ્લી (૧ ૧ [illegible] [illegible]) તૈયાર થઇ. આમાંથી પાંચમી વલ્લી. (૧ [illegible] [illegible]) તૈયાર થઇ. આમાંથી છઠ્ઠી વલ્લી. ([illegible] [illegible]) આ રીતે $\frac{૧૦૬૭૦}{૬૭૯૦}$ આવ્યા. તે તેમના સંબંધી $\frac{૩૦}{૧૯}$ થી મોટા છે માટે ૧૦૬૭૭ ÷ ૩૦. ભાગાકારનો જવાબ ૩૫૫ અને શેષ ૨૦ અને ૬૭૯૦ ÷ ૧૯ ભાગાકારનો જવાબ ૩૫૫ અને શેષ ૪૬. જેથી શેષ બન્નેને $\frac{૨૦}{૪૫}$ આમ લખો અને સામાન્ય ભાગાકારના જવાબ ૩૫૫ ને ઉડાડો. હવે આમાં પહેલી વલ્લી વિષમ છે માટે આવેલ $\frac{૨૦}{૪૫}$ ને તેમના સંબંધી $\frac{૩૦}{૧૯}$ માંથી બાદ કરવા પણ $\frac{૨૦}{૪૫}$ બાદ થઇ શકશે નહી કારણ ૪૫ તે ૧૯ થી મોટા છે. હવે ત્યારે એવી રીતે $\frac{૩૦}{૧૯}$ ને વધારવા કે ૪૫ બાદ થઈ શકે માટે $\frac{૩૦}{૧૯}$ એ બન્નેને જુદા જુદા ૩ થી

ગુણવા એટલે આવશે $\frac{૯૦}{૫૭}$ તેમાંથી $\frac{૨૦}{૪૫}$ બાદ કરવાથી આવશે $\frac{૭૦}{૧૨}$ આ કુટ્ટક લબ્ધિ આવ્યા માટે $\begin{matrix} ૩૦\ ક્ષ & & ૭૦ \\ & \times & \\ ૧૯\ ન & & ૧૨ \end{matrix}$ માટે ક્ષ = ૧૨ અને ન = ૭૦ હવે આ બન્નેને ૯૭ માંથી બાદ કરતાં બાકી આવે ય = ૧૫ માટે **જવાબ** ક્ષ = ૧૨, ય = ૧૫ અને ન = ૭૦.

બીજી રીત

વ્યાખ્યા. $\frac{૩૦ક્ષ+૯૭૦}{૧૯}=ન$

હવે ૩૦ અને ૯૭૦ ને ૧૦ થી ઉડાડો એટલે આવશે ૩ અને ૯૭ માટે $\frac{૩ક્ષ+૯૭}{૧૯}=ન$ આવ્યા. આમાંથી વલ્લી બનાવેા.

હવે ૧૯) ૩ (૦ ૧ લેા આંક ૩) ૧૯ (૬. બીજો આંક.

૧૯) ૩ (૦	૩) ૧૯ (૬
૦	૧૮
—	—
૩	૧

આમાંથી વલ્લી બનાવેા.

(૦ ૬ ૯૭ ૦) માંથી બીજી વલ્લી (૦ ૫૮૨ ૯૭)થઈ. આમાંથી ત્રીજી વલ્લી $\left(૯૭\ \ ૫૮૨ \right)$થઈ. આ રીતે $\frac{૯૭}{૫૮૨}$ આવ્યા. એમને એમના સંબંધી $\frac{૩}{૧૯}$ થી ભાગવા. એટલે ૯૭ ÷ ૩ ભાગાકારનેા જવાબ ૩૦ અને શેષ ૭ આવ્યા અને ૫૮૨ ÷ ૧૯ ભાગકારનેા જવાબ ૩૦ અને શેષ ૧૨ આવ્યા. હવે સામાન્ય ભાગાકારનેા જવાબ ૩૦ ઉડાડવા અને આવેલ બન્ને શેષ આ રીતે $\frac{૭}{૧૨}$ લખવા. ૭ આવ્યા, તે ભાજ્ય અને ક્ષેપકને ૧૦ થી ભાગ્યા છે ત્યારે. માટે આવેલ ૭ ને ૧૦ ગુણવા જેથી આવશે $\frac{૭૦}{૧૨}$ આ કુટ્ટક લબ્ધિ માટે **જવાબ.**

ક્ષ = થાળી = ૧૨ ના રૂ. ૬૦, ય = વાટકા = ૧૫ ના ૩૦ અને ન = ચમચા = ૭૦ ના રૂપીઆ ૭. આમ નંગ ૯૭ ના રૂપીઆ ૯૭.

દાખલો ૧૭૭ મો.

૧ ભેંસ ૩॥ શેર દૂધ આપે, એક ગાય ०॥। શેર દૂધ આપે, એક બકરી ०। શેર દૂધ આપે. એ નિયમે ૫૦ જાનવરનું ૫૦ શેર દૂધ થાય છે. તો દરેક જાતવાર જાનવરની સંખ્યા કેટલી ?

ખુલાસો.

આના ૭ જવાબ આપે છે.

ક્ષ=ભેંસ, ય=ગાય અને જ્ઞ=બકરી. બધા મળી ૫૦ જાનવર માટે ક્ષ+ય+જ્ઞ=૫૦. આ પહેલું સમીકરણ. હવે બધી ભેંસ $\frac{૧૫}{૪}$ ક્ષ શેર દૂધ આપે. બધી ગાય $\frac{૩}{૪}$ ય શેર દૂધ આપે અને બધી બકરી $\frac{જ્ઞ}{૪}$ શેર દૂધ આપે આ બધું ૫૦ શેર દૂધ થાય. માટે $\frac{૧૫}{૪}$ક્ષ+$\frac{૩}{૪}$ય+$\frac{જ્ઞ}{૪}$=૫૦. આ બીજું સમીકરણ તેનું સ્પષ્ટ રૂપ ૧૫ક્ષ+૩ય+જ્ઞ=૨૦૦ હવે પહેલા સમીકરણનાં બન્ને પદ ને ૩ થી ગુણો. પછી બીજા સમીકરણ-માંથી બાદ કરો.

બીજું સમીકરણ ૧૫ક્ષ+૩ય+ જ્ઞ=૨૦૦ છે તેમાંથી.
પહેલું સમીકરણ ૩ક્ષ+૩ય+૩જ્ઞ=૧૫૦ બાદ કરો.
– – – –

બાકી રહ્યા ૧૨ક્ષ–૨જ્ઞ=૫૦ તેનું સ્પષ્ટ રૂપ ૧૨ક્ષ–૫૦=૨જ્ઞ=$\frac{૧૨ક્ષ–૫૦}{૨}$=જ્ઞ. હવે તેનું ટુંકું રૂપ ૬ક્ષ–૨૫=જ્ઞ

હવે આમાં ક્ષેપક–૨૫ છે તે ભાજ્ય ૧ થી નિઃશેષ ભગાય છે માટે ક્ષની પૂર્વે જે જ્ઞાત આંક છે તે (૬) જ્ઞની કિંમત=જ્ઞ=૬ અને જ્ઞની પૂર્વે કાંઈ પણ જ્ઞાત આંક નથી માટે ત્યાં ૧ સ્વીકારી શકાય માટે ક્ષ = ૧. આમ આવવું જોઈએ. હવે ક્ષેપકના આંક ૨૫ ને ભાજકના આંક ૧ થી ભાગતાં જવાબ ૨૫ આવે તે ભાજક જ્ઞની કિંમત જે ૬ છે તેમાં ઉમેરાય એટલે ૩૧ થાય. આમ ૩૧ કુટ્ટક લબ્ધિ લખાય આપણે જે ૨૫ ઉમેર્યા તે જાણે ક્ષેપક+એમ

સમજીને એટલે કે + હોય યા−હોય તોપણ ક્ષેપક ÷ ભાજક જે આંક આવે તે ઉમેરાય. હવે આપણી પાસે $\frac{૬ક્ષ}{ગ}$ છે તેના સંબંધી $\frac{૩૧}{૧}$ છે. હવે આમાં ક્ષેપક ઋણ છે માટે $\frac{૬ક્ષ}{ગ}$ માંથી એટલે $\frac{૬}{૧}$ માંથી $\frac{૩૧}{૧}$ બાદ કરવા. માટે $\frac{૬}{૧}$ ને ૬ થી ગુણવાથી આવશે $\frac{૩૬}{૬}$ આમાંથી $\frac{૩૧}{૧}$ બાદ કરવા જેથી આવે $\frac{૫}{૫}$ આ કુટ્ટકલબ્ધિ થઇ માટે

$\frac{૬ક્ષ}{ગ}$ ⋯ $\frac{૫}{૫}$ આવે માટે ક્ષ=૫ અને ગ=૫ ત્યારે ય=૪૦ (આમાં ક્ષ=૫ છે ત્યારે બીજા જવાબમાં ક્ષ=૬ આવે. એમ ક્રમવાર વધતા જાય અને ગ=૫ છે ત્યારે બીજા જવાબમાં ગ=૫+૬=૧૧ થાય. અને એ બેનો સરવાળો ૫૦ માંથી બાદ થાય બાકી રહે તે યની કિંમત)

જવાબ.

૧ લો.

ક્ષ=ભેંસ ૫ નું	(૫×૩॥)	દૂધ	શેર	૧૮॥
ય=ગાય ૪૦ નું	(૪૦×૦॥)	,,	,,	૩૦
ગ=બકરી ૫ નું	(૫×૦।)	,,	,,	૧।
જાનવર ૫૦		દૂધ	શેર	૫૦

૨ જો.

ક્ષ=ભેંસ ૬ નું	દૂધ	(૬×૩॥)	શેર	૨૨॥
ય=ગાય ૩૩ નું	,,	(૩૩×૦॥)	,,	૨૪॥।
ગ=બકરી ૧૧ નું	,,	(૧૧×૦।)	,,	૨॥।
જાનવર ૫૦			શેર	૫૦

૩ જો.

ક્ષ=ભેંસ= ૭ નું	દૂધ	શેર	૨૬।
ય=ગાય= ૨૬ નું	,,	,,	૧૯॥
ગ=બકરી=૧૭ નું	,,	,,	૪।
જાનવર ૫૦		શેર	૫૦

૪ થો.

ક્ષ=ભેંસ	૮	નું	દૂધ	શેર	૩૦
ય=ગાય	૧૯	નું	,,	,,	૧૪।
ગ=બકરી	૨૩	નું	,,	,,	૫॥।
જાનવર	૫૦			શેર	૫૦

૫ મો.

ક્ષ=ભેંસ	=	૯	નું	દૂધ	શેર	૩૩॥।
ય=ગાય	=	૧૨	નું	,,	,,	૯
ગ=બકરી	=	૨૯	નું	,,	,,	૭।
જાનવર	૫૦				શેર	૫૦

૬ ઠ્ઠો.

ક્ષ = ભેંસ	=	૧૦	નું	દૂધ	૩૭॥	શેર
ય = ગાય	=	૫	નું	,,	૩॥।	,,
ગ = બકરી	=	૩૫	નું	,,	૮॥।	,,
જાનવર	૫૦				શેર	૫૦

બીજી રીત.

મૂળ સમીકરણ $\frac{૧૨ક્ષ-૫૦}{૨}=ગ$ છે. એમાં આવેલ ભાજ્ય ક્ષેપક અને હાર ઉડાડીએ નહીં અને એમજ કાયમ રાખીએ તો જવાબ ૩ આવે હવે ૧૨ ક્ષ − ૫૦ = ૨ ગ છે માટે નિયમ પ્રમાણે ક્ષ = ૨ અને ગ = ૧૨ + (૫૦ ÷ ૨ = ૨૫ આવ્યા તે) ૨૫ = ૩૭ માટે $\genfrac{}{}{0pt}{}{૩૭}{૨}$ આ બે આંક આવ્યા. તે તેમના સંબંધી આંક $\genfrac{}{}{0pt}{}{૧૨}{૨}$ માંથી બાદ કરવા. કારણ ક્ષેપકની પૂર્વેની નિશાની રૂણની છે. $\genfrac{}{}{0pt}{}{૩૭}{૨}$ બાદ નહીં થઇ શકે માટે $\genfrac{}{}{0pt}{}{૧૨}{૨}$ ને ૪ થી ગુણવા એટલે $\genfrac{}{}{0pt}{}{૪૮}{૮}$ આવ્યા. તેમાંથી બાદ $\genfrac{}{}{0pt}{}{૩૭}{૨}$ એટલે બાકી આવ્યા $\genfrac{}{}{0pt}{}{૧૧}{૬}$ આ કુટ્ટકલબ્ધિ ૧ લો આંક. બીજો આંક $\genfrac{}{}{0pt}{}{૧૧}{૬}+\genfrac{}{}{0pt}{}{૧૨}{૨}=\genfrac{}{}{0pt}{}{૨૩}{૮}$ અને ત્રીજો આંક $\genfrac{}{}{0pt}{}{૨૩}{૮}+\genfrac{}{}{0pt}{}{૧૨}{૨}=\genfrac{}{}{0pt}{}{૩૫}{૧૦}$ હવે ઉપર જે

જવાબો આવ્યા છે, તેમાં બીજો જવાબ છે તે આંહીના પહેલા કુટ્ટક લબ્ધિને મળતો છે. ઉપરનો ચોથો જવાબ તે આંહીના બીજા કુટ્ટક-લબ્ધિને મળતો છે. ઉપરનો છઠ્ઠો જવાબ આંહીના ત્રીજા કુટ્ટક લબ્ધિને મળતો છે. આ રીતે ત્રણ જવાબ આવે છે.

અટકળ

આ દાખલો અટકળથી પણ થઇ શકે કારણ કારણ કે ૧૨ ક્ષ માંથી એવી રકમ બનાવવી કે જેમાંથી ૫૦ બાદ જાય બાકી જે રહે તે ૨ થી નિઃશેષ ભાગી શકાય. તેવી રકમ પૂર્ણાંકની ૫ છે. માટે ક્ષ = ૫ અને $\frac{૧૨\times૫-૫૦}{૨} = \frac{૬૦-૫૦}{૨} = \frac{૧૦}{૨}$ એટલે ત = ૫ થાય આ ઉપરથી બીજા જવાબ મેળવી લેવા.

દાખલો ૧૭૮ મો.

એક દુકાનમાં લાકડાના હાથી, ઘોડા અને પોપટ છે. ૧ હાથીની કિંમત ૧ાા રૂપીઓ, ૧ ઘોડાની કિંમત ૧ રૂપીઓ, એક પોપટની કિંમત ૪ આના. એક માણસ ૨૬ રૂપીઆ લઈ ૨૬ નંગ દુકાનમાંથી લઇ આવ્યો. કહો તેણે કઈ જાતના કેટલા કેટલા લીધા અથવા લઈ શકે ?

ખુલાસો.

આ દાખલાના પાંચ જવાબ આવે.

ક્ષ = હાથી, ય = ઘોડા, ત = પોપટ. બધા નંગ ૨૬. માટે ક્ષ + ય + ત = ૨૬ : હવે હાથીની કિંમત $\frac{૩}{૨}$ ક્ષ રૂ. ઘોડાની કિંમત ય રૂ. અને પોપટની કિંમત $\frac{ત}{૪}$ રૂ. એ બધા ૨૬ રૂપીઆ માટે $\frac{૩}{૨}$ ક્ષ + ય + $\frac{ત}{૪}$ = ૨૬ અથવા ૬ ક્ષ + ૪ ય + ત = ૧૦૪

હવે બીજા સમીકરણ. ૬ ક્ષ + ૪ ય + ત = ૧૦૪ માંથી

પહેલું સમીકરણ (નવું રૂપ) ૪ ક્ષ + ૪ ય + ૪ત=૧૦૪ બાદ કરવું

બાકી રહ્યા. ૨ ક્ષ − ૩ ત = ૦ અથવા ૨ ક્ષ = ૩ ત માટે ક્ષ = ૩ અને ત = ૨ ત્યારે ય = ૨૧

જવાબ.

૧ લો.	૨ જો.
ક્ષ = હાથી = ૩ ના રૂ. ૪॥	ક્ષ = હાથી ૬ ના રૂ. ૯
ય = ઘોડા = ૨૧ ના રૂ. ૨૧	ય = ઘોડા ૧૬ ના રૂ. ૧૬
જ્ઞ = પોપટ = ૨ ના રૂ. ૦॥	જ્ઞ = પોપટ ૪ ના રૂ. ૧

૩ જો.	૪ થો.	૫ મો.
હાથી = ૯ રૂ. ૧૩॥	હાથી. ૧૨ રૂ. ૧૮	હાથી ૧૫ રૂ. ૨૨॥
ઘોડા = ૧૧ રૂ. ૧૧	ઘોડા ૬ રૂ. ૬	ઘોડા ૧ રૂ. ૧
પોપટ = ૬ રૂ. ૧॥	પોપટ ૮ રૂ. ૨	પોપટ ૧૦ રૂ. ૨॥

આમાં દરેકમાં નંગ ૨૬ ના રૂપીઆ ૨૬ આવે છે.

દાખલો ૧૭૯ મો.

નવસારીથી આવી જાન, વીસ માણસને વીસ પાન;
આપવા એતો નિરધાર, સંદે ન આણો મન લગાર
ભાયડાને બે આપો સાથ, તેનું પોણુ બાયડીને હાથ
અર્ધપાન બાળકનું જાણ. એ રીતે વહેંચો પરમાણ.

(તેનું પોણુ = દોઢ પાન) આ વ્યાખ્યા ફ૦ કા૦ કૃત કોહેડાના હિસાબની ચોપડી ભાગ ૧ લામાંથી ઉતારેલ છે.

ખુલાસો.

આના ત્રણ જવાબ છે.

ક્ષ = પુરૂષ, ય = સ્ત્રી અને જ્ઞ = બાળક : બધા ૨૦ માણસ માટે ક્ષ + ય + જ્ઞ = ૨૦ પહેલું સમીકરણ. હવે બધા ભાયડાને ૨ ક્ષ પાન મળે. બધી બાયડીને $\frac{૩}{૨}$ ય પાન મળે અને બધા બાળકોને $\frac{જ્ઞ}{૨}$ પાન મળે આ બધા પાન ૨૦ થાય માટે ૨ ક્ષ + $\frac{૩}{૨}$ ય + $\frac{જ્ઞ}{૨}$ = ૨૦.

આ બીજા સમીકરણ. $૪ક્ષ + ૩ય + ज्ञ = ૪૦$ માંથી
પહેલું સમીકરણ (નવું રૂપ) $૩ક્ષ + ૩ય + ૩ज्ञ = ૬૦$ બાદ કરો.
$- \quad - \quad - \quad -$

બાકી આવ્યા. $+ક્ષ - ૨ज्ञ = -૨૦$ તેનું બીજું રૂપ
$ક્ષ + ૨૦ = ૨ज्ञ$ અથવા. $\frac{ક્ષ+૨૦}{૨} = ज्ञ$ આવ્યા.

હવે આંહી ક્ષેપક ૨૦ ભાજક ૨ થી નિઃશેષ ભગાય છે. અને ભાગાકારના જવાબમાં ૧૦ આવે છે. (જો ક્ષેપક૦ હોય તો ક્ષ = ૨ અને ज्ञ = ૧ આવે. હવે ક્ષેપકના લબ્ધિ ૧૦ આવ્યા. માટે એ લબ્ધિ ૧ + ૧૦ = ૧૧ થયા. માટે ક્ષ = ૨, ज्ञ = ૧૧ અને ય = ૭ થાય.

જવાબ.

૧ લો.	૨ જો.
ક્ષ = પુરૂષ = ૨ ને પાન ૪	ક્ષ = પુરૂષ = ૪ ને પાન ૮
ય = સ્ત્રી = ૭ ને પાન ૧૦॥	ય = સ્ત્રી = ૪ ને પાન ૬
ज्ञ = બાળક = ૧૧ ને પાન પ॥	ज्ञ = બાળક ૧૨ ને પાન ૬

૩ જો.

ક્ષ = પુરૂષ ૬ ને પાન ૧૨
ય = સ્ત્રી ૧ ને પાન ૧॥
ज्ञ = બાળક ૧૩ ને પાન ૬॥

આમાં બધા જણ ૨૦ અને પાન પણ ૨૦ મળે છે.

દાખલો ૧૮૦ મો.

પુરૂષને ૧॥ પાન, સ્ત્રીને ૦॥ પાન, બાળકને ૦। પાન એ નિયમ જાળવી. ૨૦ પાન ૨૦ જણા વચ્ચે વહેંચી આપો.

ખુલાસો.

ક્ષ = પુરૂષ, ય = સ્ત્રી, ज्ञ = બાળક બધા મળી ૨૦ જણા માટે $ક્ષ + ય + ज्ञ = ૨૦$ આ પહેલું સમીકરણ હવે બધા પુરૂષને $\frac{૩}{૨}$ ક્ષ

પાન, બધી સ્ત્રીને $\frac{ય}{૨}$ પાન અને બધા બાળકને $\frac{ગ}{૪}$ પાન. એ બધા ૨૦ પાન માટે $\frac{૩}{૨}$ ક્ષ + $\frac{ય}{૨}$ + $\frac{ગ}{૪}$ = ૨૦ આ બીજું સમીકરણ. તેનું સ્પષ્ટ રૂપ ૬ ક્ષ + ૨ ય + ગ = ૮૦. હવે પહેલા સમીકરણના બમણા કરી, બીજા સમીકરણમાંથી બાદ કરો.

બીજું સમીકરણ ૬ ક્ષ + ૨ ય + ગ = ૮૦ તેમાંથી

પહેલું " ૨ ક્ષ + ૨ ય + ગ = ૪૦ બાદ

બાકી ૪ ક્ષ – ગ = ૪૦ રહ્યા

હવે તેનું બીજું રૂપ ૪ ક્ષ – ૪૦ = ગ

ચાલુ નિયમ પ્રમાણે એટલે જો ક્ષેપક ન હોય તો કુટ્ટક-લબ્ધિ $\frac{૪}{૧}$ આવે તે $\frac{૪ક્ષ}{ગ}$ યાને $\frac{૪}{૧}$ના સંબંધી થાય. હવે $\frac{૪}{૧}$ જે કુટ્ટક-લબ્ધિ છે. તેમાં ૪૦ ભાગાકારનો જવાબ ઉમેરવો એટલે થાય $\frac{૪૪}{૧}$ તે $\frac{૪}{૧}$ના સંબંધી છે માટે $\frac{૪}{૧}$માંથી $\frac{૪૧}{૪}$ બાદ કરવા કારણ ક્ષેપકની પૂર્વ-છે. આ માટે $\frac{\text{ભાજ્ય } ૪}{\text{ભાજક } ૧}$ ને બાર બારથી ગુણો એટલે $\frac{\text{ભાજ્ય } ૪૮}{\text{હાર } ૧૨}$ આવ્યા આમાંથી $\frac{૪૪}{૧}$ બાદ કરવા કારણ ક્ષેપક-છે માટે $\frac{૪૮}{૧૨} - \frac{૪૪}{૧} = \frac{૪}{૧૧}$ આવ્યા. આ રીતે કુટ્ટક-લબ્ધિ $\frac{૪}{૧૧}$ આવ્યા. માટે $\frac{૪ ક્ષ}{ગ} \times \frac{૪}{૧૧}$ છે. ત્યારે ક્ષ = ૧૧, ગ = ૪ અને ય = ૫. માટે **જવાબ** ક્ષ = પુરૂષ ૧૧ ને પાન ૧૬||, ય = સ્ત્રી = ૫ ને પાન ૨|| અને ગ = બાળક ૪ ને પાન ૧.

દાખલો ૧૮૧ મો.

પુરૂષને ૨|| પાન, સ્ત્રીને ૧|| પાન, બાળકને ૦|| પાન. આ નિયમ જાળવી ૨૦ જણા વચ્ચે ૨૦ પાન વહેંચી આપો.

ખુલાસો.

આના ચાર જવાબ આવવાના.

ક્ષ = પુરૂષ, ય = સ્ત્રી, ગ = બાળક. બધા જણ ૨૦ માટે ક્ષ + ગ + ય + = ૨૦ (૧) પછી $\frac{૫}{૨}$ ક્ષ × $\frac{૩}{૨}$ ય + $\frac{ગ}{૨}$ = ૨૦ (૨) અથવા ૫ ક્ષ + ૩ ય + ગ = ૪૦

હવે બીજા સમીકરણ ૫ ક્ષ + ૩ ય + ઞ = ૪૦ માંથી
પહેલું સમીકરણ ૩ ક્ષ + ૩ ય + ૩ઞ = ૬૦ બાદ કરો (નવું રૂપ)

બાકી રહ્યા ૨ ક્ષ − ૨ ઞ = − ૨૦ માટે ૨ ક્ષ + ૨૦ = ૨ ઞ અથવા ક્ષ + ૧૦ = ઞ. આનો અર્થ ક્ષ = ૧, ઞ = ૧૧ ય = ૮ આવે.

જવાબ.

૧લો		૨જો	
ક્ષ = પુરૂષ = ૧ ને પાન ૨॥		પુરૂષ = ૨ ને પાન ૫	
ય = સ્ત્રી = ૮ ને ,, ૧૨		સ્ત્રી = ૬ ને ,, ૯	
ઞ = બાળક=૧૧ ને ,, ૫॥		બાળક=૧૨ ને ,, ૬	

૩જો	૪થો
પુરૂષ ૩ ને પાન ૭॥	પુરૂષ ૪ ને પાન ૧૦
સ્ત્રી ૪ ને ,, ૬	સ્ત્રી ૨ ને ,, ૩
બાળક ૧૩ ને ,, ૬॥	બાળક ૧૪ ને ,, ૭

આ ચારે જવાબમા બધા જણ ૨૦ ને પાન પણ ૨૦ આવે.

દાખલો ૧૮૨ મો.

ભેંસ ૪ શેર દૂધ આપે, ગાય ૦॥ શેર, અને બકરી ૦। શેર આપે. બધા જાનવર ૨૦ અને અને ૨૦ શેર બધું દૂધ થાય છે તો જાતવાર જાનવર કેટલા કેટલા ?

ખુલાસો.

ક્ષ = ભેંસ, ય = ગાય અને ઞ = બકરી. બધા જાનવર ૨૦ માટે ક્ષ + ય + ઞ = ૨૦ હવે ૪ ક્ષ + $\frac{ય}{૨}$ + $\frac{ઞ}{૪}$ = ૨૦. આનું સ્પષ્ટ

રૂપ ૧૬ ક્ષ + ૨ ય + ज्ञ = ૮૦ : હવે પહેલા સમીકરણના બમણા કરો પછી બીજામાંથી બાદ કરો.

બીજા સમીકરણ ૧૬ ક્ષ + ૨ ય + ज्ञ = ૮૦ માંથી
પહેલું સમીકરણ (નવું રૂપ) ૨ ક્ષ + ૨ ય +૨ ज्ञ= ૪૦ બાદ

બાકી રહ્યા ૧૪ ક્ષ − ज्ञ = ૪૦ તેનું સ્પષ્ટ રૂપ ૧૪ ક્ષ − ૪૦ = ज्ञ. હવે ૧૪ ક્ષની કિંમત એવી ધારવી કે જેમાંથી ૪૦ ક્ષેપક રૂણ છે તે બાદ જાય બાકી જે રહે તે ज्ञની કિંમત. હવે એ માટે ક્ષ ના ૩ ધારીએ તો ૧૪ ક્ષમાંથી ૪૨ થાય તેમાંથી ૪૦ જાય બાકી ૨ રહે તે ज्ञની કિંમત. માટે ક્ષ= ૩, ज्ञ = ૨ તો ય = ૧૫ થાય. **જવાબ**

ક્ષ = ભેંસ ૩ ના દૂધ ૧૨ શેર, ય = ગાય ૧૫ ના શેર ૭॥ અને ज्ञ = બકરી ૨ નું દૂધ શેર ૦॥

દાખલો ૧૮૩ મો.

ભેંસ, ગાય અને બકરી મળી ૨૦ જાનવર છે. ભેંસનું ૨ શેર દૂધ, ગાયનું ૦॥ શેર દૂધ, બકરી ૦। શેર દૂધ આપતાં દરરોજ દૂધ ૨૦ શેર થાય છે. કહો ત્યારે જાનવાર જાનવર કેટલા કેટલા ?

ખુલાસો.

જવાબ બે આવવાના.

ક્ષ = ભેંસ : ગાય = ય અને બકરી = ज्ञ. બધા મળી ૨૦ જાનવર. માટે પહેલું સમીકરણ ક્ષ + ય + ज्ञ = ૨૦ : બધી ભેંસનું દૂધ ૨ ક્ષ : બધી ગાયનું દૂધ $\frac{ય}{૨}$ શેર : બધા બકરીનું દૂધ $\frac{ज्ञ}{૪}$ શેર : કુલ દૂધ શેર ૨૦ બીજું સમીકરણ : તેનું રૂપ ૨ ક્ષ + $\frac{ય}{૨}$ + $\frac{ज्ञ}{૪}$ = ૨૦ અથવા ૮ ક્ષ + ૨ ય + ज्ञ = ૮૦. પહેલા સમીકરણનું બમણું કરી બીજામાંથી બાદ કરવાનું

૮ ક્ષ + ૨ ય + ઞ = ૮૦ માંથી
૨ ક્ષ + ૨ ય + ૨ ઞ = ૪૦ બાદ

૬ ક્ષ − ઞ = ૪૦ બાકી

હવે ૬ ક્ષ − ૪૦ = ઞ : આમાં ૬ ભાજ્ય અને ઞની પૂર્વેનો ૧ તે હાર માટે $\frac{૬}{૧}$ના સંબંધી $\frac{૬}{૧}$ અધુરા આવેલ કુટ્ટક–લબ્ધિ છે. આમાં ક્ષેપક ૪૦ અને હાર ૧ (જે ઞ ની સાથે છે). તે બેના ભાગાકારનો જવાબ ૪૦ છે. તે ઉમેરવા. જેથી $\frac{૪૬}{૧}$ થયા. તે $\frac{૬}{૧}$માંથી બાદ કરવા. પણ તે બાદ નહીં થઇ શકે માટે $\frac{૬}{૧}$ ને ૮ થી ગુણવાથી આવશે $\frac{૪૮}{૮}$ આવ્યા. હવે આ $\frac{૪૮}{૮}$ માંથી $\frac{૪૬}{૧}$ બાદ કરવાથી બાકી આવશે. $\frac{૨}{૭}$ આ કુટ્ટક–લબ્ધિ માટે

૬ ક્ષ ૨
૧ ઞ ૭ માટે ક્ષ = ૭ અને ઞ = ૨ અને. ય = ૧૧

જવાબ.

૧લો	૨જો
ક્ષ = ભેંસ = ૭ શેર ૧૪	ક્ષ = ભેંસ = ૮ ના દૂધ ૧૬ શેર
ય = ગાય = ૧૧ શેર ૫॥	ય = ગાય = ૪ ના દૂધ ૨ શેર
ઞ = બકરી = ૨ શેર ૦॥	ઞ = બકરી = ૮ ના દૂધ ૨ શેર

દાખલો ૧૮૪ મો.

ભેંસનું ૫ શેર દૂધ: ગાયનું ૧ શેર દૂધ અને બકરીનું ૦। શેર દૂધ. આમ ૨૦ જાનવર ૨૦ શેર દૂધ આપે છે. કહો ત્યારે કેટકેટલા જાનવર જાતવાર થાય ?

ખુલાસો.

ક્ષ = ભેંસ, ય = ગાય અને ઞ = બકરી માટે ક્ષ + ય + ઞ = ૨૦ (૧) ૫ ક્ષ + ય + $\frac{ઞ}{૪}$ = ૨૦ તેનું સ્પષ્ટ રૂપ ૨૦ ક્ષ + ૪ ય + ઞ = ૮૦ (૨)

હવે ૨૦ ક્ષ + ૪ ય + ઞ = ૮૦ આ બીજા સમીકરણમાંથી
૪ ક્ષ + ૪ ય + ૪ ઞ = ૮૦ આ પહેલું સમીકરણનું (૪ગણું) રૂપ બાદ

૧૬ ક્ષ − ૩ ઞ = ૦ બાકી રહ્યા હવે ૧૬ ક્ષ − ૦ =

ગ્ર છે. માટે ક્ષ = ૩ અને ગ્ર = ૧૬ ત્યારે ય = ૧ **જવાબ.**

ક્ષ = ભેંસ = ૩ નું દૂધ ૧૫ શેર; ય = ગાય = ૧ નું ૧ શેર : ગ્ર = બકરી = ૧૬ નું ૪ શેર આ રીતે બધા જાનવર ૨૦ અને તેનું દૂધ શેર ૨૦.

દાખલો ૧૮૫ મો.

ભેંસના ૫ શેર, ગાયનું ૦॥ શેર અને બકરીનું ૦। શેર દૂધ. આ નિયમે ૨૦ જાનવર ૨૦ શેર દૂધ આપે છે. કહો જાતવાર જાનવર કેટલા ?

ખુલાસો.

ક્ષ = ભેંસ : ગાય = ય અને ગ્ર = બકરી : બધાં મળી ૨૦ જાનવર ક્ષ + ય + ગ્ર = ૨૦ હવે ૫ ક્ષ + $\frac{ય}{૨}$ + $\frac{ગ્ર}{૪}$ = ૨૦ અથવા ૨૦ ક્ષ + ૨ ય + ગ્ર = ૮૦.

હવે ૨૦ ક્ષ + ૨ ય + ગ્ર = ૮૦ આ બીજા સમાકરણમાંથી

૨ ક્ષ + ૨ ય + ૨ ગ્ર = ૪૦ આ પહેલું સમીકરણ બાદ કરો.

— — — —

૧૮ ક્ષ − ગ્ર = ૪૦ અથવા ૧૮ ક્ષ − ૪૦ = ગ્ર : આવ્યા.

આમાં ૧૮ ભાજ્ય : ૧ હાર અને ક્ષેપક ૪૦ ઋણ માટે $\frac{૧૮}{૧}$ $\frac{ક્ષ}{ગ્ર}$ના સંબંધી $\frac{૧૮}{૧}$માં + ૪૦ ઉમેર્યા તો આવ્યા $\frac{૫૮}{૧}$ આ કુટ્ટક-લબ્ધિ.

પરંતુ ક્ષેપકનું રૂપ ઋણ છે. માટે $\frac{૧૮}{૧}$ માંથી $\frac{૫૮}{૧}$ બાદ કરવા. માટે $\frac{૧૮}{૧}$ × ૪ માટે $\frac{૭૨}{૪}$માંથી $\frac{૫૮}{૧}$ બાદ, બાકી $\frac{૧૪}{૩}$ તે શુદ્ધ કુટ્ટક-લબ્ધિ થયા માટે ક્ષ = ૩, ય = ૩ અને ગ્ર = ૧૪ માટે **જવાબ.**

ક્ષ = ભેંસ ૩ નું ૧૫ શેર. ય = ગાય ૩ નું ૧॥ શેર ગ્ર = બકરી = ૧૪ નું ૩॥ શેર દૂધ આ રીતે બધું દૂધ ૨૦ શેર અને જાનવર ૨૦.

દાખલો ૧૮૬ મો.

ભેંસનું ૨॥ શેર દૂધ, ગાયનું ૧। શેર દૂધ અને બકરીનું ૦। શેર દૂધ. બધા ૨૦ જાનવર ૨૦ શેર દૂધ આપે છે. કહો ત્યારે જાતવાર જાનવર કેટલા ?

ખુલાસો.

ક્ષ = ભેંસ : ય = ગાય અને ગ = બકરી. બધા જાનવર ૨૦ ક્ષ + ય + ગ = ૨૦ :: $\frac{૫}{૨}$ ક્ષ + $\frac{૫}{૪}$ ય + $\frac{\text{ગ}}{૪}$ = ૨૦ : અથવા ૧૦ ક્ષ + ૫ ય + ગ = ૮૦.

૧૦ ક્ષ + ૫ ય + ગ = ૮૦ આ બીજું સમીકરણ તેમાંથી
૫ ક્ષ + ૫ ય + ૫ ગ=૧૦૦ આ પહેલું સમીકરણ નવું રૂપ બાદ.

૫ ક્ષ − ૪ ગ = − ૨૦ અથવા ૫ ક્ષ + ૨૦ = ૪ ગ માટે $\frac{\text{૫ ક્ષ}}{\text{૪ ગ}}$ ના સંબંધી $\frac{૫ + ૫}{૪} = \frac{૧૦}{૪}$ માટે $\frac{\text{૫ ક્ષ}}{\text{૪ ગ}} \times \frac{૧૦}{૪}$ માટે ક્ષ = ૪, ય = ૬, ગ = ૧૦.

જવાબ.

ક્ષ = ભેંસ = ૪ ના દૂધ શેર ૧૦, ય = ગાય = ૬ ના દૂધ શેર ૭॥ અને ગ = બકરી ૧૦ ના દૂધ શેર ૨॥ આ રીતે બધા જાનવર ૨૦ અને દૂધ શેર ૨૦.

મિશ્રિત દાખલા.

અક્ષરગણિતના અને અંકગણિતના

પક્ષીઓની અદલાબદલીના દાખલા

દાખલો ૧૮૭ મો.

સામાન્ય વ્યાખ્યાઓની રૂપરેખા :—

કેટલીક વખત એમ પ્રશ્ન પૂછાય છે કે પક્ષીનાં બે ટોળાં છે. (એકમાં વધુ સંખ્યા છે અને બીજામાં ઓછી સંખ્યા છે) એક મોટું ટોળું, બીજું નાનું ટોળું. મોટા ટોળાના મુખી, નાના ટોળાના મુખીને કહે છે કે તમારામાંથી અમુક સંખ્યા અમારામાં આવે તો અમો તમારાથી (નાના ટોળાથી) અમુક ગણા વધારે થઇએ, તેના જવાબમાં નાના ટોળાનો મુખી, મોટા ટોળાના મુખીને કહે છે કે

જેટલી સંખ્યા તમો મોટા ટોળાવાળા અમારા નાના ટોળામાંથી તમારામાં આવે એમ માગો છો તેટલી જ સંખ્યાને જો તમો મોટા ટોળાવાળા અમારા નાના ટોળામાં મોકલો તો આપણે બધા સરખા થઇએ. હવે સુજ્ઞ જનો કહો કે દરેક ટોળામાં અસલ સંખ્યા કેટલી અને અદલબદલ કરવાની સંખ્યા કેટલી ?

આવા દાખલાઓની રીત સામાન્ય છે. તેથી વ્યાખ્યા પણ સામાન્ય આપી છે. નીચેના ઉદાહરણો હાલમાં જનસમુદાય વચ્ચે પ્રચલિત છે. પરન્તુ બહુ પ્રચલિત બાબતની ખુબી જોવા બહુ થોડાનું ધ્યાન ખેંચાય છે.

ઉદા૦ ૧ લું :—

મોટા ટોળાવાળો, નાના ટોળાવાળાને કહે છે કે તમારામાંથી ૧ અમારામાં આવે તો અમો તમારાથી બમણા થઇએ. પછી નાના ટોળાવાળો મોટા ટોળાવાળાને કહે છે કે તમારી માગણી ઠીક છે. પણ જો તમારામાંથી અમારામાં ૧ આવે તો આપણે બધા સરખા થઇએ ત્યારે કહો કે શરૂઆતમાં દરેક ટોળામાં કેટલા પક્ષી ?

જવાબ ૫ અને ૭.

ઉદા૦ ૨ જું :—બીજી વ્યાખ્યા સરખી. વધારામાં મોટામાંથી નાનામાં ૧ જાય તો બન્નેમાં સરખા થાય અને નાનામાંથી મોટામાં ૧ જાય તો નાનાથી મોટામાં ત્રણ ગણા થાય, ત્યારે શરૂઆતમાં નાના મોટા દરેકમાં પક્ષી કેટલાં ? **જવાબ** ૩ અને ૫.

ઉદા૦ ૩ જું:—

નાનામાંથી મોટામાં એક જાય તો મોટાવાળા નાનાથી ૫ ગણા થાય. અને મોટામાંથી નાનામાં ૧ આવે તો બન્નેમાં સરખી સંખ્યા થાય. કહો ત્યારે. શરૂઆતમાં દરેકમાં કેટલી કેટલી સંખ્યા હતી ?

જવાબ ૨ અને ૪.

આ ત્રણ ઉદાહરણમાં બમણા, ત્રણ ગણા અને પાંચ ગણા થવાનું કહેવામાં આવ્યું છે. આ ત્રણમાં અદલ બદલ થવાની સંખ્યા ૧ ની

છે. પરંતુ આવી રીતના બીજા દાખલામાં જ્યારે ચાર ગણા, છ ગણા, સાત ગણા, આઠ ગણા, વગેરે વગેરે થાય એમ કહેવામાં આવે ત્યારે અદલ બદલ થવાની સંખ્યા ૧ રહેતી નથી, પણ ફેરફારવાળી થાય છે. તેથી ઉપરની સામાન્ય વ્યાખ્યામાં અદલબદલ થવાની સંખ્યા અજ્ઞાત કહી છે.

હવે બીજા પ્રકારની વ્યાખ્યા:--

ઉદા૦ ૪ થું:—

મોટા ટોળામાંથી ૧ નાના ટોળામાં જાય તો સરખા થાય અને નાનામાંથી ૧ મોટામાં જાય તો નાનાથી મોટા સવાયા થાય. કહો ત્યારે શરૂઆતમાં દરેકમાં પક્ષી કેટલા ?

જવાબ ૧૭ અને ૧૯.

રિમાર્ક્સ:—

જ્યારે સવાયા થાય એમ કહેવામાં આવે ત્યારે અદલબદલ થાવાની સંખ્યા ૧ ની આવે પણ જ્યારે સવાબેગણા, સવા ત્રણ ગણા સવા ચાર ગણા, આમ ક્રમવાર ચડતા ગણા કહેવામાં આવે ત્યારે અદલબદલ થાવાની સંખ્યા બદલતી જાય છે માટે સામાન્ય વ્યાખ્યામાં અદલબદલ થાવાની સંખ્યા અમુક કહી છે.

હવે ત્રીજા પ્રકારની વ્યાખ્યા:—

ઉદા૦ ૫ મું:—

મોટા ટોળામાંથી ૧ નાના ટોળામાં જાય તો બન્નેમાં સંખ્યા સરખી થાય અને નાના ટોળામાંથી ૧ મોટા ટોળામાં જાય તો નાનાથી મોટામાં દોઢી થાય. કહો ત્યારે શરૂઆતમાં બન્નેમાં કેટલી સંખ્યા ?

જવાબ ૯ અને ૧૧.

રિમાર્ક્સ:—

જ્યારે દોઢી થાય, એમ કહેવાય ત્યારે અદલબદલથી સંખ્યા ૧ ની છે. પરંતુ જ્યારે અઢી ગણા, સાડા ત્રણ ગણા, સાડા ચાર ગણા થાય

એમ કહેવામાં આવે ત્યારે અદલબદલની સંખ્યા એક સરખી રહેતી નથી.

આ પાંચ ઉદાહરણ જૈન સમાજમાં બહુ જાણીતા છે. અને જવાબ પણ જાણીતા છે. પરંતુ ખરી રીતે જવાબ લાવવાની જે રીત છે તે રસીકોને રસવાળી લાગે એવી છે.

આવા પ્રકારના દાખલામાં ત્રણ અજ્ઞાત સંખ્યા શોધવાની છે. ૧ લી. સંખ્યા તે મોટા ટોળાની શરૂઆતની સંખ્યા. ૨ જી સંખ્યા તે નાના ટોળાની સંખ્યા. અને ૩ જી સંખ્યા તે અદલબદલ કરવાની સંખ્યા.

આવા દાખલાની ત્રણ રીત છે. અને તે દરેક દરજ્જાના વિદ્યાર્થીઓ માટે છે. ૧ લા દરજ્જાના વિદ્યાર્થી: જેમને અક્ષર ગણિત અને અંકગણિતનું જ્ઞાન છે. ૨ જા દરજ્જાના વિદ્યાર્થી: જેમને માત્ર અંકગણિતનુંજ (અપૂર્ણાંક સાથે) જ્ઞાન છે. ૩ જા દરજ્જાના વિદ્યાર્થી: જેઓ માત્ર બુદ્ધિબળથીજ ગણિતમાં રસ લેતા હોય.

હવે આપણે અક્ષર ગણિતની રીત બતાવીએ.

ઉદા૦ ૧ લું. વ્યાખ્યા આગળ આપી છે.

રીત:—

ક્ષ = મોટા ટોળાની સંખ્યા. અને જ્ઞ = નાના ટોળાની સંખ્યા.

હવે ક્ષ + ૧ = ૨ (જ્ઞ − ૧) ૧ લું સમીકરણ. તેનું સ્પષ્ટ રૂપ ક્ષ + ૧ = ૨ જ્ઞ − ૨ અથવા ક્ષ − ૨ જ્ઞ = − ૩ :

હવે ક્ષ − ૧ = જ્ઞ + ૧ આ ૨ જું સમીકરણ તેનું સ્પષ્ટ રૂપ ક્ષ − જ્ઞ = ૨ હવે પહેલા સમીકરણ ક્ષ − ૨ જ્ઞ = − ૩ માંથી.

બીજું સમીકરણ ક્ષ − જ્ઞ = ૨ બાદ કરવું.

− + −

બાકી રહ્યા − જ્ઞ = − ૫ માટે જ્ઞ = ૫ હવે ક્ષ − ૫ = ૨ માટે ક્ષ = ૭. માટે ક્ષ = ૭ અને જ્ઞ = ૫ જવાબ. મોટામાં ૭ અને નાનામાં ૫

આ દાખલામાં મોટી સંખ્યા અને નાની સંખ્યા માત્ર બેજ અજ્ઞાત છે અને અદલબદલ કરવાની સંખ્યા ૧ તે જ્ઞાત છે. તેથી બે અજ્ઞાત સંખ્યા શોધી કાઢવાની રીત એટલા પ્રમાણમાં સહેલી છે. આ રીતે ઉદાહરણ ૨ જું અને ૩ જું આ રીતથીજ થઈ શકે છે.

ઉદા૦ ૬ ઠું:—

મોટા ટોળામાંથી અમુક સંખ્યા નાના ટોળામાં જાય તો બન્નેમાં સરખી સંખ્યા થાય. અને જો નાના ટોળામાંથી એટલીજ સંખ્યા મોટામાં જાય તો મોટા ટોળાની સંખ્યા નાના ટોળાથી ચાર ગણી થાય કહો ત્યારે દરેક ટોળાની સંખ્યા કેટલી અને અદલબદલની સંખ્યા કઇ?

ખુલાસો.

મોટી સંખ્યા માટે = ક્ષ: નાની સંખ્યા = જ્ઞ: અને ય = અદલબદલ કરવાની સંખ્યા. હવે

ક્ષ + ય = ૪ (જ્ઞ − ય) = ૧ લું સમીકરણ: હવે ક્ષ − ય = જ્ઞ + ય આ બીજું સમીકરણ. હવે ૧ લા સમીકરણનું સ્પષ્ટ સ્વરૂપ:—

ક્ષ + ય = ૪ જ્ઞ − ૪ ય: હવે ક્ષ + ૫ ય = ૪ જ્ઞ: સ્પષ્ટ રૂપ. (૧ લું સમીકરણ) હવે ક્ષ − ૨ ય = જ્ઞ = આ બીજાનું સ્પષ્ટ રૂપ:—

હવે +ક્ષ + ૫ ય = ૪ જ્ઞ માંથી
+ક્ષ + ૨ ય = જ્ઞ બાદકરો.
―――――――――
બાકી ૭ ય = ૩ જ્ઞ આવ્યા.

માટે ૭ ય = ૩ જ્ઞ છે તો ય = ૩
અને જ્ઞ = ૭ આવ્યા આ ઉપરથી
ક્ષ ની કિંમત ક્ષ−૬ =૭ માટે ક્ષ=૧૩

જવાબ. ક્ષ = ૧૩, જ્ઞ = ૭ અને ય = ૩ અથવા મોટા ટોળાની સંખ્યા ૧૩, નાના ટોળાની સંખ્યા ૭ અને અદલબદલ થવાની સંખ્યા ૩

આ રીતથી છ ગણા, સાત ગણા, વગેરે વગેરે જે કાંઈ વ્યાખ્યામાં કહેવામાં આવ્યું હોય તે બધા દાખલા આ રીતથી થઈ શકે એમ છે.

હવે ઉદા૦ ૪ થાની અને ઉદા૦ ૫ માંની રીત એક સરખી છે. આને મળતી રીત નીચે આપેલ દાખલાની આવે છે તે કરી બતાવી છે.

ઉદા૦ ૭ મું :—

મોટા ટોળામાંથી અમુક સંખ્યા નાના ટોળામાં આવે તો મોટા ટોળાની સંખ્યા નાના ટોળાની સંખ્યાને સરખી થાય. અને જો નાના ટોળામાંથી એટલીજ સંખ્યા મોટા ટોળામાં જાય તો મોટા ટોળાની સંખ્યા નાના ટોળાથી ૧।।। ગણી થાય. કહો ત્યારે દરેક ટોળાની શરૂઆતની સંખ્યા કઇ અને અદલબદલ થવાની સંખ્યા શું ?

ખુલાસો.

ક્ષ = મોટું ટોળું, જ્ઞ = નાનું ટોળું અને ય અદલબદલ થવાની સંખ્યા. માટે ક્ષ − ય = જ્ઞ + ય ૧ લું સમીકરણ. એનું સ્પષ્ટરૂપ. ક્ષ − ૨ ય = જ્ઞ : હવે ક્ષ + ય = ૭/૪ (જ્ઞ − ય) : આ બીજું સમીકરણ આનું સ્પષ્ટરૂપ ક્ષ + ય = ૭/૪ જ્ઞ − ૭/૪ ય અથવા ૪ ક્ષ + ૪ ય = ૭ જ્ઞ − ૭ ય હવે ૪ ક્ષ + ૧૧ ય = ૭ જ્ઞ : આ બીજામાંથી

૪ ક્ષ − ૮ ય = ૪ જ્ઞ : આ પહેલાનું ૪ ગણુંરૂપ

બાદ કરો. − + −

૧૯ ય = ૩ જ્ઞ બાકી રહ્યા : માટે ય = ૩ અને જ્ઞ = ૧૯. હવે ક્ષ − ૬ = ૧૯ માટે ક્ષ = ૨૫ : માટે ક્ષ = ૨૫, અને ય = ૩.

જવાબ.

મોટા ટોળાની સંખ્યા ૨૫ : નાનાની સંખ્યા ૧૯ અદલબદલની ૩. આ રીતે અક્ષર ગણિતની રીત પૂર્ણ થાય છે.

હવે બીજા વર્ગના વિદ્યાર્થી જેમને અપૂર્ણાંકની રીત આવડે છે. તેમના માટે નીચેની રીત છે.

જે સંખ્યાઓ અજ્ઞાત હોય છે તે અક્ષરગણિત વડે તરત જ્ઞાત થાય છે અને અક્ષર ગણિત સિવાય બીજી રીત વાપરવાની હોય ત્યારે સહેજ અનુમાન કરવા પડે છે.

ઉપર પ્રમાણે આપણે સાત ઉદાહરણ કરી બતાવ્યા છે. તેમાં ૧ લા ત્રણ અને ૬ ઠ્ઠું ઉદાહરણ એકજ વર્ગમાં મૂકી શકાય કારણ તેમાં પૂર્ણાંક ગણા થાય છે એમ કહ્યું છે. અને બીજાઓને બીજા વર્ગમાં મૂકાય કારણ તેમાં અપૂર્ણાંકગણા થાય છે એમ કહ્યું. તેમાં વળી બે ભાગ છે એકમાં દોઢા, અઢી ગણા, સાડા ત્રણ ગણા વગેરેનો સમાવેશ થાય છે અને બીજામાં સવાયા, સવા બે ગણા, સવા ત્રણ ગણા વગેરે તથા પોણા બે ગણા, પોણા ત્રણ ગણા વગેરે.

અપૂર્ણાંકમાં બે ભાગ જોઇએ. એક અંશસ્થાન અને બીજું છેદસ્થાન. હવે જો પૂર્ણાંકગણા હોય તો પણ તેમાંથી અપૂર્ણાંક લખવા. જેમકે બમણા = $\frac{૨}{૧}$: ત્રમણા $\frac{૩}{૧}$: ચાર ગણા $\frac{૪}{૧}$: પાંચ ગણા $\frac{૫}{૧}$. હવે સવાયા = $\frac{૫}{૪}$: દોઢા $\frac{૩}{૨}$ પોણા બે ગણા = $\frac{૭}{૪}$ વગેરે વગેરે.

નિયમ ૧ લો : અંશ અને છેદ વાળી દરેક સંખ્યાને ૪ થી ગુણવા. એટલે અંશમાં આવે તેનું નામ મોટી સંખ્યા અને છેદમાં આવે તે નાની સંખ્યા.

નિયમ ૨ જો : મોટી રકમમાંથી નાની રકમ બાદ કરવી.

નિયમ ૩ જો : જે બાદબાકીનો આંક આવે તેને ૪ થી ભાગવા. જે આવે તેને અદલબદલ કરવાની સંખ્યા સમજવી.

નિયમ ૪ થો : હવે મોટી રકમમાંથી અદલબદલ કરવાની રકમ બાદ કરવાથી મોટા ટોળાની સંખ્યા આવશે અને એજ અદલબદલની રકમ નાની સંખ્યામાં ઉમેરવાથી નાનાં ટોળાંની સંખ્યા આવશે.

ઉપર આપેલા ઉદાહરણ આ રીતથી કરીએ :—

ઉદા૦ ૧ લું : વ્યાખ્યા આગળ આપી છે તે સમજવી.

રીત :—બમણા થાય એમ કહ્યું છે. માટે $\frac{૨}{૧}$ (આમ બમણાનું રૂપ કરો) પછી નિયમ પહેલા પ્રમાણે $\frac{૨}{૧} \times \frac{૪}{૪} = \frac{૮}{૪}$ આવે. હવે નિયમ ૨ જા પ્રમાણે ૮ − ૪ = ૪ આવે. હવે નિયમ ત્રીજા પ્રમાણે ૪ ÷ ૪ = ૧ આવે. આ અદલબદલ કરવાની સંખ્યા. હવે નિયમ

ચોથા પ્રમાણે ૮ − ૧ = ૭ તે મોટા ટોળાની સંખ્યા અને ૪ + ૧ = ૫ તે નાના ટોળાની સંખ્યા. **જવાબ** ૭ : ૫ :

ઉદા૦ ૨ જું :—વ્યાખ્યા આગળ આપી છે તેજ સમજવી :

રીત :—ત્રમણા થાય એમ કહ્યું છે માટે $\frac{૩}{૧}$ કરવા. પછી $\frac{૩}{૧} \times \frac{૪}{૪} = \frac{૧૨}{૪}$ આવે. એમાં ૧૨ મોટી સંખ્યા. અને ૪ નાની સંખ્યા. પછી ૧૨ − ૪ = ૮ પછી ૮ ÷ ૪ = ૨ આ અદલબદલ કરવાની સંખ્યા. હવે ૧૨ − ૨ = ૧૦ મોટા ટોળાની સંખ્યા. અને ૪ + ૨ = ૬ આ નાનાં ટોળાની સંખ્યા.

જવાબ મોટા ટોળાની સંખ્યા ૧૦. નાના ટોળાની સંખ્યા ૬ અને અદલબદલ કરવાની સંખ્યા ૨ :

હવે અક્ષર ગણિતથી જવાબ લાવતાં મોટા ટોળાની સંખ્યા ૫ : નાના ટોળાની સંખ્યા ૩ અને અદલબદલ કરવાની સંખ્યા ૧ આમ જવાબ છે.

આ બે જવાબ સાચા છે. ખરી રીતે જવાબની રકમ એવી જોઇએ કે તેથી નાની રકમ બીજી ન આવે. જેમ આંહી ૧૦ : ૬ : અને ૨ જવાબ છે તે બદલ જો આપણે અનુક્રમે ૨૦ : ૧૨ : અને ૪ કરીએ તો પણ થાય હજુ આગળ વધીએ તો અનુક્રમે ૪૦ : ૨૫ અને ૮ આવે માટે જવાબમાં સૌથી નાની રકમ સ્વીકારવી.

ઉદાહરણ ૬ ઠું : વ્યાખ્યા આગળ આપી છે :—

રીત : ચારગણા થવાના માટે $\frac{૪}{૧}$ પછી $\frac{૪ \times ૪}{૧ \times ૪} = \frac{૧૬ \text{ મોટીરકમ}}{૪ \text{ નાનીરકમ.}}$ માટે ૧૬ − ૪ = ૧૨ પછી ૧૨ ÷ ૪ = ૩ અદલબદલ કરવાની રકમ. હવે ૧૬ − ૩ = ૧૩ મોટા ટોળાની સંખ્યા અને ૪ + ૩ = ૭ એ નાનાં ટોળાંની સંખ્યા. માટે **જવાબ** : ૧૩ : ૭ : અને ૩. એ સૌથી નાનામાં નાની સંખ્યાઓ સમજવી.

ઉદા૦ ૪ થું, ૫ મું અને ૭ મું એ બધા અપૂર્ણાંકના દાખલા છે. પરંતુ બધાની રીત એકજ છે માટે આંહી ઉદા૦ ૭ માની રીત બતાવી છે.

રીત :—આમાં ૧ $\frac{૩}{૪}$ ગણા થાય એમ કહ્યું છે માટે $\frac{૭}{૪}$ થાય હવે $\frac{૭ \times ૪ = ૨૮}{૪ \times ૪ = ૧૬}$: ૨૮ મોટી સંખ્યા, અને ૧૬ નાની સંખ્યા. હવે ૨૮ − ૧૬ = ૧૨ હવે ૧૨ ÷ ૪ = ૩ આ અદલબદલની સંખ્યા. માટે ૨૮ − ૩ = ૨૫ આ મોટા ટોળાની સંખ્યા. અને ૧૬ + ૩ = ૧૯ એ નાના ટોળાની સંખ્યા. માટે **જવાબ** ૨૫ : ૧૯ : અને ૩.

આ પ્રમાણે અપૂર્ણાંકની રીત પૂરી થાય છે.

હવે ત્રીજા દરજ્જાના વિદ્યાર્થી કે જેમને અક્ષર ગણિત અને અપૂર્ણાંક પણ નથી આવડતા અને ફક્ત બુદ્ધિબળ વાપરી દાખલા કરે છે તેમના માટે.

ઉપર જે ચાર નિયમ કહ્યા છે તે ધ્યાનમાં રાખવા ઉપરાંત નીચેના ત્રણ નિયમ બીજા ધ્યાનમાં રાખવા.

૧. ઉદા૦ ૧ લું. ૨ જું. ૩ જું અને ૬ ઠું. આને લગતી વ્યાખ્યા હોય તો નાની રકમ ૪ સમજવી.

૨. જ્યારે ઉદા૦ ૫ માને લગતી વ્યાખ્યા હોય ત્યારે સૌથી નાની રકમ ૮ સમજવી.

૩ જ્યારે ઉદા૦ ૭ માને લગતી વ્યાખ્યા હોય ત્યારે નાની રકમ ૧૬ સમજવી. આ પ્રમાણે આપણાં હાથમાં નાની રકમ આવી પછી વ્યાખ્યામાં જેટલા ગણા કહ્યા હોય તેટલા ગણાથી નાની રકમને ગુણવા જે આવે તે મોટી સંખ્યા સમજવી. આવી રીતે મોટી અને નાની રકમ મળી આવે પછી ઉપર બતાવ્યા પ્રમાણે મોટા ટોળાની સંખ્યા અને નાના ટોળાની સંખ્યા અને અદલબદલ કરવાની સંખ્યા, એમ ત્રણે સંખ્યાઓ શોધી કાઢવી.

૧ લી રીતઃ જ્યારે પૂર્ણાંક ગણા હોય ત્યારે જેમકે ૪ ગણા થાય ત્યારે નાની રકમ ૪. હવે ૪ ગણા કહ્યા છે ત્યારે ૪ × ૪ = ૧૬. ૧૬ એ મોટી રકમ અને ૪ એ નાની રકમ. પછી આગળ બતાવેલી રીત પ્રમાણે બધું કરવું.

૨ જી રીતઃ જ્યારે વ્યાખ્યા ઉદા૦ ૫ મા પ્રમાણે હોય ત્યારેઃ સમજો કે ૨॥ ગણા કહ્યા છે. માટે નાની રકમ ૮ અને મોટી રકમ ૮ × ૨॥ = ૨૦. ૮ નાની રકમ અને ૨૦ મોટી રકમ. પછી બધું આગળની રીત પ્રમાણે કરવું.

કોઠો નંબર ૧.

કેટલા ગણા	મોટા ટોળાની સંખ્યા.	નાના ટોળાની સંખ્યા	અદલ બદલ કરવાની સંખ્યા	કેટલા જવાબ આવે.
બમણા.	૭	૫	૧	એક
ત્રણ ગણા	૧૦	૬	૨	બે.
	...	...	...	
	૫	૩	૧	
ચાર ગણા	૧૩	૭	૩	એક.
પાંચ ગણા	૧૬	૮	૪	ત્રણ.
	...	...	...	
	૮	૪	૨	
	...	...	...	
	૪	૨	૧	
છ ગણા	૧૯	૯	૫	એક
સાત ગણા	૨૨	૧૦	૬	બે.
	...	...	...	
	૧૧	૫	૩	
આઠ ગણા	૨૫	૧૧	૭	એક
નવ ગણા	૨૮	૧૨	૮	ત્રણ.
	...	...	...	
	૧૪	૬	૪	
	...	...	...	
	૭	૩	૨	

૩ જી રીત: ૧॥ ગણા થાય ત્યારે. ૧૬ × ૧॥ = ૨૮. માટે ૧૬ નાની રકમ અને ૨૮ મોટી રકમ.

આની સમજણ:—

જ્યારે વ્યાખ્યામાં અદલ બદલ કરવાની સંખ્યા નાની રકમમાંથી મોટીમાં જાય ત્યારે બમણા ત્રમણા વગેરે વગેરે નવ ગણા સુધી થાય એમ કહ્યું હોય ત્યારે શું શું જવાબ આવે તે આ કોઠામાં બતાવ્યું છે. કેટલાકમાં એકથી વધુ જવાબ આપ્યા છે.

કોઠા નંબર ૨.

વ્યાખ્યામાં આપેલ ગણા થાય.	મોટી રકમની સંખ્યા	નાની રકમની સંખ્યા	અદલ બદલ કરવાની સંખ્યા
સવા	૧૯	૧૭	૧
સવાબે	૩૧	૨૧	૫
૩।	૪૩	૨૫	૯
૪।	૫૫	૨૯	૧૩
૫।	૬૭	૩૩	૧૭
૬।	૭૯	૩૭	૨૧
૭।	૯૧	૪૧	૨૫
૮।	૧૦૩	૪૫	૨૯
૯।	૧૧૫	૪૯	૩૩

કોઠા નંબર ૩.

વ્યાખ્યામાં આપેલ ગણા થાય.	મોટી રકમની સંખ્યા	નાની રકમની સંખ્યા	અદલ બદલ કરવાની સંખ્યા
દોઢા.	૧૧	૯	૧
અઢીઆ	૧૭	૧૧	૩
૩॥	૨૩	૧૩	૫
૪॥	૨૯	૧૫	૭
૫॥	૩૫	૧૭	૯
૬॥	૪૧	૧૯	૧૧
૭॥	૪૭	૨૧	૧૩
૮॥	૫૩	૨૩	૧૫
૯॥	૫૯	૨૫	૧૭

કોઠા નંબર ૪.

વ્યાખ્યામાં અમુક ગણા થાય.	મોટા ટોળાની સંખ્યા	નાના ટોળાની સંખ્યા	અદલ બદલ કરવાની સંખ્યા
૧।।।	૨૫	૧૯	૩
૨।।।	૩૭	૨૩	૭
૩।।।	૪૯	૨૭	૧૧
૪।।।	૬૧	૩૧	૧૫
૫।।।	૭૩	૩૫	૧૯
૬।।।	૮૫	૩૯	૨૩
૭।।।	૯૭	૪૩	૨૭
૮।।।	૧૦૯	૪૭	૩૧
૯।।।	૧૨૧	૫૧	૩૫

આ ચાર કોઠામાંના આંકડાનું નિરીક્ષણ કરવાથી ધ્યાનમાં આવશે કે જેમ જેમ ક્રમવાર અમુક ગણા વધતા થતા જાય તેમ તેમ એકજ નિયમે ત્રણ ખંડમાં જવાબના આંકડા પણ વધતા જાય છે. કયાં કયાં કેટલા કેટલા વધે છે તે કોઠાઓ જોવાથી તરત સમજાઈ જાય એમ છે.

આ રીતે દાખલો પૂરો થાય છે.

પરચુરણ દાખલા.

દાખલો ૧૮૮ મો.

બે રકમનો સરવાળો ૧૦૧ થાય છે અને એ બે રકમોની બાદબાકી ૨૫ રહે છે. તો એ બે રકમો કઇ ?

ખુલાસો.

અક્ષર ગણિતની રીતઃ—

ક્ષ = એક રકમ. અને ત્ર = બીજી રકમ. માટે ક્ષ + ત્ર = ૧૦૧: એક સમીકરણ હવે ક્ષ − ત્ર = ૨૫. બીજું સમીકરણ: હવે

$ક્ષ + ન = ૧૦૧$ માંથી $ક્ષ - ન = ૨૫$ બાદ કરો. $- \quad + \qquad -$ $૨ ન = ૭૬$ બાકી રહ્યા.	પછી $ન = \frac{૭૬}{૨}$ માટે $ન = ૩૮$ પછી $૧૦૧ - ૩૮ = ૬૩$ માટે $ક્ષ = ૬૩$. માટે $ક્ષ = ૬૩$ મોટી રકમ અને

$ન = ૩૮$ નાની રકમ. **જવાબ.**

અંક ગણિતની રીતઃ—

બે રકમના સરવાળાનો આંક ૧૦૧ અને બે રકમનો તફાવત ૨૫ હવે એ બે રકમનો (૧૦૧ + ૨૫ = ૧૨૬) સરવાળો (૧૨૬) આવે તેને ૨ થી ભાગવા માટે ($\frac{૧૨૬}{૨}$ = ૬૩) જે આવે તે મોટી રકમ.

હવે એ બે રકમોની બાદબાકી (૧૦૧ − ૨૫=૭૬ આવ્યા) જે આવે તેને ૨ થી ભાગવા. (૭૬ ÷ ૨=૩૮ આવ્યા.) જે આવે તે નાની રકમ

દાખલો ૧૯૮ મો.

બે રકમોની બાદબાકી ૮ અને એ બે રકમોના વર્ગની બાદબાકી ૪૦૦ ત્યારે એ બે રકમો કઇ ?

ખુલાસો

અક્ષરગણિતઃ—

ક્ષ = મોટી રકમ : ન=નાની રકમ હવે ક્ષ − ન=૮ એક સમીકરણ $(ક્ષ)^૨ - (ન)^૨$=૪૦ આ બીજું સમીકરણ. હવે $(ક્ષ)^૨ - (ન)^૨$=(ક્ષ+ન) (ક્ષ − ન) માટે (ક્ષ + ન) (ક્ષ − ન)=૪૦૦. આ બીજા સમીકરણનું બીજુ રૂપ. હવે આ બીજા સમીકરણને પહેલા સમીકરણથી ભાગ દેવો તેથી અજ્ઞાત વિભાગમાંથી (ક્ષ − ય) ઉડી જતાં ક્ષ + ન રહેશે અને જ્ઞાત વિભાગમાં ૪૦૦ ÷ ૮=૫૦ આવશે જેથી ક્ષ+ન=૫૦ થશે.

હવે ઉપરના દાખલા પ્રમાણે વ્યાખ્યા આવી ઉભી રહી માટે જેથી ક્ષ=૨૯ તો ન=૨૧ માટે **જવાબ ૨૯ : ૨૧**	ક્ષ+ન=૫૦ ક્ષ−ન= ૮ ૨ક્ષ=૫૮

અંકગણિતની રીતઃ—

એ રકમોના વર્ગોના તફાવત ૪૦૦ ને એ બે રકમોના તફાવતથી ભાગવા ∴ ૪૦૦ ÷ ૮ = ૫૦. આને બે રકમોનો સરવાળો સમજવો. પછી ઉપરની રીતે કરવું ૫૦ + ૮ = ૫૮ પછી $\frac{૫૮}{૨}$ = ૨૯ એક રકમ તો બીજી રકમ = ૨૧

દાખલો ૧૯૦ મો.

પુસ્તકો અને વિદ્યાર્થી

એક ગૃહસ્થ શાળામાં પુસ્તકો વહેંચવા ધારણા રાખે છે. દરેકને ૬ ૬ આપે છે તો ૧૧ પુસ્તકો વધે છે. અને સાત સાત આપે છે તો ૧૦ પુસ્તકો ઘટે છે. કહો ત્યારે શાળામાં છોકરા કેટલા અને પુસ્તકો કેટલા ?

ખુલાસો.

અક્ષરગણિતઃ—

ક્ષ = વિદ્યાર્થીની સંખ્યા. અને જ્ઞ = પુસ્તકની સંખ્યા. હવે ૬ ૬ આપે તો ૧૧ પુસ્તક વધે માટે ૬ ક્ષ + ૧૧ = જ્ઞ. આ પહેલું સમીકરણ પછી સાત સાત આપે તો ૧૦ પુસ્તક ઘટે ૭ ક્ષ − ૧૦ = જ્ઞ બીજું સમીકરણ. માટે

૭ ક્ષ − ૧૦ = જ્ઞ માંથી
૬ ક્ષ + ૧૧ = જ્ઞ બાદ કરો
બાકી ક્ષ − ૨૧ = ૦ આવ્યા.

હવે ક્ષ = ૨૧ વિદ્યાર્થીની સંખ્યા
તે ઉપરથી. ૧૩૭ પુસ્તની સંખ્યા
જવાબ.

અંકગણિતની રીતઃ—

આ દાખલામાં ૬ ૬ આપતાં ૧૧ વધે છે અને સાત સાત આપતાં ૧૦ ઘટે છે. આ બે તફાવતના આંક ૧૧ અને ૧૦ નો સરવાળો ૨૧. તે કુલ છોકરાની સંખ્યા. હવે ૨૧ × ૬ = ૧૨૬ તેમાં

૧૧ ઉમેરીએ તો ૧૩૭ થાય આમ ૨૧ તે વિદ્યાર્થીની સંખ્યા અને ૧૩૭ પુસ્તકની સંખ્યા.

જવાબ ૨૧ છોકરા અને ૧૩૭ પુસ્તક.

દાખલો ૧૯૧ મો.

પુસ્તકો અને વિદ્યાર્થી

શાળામાં ૭ આપીએ તો ૧૦ વધે અને સાત સાત આપીએ ૧૦ ઘટે ત્યારે છોકરા કેટલા અને પુસ્તક કેટલાં.

ખુલાસો.

૧૦ વધે – ૧૦ ઘટે = ૨૦ વિદ્યાર્થીની સંખ્યા ૨૦ × ૬ + ૧૦ = ૧૩૦ માટે ૨૦ વિદ્યાર્થી અને ૧૩૦ પુસ્તક. **જવાબ.**

આ રીતે ઘણા દાખલા થઈ શકે.

દાખલો ૧૯૨ મો.

બાંકડા અને વિદ્યાર્થી

એકેક બાંકડા ઉપર પાંચ પાંચ વિદ્યાર્થી બેસે તો એક બાંકડો ઘટે અને સાત સાત બેસે તો એક બાંકડો વધે ત્યારે છોકરા કેટલા અને બાંકડા કેટલા ?

ખુલાસો.

આમાં છોકરા એકવાર પાંચ પાંચ થઈને અને બીજીવાર સાત સાત થઈને બેસે છે માટે ૫ અને ૭ નો લઘુતમ સાધારણ ભાજ્ય ૩૫ થાય માટે કુલ વિદ્યાર્થી ૩૫ સમજવા. હવે જો પાંચ પાંચ થઈને બેસે તો ૧ બાંકડો ઘટે માટે જો સાત બાંકડા હોય ત્યારે પાંચ પાંચ થઈને બધા બેસી શકે માટે ૭ – ૧ = ૬ બાંકડા. માટે

જવાબ ૩૫ વિદ્યાર્થી અને ૬ બાંકડા.

દાખલો ૧૯૩ મો.

બાંકડા અને વિદ્યાર્થી

એકેક બાંકડા ઉપર સાત સાત છોકરા બેસે તો ૩ બાંકડા ઘટે અને અગીઆર અગીઆર થઈ બેસે તો ૧ બાંકડો વધે. ત્યારે છોકરા અને બાંકડા કેટલા ?

ખુલાસો.

૧૧ × ૭ = ૭૭ વિદ્યાર્થી. જો સાત સાત થઇને બેસે તો બાંકડા ૧૧ જોઇએ પણ બાંકડા ૩ ઘટે માટે ૮ બાંકડા. બીજી રીતે જો અગીઆર અગીઆર થઇને બેસે તો બાંકડા ૭ ખપે. આ વખતે એક વધે છે માટે ૧૧ – ૩ = ૮ અને ૭ + ૧ = ૮ માટે

જવાબ ૭૭ વિદ્યાર્થી ૮ બાંકડા

દાખલો ૧૯૪ મો.

ગાયોની ખરીદી

એક માણસ ૨૦૦ રૂપીઆમાંથી ગાયો ખરીદ કરી. જો એટલા રૂપીઆમાંથી ૫ ગાયો વધુ ખરીદ કરત તો દરેક ગાય પછવાડે ૨ રૂપીઆ ઓછું ખરચ આવત અને જો ચાર ગાય ઓછી ખરીદ કરત તો દરેક ગાય પછવાડે રૂ. ૨॥ વધુ ખરચ આવત કહો ત્યારે કેટલી ગાયો ખરીદ કરી.

ખુલાસો

ક્ષ = ગાયની સંખ્યા અને ય દરેક ગાયની કિંમત. બધી ગાયની કિંમત થાય ૨૦૦ રૂ. = ક્ષય : હવે જો ૫ ગાય વધુ લેત તો ગાયની સંખ્યા. ક્ષ + ૫ થાય અને દરેક ગાયની કિંમત ૨ રૂ. ઓછી પડત એટલે ય – ૨ દરેક ગાયની કિંમત થાત. હવે (ક્ષ + ૫) (ય – ૨) = ક્ષ ય + ૫ ય – ૨ ક્ષ – ૧૦ = ૨૦૦ હવે.

ક્ષ ય + ૫ ય − ૨ ક્ષ = ૨૦૦ + ૧૦ માંથી.
ક્ષ ય = ૨૦૦ બાદ.
૫ ય − ૨ ક્ષ = ૧૦ બાકી.
} ૫ ય − ૨ ક્ષ = ૧૦ એક સમીકરણ.

હવે જો ૪ ગાય ઓછી લેત (ક્ષ − ૪) તો દરેક ગાય પછવાડે ૫/૨ રૂ. વધુ દેવા પડત એટલે દરેક ગાયના રૂ. ય + ૫/૨ માટે (ક્ષ − ૪) (ય + ૫/૨) = ૨ ક્ષ ય − ૮ ય + ૫ ક્ષ − ૨૦ = ૪૦૦ માંથી
+ ૨ ક્ષ ય = ૪૦૦ બાદ

− ૮ ય + ૫ ક્ષ − ૨૦ = ૦ બાકી આવ્યા તે ૫ ક્ષ − ૮ ય = ૨૦.

આ બીજું સમીકરણ. હવે પહેલું અને બીજું સમીકરણ એકમેકમાં મેળવો. આ માટે નીચે પ્રમાણે ગોઠવો.

− ૨ ક્ષ + ૫ ય = ૧૦ } પહેલાને ૫ થી ગુણો અને
૫ ક્ષ − ૮ ય = ૨૦ } બીજાને ૨ થી ગુણો

હવે − ૧૦ ક્ષ + ૨૫ ય = ૫૦
+ ૧૦ ક્ષ − ૧૬ ય = ૪૦
૯ ય = ૯૦ માટે ય = ૯૦/૯ = ૧૦
} દરેકની કિંમત = ૧૦ રૂ. હવે ય = ૧૦ અને ક્ષ = ૨૦ માટે ગાય = ૨૦ **જવાબ**

અંકગણિતની રીતઃ—

કુલ રૂપીઆ ૨૦૦ છે. તેના જેટલા અવયવ થઇ શકે તેટલા કરવા. ૨ × ૧૦૦ : ૪ × ૫૦ : ૮ × ૨૫ : ૧૦ × ૨૦ : આમ ચાર જોડી થાય આપણી વ્યાખ્યાને અનુકૂળ કઈ જોડી આવશે તે મનમાં ગણત્રી કરવી. ૧૦ × ૨૦ આ જોડી બંધ બેસતી આવશે. આમાં જો ૨૦ ને ગાયની સંખ્યા લઇએ તો આપણું કાર્ય સરે એમ છે. માટે ૧૦ રૂપીઆ કિંમત પછી વ્યાખ્યા પ્રમાણે મેળ મેળવી જોવો.

માટે **જવાબ.** ૨૦ ગાય અને દરેકની કિંમત ૧૦ રૂપીઆ.

દાખલો ૧૯૫ મો.

૧૨૦ રૂપીઆની ગાયો ખરીદ થઇ. જો ૩ ગાય એટલા રૂપી-આમાંથી લેત તો **દરેક** પછવાડે ૨ રૂ. ઓછા બેસત અને જો ૨ ગાય ઓછી એટલા રૂપીઆમાંથી લેત તો દરેક પછવાડે ૨ રૂ. વધુ બેસત. કહો ત્યારે ગાયની સંખ્યા કેટલી.

ખુલાસો

રૂ. ૧૨૦ છે તેના અવયવની જોડીઓ આ પ્રમાણે. ૨ × ૬૦ : ૩ × ૪૦ : ૪ × ૩૦ : ૫ × ૨૪ : ૬ × ૨૦ : ૮ × ૧૫ : ૧૦ × ૧૨ : આમ સાત જોડી થઇ તેમાં આપણને કામ આવે તે જોડી ૧૦ × ૧૨ ની છે. આમાં એક આંક ગાયની સંખ્યા માટે અને એક આંક રૂપીઆની સંખ્યા માટે.

જવાબ ૧૨ ગાય અને દરેકની કિંમત રૂ. ૧૦.

દાખલો ૧૯૬ મો.

આપેલી રકમના ચાર ભાગ પાડવા બાબત.

વ્યાખ્યા : ૬૪ ના ચાર ભાગ પાડો. તેમાં ૧ લા ભાગમાં ૩ ઉમેરીએ, બીજા ભાગમાંથી ૩ બાદ કરીએ. ત્રીજા ભાગને ૩ થી ગુણીએ અને ૪ થા ભાગને ૩ થી ભાગીએ. તો ઉપર કહેલી દરેક ક્રિયાનું પરિણામ એક સરખું આવે. કહો ત્યારે એ ચાર ભાગ કયા કયા ? જવાબમાં અપૂર્ણાંક ન લાવવા.

ખુલાસો

અક્ષર ગણિત:—ચારે ક્રિયામાં જવાબ એક સરખા આવે તે માટે ક્ષ ધારો. હવે પહેલી રકમ ક્ષ − ૩ : બીજી ક્ષ + ૩ : ત્રીજી રકમ ક્ષ ÷ ૩ અને ચોથી રકમ ક્ષ × ૩. આ રીતનું નામ વિલોમ રીતિ એટલે વ્યાખ્યામાં કહ્યું હોય તેથી વિરૂદ્ધ નિશાનીઓ આવે. આ ચારે રકમોનો સરવાળો ૬૪ થાય માટે ક્ષ − ૩ + ક્ષ + ૩ + ક્ષ

+ ૩ક્ષ = ૬૪ તેનું સ્પષ્ટ રૂપ નીચે પ્રમાણે. ૩ક્ષ − ૯ + ૩ક્ષ + ૯ + ક્ષ + ૯ક્ષ = ૧૯૨. તેનું ટુંકું રૂપ ૧૬ ક્ષ = ૧૯૨ માટે ક્ષ = $\frac{૧૯૨}{૧૬}$ માટે ક્ષ = ૧૨. માટે ૧૨ એ ચારે ક્રિયાનું એક સરખું પરિણામ માટે ૧ લી રકમ ૧૨ − ૩ = ૯ : બીજી રકમ ૧૨ + ૩ = ૧૫ : ત્રીજી રકમ ૧૨ ÷ ૩ = ૪ અને ચોથી રકમ ૧૨ × ૩ = ૩૬ માટે ૬૪ ના ચાર ભાગ નીચે પ્રમાણે **જવાબ.**

૧ લો ભાગ ૯ : ૨ જો ભાગ ૧૫ : ૩ જો ભાગ ૪ અને ૪ થો ભાગ ૩૬

અંકગણિતની રીતઃ—

આમાં ચારે ક્રિયામાં ૩ મુખ્ય ભાગ ભજવે છે. માટે + અને − છે તે દરેક માટે ૩ લેવા. પછી ગુણાકાર છે તે માટે ૩ ના વર્ગ કરવા. અને ભાગાકાર છે ત્યાં ૩ ÷ ૩ કરવા. એટલે સરવાળાના ૩, બાદબાકીના ૩, ગુણાકારના ૯ અને ભાગાકારનો ૧. આ બધા આંક (૩ + ૩ + ૯ + ૧ = ૧૬) નો સરવાળો ૧૬ આવે. હવે આખી રકમ ૬૪ ને ૩ થી ગુણવાથી ૧૯૨ આવે અને પછી ૧૬ થી ભાગવા. ૧૯૨ ÷ ૧૬ = ૧૨ આમ ૧૨ આવ્યા. અક્ષર ગણિતમાં બતાવેલ રીત પ્રમાણે. ચારે ભાગનાં આંકડા મેળવી લેવા.

દાખલો ૧૯૭ મો.

૧૦૦ ના ચાર ભાગ પાડો. તેમાં ૧લા ભાગમાં ૪ ઉમેરીએ. બીજામાંથી ૪ બાદ કરીએ. ત્રીજાને ૪ ગુણીએ અને ૪થાને ૪થી ભાગીએ તો દરેકનું પરિણામ એક સરખું આવે.

ખુલાસો.

આમાં ૪ છે તે મુખ્ય ભાગ ભજવે છે માટે ૧લા ભાગના ૪ અને ૨ જાના પણ ૪. ત્રીજાના ૪ ÷ ૪=૧. અને ચોથાના

૪ × ૪=૧૬ આમ ચારેના (૪ + ૪ + ૧ + ૧૬) ૨૫ આવ્યા. હવે ૧૦૦ મૂળ રકમ છે તેને ૪ થી ગુણો એટલે આવ્યા ૪૦૦ પછી ૪૦૦ ÷ ૨૫=૧૬. આ ૧૬ ને ચારે ક્રિયાનું સામાન્ય પરિણામ તે ઉપરથી ૧લો ભાગ ૧૬ – ૪=૧૨ : બીજો ભાગ ૧૬ + ૪=૨૦ ત્રીજો ભાગ ૧૬ ÷ ૪=૪ અને ચોથો ભાગ ૧૬ × ૪=૬૪. આમ **જવાબ.**

૧ લો ભાગ ૧૨ : ૨ જો ભાગ ૨૦ : ૩ જો ભાગ ૪ અને ૪ થો ભાગ. ૬૪.

વધુ ખુલાસો:—ઉપર જે બે દાખલા આપ્યા છે, તેમાંના એકના દરેક ભાગમાં, ૩ થી ક્રિયા કરવાની કહી છે અને બીજામાં ૪ થી ક્રિયા કરવાની કહી છે. દાખલા ૧૯૬ માં ચારે ભાગનો સરવાળો ૧૬ આવે છે. અને દાખલા ૧૯૭ માં ચારેનો સરવાળો ૨૫ આવે છે. તેવી જ રીતે જો ૧ હોય તો ૪ સરવાળો આવે, (૧ + ૧ + ૧ + ૧–૪) = ૪ જો ૨ હોય તો (૨ + ૨ + ૧ + ૪) =૯ આવે. જો ૫ હોય તો (૫ + ૫ + ૧ + ૨૫)=૩૬ આવે. જો ૬ હોય તો (૬ + ૬ + ૧ + ૩૬)=૪૯ આવે. જો ૭ હોય તો (૭ + ૭ + ૧ + ૪૯)=૬૪ આવે. જો ૮ હોય તો (૮ + ૮ + ૧ + ૬૪)=૮૧ આવે અને જો ૯ હોય તો (૯ + ૯ + ૧ + ૧)=૧૦૦ આવે. એટલે જે આંક હોય તે પછીના આંકનો વર્ગ આવે. જેમકે ૯ છે તો ૯ પછીનો આંક ૧૦ છે માટે $(૧૦)^૨$=૧૦૦ આવ્યાં. આ આપેલ આંકડા ઉપરથી આ પ્રમાણે વ્યાખ્યા બનાવી લેવી : (અમુક રકમના ચાર ભાગ કરવા તેના પહેલા ભાગમાં ૯ ઉમેરીએ, બીજામાંથી ૯ બાદ કરીએ, ત્રીજા ભાગને ૯થી ગુણીએ અને ચોથા ભાગને ૯ થી ભાગીએ તો આ ચારે ક્રિયાઓનું પરિણામ સરખું આવે). હવે અમુક રકમ કઇ તે આપણે શોધવાની રહી. આમાં એક રીત ઉપર કહી છે તે પ્રમાણે, ૧૦૦ સરવાળાના આવે. બીજી રીત એ છે કે, પહેલા ભાગના ૯ સમજવા કારણ આમાં ૯ નો

આંક મુખ્ય છે. હવે ૯ + ૯=૧૮ આવ્યા. હવે બીજો ભાગ શોધવા માટે આપણે એમ કરવું કે જેના પરિણામમાં ૧૮ આવે માટે જો આપણે બીજા ભાગના ૨૭ લઇએ તેા તેમાંથી ૯ બાદ કરતાં બાકી ૧૮ રહે. હવે ત્રીજા ભાગના ૨ લઇએ ત્યારે તેને ૯ થી ગુણતાં ૧૮ આવે અને ચેાથા ભાગના ૧૬૨ લઇએ ત્યારે તેને ૯ થી ભાગતાં ૧૮ આવે. માટે આ ચાર રકમેા ૯ + ૨૭ + ૨ + ૧૬૨=૨૦૦ થઈ. હવે આપણે પહેલી રીતથી ૧૦૦ લાવ્યા. તેનેા અર્થ એ છે કે અમુક રકમ આવે તે રકમ ૧૦૦થી નિઃશેષ ભગાય. અને તે રકમ હમેશાં ૧૦૦ × ૨ (બમણી)=૨૦૦ આવે. એટલે એક તરફ જે સરવાળેા આવે તેના બમણા એ અમુક રકમ થઈ એમ સમજો. એ રકમથી નાની રકમ ન જ આવી શકે. જ્યારે એ નાની રકમ હેાય ત્યારે એ રકમના પહેલા ભાગમાં ૯ નવ જ આવે. નવ જ આવે તેનેા અર્થ એકે જે આંકડાથી આપણે વિધિ કરી તે જ આંકડેા આવે. અને તે ઉપરથી બીજા ભાગના આંકડા ગેાઠવી લેવા. હવે જેમ ૨૦૦ આવ્યા. તેા તે પછીની રકમ ૩૦૦ની થાય પછી ૪૦૦ની થાય એમ ૧૦૦ના પાડાની રકમેા આવતી જાય. ૨૦૦ને પહેલેા દરજ્જો સમજવેા ૩૦૦ ને બીજો દરજ્જો અને ૪૦૦ને ત્રીજો દરજ્જો સમજવેા. પહેલા દરજ્જાનેા અર્થ એકે પહેલા ભાગમાં ૯ આવે. બીજા દરજ્જાનેા અર્થ એ કે પહેલા ભાગમાં ૯ × ૨=૧૮ આવે. અને ત્રીજા દરજ્જામાં પહેલે ભાગે ૯ × ૩=૨૭ આવે. આ પ્રમાણે બધી વિધિ સમજવી. પહેલા ભાગનેા અર્થ એ કે + વત્તા કરીએ. હવે જો તે રકમ જાણવામાં આવી જાય તેા પછીની રકમેા એાછાની ગુણ્યાની અને ભાગ્યાની રકમેા સ્વયં સમજી જવાય.

દ્વિઘાત યાને એક વર્ગીય સમીકરણના દાખલા.

પ્રકાર ૧ લેા.

દાખલેા ૧૯૮ મેા.

એકી વર્ગીય સમીકરણ જેને અંગ્રેજીમાં Quadratic equations કહે છે. આવા સમીકરણેા અક્ષરગણિતની રીતથી થાય છે તેમજ

અંકગણિતથી પણ થાય છે. તે બતાવવા આ પ્રયત્ન છે. · ગણિતની રીત અંગ્રેજી શાળાઓમાં શીખવવામાં આવે છે. ·૧ અંકગણિતની રીત નથી શીખવાતી તેટલા માટે અંકગણિતની રીત "લીલાવતી"માંથી લઇ આંહી ખાસ બતાવી છે. એટલે બન્ને રીતોની સરખામણી કરવાનું સુજ્ઞ વાંચનારાને સગવડ ભર્યું થાય.

આવા સમીકરણોમાં ત્રણ વિભાગ પાડી શકાય. આવા ત્રણ વિભાગ બન્ને રીતોમાં છે.

બીજ ગણિતમાં:—

$(\text{ક્ષ})^2$ –૧૦ક્ષ – ૯૬=૦: અથવા $(\text{ક્ષ})^2$ – ૧૦ક્ષ=૯૬: આ સમીકરણના ત્રણ વિભાગના નામ (૧લો) $(\text{ક્ષ})^2$ એટલે અજ્ઞાત સંખ્યાનો વર્ગ. આ એક વર્ગ છે, તે ઉપરથી એક વર્ગીય સમીકરણ કહેવાય છે. (૨જો વિભાગ) અજ્ઞાત સંખ્યા મૂળ રૂપમાં અને તે ૧૦ક્ષ છે. (આંમાં ૧૦ છે, તે ક્ષનો ગુણ્ય છે માટે તેને અલગ રાખીએ તો ક્ષ એક રહે. આ ક્ષની કિંમત નીકળે તે ઉપરથી $(\text{ક્ષ})^2$ની કિંમત સરળતાથી નીકળી શકે એ દેખીતું છે. અને (ત્રીજો વિભાગ) ૯૬ જે જ્ઞાત છે. આ ત્રણ ઉપરથી આખો દાખલો થઈ શકે.

હવે અંકગણિતમાં અજ્ઞાત સંખ્યાના વર્ગને અસલ રાશિ=રકમ કહેવાય, $(\text{ક્ષ})^2$: અજ્ઞાત સંખ્યા મૂળ રૂપમાં જે ૧૦ક્ષ છે તેને રાશિના વર્ગમૂળના ગુણ્ય કહેવાય યાને ટૂંકમાં ગુણ્યાંક કહેવાય અને જે ૯૬ જ્ઞાત છે તેને દશ્યાંક કહેવાય.

અક્ષરગણિતમાં પ્રથમ આપણે ક્ષ ધારીએ તેની બદલીમાં અંકગણિતમાં ૧ ધારીએ. પછી ક્ષ ઉપરથી $(\text{ક્ષ})^2$ ધારીએ. તેમ આ ૧ ના વર્ગ $(૧)^2$=૧ ધારીએ.

વ્યાખ્યા:-- એક છાપરા ઉપર નળીઆની કેટલીક હારો છે જેટલી હારોની સંખ્યા છે તેટલા નળીઆ એકેક હારમાં છે. છાપરૂં

, થવાથી ત્રુટી પડયું. જેથી જેટલી હાર છે તેનાથી ૧૦ ગણી .ખ્યાના નળીઆ જમીન ઉપર પડી ભાંગી ગયાં. બાકી જે નળીઆ છાપરા ઉપર રહ્યા તે હેઠળ ઉતારતાં મજુરી પેટે ૬૪ નળીઆ આપવા પડ્યા. પછી ઘર ધણી પાસે ૩૨ નળીઆ રહ્યા. કહેા ત્યારે છાપરા ઉપર શરૂઆતમાં કેટલા નળીઆ હતા.

ખુલાસેા.

બીજગણિતમાંઃ—

નળીઆની હારની અજ્ઞાત સંખ્યા માટે ક્ષ ધારેા. જેથી ક્ષ × ક્ષ =(ક્ષ)^{૨} તે કુલ નળીઆની સંખ્યા. હવે ૧૦ ક્ષ નળીઆ ભાંગી ગયા અને આપવા પડ્યા ૬૪ + ૩૨ બચ્યા = ૯૬ નળીઆ તે આખા રહ્યા. માટે (ક્ષ)^{૨} = ૧૦ ક્ષ + ૯૬. માટે (ક્ષ)^{૨} − ૧૦ક્ષ = ૯૬ (નિયમ ૧ લેા) બીજ ગણિતનેા.

અજ્ઞાત સંખ્યાના સાદારૂપ (૧૦ક્ષ) ની સાથે જે જ્ઞાત (૧૦) આંક હેાય તેના અડધા કરી તે અડધાના વર્ગનેા આંક સમાનતાના બન્ને પદેામાં ઉમેરવા.

(નિયમ ૧લા પ્રમાણે) ૧૦ના અડધા ૫ તેના વર્ગ ૨૫. હવે ક્ષ^{૨} − ૧૦ + ૨૫=૯૬ + ૨૫ એટલે ક્ષ^{૨} − ૧૦ક્ષ + ૨૫=૧૨૧ આવ્યા.

(નિયમ ૨જો) બીજગણિતનેા.

સમાનતાના બન્ને પદેાના વર્ગમૂળ કાઢવા.

હવે ક્ષ − ૫±૧૧ ક્ષ − ૫=±૧૧ માટે ક્ષ=૧૧+૫=૧૬ એક જવાબ.
ક્ષ=−૧૧+૫=−૬ બીજો જવાબ.

૧ લેા જવાબ ૧૬ તે વર્ગ મૂળ આવ્યા માટે વર્ગ ૧૬ × ૧૬ = ૨૫૬ કુલ નળીઆ.

૨ જો જવાબ—૬ તે વર્ગ મૂળ માટે − ૬ ×− ૬ = ૩૬ કુલ નળીઆ.

સ્પષ્ટ વિવેચનઃ—આમાં જવાબ બે આવે છે પણ વ્યાખ્યા પ્રમાણે ૩૬ જવાબ સ્વીકારી શકાય નહીં. માટે **એકજ જવાબ** ૨૫૬ નળીઆ.

અંકગણિતથી:—

નળીઆની હાર માટે ૧ ધારો. પછી કુલ નળીઆ માટે ૧×૧ =૧ ધારવો જોઇએ હવે નળીઆની હારના ૧૦ ગણા તે ૧૦ આવે અને ૬૪ + ૩૨ = ૯૬ છે. તે એમજ રહેવા દેવા. જેથી $(૧)^૨$ = ૧ ને અસલ રાશિ. ૧૦ ને વર્ગ મૂળ ગુણ્યાંક. અને ૯૬ ને દશ્યાંક કહેવા.

(૧ લો નિયમ) અંકગણિતનો.

અસલ રાશિ આંક ૧ છે તેને $\frac{૧}{૧}$ આ રીતે લખવા. (જો આંહી $\frac{૧}{૨}$ હોય તો ૧−$\frac{૧}{૨}$ બાદ કરી પછી $\frac{૧}{૨}$ લખવા. $\frac{૧}{૮}$ હોય તો ૧−$\frac{૧}{૮}$ બાદ કરી $\frac{૭}{૮}$ લખવા. $\frac{૩}{૫}$ હોય તો ૧−$\frac{૩}{૫}$ = $\frac{૨}{૫}$ લખવા.) આ રીતે જે રૂપ આવે તેને સાધ્ય રાશિઆંક કહેવા. પછી જે વર્ગમૂળ ગુણ્યાંક અને દશ્યાંક હોય તેમને એ સાધ્ય રાશિઆંકથી ભાગ દઇ વર્ગમૂળ ગુણ્યાંક અને દશ્યાંકનાં જે નવા રૂપ આવે તે લખવા. અને તેને ગુણ્યાંક અને દશ્યાંકના સાધ્યરૂપ સમજવા.

આ દાખલામાં ૧૦ ગુણ્યાંક અને ૯૬ દશ્યાંક છે. માટે ૧૦×$\frac{૧}{૧}$ યાને ૧૦ ÷ $\frac{૧}{૧}$ = ૧૦ અને ૯૬ ÷ ૧ = ૯૬ આવ્યા. આ રીતે ૧૦ ગુણ્યાંક અને ૯૬ દશ્યાંકના સાધ્યરૂપ આવ્યા એમ સમજવું.

(૨ જો નિયમ) અંકગણિતનો.

ગુણ્યાંક (૧૦) ના અડધા કરી તેના વર્ગ બનાવી દશ્યાંક (૯૬) માં ઉમેરવા. માટે ૧૦ ÷ ૨ = ૫: પછી $૫^૨$ = ૨૫: પછી ૯૬ + ૨૫ = ૧૨૧.

(૩ જો નિયમ) અંકગણિતનો.

પછી દશ્યાંકમાંથી જે રૂપ થાય તેના વર્ગમૂળ કરવા. માટે ૧૨૧ ના વર્ગમૂળ ± ૧૧ આવ્યા.

(૪ થો નિયમ) અંકગણિતનો.

આવેલ વર્ગમૂળમાં ગુણ્યાંકના અડધા ઉમેરવા. માટે ± ૧૧ + ૫ = ૧૬ અને – ૬. આ આવ્યા તે વર્ગમૂળ માટે ૧૬ ના વર્ગ ૨૫૬ માટે **જવાબ ૨૫૬ નળીઆ.**

દાખલો ૧૯૯ મો.

એક બગીચામાં લીંબુના ઝાડની અમુક સંખ્યા છે. જેટલી ઝાડની સંખ્યા છે તેટલા લીંબુ એકેક ઝાડ ઉપરથી ઉતરે છે. ઝાડની જેટલી સંખ્યા છે તેના બમણા લીંબુ જકાતમાં દેવાય છે. બાકી માળી પાસે ૧૫ નંગ બચે છે. કહો ત્યારે કુલ લીંબુની સંખ્યા કેટલી ?

ખુલાસો.

બીજગણિતથી.

ઝાડની સંખ્યા માટે ક્ષ ધારો તો કુલ લીંબુની સંખ્યા (ક્ષ)². હવે ૨ ક્ષ લીંબુ જગાતમાં અપાય છે. માટે ક્ષ² = ૨ ક્ષ + ૧૫ માટે ક્ષ²–૨ ક્ષ = ૧૫. (નિયમ ૧ લો) ક્ષ²–૨ ક્ષ + ૧ = ૧૫ + ૧ માટે ક્ષ²–૨ ક્ષ + ૧ = ૧૬. (નિયમ ૨ જો) ક્ષ – ૧ = ૪ માટે ક્ષ = ૫ ત્યારે ક્ષ² = ૨૫ માટે કુલ લીંબુની સંખ્યા ૨૫.

જવાબ ૨૫ લીંબુ.

અંકગણિતથી:—

ઝાડની સંખ્યા માટે ૧ ત્યારે કુલ લીંબુની સંખ્યા (૧)² = ૧. માટે $\frac{૧}{૧}$ રાશિ આંક. ૨ વર્ગ મૂળ ગુણ્યાંક અને ૧૫ દશ્યાંક. એના સાધ્યરૂપ ૨ ÷ $\frac{૧}{૧}$ = ૨ અને ૧૫ ÷ $\frac{૧}{૧}$ = ૧૫ માટે ૨ ગુણ્યાંક અને ૧૫ દશ્યાંક: (નિયમ ૧ લો) ૨ ÷ ૨ = ૧ માટે ૧૫ + ૧ = ૧૬ (નિયમ ૨જો) ૧૬ ના વર્ગમૂળ ± ૪ (નિયમ ત્રીજો). (અ) ૪ + ૧ = ૫ અને (બ) – ૪ + ૧ = – ૩ માટે. (અ) = ૫ ત્યારે (૫²) = ૨૫ અને (બ)– ૩ માટે – (૩)² = ૯. માટે સ્વીકારી શકાય એ **જવાબ ૨૫ લીંબુ.**

દાખલો ૨૦૦ મો.

હંસોનું એક ટોળું છે. એ સંખ્યાના વર્ગમૂળના અડધાના ૭ ગણા નદીના કિનારા તરફ ઉડી ગયા. અને એક યુગલ તળાવમાં ક્રીડા કરતું દેખાયું કહો ત્યારે કુલ હંસોની સંખ્યા કેટલી ?

ખુલાસો.

કુલ સંખ્યાના વર્ગમૂળ માટે ક્ષ ધારો ત્યારે કુલ સંખ્યા $\text{ક્ષ}^{૨}$. હવે $(\frac{\text{ક્ષ}}{૨}) \times ૭ = \frac{૭\text{ક્ષ}}{૨}$ સંખ્યા નદી તરફ ગઇ. અને ૨ તળાવમાં રહ્યા માટે $\text{ક્ષ}^{૨} = \frac{૭\text{ક્ષ}}{૨} + ૨$ માટે $\text{ક્ષ} - \frac{૭\text{ક્ષ}}{૨} = ૨$. હવે $\frac{૭}{૨}$ ના અડધા $\frac{૭}{૪}$ તેના વર્ગ $\frac{૪૯}{૧૬}$. માટે $\text{ક્ષ} - \frac{૭\text{ક્ષ}}{૨} + \frac{૪૯}{૧૬} = ૨ + \frac{૪૯}{૧૬}$ (નિયમ ૧લો) માટે $૧૬\,\text{ક્ષ}^{૨} - ૫૬\,\text{ક્ષ} + ૪૯ = ૮૧$. હવે $૪\,\text{ક્ષ} - ૭ = \pm ૯$ (નિયમ ૨ જો): માટે $૪\,\text{ક્ષ} = ૯ + ૭$ માટે $\text{ક્ષ} = \frac{૧૬}{૪}$ માટે $\text{ક્ષ} = ૪$ માટે $\text{ક્ષ}^{૨} = ૧૬$. (હવે $૪\,\text{ક્ષ} = - ૯ + ૭ \therefore \text{ક્ષ} = \frac{-૨}{૪} = \frac{-૧}{૨}$ જે જવાબ સ્વીકારી ન શકાય) માટે કુલ હંસોની સંખ્યા ૧૬.

માટે જવાબ ૧૬:

અંકગણિતઃ—

રાશિ આંક $\frac{૧}{૧}$: માટે સાધ્ય રાશિ આંક $\frac{૧}{૧}$ વર્ગમૂળ ગુણ્યાંક $\frac{૧}{૨} \times \frac{૭}{૧} = \frac{૭}{૨}$ અને દશ્યાંક ૨ માટે $\frac{૨}{૧} \div \frac{૧}{૧}$: હવે સાધ્ય ૩૫ $\frac{૭}{૨}$ ગુણ્યાંક અને ૨ દશ્યાંક (નિયમ ૧ લો)

ગુણ્યાંક $\frac{૭}{૨}$ ના અડધા $\frac{૭}{૪}$ તેના વર્ગમૂળ $\frac{૪૯}{૧૬}$ માટે $\frac{૨}{૧} + \frac{૪૯}{૧૬} = \frac{૮૧}{૧૬}$ (નિયમ ૨ જો) $\frac{૮૧}{૧૬}$ ના વર્ગમૂળ $\frac{૯}{૪}$ (નિયમ ૩ જો.) હવે $\frac{૯}{૪} + \frac{૭}{૪} = \frac{૧૬}{૪} = ૪$ (નિયમ ૪ થો) માટે ૪ તે વર્ગમૂળ. અને તેના વર્ગ ૧૬ માટે કુલ સંખ્યા **૧૬ જવાબ.**

દાખલો ૨૦૧ મો.

કેરીઓનો એક ઢગલો છે. તેના વર્ગમૂળના ૯ ગણા દાણમાં આપ્યા પછી ધણી પાસે ૧૨૪૦ કેરી રહે છે. કહો ત્યારે કુલ કેરી કેટલી ?

ખુલાસો.

બીજગણિતથીઃ-

વર્ગમૂળ માટે ક્ષ ધારો તો $ક્ષ^{૨}$ = કુલ કેરીઓ. હવે ૯ ક્ષ કેરી દાણમાં અપાય છે, ત્યારબાદ ધણી પાસે ૧૨૪૦ કેરી રહે છે. માટે $ક્ષ^{૨} - ૯$ ક્ષ = ૧૨૪૦ માટે $ક્ષ^{૨}$ - ૯ ક્ષ + = $\frac{૮૧}{૪}$ = ૧૨૪૦ + $\frac{૮૧}{૪}$ માટે ૪ $ક્ષ^{૨} - ૩૬$ ક્ષ + ૮૧ = ૪૯૬૦ + ૮૧ એટલે ૪ $ક્ષ^{૨}$ - ક્ષ ૩૬ + ૮૧ = ૫૦૪૧ (નિયમ ૧ લો.) હવે ૨ ક્ષ - ૯ = + ૭૧ (નિયમ ૨ જો) હવે (**अ**) ક્ષ = $\frac{૭૧ + ૯}{૨}$ = $\frac{૮૦}{૨}$ = ૪૦ માટે ક્ષ = ૪૦ તો $ક્ષ^{૨}$ = ૧૬૦૦ એક જવાબ. (**ब**) હવે ક્ષ = $\frac{-૭૧ + ૯}{૨}$ = $-\frac{૬૨}{૨}$ = -૩૧ માટે ક્ષ = - ૩૧ તો $ક્ષ^{૨}$ = ૯૬૧ બીજો જવાબ.

જવાબ ૧૬૦૦ કુલ કેરી અથવા ૯૬૧ કુલ કેરી.

અંકગણિતથીઃ-

વર્ગમૂળ માટે ૧ ત્યારે $(૧)^{૨}$ = ૧ કુલ કેરી. માટે $\frac{૧}{૧}$ રાશિભાગ. ૯ × ૧ = ૯ તે વર્ગમૂળ ગુણ્યાંક દાણમાં, અને ૧૨૪૦ દશ્યાંક. હવે ૯ ÷ ૧ = ૯ અને ૧૨૪૦ ÷ ૧ = ૧૨૪૦ અનુક્રમે ગુણ્યાંક અને દશ્યાંકના સાધ્યરૂપ (નિયમ ૧ લો). હવે ૯ ના અડધા. $\frac{૯}{૨}$ તેના વર્ગ $\frac{૮૧}{૪}$ માટે ૧૨૪૦ + $\frac{૮૧}{૪}$ = $\frac{૪૯૬૦ + ૮૧}{૪}$ = $\frac{૫૦૪૧}{૪}$ (નિયમ ૨ જો) હવે $\frac{૫૦૪૧}{૪}$ નો વર્ગમૂળ = $\pm \frac{૭૧}{૨} + \frac{૯}{૨} = \frac{૮૦}{૨}$ = ૪૦ (નિયમ ૩ જો અને ૪ થો) હવે ૪૦ વર્ગમૂળ માટે ૧૬૦૦ વર્ગ એ એક જવાબ. હવે $-\frac{૭૧}{૨} + \frac{૯}{૨} = -\frac{૬૨}{૨}$ = − ૩૧ વર્ગમૂળ તો ૯૬૧ વર્ગ એ બીજો **જવાબ.**

દાખલો ૨૦૨ મો.

હંસોનું એક ટોળું છે. વર્ષાઋતુ આવતાં, એ ટોળાના વર્ગમૂળના ૧૦ ગણા માનસરોવર તરફ ચાલી ગયા અને કુલ સંખ્યાના $\frac{૧}{૮}$ વનમાં રહ્યા. બાકી ૩ જોડા તળાવમાં ક્રીડા કરતા દેખાય. કહો કુલ સંખ્યા કેટલી ?

ખુલાસો.

બીજગણિતથી:—

વર્ગમૂળની સંખ્યા માટે ક્ષ ધારો ત્યારે વર્ગ માટે $ક્ષ^૨$ કુલ સંખ્યા. હવે $(ક્ષ)^૨$ વનમાં રહ્યા અને ૧૦ ક્ષ માનસરોવર તરફ ગયા. બાકી ૩ જોડી તે ૬ તળાવમાં. હવે $ક્ષ^૨ = \frac{ક્ષ^૨}{૮} + ૧૦\ ક્ષ + ૬$ હવે $૮\ ક્ષ^૨ = ક્ષ^૨ + ૮૦\ ક્ષ + ૪૮$ હવે $૮\ ક્ષ^૨ - ક્ષ^૨ - ૮૦\ ક્ષ = ૪૮$ હવે $૭\ ક્ષ^૨ - ૮૦\ ક્ષ = ૪૮$: હવે $ક્ષ^૨ - \frac{૮૦}{૭}ક્ષ = \frac{૪૮}{૭}$ હવે $\frac{૮૦}{૭}$ ના અડધા $\frac{૪૦}{૭}$ તેના વર્ગ $\frac{૧૬૦૦}{૪૯}$ થયા. હવે $ક્ષ^૨ - \frac{૮૦ક્ષ}{૭} + \frac{૧૬૦૦}{૪૯}$ (નિયમ ૧ લો.)

હવે $૪૯\ ક્ષ^૨ - ૫૬૦\ ક્ષ + ૧૬૦૦ = ૩૩૬ + ૧૬૦૦$ માટે $૪૯\ ક્ષ^૨ - ૫૬૦\ ક્ષ + ૧૬૦૦ = ૧૯૩૬$: હવે $૭\ ક્ષ - ૪૦ = ૪૪$ (નિયમ ૨ જો.) માટે $૭\ ક્ષ = ૮૪$ માટે $ક્ષ = \frac{૮૪}{૭} = ૧૨$ માટે $ક્ષ = ૧૨$ અને $ક્ષ^૨ = ૧૪૪$. **જવાબ** ૧૪૪:

અંકગણિતથી:—

આમાં વર્ગમૂળ માટે ૧ ધારીએ તો વર્ગ માટે $(૧)^૨ = ૧$ આવે. આમાં મૂળ સંખ્યાના $\frac{૧}{૮}$ માનસરોવર તરફ ગયા એટલે $\frac{૧}{૮}$ રાશિઆંક. હવે વર્ગમૂળના ૧૦ ગણા એટલે $૧ \times ૧૦ = ૧૦$ માટે ૧૦ વર્ગમૂળના ગુણ્યાંક અને ૬ તળાવમાં, આમ આપણી પાસે ૩ રકમ આવી. $\frac{૧}{૮}$: ૧૦ : અને ૬ : હવે ૧ માંથી $\frac{૧}{૮}$ બાદ કરીએ તો તો $\frac{૭}{૮}$ આવ્યા. તેનું નામ રાશિઆંકનું સાધ્યરૂપ. ગુણ્યાંક ૧૦ $\div \frac{૭}{૮} = \frac{૮૦}{૭}$ તે ગુણ્યાંકનું સાધ્યરૂપ અને $૬ \div \frac{૭}{૮} = \frac{૪૮}{૭}$ તે દશાંકનું સાધ્યરૂપ (નિયમ ૧ લો.) હવે $\frac{૮૦}{૭}$ ના અડધા $\frac{૪૦}{૭}$. તેના વર્ગ $\frac{૧૬૦૦}{૪૯}$ પછી $\frac{૪૮}{૭} + \frac{૧૬૦૦}{૪૯} = \frac{૩૩૬+૧૬૦૦}{૪૯} = \frac{૧૯૩૬}{૪૯}$ (નિયમ ૨ જો). હવે $\frac{૧૯૩૬}{૪૯}$ ના વર્ગમૂળ $\frac{૪૪}{૭}$ આવ્યા. (નિયમ ૩ જો). હવે $\frac{૪૪}{૭} + \frac{૪૦}{૭} = \frac{૮૪}{૭} = ૧૨$ (નિયમ ૪ થો). આ ૧૨ તે વર્ગમૂળ માટે $(૧૨)^૨ = ૧૪૪$ માટે **જવાબ** ૧૪૪ કુલ સંખ્યા.

દાખલો ૨૦૩ મો.

રણક્ષેત્રમાં ક્રોધાયમાન થઇ કર્ણનો વધ કરવા પૃથાપુત્ર અર્જુને કેટલાક બાણ હાથમાં લઇ લીધા. કુલ બાણની અડધી સંખ્યાથી અર્જુને, કર્ણ તરફથી ફેંકવામાં આવતા બાણ કાપી નાંખ્યા, અને કુલ બાણના વર્ગમૂળના ૪ ગણા બાણથી કર્ણના રથના ચાર ઘોડા મારી નાંખ્યા, ૬ બાણથી કર્ણના સારથી શલ્યને યમરાજાનો અતિથિ બનાવ્યો, ૧ બાણથી છત્ર, ૧ બાણથી ધ્વજા, ૧ થી ધનુષ્ય અને ૧ થી કર્ણનું શિર કાપી નાંખ્યું. કહો ત્યારે અર્જુન પાસે કુલ બાંણ કેટલા હતા ?

ખુલાસો.

બીજગણિતથી:

અર્જુને લીધેલા બાણની સંખ્યાનાં વર્ગમૂળ માટે ક્ષ ધારો. ત્યારે કુલ સંખ્યા ક્ષ^{૨} હવે અર્જુને $\frac{\text{ક્ષ}^{૨}}{૨}$ થી કર્ણના આવતા બાણ કાપ્યા. ૪ ક્ષ થી ૪ ઘોડા માર્યા. અને ૬ + ૧ + ૧ + ૧+ ૧ = ૧૦ થી બીજાં કાર્ય કર્યાં. માટે ક્ષ^{૨} = $\frac{\text{ક્ષ}^{૨}}{૨}$ + ૪ ક્ષ + ૧૦ હવે ૨ ક્ષ^{૨} = ક્ષ^{૨} + ૮ ક્ષ + ૨૦. માટે ૨ ક્ષ^{૨} – ક્ષ^{૨} – ૮ ક્ષ = ૨૦ માટે ક્ષ^{૨} – ૮ ક્ષ = ૨૦. હવે ક્ષ^{૨} – ૮ ક્ષ + ૧૬ = ૨૦ + ૧૬. (નિયમ ૧લો) ક્ષ – ૪ = ૬ (નિયમ ૨ જો.) ક્ષ = ૧૦ માટે ક્ષ^{૨} = ૧૦૦ માટે ૧૦૦ બાણ **જવાબ.**

–અંકગણિતથી:—

વર્ગમૂળ માટે ૧ તો વર્ગ માટે (૧)^{૨} = ૧. હવે તેના $\frac{૧}{૨}$ થી કર્ણના બાણ પાછા વાળ્યા. માટે આ $\frac{૧}{૨}$ ને વર્ગમૂળના ૧ માંથી બાદ કરતાં બાકી $\frac{૧}{૨}$ રહે. આ રાશિ આંકનું સાધ્યરૂપ હવે ગુણ્યાંક ૪ (એટલે વર્ગમૂળના ૪ ગણાથી ચાર ઘોડા માર્યા.) માટે વર્ગમૂળ ૧×૪=૪ ૪ ÷ ૧ : હવે ૪÷ $\frac{૧}{૨}$ = ૮ આ ગુણ્યાંકનું સાધ્યરૂપ અને ૧૦ ÷

$\frac{૧}{૨}$ = ૨૦ એ દશ્યાંકનું સાધ્યરૂપ (નિયમ ૧ લો.) હવે ૮ ÷ ૨ = ૪ પછી $(૪)^{૨}$ = ૧૬ પછી ૨૦ + ૧૬ = ૩૬ (નિયમ ૨ જો) ૩૬ નું વર્ગમૂળ ૬ (નિયમ ૩ જો) પછી ૬ + ૪ = ૧૦ (નિયમ ૪ થો.) માટે ૧૦ તે વર્ગમૂળ માટે $(૧૦)^{૨}$ = ૧૦૦.

જવાબ ૧૦૦ બાણ.

દાખલો ૨૦૪ મો.

આંબાના ઝાડમાં કેટલીક કેરીઓ લટકે છે. પવનનો ઝપાટો લાગતાં કુલ સંખ્યાનો ૩/૫ ભાગ જમીન ઉપર પડી ગયો. મૂળ સંખ્યાના વર્ગમૂળની અઢીગણી સંખ્યા જકાતમાં અપાઇ. ૫ નંગ પક્ષીઓએ બગાડયા. બાકી ધણીનાં ઘરમાં ૧૦ નંગ રહ્યા.

અક્ષરગણિતથી:—

ખુલાસો.

વર્ગમૂળની સંખ્યા માટે ક્ષ ત્યારે કુલસંખ્યા $ક્ષ^{૨}$. હવે $\frac{૩ક્ષ^{૨}}{૫}$ જમીન ઉપર પડી. $\frac{૫ક્ષ}{૨}$ જકાતમાં દેવાઇ અને બાકી ૫+૧૦=૧૫ રહી માટે $ક્ષ^{૨} = \frac{૩ક્ષ^{૨}}{૫} + \frac{૫ક્ષ}{૨} + ૧૫$ માટે $૧૦\ ક્ષ^{૨} = ૬\ ક્ષ^{૨} + ૨૫\ ક્ષ + ૧૫૦$ માટે $૧૦\ ક્ષ^{૨} - ૬\ ક્ષ^{૨} - ૨૫\ ક્ષ = ૧૫૦$ માટે $૪\ ક્ષ^{૨} - ૨૫\ ક્ષ = ૧૫૦$ માટે $ક્ષ^{૨} - \frac{૨૫ક્ષ}{૪} = \frac{૧૫૦}{૪}$ હવે $\frac{૨૫}{૨}$ ના અડધા $\frac{૨૫}{૮}$ તેના વર્ગ $\frac{૬૨૫}{૬૪}$ માટે $ક્ષ^{૨} - \frac{૨૫ક્ષ}{૪} + \frac{૬૨૫}{૬૪} = \frac{૧૫૦}{૪} + \frac{૬૨૫}{૬૪}$ (નિયમ ૧ લો) હવે $૬૪\ ક્ષ^{૨} - ૪૦૦\ ક્ષ + ૬૨૫ = ૨૪૦૦ + ૬૨૫$ માટે $૬૪\ ક્ષ^{૨} - ૪૦૦\ ક્ષ + ૬૨૫ = ૩૦૨૫$ માટે $૮\ ક્ષ - ૨૫ = ૫૫$ (નિયમ ૨ જો) માટે $૮\ ક્ષ = ૮૦$ માટે $ક્ષ = \frac{૮૦}{૮} = ૧૦$ માટે $ક્ષ = ૧૦$ અને $ક્ષ^{૨} = ૧૦૦$ **જવાબ** ૧૦૦ કેરી.

અંકગણિતથી:—

વર્ગમૂળ માટે ૧ તો વર્ગ માટે પણ ૧. એ કુલ સંખ્યાનો ૩/૫ ભાગ જમીન ઉપર પડયો. પછી વર્ગમૂળનો ૧ તેના ૫/૨

જકાતમાં દેવાયા. માટે ૫/૨ ગુણ્યાંક અને દશ્યાંક ૫ પક્ષીએ બગાડયા અને ૧૦ ઘેર આવ્યા એમ કુલ ૧૫: હવે કુલ સંખ્યા ૧ માંથી ૩/૫ બાદ કરતાં બાકી ૨/૫ રહ્યા તે રાશિઆંકનું સાધ્યરૂપ. હવે ગુણ્યાંક $\frac{૫}{૨} \div \frac{૨}{૫} = \frac{૨૫}{૪}$ ગુણ્યાંકનો સાધ્યરૂપ અને દશ્યાંક ૧૫ $\div \frac{૨}{૫} = \frac{૭૫}{૨}$ દશ્યાંકનો સાધ્યરૂપ (નિયમ ૧ લો) $\frac{૨૫}{૪}$ ના અડધા $\frac{૨૫}{૮}$ ના વર્ગ $\frac{૬૨૫}{૬૪}$ હવે $\frac{૭૫}{૨} + \frac{૬૨૫}{૬૪} = \frac{૪૦૦+૬૨૫}{૬૪} = \frac{૩૦૨૫}{૬૪}$ (નિયમ ૨ જો). હવે $\frac{૩૦૨૫}{૬૪}$ ના વર્ગમૂળ $\frac{૫૫}{૮}$ (નિયમ ૩ જો) હવે $\frac{૫૫}{૮} + \frac{૨૫}{૮} = \frac{૮૦}{૮}$ (નિયમ ૪ થો): માટે વર્ગમૂળ ૧૦ તો વર્ગના ૧૦૦ માટે **જવાબ ૧૦૦.**

દાખલો ૨૦૫ મો.

ભ્રમરોનો એક સમુદાય ગુંજારવ કરી રહ્યો છે. એ સમુદાયના અડધાના વર્ગમૂળ જાઈના ફુલ ઝાડ ઉપર જઈને બેઠા. અને કુલ સમુદાયના $\frac{૮}{૯}$ ભાગ ગુલાબના ફૂલઝાડ ઉપર બેઠા. અને એક યુગલ જુદા જુદા સુગંધી પુષ્પોની સુગંધ લેતો અહીંથી ત્યાં ઉડવા લાગ્યો. કહો ત્યારે કુલ સંખ્યા કેટલી ?

ખુલાસો.

બીજગણિતથી:—

વર્ગમૂળના માટે ક્ષ તો વર્ગ માટે ક્ષ ^{૨}. આ રકમ મૂળ રકમની અડધી માટે ૨ ક્ષ ^{૨} આખી રકમ.

હવે વર્ગમૂળ ક્ષ જાઈ ઉપર. $\frac{૨ક્ષ^{૨} \times ૮}{૯} = \frac{૧૬ક્ષ^{૨}}{૯}$ ગુલાબ ઉપર અને ૨ આડા અવળા ઉડવા લાગ્યા. માટે ૨ ક્ષ $^{૨} = \frac{૧૬ક્ષ^{૨}}{૯}$ + ક્ષ + ૨. હવે ૧૮ ક્ષ ^{૨} = ૧૬ ક્ષ ^{૨} + ૯ ક્ષ + ૧૮ : હવે ૧૮ ક્ષ ^{૨} − ૧૬ ક્ષ ^{૨} − ૯ ક્ષ = ૧૮ માટે ૨ ક્ષ ^{૨} − ૯ ક્ષ = ૧૮ હવે ક્ષ ^{૨} − $\frac{૯ક્ષ}{૨} = \frac{૧૮}{૨}$ હવે $\frac{૯}{૨}$ ના અડધા $\frac{૯}{૪}$ તેના વર્ગ $\frac{૮૧}{૧૬}$ પછી ક્ષ ^{૨} − $\frac{૯}{૨}$ ક્ષ + $\frac{૮૧}{૧૬} = \frac{૧૮}{૨} + \frac{૮૧}{૧૬}$ (નિયમ ૧ લો) માટે ૧૬ ક્ષ ^{૨} − ૭૨ ક્ષ

૮૧ = ૧૪૪ + ૮૧ માટે ૧૬ ક્ષ ^{2} − ૭૨ ક્ષ + ૮૧ = ૨૨૫.
વે ૪ ક્ષ − ૯ = ૧૫. (નિયમ ૨ જો) માટે ૪ ક્ષ = ૧૫ + ૯
૨૪. હવે ક્ષ = $\frac{૨૪}{૪}$ = ૬ માટે ક્ષ = ૬ ત્યારે ક્ષ ^{2} = ૩૬ અને ૨
^{2} = ૭૨ માટે ભ્રમરની કુલ સંખ્યા ૭૨. **જવાબ.**

** અંકગણિતથી—**

વર્ગમૂળ માટે ૧ ત્યારે વર્ગમાટે (૧) ^{2} = ૧ માટે આખી
ખ્યા ૧ × ૨ = ૨. હવે વર્ગમૂળ તે ૧ જાઈ ઉપરે. આખી સંખ્યા
$\frac{૪૯}{૯}$ = $\frac{૧૬}{૯}$ ગુણાંશ ઉપર. અને ૨ આમતેમ ઉડે. હવે $\frac{૧૬}{૯}$ તે મૂળ
આખી રકમનો ભાગ માટે આખી રકમ ૨ માંથી $\frac{૧૬}{૯}$ બાદ કરવાથી
આવ્યા. તે સ્પષ્ટ રૂપ રાશિ આંક સમજો. વર્ગમૂળગુણ્યાંક ૧ અને
શ્યાંક ૨ માટે ગુણ્યાંક ૧ ÷ $\frac{૨}{૯}$ = $\frac{૯}{૨}$ ગુણ્યાંકનો સાધ્યરૂપ અને દશ્યાંક
÷ $\frac{૨}{૯}$ = ૯ દશ્યાંકનો સાધ્યરૂપ (નિયમ ૧ લો.) હવે ગુણ્યાંક ૯/૨
ા અડધા. $\frac{૯}{૪}$ ના વર્ગ $\frac{૮૧}{૧૬}$ માટે ૯ + $\frac{૮૧}{૧૬}$ = $\frac{૨૨૫}{૧૬}$ (નિયમ ૨ જો.)
વે $\frac{૨૨૫}{૧૬}$ ના વર્ગમૂળ $\frac{૧૫}{૪}$ (નિયમ ૩ જો) $\frac{૧૫}{૪}$ + $\frac{૯}{૪}$ = $\frac{૨૪}{૪}$
નિયમ ૪ થો) હવે $\frac{૨૪}{૪}$ = ૬ આ વર્ગમૂળ માટે ૬ × ૬ = ૩૬
ર્ગ હવે ૩૬ × ૨ = ૭૨. કુલ ભ્રમરની સંખ્યા. **જવાબ.** ૭૨.

દ્વિધાત યાને એકવર્ગીય સમીકરણના દાખલા.

પ્રકાર ૨ જો.

દ્વિધાત સમીકરણના પહેલા પ્રકારના દાખલા ૧૯૮ થી ૨૦૫ ધીના ગણી બતાવ્યા. આમાં મૂળ બાબત એ આવી કે એમાં અસલ રકમ શોધી બતાવી. એ મૂળ રકમ તે અમુક રકમના ર્ગ હોય એટલે પ્રથમ વર્ગ મૂળનો આંક નક્કી કરવામાં આવે અને ઉપરથી તે પછી વર્ગની રકમ નક્કી થાય. વ્યાખ્યા પ્રમાણે બીજ- ણિતથી રીત કરતાં સમીકરણના જમણી તરફના સમાનતાના દની પૂર્વે + વત્તાની નિશાની આવે. આ જમણી તરફનો આંક ાત હોય છે.

હવે આ બીજા પ્રકારમાં મૂળ રકમ જે શોધી કાઢવાની હોય છે. તેના વર્ગ કરવા પડતા નથી. જે રકમ આવે તે એમજ આવી જાય છે. વ્યાખ્યા પ્રમાણે રીત કરતાં મૂળ રકમ વર્ગમૂળની માફક આવી જાય છે, એ ખરૂં પણ જવાબ લાવતી વખતે એને વર્ગમૂળની રકમ સમજવાની નથી. હવે સમાનતાના જમણી તરફના પદની પૂર્વે–ઓછાની નિશાની આવે છે. આ બધું નીચેના દાખલા ઉપરથી સમજી શકાશે.

દાખલો ૨૦૬ મો.

જંગલમાં વાંદરાની સંખ્યા છે. એ સંખ્યાના આઠમા ભાગના વર્ગ જેટલા વાંદરા આનંદમાં આવી કુદાકુદ કરે છે, તેના નાદથી જે પડઘો પડે છે તે સાંભળી આનંદ પામતા ૧૨ વાંદરા પર્વત ઉપર જોવામાં આવે છે. કહો ત્યારે કુલ વાંદરાની સંખ્યા કેટલી?

(આ દાખલો શ્રીમાન ગણિતાચાર્ય પ્રો૦ જેઠાલાલભાઇ ચીમનલાલ સ્વામીનારાયણ એમ૦ એ૦ તરફથી "વસંત" માસિકમાં રજુ થએલ છે. સંવત ૧૯૬૯ ની સાલમાં "મહાન ગણીતશાસ્ત્રી ભાસ્કરાચાર્ય" વાળો લેખ એમના તરફથી રજુ થયો છે. તે લેખમા આ દાખલાની વ્યાખ્યા રીત સહીત (બીજ ગણિતની રીત) કરી બતાવેલ છે. ફરી એનો એ દાખલો રીત સહીત "ગુજરાત પુરાતત્ત્વ મંદિર ગ્રંથાવલીના" આર્યવિદ્યા વ્યાખ્યાનમાળા "પુસ્તકમાં" "પ્રાચીન ગણિતશાસ્ત્ર" વાળા લેખમાં રજુ થયો છે.) અત્રે એમની આપેલી બીજગણિતની રીત સહેજ ફેરફારથી આપણાં નિયમ પ્રમાણે રજુ કરી છે. ઉપરાંત અમારા તરફથી અંકગણિતની રીત વધારામાં આપી છે.

ખુલાસો.

વાંદરાની કુલ સંખ્યા માટે ક્ષ ધારો. હવે એ સંખ્યાનો ૮ મો ભાગ તે $\frac{ક્ષ}{૮}$ પછી તેના વર્ગ $\left(\frac{ક્ષ}{૮}\right)^{૨} = \left(\frac{ક્ષ}{૮}\right)^{૨} = \frac{ક્ષ^{૨}}{૬૪}$ સંખ્યા કુદાકુદ કરે છે.

ાવે $\frac{ક્ષ}{૬૪}^{૨}$ + ૧૨ = ક્ષ. હવે ક્ષ^{૨} + ૭૬૮ = ૬૪ ક્ષ હવે ક્ષ^{૨} − ૬૪ ક્ષ = − ૭૬૮ : હવે ક્ષ^{૨} − ૬૪ ૬૪ ક્ષ + (૩૨)^{૨} = − ૭૬૮ + (૩૨)^{૨} ાાટે ક્ષ^{૨} − ૬૪ ક્ષ + ૧૦૨૪ = ૨૫૬ (નિયમ ૧ લેા). હવે ક્ષ · ૩૨ = ± ૧૬ (નિયમ ૨ જો.) માટે ક્ષ = ૧૬ + ૩૨ = ૪૮ અથવા ક્ષ = − ૧૬ + ૩૨ = ૧૬ માટે

જવાબ. ૪૮ અથવા ૧૬.

અંકગણિતથી:—

પહેલા પ્રકારમાં નિયમ ૧ લા માટે જે સૂચના છે તેથી થેાડા ફેરફારવાળી સૂચના આંહી કરવાની છે તે ઉપર ધ્યાન રાખવું.

આંહી મૂળ સંખ્યા ૧ ધારવી તેનેા આઠમેા ભાગ ૧ $\frac{૧}{૮}$ હવે તેનેા વર્ગ તે $\frac{૧}{૮}$ × $\frac{૧}{૮}$ = $\frac{૧}{૬૪}$ અને ૧૨ વાંદરા સાથે મળે ા આખી રકમ થાય. હવે આમાં રાશિ આંક $\frac{૧}{૬૪}$ (કારણ એમાં અંશ અને છેદ વાળી રકમ વર્ગ છે); ૧ તે આહી વર્ગમૂળ તરીકે આવે, માટે તેને ગુણ્યાંક કહેવેા અને ૧૨ દશ્યાંક. ગુણ્યાંક ૧ ÷ $\frac{૧}{૬૪}$ = ૬૪ ગુણ્યાંકનું સાધ્ય ૩૫ અને ૧૨ ÷ $\frac{૧}{૬૪}$ = ૭૬૮ દશ્યાંકનું સાધ્ય ૩૫. આમાં ૭૬૮ ની પૂર્વે-ઓછાની નિશાની સમજવી. (નિયમ ૧ લેા) હવે ૬૪ ÷ ૨ = ૩૨ પછી (૩૨)^{૨} = ૧૦૨૪ માટે = − ૭૬૮ + ૧૦૨૪ = ૨૫૬ (નિયમ ૨ જો). હવે ૨૫૬ ના વર્ગમૂળ = ± ૧૬ (નિયમ ૩ જો) હવે ૧૬ + ૩૨ = ૪૮ અથવા = − ૧૬ + ૩૨ = ૧૬ (નિયમ ૪ થેા) માટે **જવાબ.** ૪૮ અથવા ૧૬ :

(ઉપરની વ્યાખ્યા પ્રમાણે આપણે બીજા નવા દાખલા ગેાઠવી શકીએ આમાં આપણે કુલ સંખ્યા એવી લેવી કે જેના બે ત્રણ અથવા વધારે અવયવ થતા હેાય જેમકે ૨ × ૩ × ૫ = ૩૦ હવે ૩૦ ની રકમ ધારીએ તેા તેમાંથી બે ત્રણ અને પાંચ અવયવ નીકળી શકે.)

દાખલો ૨૦૭ મો.

વાંદરાનો એક સમુદાય છે, તેના છઠ્ઠા ભાગના વર્ગ જેટલા વાંદરા કુદાકુદ કરે છે અને ૫ વાંદરા ઝાડ ઉપર બેસી ફળ ખાય છે. કહો કુલ વાંદરા કેટલા ?

ખુલાસો.

અક્ષરગણિત --

વાંદરાની કુલ સંખ્યા ક્ષ. હવે $\frac{ક્ષ}{૬}$ ના વર્ગ $\frac{ક્ષ}{૩૬}^{૨}$ કુદાકુદ કરે છે માટે $\frac{ક્ષ}{૩૬}^{૨} + ૫ = ક્ષ$ હવે $ક્ષ^{૨} + ૧૮૦ = ૩૬$ ક્ષ. હવે $ક્ષ^{૨} - ૩૬ ક્ષ = - ૧૮૦$: હવે $ક્ષ^{૨} - ૩૬ ક્ષ + (૧૮)^{૨} = - ૧૮૦ + (૧૮)^{૨}$: હવે $ક્ષ^{૨} - ૩૬ ક્ષ + ૩૨૪ = - ૧૮૦ + ૩૨૪$ હવે $ક્ષ^{૨} - ૩૬ ક્ષ + ૩૨૪ = ૧૪૪$ (નિયમ ૧ લો.) હવે $ક્ષ - ૧૮ = \pm ૧૨$ (નિયમ ૨ જો.) : હવે $ક્ષ = ૧૨ + ૧૮ = ૩૦$ અથવા $ક્ષ. = - ૧૨ + ૧૮ = ૩૦$ અથવા $ક્ષ = ૬$ માટે **જવાબ** ૩૦ અથવા ૬.

અંકગણિતથી:—

વાંદરાની કુલ સંખ્યા માટે ૧ હવે તેનો છઠ્ઠો ભાગ $\frac{૧}{૬}$ હવે તેના વર્ગ $\frac{૧}{૩૬}$ રાશિ આંકનું સાધ્ય ૩૫ અને ૧ ગુણ્યાંક અને ૫ દશ્યાંક માટે $૧ \div \frac{૧}{૩૬} = ૩૬$ ગુણ્યાંકનું સાધ્ય ૩૫ અને $૫ \div \frac{૧}{૩૬} = ૧૮૦$ દશ્યાંકનું સાધ્ય ૩૫. આમાં દશ્યાંક ૧૮૦ ની પૂર્વે – ઓછાની નિશાની છે. (નિયમ ૧ લો.) હવે $(૧૮)^{૨} = ૩૨૪$ પછી $- ૧૮૦ + ૩૨૪$ (નિયમ ૨ જો) હવે ૧૪૪ આવ્યા તેના વર્ગમૂળ ± ૧૨ (નિયમ ૩ જો) અને $૧૨ + ૧૮ = ૩૦$ અથવા $- ૧૨ + ૧૮ = ૬$ (નિયમ ૪ થો) માટે **જવાબ.** ૩૦ અથવા ૬.

દાખલો ૨૦૮ મો.

વાંદરાનું એક યુથ છે. તે યુથના પાંચમા ભાગમાંથી ૩ બાદ કરતાં જે સંખ્યા આવે તેના વર્ગ જેટલી સંખ્યાના વાંદરા ગુફામાં પેસી

ગયા છે અને ૧ વાંદર વૃક્ષની શાખા ઉપર બેઠેલ છે. કુલ વાંદરાની સંખ્યા કેટલી તે શોધી કાઢો? (આ દાખલો ૨૦૬ ની પેઠે પ્રો૦ સાહેબ સ્વામીનારાયણ તરફથી રજુ. અક્ષર ગણિતની રીત એમની અને અંકગણિતની રીત અમારી.)

ખુલાસો.

અક્ષરગણિતથી:—

વાંદરાની કુલ સંખ્યા માટે ક્ષ. હવે $\left(\frac{\text{ક્ષ}}{\text{૫}} - \text{૩}\right)^{\text{૨}}$ માટે $\frac{\text{ક્ષ}^{\text{૨}}}{\text{૨૫}} - \frac{\text{૬ક્ષ}}{\text{૫}} + \text{૯}$ ગુફામાં પેસી ગયા. હવે $\frac{\text{ક્ષ}^{\text{૨}}}{\text{૨૫}} - \frac{\text{૬ક્ષ}}{\text{૫}} + \text{૯} + \text{૧} = \text{ક્ષ}$. હવે $\text{ક્ષ}^{\text{૨}} - \text{૩૦ ક્ષ} + \text{૨૨૫} + \text{૨૫} = \text{૨૫ ક્ષ}$. હવે $\text{ક્ષ}^{\text{૨}} - \text{૫૫ ક્ષ} = -\text{૨૫૦}$. હવે $\text{ક્ષ}^{\text{૨}} - \text{૫૫ ક્ષ} + \left(\frac{\text{૫૫}}{\text{૨}}\right)^{\text{૨}} = -\text{૨૫૦} + \left(\frac{\text{૫૫}}{\text{૨}}\right)^{\text{૨}}$ હવે $\text{૪ ક્ષ}^{\text{૨}} - \text{૨૨૦ ક્ષ} + \text{૩૦૨૫} = -\text{૧૦૦૦} + \text{૩૦૨૫}$ હવે $\text{૪ ક્ષ}^{\text{૨}} - \text{૨૨૦ ક્ષ} + \text{૩૦૨૫} = \text{૨૦૨૫}$ (નિયમ ૧ લો.) હવે $\text{૨ ક્ષ} - \text{૫૫} = +\text{૪૫}$ (નિયમ ૨ જો) અથવા $\text{૨ ક્ષ} = -\text{૪૫} + \text{૫૫}$. હવે $\text{ક્ષ} = \frac{\text{૧૦૦}}{\text{૨}}$ અથવા $\text{ક્ષ} = \frac{\text{૧૦}}{\text{૨}}$ માટે **જવાબ** ૫૦ અથવા ૫ (આમાં ૫ નો પાંચમો ભાગ ૧ થાય તેમાંથી ૩ બાદ શકે નહી. માટે ૫ જવાબ સ્વીકારી શકાય નહીં.)

અંકગણિતથી:—

કુલ સંખ્યા માટે ૧. હવે તેનો પાંચમો ભાગ $\frac{\text{૧}}{\text{૫}} - \text{૩}$ માટે $\left(\frac{\text{૧}}{\text{૫}} - \text{૩}\right)^{\text{૨}}$ એટલે $\left(\frac{\text{૧}}{\text{૨૫}}\right) - \left(\frac{\text{૬}}{\text{૫}}\right) + \text{૯}$. આમાં $\frac{\text{૧}}{\text{૨૫}}$ તે $\frac{\text{૧}}{\text{૫}}$ નો વર્ગ. માટે $\frac{\text{૧}}{\text{૨૫}}$ તે રાશિ આંકનું સાધ્ય રૂપ. હવે $\frac{\text{૬}}{\text{૫}}$ તે $\frac{\text{૧}}{\text{૫}} \times \frac{\text{૩}}{\text{૧}}$ ના ગુણાકારના બમણા. આમાં $\frac{\text{૧}}{\text{૫}}$ છે તે $\frac{\text{૧}}{\text{૨૫}}$ નો વર્ગમૂળ તે માટે દાખલાની રીત કરતાં $\frac{\text{૬}}{\text{૫}}$ આવ્યા. તે ગુણ્યાંક કહેવાય અને વ્યાખ્યા પ્રમાણે કુલ સંખ્યા માટે ૧ ધાર્યો છે તેને પણ વર્ગમૂળ ગુણ્યાંક કહેવાય માટે આવા દાખલામાં ગુણ્યાંકના બે આંક આવ્યા. તેનો સરવાળો કરવો. એટલે $\frac{\text{૬}}{\text{૫}} + \text{૧} = \frac{\text{૧૧}}{\text{૫}}$ આ આંક તે ગુણ્યાંકનું રૂપ. હવે તેવીજ રીતે દશ્યાંક પણ બે છે. એક આંક રીતમાંથી આવેલ ૯ અને બીજો આંક ૧ જે વ્યાખ્યામાં છે (૧ વાંદર વૃક્ષની શાખા પર છે તે) આ બેનો સરવાળો ૧૦ થાય. તે દશ્યાંક: હવે ગુણ્યાંક $\frac{\text{૧૧}}{\text{૫}} \div \text{૧}/\text{૨૫}$ એટલે

$\frac{૧૧}{૫} \times \frac{૨૫}{૧}$ = ૫૫ તે ગુણ્યાંકનું સાધ્ય ૩૫ અને ૧૦ ÷ $\frac{૧}{૨૫}$ = ૨૫૦ તે − ૨૫૦ દશ્યાંકનું સાધ્ય ૩૫ (નિયમ ૧ લો) હવે − ૨૫૦ + $(\frac{૫૫}{૨})^{૨}$ એટલે − ૨૫૦ + $\frac{૩૦૨૫}{૪}$ એટલે − $\frac{૧૦૦૦}{૪}$ + $\frac{૩૦૨૫}{૪}$ = $\frac{૨૦૨૫}{૪}$ (નિયમ ૨ જો) હવે $\sqrt{\frac{૨૦૨૫}{૪}} = \pm \frac{૪૫}{૨}$ (નિયમ ૩ જો) હવે $\frac{૪૫}{૨} + \frac{૫૫}{૨} = \frac{૧૦૦}{૨}$ = ૫૦ અથવા − $\frac{૪૫}{૨} + \frac{૫૫}{૨} = \frac{૧૦}{૨}$ = ૫ માટે **જવાબ.** ૫૦ અથવા ૫

દાખલો ૨૦૯ મો.

હંસનો એક સમુદાય માન સરોવર પાસે મોતીનો આહાર કરી રહ્યો છે. એક સંખ્યાના પાંચમા ભાગમાંથી ૨ બાદ કરતાં બાકી જે સંખ્યા રહે તેના વર્ગ જેટલા હંસ ત્યાંથી ઉડી બીજે સ્થળે ગયા. અને ૫ યુગલ ત્યાંજ રહ્યા. ત્યારે કુલ હંસ કેટલા ?

ખુલાસો.

અક્ષરગણિતથી:—

કુલ હંસની સંખ્યા. ક્ષ હવે $(\frac{\text{ક્ષ}}{૫} - ૨)^{૨}$ ઉડી ગયા. હવે $\frac{\text{ક્ષ}^{૨}}{૨૫} - \frac{૪\text{ક્ષ}}{૫} + ૪$ માટે $\frac{\text{ક્ષ}^{૨}}{૨૫} - \frac{૪}{૫}\text{ક્ષ} + ૪ + ૧૦ = \text{ક્ષ}$. હવે ક્ષ^{૨} − ૨૦ ક્ષ + ૧૦૦ + ૨૫૦ = ૨૫ ક્ષ. હવે ક્ષ^{૨} − ૪૫ ક્ષ = − ૩૫૦ હવે ક્ષ^{૨} − ૪૫ ક્ષ + $(\frac{૪૫}{૨})^{૨}$ = − ૩૫૦ + $(\frac{૪૫}{૨})^{૨}$ હવે ક્ષ^{૨} − ૪૫ + $\frac{૨૦૨૫}{૪}$ = − ૩૫૦ + $\frac{૨૦૨૫}{૪}$ એટલે ૪ ક્ષ^{૨} − ૧૮૦ ક્ષ + ૨૦૨૫ = − ૧૪૦૦ + ૨૦૨૫ એટલે ૪ ક્ષ^{૨} − ૧૮૦ ક્ષ + ૨૦૨૫ = ૬૨૫ (નિયમ ૧ લો.) હવે ૨ ક્ષ − ૪૫ = ± ૨૫ (નિયમ ૨ જો): હવે ૨ ક્ષ = ૭૦ અથવા ૨ ક્ષ = ૨૦ માટે ક્ષ = ૩૫ અથવા ક્ષ = ૧૦ માટે **જવાબ:** ૩૫ અથવા ૧૦.

અંકગણિતથી:—

કુલ સંખ્યા માટે ૧. હવે તેનો પાંચમો ભાગ તે $\frac{૧}{૫}$ હવે $\frac{૧}{૫}$ − ૨ થયા, તેના વર્ગ $(\frac{૧}{૨૫}) - (\frac{૪}{૫}) + ૪$: આમાં $\frac{૧}{૨૫}$ તે રાશિઆંકનું

સાધ્ય રૂપ અને $\frac{૪}{૫}$ તે ગુણ્યાંકની એક રકમ અને કુલ સંખ્યેાનેા ૧ તે ગુણ્યાંકની બીજી રકમ માટે $\frac{૪}{૫} + ૧ = \frac{૯}{૫}$ હવે $\frac{૯}{૫} \div \frac{૧}{૨૫} = ૪૫$ ગુણ્યાંકનું સાધ્ય રૂપ હવે દશ્યાંકના ૪ તથા વ્યાખ્યામાં આપેલ ૧૦ એમ જુમલે ૧૪ માટે $૧૪ \div \frac{૧}{૨૫} = ૩૫૦$ એટલે -૩૫૦ દશ્યાંકનું સાધ્યરૂપ (નિયમ ૧ લેા) હવે $-૩૫૦ + (\frac{૪૫}{૨}) = -૩૫૦ + \frac{૨૦૨૫}{૪}$ એટલે $\frac{૧૪૦૦+૨૦૨૫}{૪}$ $\frac{૬૨૫}{૪}$ (નિયમ ૨ જો) હવે $\frac{૬૨૫}{૪} = \pm \frac{૨૫}{૨}$ (નિયમ ૩ જો) $+ \frac{૨૫}{૨} + \frac{૪૫}{૨} = \frac{૭૦}{૨} = ૩૫$ અથવા $- \frac{૨૫}{૨} + \frac{૪૫}{૨} = \frac{૨૦}{૨} = ૧૦$ માટે ૩૫ અથવા ૧૦. નિયમ ૪ થેા.

માટે **જવાબ** ૩૫ અથવા ૧૦.

દાખલેા ૨૧૦ મેા.

ભમરાએા ગુંજારવ કરી રહ્યા છે. એના છઠ્ઠા ભાગમાંથી ૧ બાદ કરી બાકી જે રહે તેના વર્ગ જેટલા ભમરા જાઈના ફુલ ઝાડ ઉપર બેઠા. બાકી ૬ ભમરા આડા અવળા ઉડયા કરે છે માટે કુલ ભમરા કેટલા ?

ખુલાસેા.

ભમરાની કુલ સંખ્યા માટે ક્ષ હવે $\frac{ક્ષ}{૬} - ૧$ ના વર્ગ $= \frac{ક્ષ^૨}{૩૬} - \frac{૨ક્ષ}{૬} + ૧$ થયા માટે $\frac{ક્ષ^૨}{૩૬} - \frac{૨ક્ષ}{૬} + ૧ + ૬ =$ ક્ષ માટે $ક્ષ - ૧૨ ક્ષ + ૩૬ + ૨૧૬ = ૩૬ ક્ષ$ માટે $ક્ષ^૨ - ૪૮ ક્ષ = - ૨૫૨$ હવે $ક્ષ^૨ - ૪૮ ક્ષ + (૨૪)^૨ = - ૨૫૨ + (૨૪)^૨$ $ક્ષ^૨ - ૪૮ ક્ષ + ૫૭૬ = - ૨૫૨ + ૫૭૬$ હવે $ક્ષ^૨ - ૪૮ ક્ષ + ૫૭૬ = ૩૨૪$ (નિયમ ૧ લેા) હવે $ક્ષ - ૨૪ = \pm ૧૮$ (નિયમ ૨ જો) $ક્ષ = ૧૮ + ૨૪$ માટે $ક્ષ = ૪૨$ અથવા $ક્ષ = - ૧૮ + ૨૪$ માટે $ક્ષ = ૬$. માટે **જવાબ** ૪૨ અથવા ૬. (૬ જવાબ સ્વીકારાય નહીં)

અંકગણિતથી:—

ભમરાએાની કુલ સંખ્યા માટે ૧ હવે તેના છઠ્ઠા ભાગના તે $\frac{૧}{૬}$ હવે તેમાંથી ૧ બાદ બાકી રહ્યા $\frac{૧}{૬} - ૧$ હવે તેના વર્ગ તે $(\frac{૧}{૩૬})$ $-(\frac{૨}{૬}) + ૧ + ૬ =$ કુલ ભમરા. હવે $\frac{૧}{૩૬}$ તે રાશિઆંકનું સાધ્યરૂપ. રીત ગણતાં આવેલા $\frac{૨}{૬}$ અને ભમરાની કુલ સંખ્યા તે હવે થઈ વર્ગમૂળ માટે $\frac{૨}{૬} + ૧ = \frac{૨+૬}{૬} = \frac{૮}{૬}$ વર્ગમૂળ ગુણ્યાંક અને $૧ + ૬ = ૭$

દશ્યાંક માટે $\frac{૬}{૭} \div \frac{૧}{૫૬}$ = ૪૮ વર્ગમૂળ ગુણ્યાંકનું સાધ્ય ૩૫ અને ૭ ÷ $\frac{૧}{૩૬}$ = ૨૫૨ માટે − ૨૫૨ દશ્યાંકનું સાધ્ય ૩૫. (નિયમ ૧ લો) હવે ૪૮ ના અડધા ૨૪ તેના વર્ગ ૫૭૬ માટે − ૨૫૨ + ૫૭૬ = ૩૨૪ (નિયમ ૨ જો.) હવે $\sqrt{૩૨૪}$ = ± ૧૮ (નિયમ ૩ જો) હવે + ૧૮ + ૨૪ = ૪૨ અથવા − ૧૮ + ૨૪ = ૬ (નિયમ ૪ થો). માટે **જવાબ** ૪૨ અથવા ૬. (૭ સ્વીકારાઇ શકાય નહીં)

દાખલો ૨૧૦ અ.

વ્યાખ્યા:—સાત શિવાલયોમાં બ્રાહ્મણોને પૂજા કરવા માટે રોકવામાં આવ્યા. એ દાખલાની વ્યાખ્યા પૃષ્ટ ૪૦૧ માં આપવામાં આવી છે. તે સાથેની અંકગણિતની રીત પણ આપી છે. રીતને અંતે પૃષ્ટ ૪૦૨ મધે નોટમાં જણાવ્યા પ્રમાણે અક્ષર ગણિતની રીત આંહી આપી છે.

૧લા મંદિરમાં બ્રાહ્મણોની સંખ્યા માટે ક્ષ ધારો.

મંદિરના ક્રમ	બ્રાહ્મણોની સંખ્યા	રૂપીઆની સંખ્યા.
૧	ક્ષ	ક્ષ^૨
૨	ક્ષ + ૧	ક્ષ^૨ + ૨ ક્ષ + ૧
૩	ક્ષ + ૨	ક્ષ^૨ + ૪ ક્ષ + ૪
૪	ક્ષ + ૩	ક્ષ^૨ + ૬ ક્ષ + ૯
૫	ક્ષ + ૪	ક્ષ^૨ + ૮ ક્ષ + ૧૬
૬	ક્ષ + ૫	ક્ષ^૨ + ૧૦ ક્ષ + ૨૫
૭	ક્ષ + ૬	ક્ષ^૨ + ૧૨ ક્ષ + ૩૬
		૭ ક્ષ^૨ + ૪૨ ક્ષ + ૯૧

હવે ૭ ક્ષ^૨ + ૪૨ ક્ષ + ૯૧ = ૧૨૨૧ : સમાનતાના બન્ને પદોને ૭ થી ભાગવા. હવે ક્ષ^૨ + ૬ ક્ષ + ૧૩ = ૧૭૩ : ક્ષ^૨ + ૬ ક્ષ = ૧૭૩ − ૧૩ = ૧૬૦ હવે ક્ષ^૨ + ૬ ક્ષ + ૯ = ૧૬૦ + ૯ આંહી બન્ને તરફ ૬ ÷ ૨ = ૩ ના વર્ગ ઉમેર્યા પછી બન્ને તરફના વર્ગમૂળ કાઢો. ક્ષ + ૩ = ૧૩ ∴ ક્ષ = ૧૩ − ૩ = ૧૦. **જવાબ**

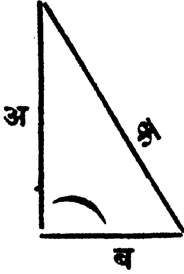
૧ લામાં : ૨ જામાં : ૩ જામાં : ૪ થામાં : ૫ મામાં : ૬ ઠામાં : ૭ મામાં
૧૦ : ૧૧ : ૧૨ : ૧૩ : ૧૪ : ૧૫ : ૧૬

ક્ષેત્રવ્યવહાર.

પરિચય.

ક્ષેત્રવ્યવહારમાં આંહિ કાટખૂણ ત્રિકોણની બાબત લીધી છે. કાટખૂણ ત્રિકોણમાં એક કાટખૂણ હોય. અને કાટખૂણ બનાવનાર બે બાજુ હોય. એક ઉભી સીધી લીટીને કોટિ=Perpendicular straight Line કહેવાય. બીજી આડી લીટીને ભુજ યાને પાયો=Base કહેવાય અને ત્રીજી લીટી જે કાટખૂણને સામે હોય તે કર્ણ યાને Hypotonuse કહેવાય. આકૃતિ ૧ લીમાં **अ** તે કોટિ (લંબ), **ब** તે ભુજ અને **क** તે કર્ણ. અને **अ** અને **ब** લીટીથી બનેલ તે કાટખૂણ. હવે આવા દાખલામાં નીચેની બાબતો આપી હોય છે.

આકૃતિ ૧લી.



(અ) કોટિ અને ભુજ આપેલાં હોય અને કર્ણ શોધી કાઢવાનું.

(બ) કોટિ અને કર્ણ આપેલાં હોય અને ભુજ શોધી કાઢવાનું અથવા ભુજ અને કર્ણ આપેલાં હોય અને કોટિ શોધી કાઢવાનું.

(ક) એક જ કર્ણ આપેલ હોય અને તે ઉપરથી ભુજ અને કોટિ શોધી કાઢવાના. અથવા એક જ કોટિ અથવા ભુજ હોય અને બાકીના બે શોધવા.

(ડ) કોટિ અને ભુજ આપ્યાં હોય અને કોટિના વધારાનો ભાગ અને તે સાથે કર્ણનો ભાગ મળેલો હોય, ત્યારે કર્ણનો ચોખો ભાગ જૂદો શોધી કાઢવો અને તે સાથે કોટિનો વધારાનો ભાગ પણ જૂદો બતાવવો.

(ઇ) કોટિનો ચોકખો આંક હોય અને ભુજ અને કર્ણનો ભાગ સાથે કહ્યો હોય તેમાંથી ભુજ અને કર્ણના ભાગ જૂદા જૂદા કરી બતાવવા.

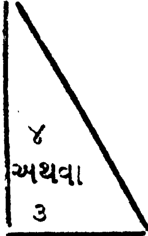
(ફ) કર્ણનો ભાગ ચોખો કહ્યો અને ભુજ અને કોટિનો ભાગ સંયુક્ત હોય તેમાંથી કોટિ અને ભુજ શોધી જૂદા જૂદા બતાવવા.

(જ) કોટિ અને કર્ણનો ભાગ સંયુક્ત હોય અને ભુજ આપ્યો હોય. હવે કોટિ અને કર્ણને જૂદા જૂદા બતાવવા.

આ પ્રમાણે જૂદી જૂદી જાતના દાખલાઓ થઈ શકે છે.

દાખલો ૨૧૧ મો.

વ્યાખ્યાઃ—



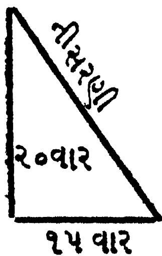
કોટિ ૪ છે અને ભુજ ૩ છે ત્યારે કર્ણ શું થાય? (કોટિ અને ભુજ. અનુક્રમે ૩ અને ૪ હોય તો પણ અર્થ એક થાય. એટલા માટે આ આકૃતિ બે રીતે સમજાય એમ આપી છે.)

રીતઃ-પ્રથમ કોટિના વર્ગ અને ભુજના વર્ગ કરી, એનો સરવાળો કરવો. એ સરવાના વર્ગમૂળ તે કર્ણનો આંક સમજો.

$(૪)^૨ + (૩)^૨ = ૧૬ + ૯ = ૨૫$. હવે ૨૫ નો વર્ગમૂળ ૫ થાય.

હવે જો કોટિ ૩ હોય અને ભુજ ૪ હોય તો પણ પરિણામ એ જ આવે.

ઉદાહરણઃ—એક જગ્યા ૨૦ વાર ઉંચી છે. એ જગ્યાના મૂળથી ૧૫ વાર છેટે એક પથર છે. તે જમીનની સપાટી સાથે મળેલ છે. જગ્યાના છાપરાં ઉપર આગ લાગી તે બુઝાવવા નીસરણી મુકી. તે નીસરણીનો ઉપરનો છેડો જગ્યાના છાપરાને અડે છે અને બીજો છેડો પથર ઉપર છે. કહો ત્યારે તે નીસરણીની લંબાઇ કેટલી.



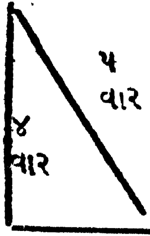
રીત ૧ લીઃ—

$(૨૦)^૨ + (૧૫)^૨ = ૪૦૦ + ૨૨૫$ માટે ૬૨૫ હવે ૬૨૫ના વર્ગમુળ ૨૫. માટે કર્ણ ૨૫ વાર.

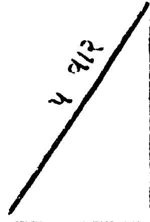
જવાબઃ ૨૫ વાર નીસરણીની લંબાઈ.

ઉદા૦:— કોટિની લંબાઈ ૪ વાર અને કર્ણની લંબાઈ ૫ વાર હોય તો ભુજની લંબાઇ કેટલી ? અથવા ભુજની લંબાઇ ૩ વાર અને કર્ણની લંબાઇ ૫ વાર હોય તો કોટિની લંબાઇ કેટલી ?

પહેલી રીત.

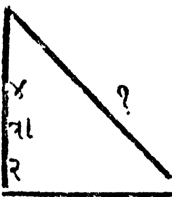


રીત:—$(૫)^૨ - (૪)^૨ = ૨૫ - ૧૬ = ૯$ હવે ૯ તેના વર્ગમૂળ ૩. માટે **જવાબ** ૩ ભુજ અથવા $(૫)^૨ - (૩)^૨ = ૨૫ - ૯ = ૧૬$ હવે ૧૬ ના વર્ગમૂળ ૪ માટે **જવાબ** ૪ કોટિ.



આ ઉપરથી નિયમ:—પ્રથમ કર્ણનો વર્ગ કરી તેમાંથી કોટિ અથવા ભુજનો વર્ગ બાદ કરવો, જે આવે તેનો વર્ગમૂળ કરવો. જે જવાબ આવે તે ભુજ અથવા કોટિની લંબાઈ જાણવી.

બીજી રીત.



વ્યાખ્યા. કોટિ ૪ વાર અને ભુજ ૩ વાર: ત્યારે કર્ણ શું ? રીત: $૪ \times ૩ = ૧૨$ પછી $૧૨ \times ૨ = ૨૪$: પછી $૪ - ૩ = ૧$ પછી $(૧)^૨ = ૧$ હવે $૨૪ + ૧ = ૨૫$ પછી ૨૫ ના વર્ગમૂળ ૫ હવે **જવાબ:** ૫ કર્ણ.

હવે નિયમ:—કોટિ અને ભુજનો આપસમાં ગુણાકાર કરો પછી જે ગુણાકાર આવે તેને ૨ થી ગુણો. આ એક રકમ. હવે કોટિ અને ભુજની બાદબાકી કરો. જે આવે તેનો વર્ગ કરો. આ થઈ બીજી રકમ : હવે પહેલી રકમ અને બીજી રકમનો સરવાળો કરો. પછી તેના વર્ગમૂળ કરો જે આવે તે કર્ણ જાણો.

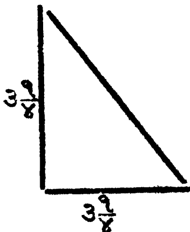
વ્યાખ્યા:—કોટિની લંબાઈ ૪ વાર અને કર્ણની લંબાઇ ૫ વાર હોય તો ભુજની લંબાઇ કેટલી ? અથવા ભુજની લંબાઇ ૩ વાર અને કરણની લંબાઇ ૫ વાર હોય તો કોટિની લંબાઇ કેટલી ?

રીત:—૫ + ૪ = ૯ પછી ૫ − ૪ = ૧ પછી ૯ × ૧ = ૯ હવે ૯ નો વર્ગમૂળ ૩. માટે ભુજ ૩ વાર જવાબ અથવા ૫ + ૩ = ૮ પછી ૫ − ૩ = ૨ પછી ૮ × ૨ = ૧૬. હવે ૧૬ નો વર્ગમૂળ ૪ માટે જવાબ ૪ વાર કોટિ.

નિયમ:—કોટિ અથવા ભુજ જે આપ્યાં હોય તેમાં કર્ણનો આંક ઉમેરવો પછી કર્ણમાંથી જે આંક હોય તે બાદ કરવો. પછી એ બેનો આપસમાં ગુણાકાર કરવો જે આવે તેના વર્ગમૂળ કાઢવા, જે આવે તે જવાબ જાણવો.

દાખલો ૨૧૨ મો.

વ્યાખ્યા કોટિ અને ભુજ દરેક ૩$\frac{૧}{૪}$ વાર લાંબા હોય તો કર્ણની લંબાઈ કેટલી ?

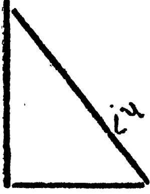


રીત:—ઉપર પ્રમાણે $(\frac{૧૩}{૪})^{૨} = \frac{૧૬૯}{૧૬}$ હવે $\frac{૧૬૯}{૧૬} + \frac{૧૬૯}{૧૬} = \frac{૩૩૮}{૧૬}$ આનું ટૂંકું રૂપ $\frac{૧૬૯}{૮}$ આનું વર્ગમૂળ કાઢવું.

આ સ્થળે વર્ગમૂળ પૂર્ણાંકમાં નહીં આવે અને તેથી વર્ગમૂળની લગભગનો આંક આપણને મેળવવાનો છે. હવે અંશ અને છેદવાળી રકમોનો આપસમાં ગુણાકાર કરો ૧૬૯ × ૮ = ૧૩૫૨ આવ્યા. હવે ૧૩૫૨માં ચાર આંક છે માટે ૧૩૫૨ ને ૧૦૦૦ થી ગુણવા. આવશે ૧૩૫૪૦૦૦૦ હવે તેના વર્ગ-મૂળ લગભગ ૩૬૭૭ આવ્યા. અને ૧૦૦૦૦ના વર્ગમૂળ ૧૦૦ છે. હવે ૧૦૦ ને ૮ થી ગુણ્યા તો ૮૦૦ આવ્યા માટે $\frac{૩૬૭૭}{૮૦૦}$ થયા. તેમાંથી ૪$\frac{૪૭૭}{૮૦૦}$ આવ્યા. આ કર્ણ સમજો માટે **જવાબ** ૪$\frac{૪૭૭}{૮૦૦}$

કર્ણ આપેલ હોય તે ઉપરથી પાયો અને લંબ શોધવા

દાખલો ૨૧૩ મો.



વ્યાખ્યા:—આમાં કર્ણ ૮૫ છે ત્યારે કોટિ અને ભુજ શું જોઇએ ?

રીત :—નિયમ : કોટિ માટે અમુક ઇષ્ટાંક ધારવો. હવે શરૂઆતમાં કર્ણને ૨થી ગુણવા. પછી ઇષ્ટાંકથી ગુણવા. જે આવે તેને ભાજ્ય રકમ સમજી અલગ રાખવી. પછી કોટિના ઇષ્ટાંકના વર્ગ કરી તેમાં ૧ ઉમેરવો. જે આવે તેને ભાજક રકમ સમજી અલગ રાખવી. પછી અલગ ભાજ્ય ÷ અલગ ભાજકની વિધિ કરવી. જે લબ્ધિ આવે તે કોટિનો આંક સમજવો. પછી આવેલ કોટિના આંકને ઇષ્ટાંકથી ગુણવા. અને જે આવે તેમાંથી કર્ણનો આંક બાદ કરવો. જે આવે તે ભુજ.

(૧) પ્રથમ કોટિ માટે ૨ ઇષ્ટાંક ધારો. હવે ૮૫ × ૨ = ૧૭૦ પછી ૧૭૦ × ૨ = ૩૪૦ ભાજ્ય હવે $(૨)^૨$ + ૧ = ૫ ભાજક માટે ૩૪૦ ÷ ૫ = ૬૮. આ ૬૮ કોટિ હવે ૬૮ × ૨ = ૧૩૬. હવે ૧૩૬ − ૮૫ = ૫૧ ભુજ માટે **જવાબ** ૬૮ કોટિ અને ૫૧ ભુજ તેની ખાતરી $(૬૮)^૨$ + $(૫૧)^૨$ = $(૮૫)^૨$ ∴ ૪૬૨૪ + ૨૬૦૧ = ૭૨૨૫.

(૨) કોટિ માટે ૩ ઇષ્ટાંક ધારો:—હવે ૮૫ × ૨ = ૧૭૦. હવે ૧૭૦ × ૩ = ૫૧૦ ભાજ્ય. હવે $(૩)^૩$ + ૧ = ૧૦ ભાજક. ૫૧૦ ÷ ૧૦ = ૫૧ કોટિ હવે ૫૧ × ૩ = ૧૫૩ હવે ૧૫૩ − ૮૫ = ૬૮ ભુજ માટે **જવાબ** ૫૧ કોટિ અને ૬૮ ભુજ.

ખાતરી $(૫૧)^૨$ + $(૬૮)^૨$ = $(૮૫)^૨$ ∴ ૨૬૦૧ + ૪૬૨૪ = ૭૨૨૫.

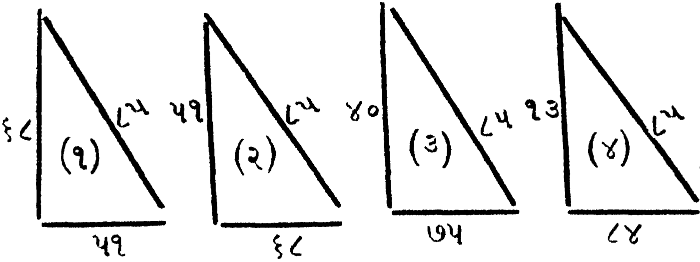
(૩) કોટિ માટે ૪ ઇષ્ટાંક ધારો:—૮૫ × ૨ = ૧૭૦ : ૧૭૦ × ૪ = ૬૮૦ ભાજ્ય અને $(૪)^૨$ + ૧ = ૧૭ ભાજક માટે ૬૮૦ ÷ ૧૭ = ૪૦ કોટિ હવે ૪૦ × ૪ = ૧૬૦ માટે ૧૬૦ − ૮૫ = ૭૫ **જવાબ** ૪૦ કોટિ અને ૭૫ ભુજ.

ખાતરી $(૪૦)^{૨} + (૭૫)^{૨} = (૮૫)^{૨}$ ∴ ૧૬૦૦ + ૫૬૨૫ = ૭૨૨૫.

(૪) કોટિ માટે ૧૩ ઇષ્ટાંક ધારો:—૮૫ × ૨ = ૧૭૦ : ૧૭૦ × ૧૩ = ૨૨૧૦ ભાજ્ય અને $(૧૩)^{૨}$ + ૧ = ૧૭૦ ભાજક. માટે ૨૨૧૦ ÷ ૧૭૦ = ૧૩ કોટિ. હવે ૧૩ × ૧૩ = ૧૬૯ હવે ૧૬૯ − ૮૫ = ૮૪ ભુજ માટે **જવાબ** ૧૩ કોટિ અને ૮૪ ભુજ.

ખાતરી $(૧૩)^{૨} + (૮૪)^{૨} = (૮૫)^{૨}$ માટે ૧૬૯ + ૭૦૫૬ = ૭૨૨૫.

આ રીતે ચાર ઇષ્ટાંકો ધારી શકાય અને ચાર જૂદા જવાબ આવે.



બીજી રીત.

કર્ણને ૨ થી ગુણવા. પછી ઇષ્ટાંકના વર્ગમાં ૧ ઉમેરી ભાગવા જે લબ્ધિ આવે તેને કર્ણના આંકમાંથી બાદ કરવા જે આવે તે કોટિ, અને આવેલ લબ્ધિને ઇષ્ટાંકથી ગુણતાં જે આવે તે ભુજ.

હવે ઇષ્ટાંક ૨ ધારો

૮૫ × ૨ = ૧૭૦ : ઇષ્ટાંક $(૨)^{૨}$ + ૧ = ૫ : હવે ૧૭૦ ÷ ૫ = ૩૪ લબ્ધિ. હવે ૮૫ − ૩૪ = ૫૧ કોટિ. હવે ૩૪ × ૨ = ૬૮ ભુજ : આકૃતિ (૧) જુઓ.

હવે ઇષ્ટાંક ૩ ધારો

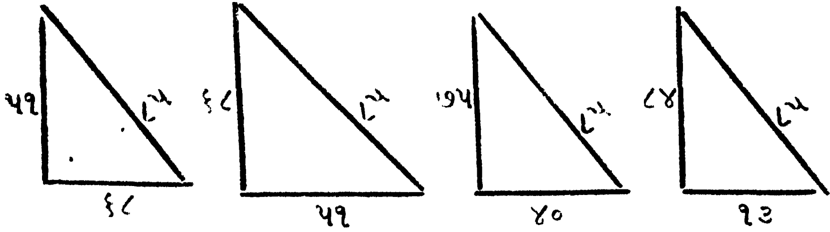
૮૫ × ૨ = ૧૭૦ : ઇષ્ટાંક $(૩)^{૨}$ + ૧ = ૧૦ : હવે ૧૭૦ ÷ ૧૦ = ૧૭ લબ્ધિ. હવે ૮૫ − ૧૭ = ૬૮ કોટિ હવે ૧૭ × ૩ = ૫૧ ભુજ આકૃતિ (૨) જુઓ.

હવે ઈષ્ટાંક ૪ ધારેા

૮૫ × ૨ = ૧૭૦ : ઈષ્ટાંક $(૪)^2$ + ૧ = ૧૭ : હવે ૧૭૦ ÷ ૧૭ = ૧૦ લબ્ધિ. હવે ૮૫ − ૧૦ = ૭૫ કેાટિ હવે ૧૦ × ૪ = ૪૦ ભુજ આકૃતિ (૩) જુએા.

હવે ઇષ્ટાંક ૧૩ ધારેા.

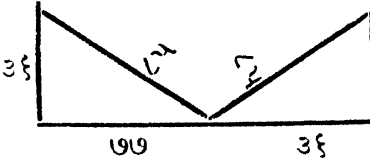
૮૫ × ૨ = ૧૭૦ : ઈષ્ટાંક $(૧૩)^2$ + ૧ = ૧૭૦ : હવે ૧૭૦ ÷ ૧૭૦ = ૧ લબ્ધિ હવે ૮૫ − ૧ = ૮૪ કેાટિ : હવે ૧ × ૧૩ = ૧૩ ભુજ આકૃતિ (૪) જુએા.



હવે પહેલી રીત અને બીજી રીતમાં દરેકને છેડે ચાર ચાર આકૃતિએા મૂકી છે, તે ઉપરથી આપને જણાશે કે પહેલી રીતની દરેક આકૃતિમાં જે કેાટિ છે તે બીજી રીતની આકૃતિમાં ભુજ છે. આમ છે છતાં કાટખૂણ ત્રિકેાણના નિયમમાં કાંઈપણ અડચણ આવતી નથી. હવે આપણે ઉપર ઇષ્ટાંક પૂર્ણાંક ધારતા આવ્યા કેટલીક વખત અપૂર્ણાંક ઇષ્ટાંક ધારીએ તેા પણ થઇ શકે તેમાં આટલું ધ્યામાં રાખવું કે ઇષ્ટાંકના વર્ગમાં ૧ ઉમેરતાં જે આંક આવે તે વડે, કર્ણના આંક ઉપર કરેલ વિધીથી આવેલ આંક, બરાબર નિઃશેષ ભાગી શકાય. હવે આ દાખલામાં ૮૫ કર્ણ છે તેા આપણે ઇષ્ટાંક ૪½ ધાર્યા તેા તેનું રૂપ $\frac{૯}{૨}$ થાય. હવે $(\frac{૯}{૨})^2$ + ૧ = $\frac{૮૧}{૪}$ + ૧ = $\frac{૮૫}{૪}$ થયા. હવે ઉપરની એ રીત આંહી લાગુ પાડીએ તેા નીચે પ્રમાણે આંકડા આવે.

પહેલી રીતઃ–$૮૫ \times ૨ \times \frac{૯}{૨} = ૭૬૫$: $(\frac{૯}{૨})^૨ + ૧ = \frac{૮૫}{૪}$ માટે $૭૬૫ \div \frac{૮૫}{૪} = ૯ \times ૪ = ૩૬$ આ ૩૬ કોટિ. હવે $૩૬ \times \frac{૯}{૨} = ૧૬૨$ માટે ૧૬૨ – ૮૫ = ૭૭ ભુજ. આકૃતિ (૧લી)

બીજી રીતઃ–$૮૫ \times ૨ = ૧૭૦$: હવે $૧૭૦ \div \frac{૮૫}{૪} = ૮$ લબ્ધિ. ૮૫ – ૮ = ૭૭ કોટિ અને $૮ \times \frac{૯}{૨} = ૩૬$ ભુજ : આકૃતિ (૨)



આંહી પણ ૧લી આકૃતિમાં જે કોટિ છે તે ૨ જી આકૃતિમાં ભુજ થાય છે. જેના અર્થમાં કાંઇપણ ફેર પડતો નથી.

ત્રીજી રીતઃ–કર્ણ આપ્યો હોય તો જોવું કે તે આંકથી નીચે કયો વર્ગ આવે છે. આપણી પાસે નવ આંકડા છે અને એ દરેકના વર્ગ આપણે જાણીએ છીએ. માટે તે શોધી કાઢવા હવે ૮૫ છે તો ૮૫ થી ઉતરતો વર્ગ ૮૧ છે. હવે ૮૫ – ૮૧ = ૪ આવ્યા. હવે ૮૧ અને ૪ એ બન્ને વર્ગના વર્ગમૂળ અનુક્રમે ૯ અને ૨ છે માટે એ બે ઇષ્ટાંક સમજવા. હવે એ બેના ગુણાકારના બમણા તે કોટિ અને એ બેના વર્ગનો અંતર તે ભુજ. અને એ બેના વર્ગનો સરવાળો તે કર્ણ માટે $૯ \times ૨ \times ૨ = ૩૬$ કોટિ અને $(૯)^૨ - (૨)^૨ = ૮૧ - ૪ = ૭૭$ ભુજ અને $(૯)^૨ + (૨)^૨ = ૮૧ + ૪ = ૮૫$ કર્ણ.

આ રીતે આપણી ઇચ્છા પ્રમાણે આપણે નવા નવા કર્ણો બનાવી નવા નવા કોટિ અને ભુજ શોધી શકીએ છીએ એમ છે. અને મિત્રમંડળમાં નિર્દોષ ગમત મેળવી જરાવાર સામા પક્ષને વિચારમાં નાંખી શકીએ.

હવે ૧ થી ૯ સુધીમાં કોઇપણ બે આંક લઇએ. આપણે ૨ અને ૫ ધાર્યા. હવે ૨ ના વર્ગ ૪ અને ૫ ના વર્ગ ૨૫. હવે ૪ + ૨૫ = ૨૯ કર્ણ. હવે તે ઉપરથી નીચે પ્રમાણે વ્યાખ્યા ગોઠવી.

વ્યાખ્યાઃ—૨૯ કર્ણ તો કોટિ અને ભુજ શું આવે ?

૧ લી રીત :—

ઇષ્ટાંક $\frac{૫}{૨}$ ધારવા. હવે $(\frac{૫}{૨})^{૨} + ૧ = \frac{૨૯}{૪}$ ભાજક. હવે ૨૯ × ૨ × $\frac{૫}{૨}$ = ૧૪૫ ભાજ્ય હવે ૧૪૫ ÷ $\frac{૨૯}{૪}$ = ૨૦ લબ્ધિ તે કોટિ. હવે ૨૦ × $\frac{૫}{૨}$ = ૫૦ માટે ૫૦ − ૨૯ = ૨૧ ભુજ : ખાતરી $(૨૦)^{૨} + (૨૧)^{૨}$ = ૪૦૦ + ૪૪૧ = ૮૪૧ થાય. જવાબ ૨૦ કોટિ અને ૨૧ ભુજ.

૨ જી રીત :—

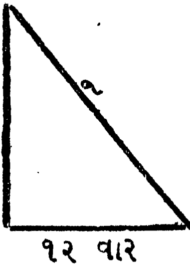
ઇષ્ટાંક $\frac{૫}{૨}$ ધારવા હવે $\frac{૨૯}{૪}$ ભાજક હવે ૨૯ × ૨ = ૫૮ માટે ૫૮ ÷ $\frac{૨૯}{૪}$ = ૮ માટે ૨૯ − ૮ = ૨૧ કોટિ અને ૮ × $\frac{૫}{૨}$ = ૨૦ ભુજ.

૩ જી રીત :—

૨૯ની અંદર ૨૫ વર્ગ છે હવે ૨૯ − ૨૫ = ૪ તે પણ વર્ગ. માટે ૨૫ અને ૪ના વર્ગમૂળ અનુક્રમે ૫ અને ૨ છે. (માટે આપણે ઉપરની બે રીતમાં $\frac{૫}{૨}$ ઇષ્ટાંક ધાર્યા છે) હવે ૫ × ૨ × ૨ = ૨૦ કોટિ અને $(૫)^{૨} - (૨)^{૨}$ = ૨૫ − ૪ = ૨૧ ભુજ.

પાયો હોય અને તે ઉપરથી કર્ણ અને લંબ શોધવા.

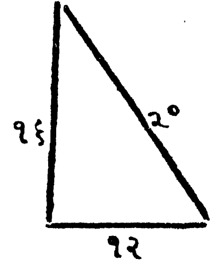
દાખલો ૨૧૪ મો.



વ્યાખ્યા :—એક કાટખૂણ ત્રિકોણનો ભુજ ૧૨ વાર લાંબો છે તો તે ઉપરથી કોટિ અને કર્ણ શોધી કાઢો.

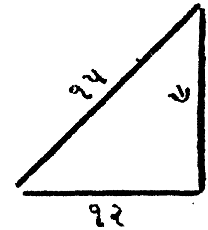
રીત :—પ્રથમ કોટિ માટે ઇષ્ટાંક ધારો અને તે ઇષ્ટાંકને ૨ થી ગુણવા જે ફલ આવે તે વડે ભુજના આપેલ આંકને ગુણવા. જે આવે તેને ભાજ્ય સમજી અલગ રાખવા. પછી ઇષ્ટાંકના વર્ગ કરી તેમાંથી ૧ બાદ કરી જે આવે

તેને ભાજક સમજી અલગ રાખવા. પછી ભાજ્ય ÷ ભાજકની જે લબ્ધિ આવે તેને કોટિ સમજવા. પછી કોટિને ૨થી ગુણવા જે આવે તેમાંથી ભુજ બાદ કરવા જે આવે તેને કર્ણ માનવા. (અથવા ૧૬ કોટિ આવ્યા અને ૧૨ ભુજ હોય ત્યારે દાખલા ૨૧૧માં આપેલી ૧લી રીત પ્રમાણે કરવું.) અથવા એ જ દાખલાની બીજી રીત પ્રમાણે કરવું.



કોટિ માટે ૨ ઇષ્ટાંક ધારો હવે ૨ × ૨ = ૪ હવે ૧૨ × ૪ = ૪૮ ભાજ્ય : ૨ ઇષ્ટાંકના વર્ગ ૪ તેમાંથી બાદ ૧ બાકી ૩ ભાજક માટે ૪૮ ÷ ૩ = ૧૬ કોટિ. હવે ૧૬ × ૨ = ૩૨ તેમાંથી બાદ ૧૨ બાકી ૨૦ કર્ણ **જવાબ** ૧૬ કોટિ અને ૨૦ કર્ણ.

હવે ૩ × ૨ = ૬ પછી ૧૨ × ૬ = ૭૨ ભાજ્ય $(૩)^{૨}$ − ૧ =

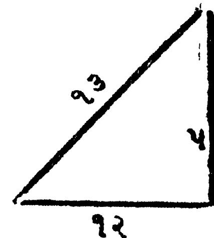


૮ ભાજક માટે ૭૨ ÷ ૮ = ૯ લબ્ધિ તે કોટિ.

હવે ૯ × ૩ = ૨૭ તેમાંથી બાદ ૧૨ બાકી ૧૫

તે કર્ણ : **જવાબ.** ૯ કોટિ અને ૧૫ કર્ણ.

કોટિ માટે ઇષ્ટાંક ૫ ધારો:—



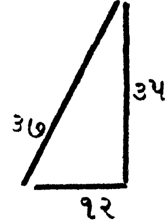
૫ × ૨ = ૧૦ પછી ૧૨ × ૧૦ = ૧૨૦ ભાજ્ય અને $(૫)^{૨}$ − ૧ = ૨૪ ભાજક. માટે ૧૨૦ ÷ ૨૪ = ૫ તે કોટિ. હવે ૫ × ૫ = ૨૫ પછી ૨૫ − ૧૨ = ૧૩ કર્ણ માટે

જવાબ. ૫ કોટિ અને ૧૩ કર્ણ.

બીજી રીતઃ—

કેાટિ માટે ૨ ઇષ્ટાંક ધારેાઃ—

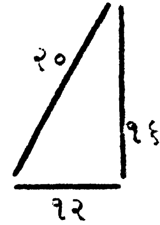
હવે ભુજ ૧૨ ના વર્ગ ૧૪૪ ભાજ્ય અને ૨ ઇષ્ટાંક ભાજક માટે ૧૪૪ × ૨ = ૭૨ : હવે આમાંથી ઈષ્ટાંક ૨ છે તે એકવાર બાદ કરેા અને બીજીવાર ઉમેરેા તેા ૭૦ અને ૭૪ થાય. પછી આ બેના અડધા અડધા કરેા તેા ૩૫ અને અને ૩૭ થાય. આમાં ૩૫ કેાટિ અને ૩૭ કર્ણ સમજવા માટે



જવાબ: ૩૫ કેાટિ અને ૨૭ કર્ણ.

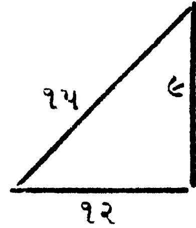
કેાટિ માટે ૪ ઇષ્ટાંક ધારેાઃ—

હવે $(૧૨)^૨$ = ૧૪૪ ભાજ્ય અને ૪ ભાજક માટે ૧૪૪ ÷ ૪ = ૩૬ લબ્ધિ. હવે ૩૬ − ૪ = ૩૨ . અને ૩૬ + ૪ = ૪૦ હવે આ ૩૨ અને ૪૦ દરેકના અડધા કરેા તેા ૧૬ અને ૨૦ આવે. માટે **જવાબ** ૧૬ કેાટિ અને ૨૦ કર્ણ.



હવે કેાટિ માટે ૬ ઇષ્ટાંક ધારેાઃ—

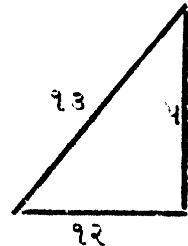
$(૧૨)^૨$ = ૧૪૪ ભાજ્ય અને ૬ ભાજક માટે ૧૪૪ ÷ ૬ = ૨૪ હવે ૨૪ − ૬ = ૧૮ અને ૨૪ + ૬ = ૩૦ પછી $\frac{૧૮}{૨}$ અને $\frac{૩૦}{૨}$ એટલે ૯ અને ૧૫ માટે **જવાબ** ૯ કેાટિ અને ૧૫ કર્ણ.



હવે કેાટિ માટે ૮ ધારેાઃ—

$(૧૨)^૨$ = ૧૪૪ ભાજ્ય ૮ ભાજક માટે ૧૪૪ ÷ ૮ = ૧૮ હવે ૧૮ − ૮ = ૧૦ અને ૧૮ + ૮ = ૨૬ પછી ૧૦ ÷ ૨ અને ૨૬ ÷ ૨ એટલે અનુક્રમે ૫ અને ૧૩

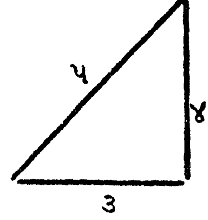
જવાબ ૫ કેાટિ અને ૧૩ કર્ણ.



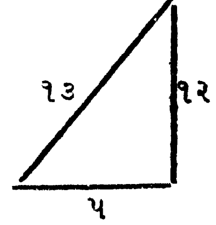
દાખલો ૨૧૫ મો.

કોટિ, ભુજ અને કર્ણ એ ત્રણે અજ્ઞાત હોય તે શોધી કાઢવાં.

પ્રથમ કોટિ અને ભુજ માટે અનુક્રમે ૨ અને ૧ ધારવા. પછી આ બેનો પરસ્પર ગુણાકાર કરી ૨ થી ગુણવા. ૨ × ૧ = ૨ પછી ૨ × ૨ = ૪ તે કોટિ સમજવા. પછી આ બન્ને ઈષ્ટાંકના વર્ગોની બાદબાકી કરવી. ($(૨)^2$ = ૪ અને $(૧)^2$ = ૧ પછી (૪ − ૧ = ૩) આ આવેલ ૩ તે ભુજ સમજો તે ઉપરથી આગળ કહેલ રીત પ્રમાણે કર્ણ ૫ થાશે. માટે **જવાબ** ૪ કોટિ, ૩ ભુજ અને ૫ કર્ણ.

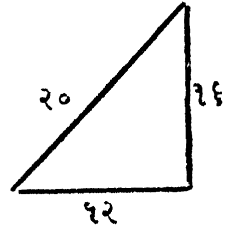


હવે કોટિ અને ભુજ માટે અનુક્રમે ૩ અને ૨ ધારો. હવે ૩ × ૨ = ૬. પછી ૬ × ૨ = ૧૨ આ કોટિ. હવે $(૩)^2$ − $(૨)^2$ = ૯ − ૪ = ૫ આ ૫ તે ભુજ તો કર્ણ ૧૩ માટે **જવાબ.** ૫ ભુજ, ૧૨ કોટિ અને ૧૩ કર્ણ.

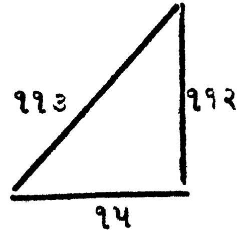


હવે કોટિ અને ભુજ માટે અનુક્રમે ૪ અને ૨ ધારો. ૪ × ૨ = ૮ પછી ૮ × ૨ = ૧૬ કોટિ. પછી $(૪)^2$ − $(૨)^2$ = ૧૬ − ૪ = ૧૨ ભુજ. આમ થાય તો કર્ણ ૨૦ આવે.

જવાબ ૧૨ ભુજ, ૧૬ કોટિ અને ૨૦ કર્ણ.



હવે કોટિ અને ભુજ માટે અનુક્રમે ૮ અને ૭ ધારો: ૮ × ૭ = ૫૬ : ૫૬ × ૨ = ૧૧૨ કોટિ. હવે $(૮)^2$ − $(૭)^2$ = ૧૫ **જવાબ** ૧૧૨ કોટિ, ભુજ ૧૫ અને કર્ણ ૧૧૩.



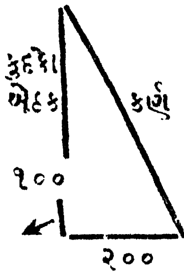
આ રીતે જૂદા જૂદા ઈષ્ટાંક કોટિ અને ભુજ માટે ધારીએ તો, કોટિ, ભુજ અને કર્ણ માટે જૂદા જૂદા આંક આવે.

દાખલો ૨૧૬ મો.

કોટિ અને ભુજ આપ્યાં હોય અને તે સાથે કોટિના વધારાનો ભાગ અને તે સાથે કર્ણનો ભાગ પણ હોય હવે એ સઐરા ભાગમાંથી કોટિનો વધારાનો અને કર્ણનો ચોખો ભાગ શોધી બતાવો.

વ્યાખ્યા:—૧૦૦ હાથ ઉંચા ઝાડ ઉપર બે વાંદરા બેઠા છે. એ ઝાડના મૂળથી ૨૦૦ હાથ દૂર એક વાવ છે. હવે એક વાંદરો ઝાડ ઉપરથી ઉતરી જમીન ઉપર ચાલી વાવ પાશે આવે છે અને બીજો વાંદરો ઝાડ ઉપર જ્યાં બેઠો છે ત્યાંથી ઊંચો કૂદકો મારી ત્રાંસો એટલે કર્ણ રસ્તે વાવ પાસે આવે છે. બન્નેને સરખો પંથ કાપવાનો છે. અને બન્ને વાંદરા વાવ પાસે એક જ વખતે આવી પહોચે છે. ત્યારે કહો કે બીજા વાંદરાએ ઝાડ ઉપર જ્યાં હતો ત્યાંથી કેટલો ઉચ્ચે કૂદયો અને પછી કર્ણ રસ્તે કેટલો પંથ કાપ્યો.

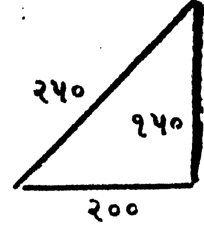
અંકગણિત રીત:—



૧૦૦ + ૨૦૦ = ૩૦૦ હાથ દરેકને એક સરખો ચાલવાનો પંથ છે. માટે કર્ણ અને જ્યાં બે વાંદરા બેઠા છે ત્યાંથી કૂદકો માર્યો તે ઊંચ્ચાઈ સાથે લઈએ તો ૩૦૦ હાથ થાય.

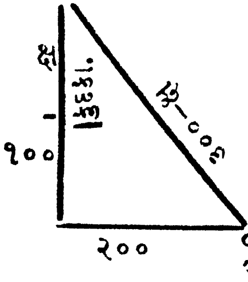
વાવ હવે ૧૦૦ × ૨ = ૨૦૦ તેમાં ભુજના ૨૦૦ ઉમેર્યા તો ૪૦૦ થાય. આ ભાજક સમજો પછી ૧૦૦ × ૨૦૦ = ૨૦૦૦૦ ભાજ્ય. માટે ૨૦૦૦૦ ÷ ૪૦૦ = ૫૦ લબ્ધિ. આટલી ઉચ્ચાઈ બીજો વાંદરો કૂદયો. હવે કુલ ૩૦૦ હાથ પંથ છે માટે ૩૦૦ − ૫૦ = ૨૫૦ કર્ણ આવ્યા. તેની ખાતરી ૧૦૦

હા + ૫૦ = ૧૫૦ કોટિ અને ૨૦૦ હાથ ભુજ તો કર્ણ શું ? $(૧૫૦)^2 + (૨૦૦)^2$ = ૨૨૫૦૦ + ૪૦૦૦૦ = ૬૨૫૦૦ આવ્યા. આના વર્ગમૂળ ૨૫૦. માટે **જવાબ** વાંદરો જ્યાં હતો ત્યાંથી ૫૦ હાથ ઉંચ્ચે કૂદી ૨૫૦ હાથ કર્ણ રસ્તે આવ્યો.



રીતઃ—અક્ષરગણિત.

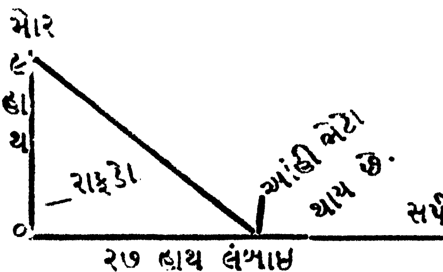
રીતઃ—



૧૦૦ હાથ ઉપરાંત કૂદકો માર્યો તે માટે ક્ષ ધારો. માટે આખી કોટિ ૧૦૦ + ક્ષ અને રસ્તો ૩૦૦ હાથ છે તેમાં ક્ષ બાદ જાય તો ૩૦૦ − ક્ષ = કર્ણ. હવે ચાલો આગળ $(૧૦૦ + ક્ષ)^2 + (૨૦૦)^2 = (૩૦૦ - ક્ષ)^2$ માટે ૧૦૦૦૦ + ૨૦૦ ક્ષ + $ક્ષ^2$ + ૪૦૦૦૦ = ૯૦૦૦૦ − ૬૦૦ ક્ષ + $ક્ષ^2$ ∴ ૨૦૦ ક્ષ + ૬૦૦ ક્ષ + $ક્ષ^2$ − $ક્ષ^2$ = ૯૦૦૦૦−૧૦૦૦૦−૪૦૦૦૦ માટે ૮૦૦ ક્ષ = ૪૦૦૦૦ માટે ક્ષ = $\frac{૪૦૦૦૦}{૮૦૦}$ માટે ક્ષ = ૫૦. **જવાબ** કુદકો માર્યો ૫૦ હાથ ઉંચ્ચો અને કર્ણ (૩૦૦ − ૫૦ = ૨૫૦) ૨૫૦ હાથ.

દાખલો ૨૧૭ મો.

કોટિનું પ્રમાણ સ્પષ્ટ હોય અને ભુજ અને કર્ણનું પ્રમાણ સંયુક્ત હોય તેમાંથી ભુજ અને કર્ણનુ સ્પષ્ટ પ્રમાણ જૂદું જૂદું કરી બતાવવું.

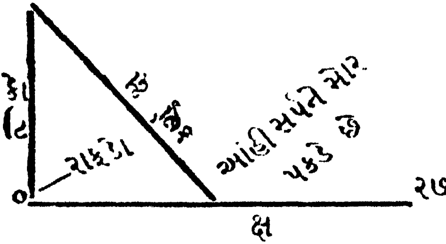


એક ઝાડના મૂળમાં સર્પનો રાફડો છે. ઝાડ જમીનથી ૯ હાથ ઉંચ્ચો છે તે ઉપર મોર બેઠો છે. ઝાડના મૂળ=રાફડા પાસેથી ૨૭ હાથ દૂર એક સર્પ છે

તે રાફડા તરફ દોડતો આવે છે તે મોરે ઝાડ ઉપરથી જોયું. સર્પને રાફડા તરફ આવતો જોઇ મોરે ઝાડ ઉપરથી ઉડી કર્ણ માર્ગે નીચે ઉતરી દોડતા સર્પને પકડ્યો. કહો ત્યારે રાફડાથી કેટલે દૂર મોરે સર્પને પકડ્યો.

રીત:—ઝાડની ઉંચ્ચાઇ ૯ હાથ તે કોટિનું પ્રમાણ છે. માટે $(૯)^૨ = ૮૧$ માટે $૮૧ \div ૨૭ = ૩$ લબ્ધિ: હવે ૨૭ માંથી ૩ બાદ કર્યા તો ૨૪ આવ્યા. તેના અડધા કર્યા તો ૧૨ આવ્યા. આ ૧૨ તે ભુજ થયા. માટે $૨૭ - ૧૨ = ૧૫$ તે કર્ણ. માટે **જવાબ** ૧૨ ભુજ અને ૧૫ કર્ણ એટલે રાફડાથી ૧૨ હાથ દૂર મોરે સર્પને પકડ્યો.

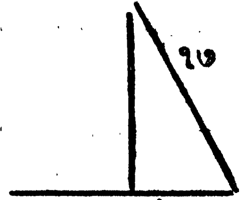
અક્ષરગણિતની રીત:—



કર્ણમાટે ક્ષ ધારો જ્યાં સર્પને મોર પકડે છે તેટલી લંબાઇ. હવે ભુજ અને કર્ણનો સંયુક્ત માપ ૨૭ છે, તેથી ૨૭ માંથી ક્ષ જાય બાકી રહે તે ભુજ માટે ૨૭ − ક્ષ તે ભુજ. હવે ત્રણ પદ નીચે પ્રમાણે:—૯ હાથ કોટિ અને (૨૭ − ક્ષ) તે ભુજ અને ક્ષ તે કર્ણ માટે $(૯)^૨ + (૨૭ - ક્ષ)^૨ = ક્ષ^૨$ માટે $૮૧ + ૭૨૯ - ૫૪ ક્ષ + ક્ષ^૨ = ક્ષ^૨$ માટે $-૫૪ ક્ષ + ક્ષ^૨ - ક્ષ^૨ = -૮૧ - ૭૨૯$ માટે $-૫૪ ક્ષ = -૮૧૦$ માટે $ક્ષ = \frac{૮૧૦}{૫૪} = ૧૫$ માટે $ક્ષ = ૧૫$ તે કર્ણ તેથી $૨૭ - ૧૫ = ૧૨$ ભુજ **જવાબ** રાફડાથી ભુજની લંબાઈ ૧૨ હાથ એટલે રાફડાથી દૂર મોર સર્પને પકડે છે.

દાખલો ૨૧૮ મો.

કોટિ અને ભુજનો આંક સંયુક્ત હોય અને કર્ણનો આંક જાણમાં હોય ત્યારે કોટિ અને ભુજના આંક જૂદા જૂદા કરી બતાવવા.



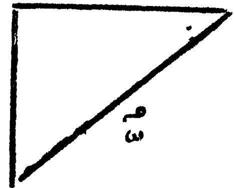
વ્યાખ્યાઃ—કર્ણ ૨૭ છે અને ભુજ કોટિની સંયુક્ત લંબાઈ ૨૩ હાથ છે તો એ ૨૩ માંથી ભુજની કેટલી અને કોટિની લંબાઇ કેટલી ?

રીતઃ—$(૧૭)^2$ = ૨૮૯ પછી ૨૮૯ × ૨ = ૫૭૮ : હવે $(૨૩)^2$ = ૫૨૯ પછી ૫૭૮−૫૨૯=૪૯

આનો વર્ગમૂળ ૭ હવે ૨૩ − ૭ = ૧૬ અને ૨૩ + ૭ = ૩૦ હવે ૧૬ અને ૩૦ દરેકના અડધા ૮ અને ૧૫ આવ્યા. માટે ૮ ભુજ અને ૧૫ કોટિ **જવાબ** ૮ ભુજ અને ૧૫ કોટિ.

અક્ષરગણિતઃ—કોટિ માટે ક્ષ ધારો તો (૨૩ − ક્ષ) તે ભુજ થાય માટે $(ક્ષ)^2$ + (૨૩ − ક્ષ $)^2$ = $(૧૭)^2$ માટે $ક્ષ^2$ + ૫૨૯ − ૪૬ ક્ષ + $ક્ષ^2$ = ૨૮૯ માટે ૨ $ક્ષ^2$ − ૪૬ ક્ષ = − ૫૨૯ + ૨૮૯ માટે ૨ $ક્ષ^2$ − ૪૬ ક્ષ = − ૨૪૦. હવે $ક્ષ^2$ − ૨૩ ક્ષ = − ૧૨૦ આવ્યા. હવે $ક્ષ^2$ − ૨૩ ક્ષ + $\frac{૫૨૯}{૪}$ = − ૧૨૦ + $\frac{૫૨૯}{૪}$: ૪ $ક્ષ^2$ − ૯૨ ક્ષ + ૫૨૯ = − ૪૮૦ + ૫૨૯ માટે ૪ $ક્ષ^2$ − ૯૨ ક્ષ + ૫૨૯ = ૪૯ માટે ૨ ક્ષ − ૨૩ = ± ૭ માટે ક્ષ = $\frac{૩૦}{૨}$ માટે ક્ષ = ૧૫ **જવાબ** કોટિ = ૧૫ અને ભુજ (૨૩ − ૧૫) = ૮

દાખલો ૨૧૯ મો.



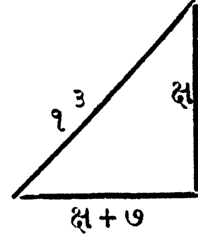
વ્યાખ્યાઃ—

ભુજ અને કોટિનું અંતર ૭ છે અને કર્ણ ૧૩ છે તો ભુજ અને કોટિ શું હોય તે કહો.

રીતઃ—$(૧૩)^2$ = ૧૬૯ પછી ૧૬૯ × ૨ = ૩૩૮. હવે અંતર ૭ માટે ૭ ના વર્ગ ૪૯ તે ૩૩૮ − ૪૯ = ૨૮૯. તેના વર્ગમૂળ ૧૭ આવ્યા. હવે ૧૭ − ૭ = ૧૦ અને ૧૭ + ૭ = ૨૪ પછી ૧૦ અને ૨૪ એ દરેકના અડધા કરો તો ૫ અને ૧૨ આવે માટે **જવાબ** ૫ ભુજ અને ૧૨ કોટિ અથવા ૫ કોટિ અને ૧૨ ભુજ.

ખાતરી $(૫)^2 + (૧૨)^2 = (૧૩)^2$: ૨૫ + ૧૪૪ = ૧૬૯.

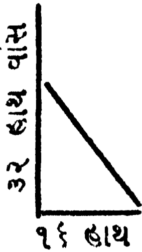
અક્ષરગણિતની રીતઃ—



હવે કોટિ માટે ક્ષ ધારો તો ક્ષ + ૭ = ભુજ હવે $(ક્ષ)^2 + (ક્ષ + ૭)^2 = (૧૩)^2$ માટે $ક્ષ^2 + ક્ષ^2 + ૧૪ ક્ષ + ૪૯ = ૧૬૯$ હવે $૨ ક્ષ^2 + ૧૪ ક્ષ = ૧૬૯ - ૪૯$ માટે $૨ ક્ષ + ૧૪ ક્ષ = ૧૨૦$ હવે સમાનતાના બન્ને પદોને ૨ થી ભાગો તો $ક્ષ^2 + ૭ ક્ષ = ૬૦$ હવે બન્ને પદોમાં ૭ ના અડધા $\frac{૭}{૨}$ ના વર્ગ ઉમેરો એટલે $ક્ષ^2 + ૭ ક્ષ + (\frac{૭}{૨})^2 = ૬૦ + (\frac{૭}{૨})^2$ માટે $ક્ષ^2 + ૭ ક્ષ + \frac{૪૯}{૪} = ૬૦ + \frac{૪૯}{૪}$ હવે $૪ ક્ષ^2 + ૨૮ ક્ષ + ૪૯ = ૨૪૦ + ૪૯$ માટે $૪ ક્ષ^2 + ૨૮ ક્ષ + ૪૯ = ૨૮૯$ હવે બન્ને પદોના વર્ગમૂળ કાઢો તો ૨ ક્ષ + ૭ = ૧૭ હવે ૨ ક્ષ = ૧૭ − ૭ = ૧૦ માટે ક્ષ = ૫ અને ક્ષ + ૭ = ૧૨ **જવાબ** ૫ કોટિ અને ૧૨ ભુજ.

દાખલો ૨૨૦ મો.

કોટિ અને કર્ણનો આંક સંયુક્ત હોય અને ભુજ અલગ સ્પષ્ટ બતાવ્યા હોય ત્યારે કોટિ અને કર્ણ બે જૂદા જૂદા કરી બતાવવા.



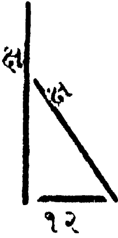
વ્યાખ્યાઃ—જમીનમાં ખોડેલ એક વાંસની ઉંચાઈ ૩૨ હાથની છે. પવનના જોરથી એ વાંસ ભાંગી તેનો ટોચવાળો ભાગ, જમીનમાં જ્યાં વાંસ ખોડેલ છે ત્યાંથી ૧૬ હાથ છેટે જમીનને અડે છે. કહો ત્યારે એ વાંસ જમીનમાં ખોડેલ છે ત્યાંથી કેટલા હાથ ઉંચેથી ભાંગો ?

રીતઃ—આમાં વાંસ ૩૨ હાથ જમીનથી બહાર છે જમીનમાં જ્યાં ખોડેલ છે ત્યાંથી ૧૨ હાથ છેટે અડે છે એટલે ૧૨ હાથ ભુજ છે એમ સમજો હવે $(૧૬)^2 = ૨૫૬$ ભાજ્ય અને ૩૨ ભાજક માટે ૨૫૬ ÷ ૩૨ = ૮ લબ્ધિ હવે ૩૨ − ૮ = ૨૪ અને ૩૨ + ૮ =

૪૦ હવે ૨૪ અને ૪૦ ના દરેકના અડધા કરો તો ૧૨ અને ૨૦ થાય માટે ૧૨ કોટિ અને ૨૦ કર્ણ.

જવાબઃ—૧૨ કોટિ અને ૨૦ કર્ણ. તેની ખાતરી $(૧૨)^૨ + (૧૬)^૨ = (૨૦)^૨$ માટે $૧૪૪ + ૨૫૬ = ૪૦૦$

અક્ષરગણિતની રીતઃ—

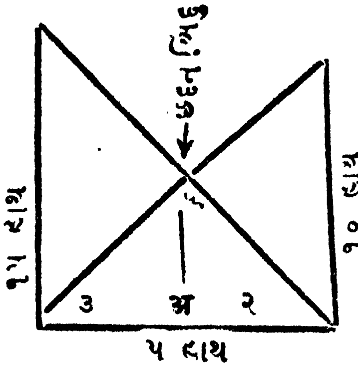


૩૨ હાથ વાંસ જ્યાંથી ભાંગી પડે છે ત્યાંથી કરી ટોંચ સુધીની લંબાઈ માટે ક્ષ ધારો અથવા ક્ષ તે કર્ણ થાય. હવે જમીનમાં વાંસ ખોડેલો છે ત્યાંથી કરી જ્યાં વાંસ ભાંગે છે તેટલા ભાગની લંબાઇ (૩૨ − ક્ષ) હાથ હવે કાટખૂણ ત્રિકોણની માફક સમજો $(૩૨ - ક્ષ)^૨ + (૧૬)^૨ = ક્ષ^૨$ માટે $ક્ષ^૨ = ૧૦૨૪ - ૬૪ ક્ષ + ક્ષ^૨ + ૨૫૬$ માટે $(ક્ષ)^૨ - (ક્ષ)^૨ + ૬૪ ક્ષ = ૧૦૨૪ + ૨૫૬$ માટે $૬૪ ક્ષ = ૧૨૮૦$ માટે $ક્ષ = \frac{૧૨૮૦}{૬૪} = ૨૦$ માટે $ક્ષ = ૨૦$ કર્ણ ત્યારે $૩૨ - ૨૦ = ૧૨$ કોટિ. **જવાબઃ**-૧૨ કોટિ અને ૨૦ કર્ણ.

દાખલો ૨૨૧ મો.

થોડા અંતર ઉપરે બે વાંસ ખોડયા છે. એક વાંસની લંબાઇ ૧૫ હાથ છે અને બીજા વાંસની લંબાઈ ૧૦ હાથ છે. હવે મોટા વાંસના ટોંચ ઉપર દોરીનો એક છેડો બાંધ્યો છે અને બીજો છેડો નાના વાંસના મૂળમાં બાંધેલ છે. અને બીજી દોરીનો એક છેડો નાના વાંસના ટોંચ ઉપર બાંધેલ છે અને તેનો બીજો છેડો મોટા વાંસના મૂળમાં છે. હવે જ્યાં બન્ને દોરી એક બીજાને છેદે છે, તે છેદનબિંદુ જમીનથી કેટલે ઉંચ્ચે છે અને બન્ને વાંસ તે બિંદુથી કેટલા છેટે હોય.

ખુલાસો.



જે બે વાંસ છે તેનો સરવાળો કરવો ૧૫ + ૧૦ = ૨૫. આ ૨૫ ને ભાજક કહેવો. પછી એ બે વાંસની લંબાઇનો ગુણાકાર કરવો ૧૫ × ૧૦ = ૧૫૦. આ ૧૫૦ ને ભાજ્ય કહેવો. પછી ભાજ્ય ૧૫૦ અને ૨૫ ભાજકનો વિધિ કરવો ૧૫૦ ÷ ૨૫ = ૬ લબ્ધિ. આ લબ્ધિ ૬ તે જમીનથી ઉંચે લંબ સમજો માટે **જવાબ** છેદનબિંદુ ૬ હાથ જમીનથી ઉંચે. આ બિંદુ પાસેથી ઉભી લંબ લીટી દોરીએ તો આપેલ પાયાને અડે છે ત્યાં **અ** મૂકેલ છે.

હવે બે વાંસની વચ્ચેનું અંતર ૫ ધારીએ. તો જે તરફનું વાંસ અને **અ** પાસેનું છેદનબિંદુનું અંતર લાવવું હોય તો બન્ને વાંસનું અંતર એટલે પાયાનો માપ અને તે તરફના વાંસનું માપ એ બેનો ગુણાકાર કરી, બન્ને વાંસના માપના સરવાળાથી ભાગ દેવો. એટલે તે તરફનું અંતર આવશેઃ– હવે મોટો વાંસ ૧૫ હાથ છે માટે ૧૫ × ૫ = ૭૫ હાથ હવે બન્ને વાંસનો સરવાળો ૨૫ હાથ. માટે ૭૫ ÷ ૨૫ = ૩ આ ત્રણ તે છેદન બિંદુ **અ** અને મોટા વાંસ વચ્ચેનું અંતર સમજવું. કુલ અંતર બન્ને વાંસ વચ્ચેનું ૫ છે તો ૫ – ૩ = ૨ હાથનું અંતર તે નાના વાંસ અને છેદનબિંદુ **અ** વચ્ચેનું સમજવું.

હવે જો બન્ને વાંસ વચ્ચેનું અંતર ૧૦ હાથ માનીએ તોઃ–**અ** ૧૫ × ૧૦ = ૧૫૦ પછી ૧૫૦ ÷ ૨૫ = ૬ હાથ અંતર છેદનબિંદુ અને મોટા વાંસ વચ્ચેનું અને ૧૦ × ૧૦ = ૧૦૦ પછી ૧૦૦ ÷ ૨૫ = ૪ હાથ અંતર છેદનબિંદુ **અ** અને નાના વાંસનું તેવી જ રીતે બન્ને વાંસ વચ્ચેનું અંતર ૧૫ [illegible] હાથ ૨૫ હાથ એ ક્રમે ગમે તેટલું અંતર ધારી શકાય

પરિશિષ્ઠ

નિવેદનમાં જણાવ્યા પ્રમાણે જ્યોતિર્વિદ ગણિતશાસ્ત્રી જગજીવનભાઈ નરભેરામ બધેકા સાહેબ તરફથી મળેલ દાખલાઓ પૈકીના થોડાક આ નીચે આપ્યા છેઃ—બધા પાંચ દાખલા છે.

દાખલો ૧ લો.

વ્યાખ્યાઃ—અમદાવાદ અને મુંબઈ વચ્ચે ૩૦૦ માઈલનું અંતર છે. અમદાવાદથી ગુજરાત મેઇલ નીકળ્યો અને તે જ વખતે મુંબઈથી લોકલ નીકળી. બન્ને એક જ વખતે સામસામાં નીકળ્યાં તે ભેગાં થયાં પછી મેઈલ ૪ કલાકે મુંબઈ આવ્યો. અને લોકલ ૯ કલાકે અમદાવાદ ગઈ, તો બન્નેની કલાકે કેટલા માઈલની ગતી હોય ?

શ્રીયુત બાધેકા સાહેબની રીતઃ—(આ રીત " ગુજરાતી " પત્રમાં રજુ થઈ છે.) ૯ × ૪ = ૩૬ : તેનું વર્ગમૂળ ૬ : ૬ કલાકે બન્ને ભેગા થયા. હવે ૬ + ૪ = ૧૦ કલાકે મેઇલ મુંબઈ આવ્યો. અને ૩૦૦ ÷ ૧૦ = ૩૦ માટે દર કલાકે ૩૦ માઈલનો વેગ, મેઈલનો. ૬ + ૯ = ૧૫ કલાકે લોકલ અમદાવાદ ગઈ. માટે ૩૦૦ ÷ ૧૫ = ૨૦ માઇલનો વેગ લોકલનો.

આ ટુંકી રીત માટે શ્રીયુત બધેકા સાહેબ તરફ માન બંધાય એમાં ના નહીં. આ બાબતમાં મારી તરફથી તેમની પાસે રજુ થએલ શંકાના સમાધાનમાં તેમણે લખ્યું છે કે વિશ્વામિત્ર કલ્પસુત્ર ૧૧માં ટીકાકાર શ્રીપતિ લખે છે કે " એ સામ સામી ગતિમાં એક જ વખતે નીકળેલા પદાર્થોનો મેલાપ સરખે વખતે થાય છે પણ તે મળ્યા પછી પોત પોતાને ધારેલે સ્થાને દરેકને પહોંચતાં જેટલી વાર લાગે તેના ગુણાકારનું વર્ગમૂળ તે યોગ છે.

આ દાખલાની મારી રીત નીચે પ્રમાણે છેઃ—

અંકગણિતની રીતઃ--

૩૦૦ માઇલની મુસાફરી કરવામાં મેઇલ કરતાં લોકલને ૯-૪ = ૫ કલાક વધુ લાગે, એટલે ૬૦ માઇલની મુસાફરીમાં ૧ કલાક વધુ લાગે. ૬૦ નો આંકડો એ વેગ અને વખતનો ગુણાકાર છે, એમ સમજો. માટે ૬૦ માંથી બબ્બે અવયવો (Factors)ની જેટલી જોડીઓ બને તેટલી બનાવો અને તેમાં મોટા આંકને ૧ કલાકમાં માઇલનો વેગ અને નાના આંકડાને એટલા કલાકમાં સમજો. હવે ૧૦ × ૬ : ૧૨ × ૫ : ૧૫ × ૪ : ૨૦ × ૩ : અને ૩૦ × ૨ :

જો મેઇલ અને લોકલ પોત પોતાને સ્થાનેથી રવાના થઇ પહોંચવાને સ્થળે પહોંચે તેમાં લોકલને ૫ કલાક વધુ લાગે એમ કહ્યું હોય અને વચમાં બીજી કંઇપણ સરત ન હોય અને પછી પૂછવામાં આવે છે કે મેઇલ અને લોકલનો વેગ શું તો ઉપર જે બબ્બે અવયવની પાંચ જોડી આપી છે તેમાંથી બબ્બે જોડીનો સંબંધ ગોઠવી ચાર સાચા જવાબ લાવી શકાયઃ-જેમકે

(૧) ૧૦ × ૬ અને ૧૨ × ૫ : મેઇલનો વેગ ૧ કલાકના ૧૨ માઇલ અને લોકલનો વેગ ૧ કલાકના ૧૦ માઇલ. હવે ૩૦૦ ÷ ૧૨ = ૨૫ કલાક અને ૩૦૦ ÷ ૧૦ = ૩૦ કલાક : આ પ્રમાણે બીજા જવાબ માટે સમજી લેવું.

(૨) ૧૨ × ૫ : ૧૫ × ૪ : (૩) ૧૫ × ૪ : ૨૦ × ૩ : (૪) ૨૦ × ૩ : ૩૦ × ૨ : હવે અત્રે બન્ને ટ્રેનો ભેગી થાય છે ત્યારપછી મેઇલના કરતાં લોકલને ૫ કલાક વધુ લાગે છે એમ કહ્યું છે. આંહી આ એક આંટી છે. હવે અત્રે બન્ને ટ્રેનો ક્યારે મળે છે તે વખત નક્કી કરવાનો છે. હવે એક કલાકમાં મેઇલ અમુક માઇલ કાપે છે અને લોકલ પણ અમુક માઇલ કાપે છે એટલે કે ૧ કલાકમાં એ બન્નેની ગતિના સરવાળા જેટલા માઇલ કપાય છે. હવે ઉપર જે બબ્બે અવયવોના જુમખા આપ્યા છે તેમાં જે બે મોટા અવયવોના

સરવાળાથી ૩૦૦ નિ:શેષ ભાગી શકાય તે બે મોટા આંકની એક જોડી શોધી કાઢવાની છે. આ બે મોટા આંક ૨૦ × ૩ : ૩૦ × ૨ વાળી જોડીમાં છે. કારણ ૨૦ + ૩૦ = ૫૦ થાય. અને ૩૦૦ ÷ ૫૦ = ૬ આવે. આ રીતે ૬ નો આંક આવ્યો. ૬ કલાકે બે ટ્રેન મળે છે. હવે શ્રીયુત બધેકા સાહેબની રીતનો ઉપયોગ કરવો હોય તો પણ બની શકશે અને જો એ રીતનો ઉપયોગ ન કરવો હોય તો ૪ થી સંબંધી જોડીમાં જે ૨૦ અને ૩૦ ના આંક છે તે જવાબ સમજી લેવા.

જવાબ:–ઝડપી ગતિવાળા મેઇલનો વેગ ૧ કલાકના ૩૦ માઇલ.
મંદ ગતિવાળી લોકલનો વેગ ,, ૨૦ ,,

અક્ષરગણિતની રીત:—

મેઇલ અમદાવાદથી રવાને થવા પછી **ક્ષ** માઇલ કાપ્યા બાદ લોકલને મળે છે. ત્યારપછી મેઇલને ૩૦૦–**ક્ષ** માઇલ કાપતાં ૪ કલાક લાગે છે, તો ૩૦૦ માઇલ કાંપતાં કેટલો વખત લાગે ? જ૦

(૧) મેઇલને $\frac{૩૦૦ \times ૪}{૩૦૦ - ક્ષ} = \frac{૧૨૦૦}{૩૦૦ - ક્ષ}$ આટલા કલાક વખત લાગે. હવે લોકલને **ક્ષ** માઇલ કાપતાં ૯ કલાક લાગે તો ૩૦૦ માઇલ કાપતાં કેટલો વખત લાગે ? જ૦ $\frac{૨૭૦૦}{ક્ષ}$ આટલા કલાક વખત લાગે. હવે લોકલનો ટાઇમ મેઇલના ટાઇમથી ૫ કલાક વધુ છે. માટે $\frac{૨૭૦૦}{ક્ષ} - \frac{૧૨૦૦}{૩૦૦ - ક્ષ} = ૫$ આને રૂપ આપો.

હવે $૮૧૦૦૦૦ - ૨૭૦૦ ક્ષ - ૧૨૦૦ ક્ષ = ૧૫૦૦ ક્ષ - ૫ ક્ષ^{૨}$

હવે $૮૧૦૦૦૦ - ૫૪૦૦ ક્ષ = - ૫ ક્ષ^{૨}$ હવે બન્ને સમાન પદોને

૫ થી ભાગો માટે $૧૬૨૦૦૦ - ૧૦૮૦ ક્ષ = - ક્ષ^{૨}$: ટુંકારૂપ

હવે $ક્ષ^2 - ૧૦૮૦$ ક્ષ $= - ૧૬૨૦૦૦$

હવે $ક્ષ^2 - ૧૦૮૦$ ક્ષ $+ (૫૪૦)^2 = - ૧૬૨૦૦૦ + (૫૪૦)^2$

હવે $ક્ષ^2 - ૧૦૮૦$ ક્ષ $+ ૨૯૧૬૦૦ = - ૧૬૨૦૦૦ + ૨૯૧૬૦૦$

અથવા $ક્ષ^2 - ૧૦૮૦$ ક્ષ $+ ૨૯૧૬૦૦ = ૧૨૯૬૦૦$: બન્નેનાં વર્ગમૂળ કાઢો. માટે ક્ષ $- ૫૪૦ = \pm ૩૬૦$

આંહી ૩૬૦ની પૂર્વે + ની નિશાની છે તે સ્વીકારી શકાય નહીં કારણ તેમ કરવાથી ક્ષ ની કિંમત ૩૦૦ થી બહાર નીકળી જાય છે માટે ક્ષ $= - ૩૬૦ + ૫૪૦ \therefore$ ક્ષ $= ૧૮૦$

હવે મેઇલ અમદાવાદથી રવાને થઇ ૧૮૦ માઇલ કાપ્યા પછી લોકલને મળે છે. તેથી ૩૦૦ − ૧૮૦ = ૧૨૦ માઇલ ૪ કલાકમાં કાપે છે માટે ૧૨૦ ÷ ૪ = ૩૦ : એટલે ૧ કલાકના ૩૦ માઇલ અને લોકલ ૧૮૦ માઇલ ૯ કલાકમાં કાપે તેથી ૧૮૦ ÷ ૯ = ૨૦ : ૧ કલાકમાં ૨૦ માઇલ માટે **જવાબ:** ૩૦ માઇલ વેગ મેઇલનો
૨૦ „ „ લોકલનો

દાખલો ૨ જો.

વ્યાખ્યા:—મુંબઇ અને મદ્રાસથી સામસામી ગાડી નીકળી જ્યારે બે ગાડી સામે મળી ત્યારે માલૂમ પડયું કે મદ્રાસથી નીકળેલી ગાડી ૧૦૮ માઇલ વધુ ચાલી છે. ત્યાર બાદ મુંબઇથી નીકળેલી ગાડી ૧૬ કલાકે મદ્રાસ ગઇ અને અને મદ્રાસથી નીકળેલી ગાડી ૯ કલાકે મુંબઇ આવી. તો મુંબઇ અને મદ્રાસ વચ્ચે કેટલા માઇલનું અંતર ?

રીત:—૧૬ × ૯ = ૧૪૪ : હવે $\sqrt{૧૪૪} = ૧૨$: ૧૨ કલાકે બન્ને મળી. હવે ૧૨ + ૧૬ = ૨૮ કલાકે મદ્રાસ ગઇ અને ૧૨ + ૯ = ૨૧ કલાકે મુંબઇ આવી. હવે ૨૮ અને ૨૧ નો દઢભાજક ૭ માટે ૧૦૮ × ૭ = ૭૫૬ માઇલ મુંબઈ અને મદ્રાસ વચ્ચેનું અંતર **જવાબ** ૭૫૬.

દાખલો ૩ જો.

વ્યાખ્યાઃ--**અ** એ **બ**નું એક મકાન ભાડે રાખેલ છે. તેનું ભાડું માસીક રૂ૦ ૫ આપવાનો ઠરાવ છે. અને તે દર માસે ચસ્યા ચડયું આપવાનું છે. તે ઠરાવથી ૪ વરસ ૭ માસની કબુલાત છે; પરંતુ **બ** ને નાણાંની જરૂર પડતાં ૫૫ માસનું ભાડું એક સાથે દર માસે દર સેંકડે ૧ ટકા લેખે વ્યાજ કાપી રૂપીઆ ભાડાના આપી દેવાનો ઠરાવ પંચે કર્યો અને તે ઠરાવ **અ** એ કબૂલ રાખ્યો. તો તે વ્યાજના કેટલા રૂપીઆ કાપી લે.

રીતઃ--આમાં અનુક્રમે ૫ ની શ્રેઢી છે. કારણ પહેલા માસના ૫ રૂપીઆનું ૫ દોકડા વ્યાજ, અને બીજા માસના હપતાનું બે માસનું વહેલું છે તેથી ૧૦ દો૦, ત્રીજા માસના ૧૫ દો૦, આમ પાંચ પાંચનો વધતો સરવાળો ૫૫ સુધી નો ૨૭૫ દોકડા કાપવાનો આવશે. આ કરણથી ૧ થી ૫૫ સુધીનો સરવાળો × ૫ દોકડા કાપવાના છે. $\frac{૫૫ \times ૫૬}{૨}$ = ૧૫૪૦ : ૧૫૪૦ × ૫ = ૭૭૦૦ દોકડા વ્યાજના કાપી લેવા. **જવાબ.**

દાખલો ૪ થો.

વ્યાખ્યાઃ--કોર્ટમાં કેશ ચાલતાં વાદીનું રૂપીઆ ૨૧૦૦ નું હુકમનામું પ્રતિવાદીના માથે થયું. તે એવી રીતે કે વ્યાજ માફ અને દર ત્રણ માસને હપતે રૂ. ૭૫ ભરી આપે તેથી ૨૮ હપતે ૭ વરસમાં રૂપીઆ પુરા ભરી આપવાનો ઠરાવ છે. પ્રતિવાદી સારી સ્થિતિનો હોવાથી એક સાથે રૂપીઆ ભરી દેવા જણાવ્યું. તેથી વાદીએ ખુશીથી દર માસે દર સેંકડે $\frac{૧}{૪}$ ટકા પ્રમાણે વ્યાજ કાપી આપી રૂપીઆ લેવા વિચાર જણાવ્યો. તે વાત પ્રતિવાદીએ કબૂલ રાખી તો કેટલા રૂપીઆ કાપી લે.

રીત:—આમાં દરમાસે દરસેંકડે ૩/૪ તેથી ૭૫ રૂ. ઉપર ૯ આના વ્યાજ થાય. અને ૩ માસનો હપનો હોવાથી ૨૭ આના થાય. તે દરેક હપતાનું વ્યાજ. હવે પહેલા હપતાનું ૨૭, બીજાનું ૫૪, ત્રીજાનું ૮૧ આ રીતે ૨૮ હપના થવાના છે માટે $\frac{૨૮ \times ૨૯}{૨}$ =૪૦૬ એ ૧ થી ૨૮ સુધીનો સરવાળો માટે ૪૦૬ × ૨૭ = ૧૦૯૬૨ આના વ્યાજ તે ૬૮૫ રૂપીઆ ૨ આના વ્યાજના કાપવામાં આવ્યા.

જવાબ:—૬૮૫ રૂપીઆ ૨ આના.

દાખલો ૫ મો.

વ્યાખ્યા:—એક રાજાના ચાર કુમારોને અભ્યાસ કરાવનાર પંડિતને રાજા તરફથી રૂપીઆ ૪૪૪૪ ની ચીઠી મળી. પંડિતજી પહેલા કુમાર પાસે ગયા એટલે હજારના ચોગડા પર શૂન્ય તે કુમારે ચડાવી આપ્યું તેથી રકમનું રૂપ ૪૦૪૪૪ આવું થયું. બીજે કુમારે સેંકડના ચોગડાપર શૂન્ય ચડાવી રકમનું રૂપ ૪૦૪૦૪૪ આવું કરી આપ્યું. ત્રીજા કુમારે દશકના ચોગડાપર શૂન્ય ચડાવી ૪૦૪૦૪૦૪ આવું રૂપ કરી આપ્યું. અને ચોથા કુમારે એકમના ચોગડા ઉપર શૂન્ય ચડાવી ૪૦૪૦૪૦૪૦ આવું રૂપ કરી આપ્યું. તો મૂલ રકમથી કોણે કેટલો વધારો આપ્યો.

રીત—ધારણાત્મક પ્રયોગો.

(૧) આ દાખલામાં શૂન્યની કિંમત ૯ ગણવી અને તે ગુણક છે.

(૨) શૂન્યના સંબંધ રહીત અંકો શૂન્ય ગણવા.

(૩) શૂન્યના સંબંધમાં આવેલા આંકડા ગુણ્ય છે

આ નિયમોને અનુસરી પહેલી સંખ્યા ૪૦૪૪૪ એમાં એક ચોગડો શૂન્યના સંબંધમાં છે અને ત્રણ ચોગડા નથી માટે ૪ × ૯ = ૩૬ અને ૦૦૦ માટે ૩૬૦૦૦ પહેલાનો વધારો. આમાં ૪૪૪ ની બદલીમાં ૦૦૦ લીધા. બીજાની સંખ્યા ૪૦૪૦૪૪ આમાં બે ચોગડા ૦૦ શૂન્યના સંબંધમાં છે માટે ૩૬ અને ૪૪ ની બદલીમાં ૦૦ આવ્યા માટે ૩૬૩૬૦૦ આ બીજાનો વધારો. એવીજ રીતે ત્રીજાનો વધારો

૩૬૩૬૩૬૦ અને ચોથાનો વધારો ૩૬૩૬૩૬૩૬. હવે કુલ ૩૬૦૦૦ + ૩૬૩૬૦૦ + ૩૬૩૬૩૬૦ + ૩૬૩૬૩૬૩૬ + ૪૪૪૪ = ૪૦૪૦૪૦૪૦ કુલ જવાબ (નોટ. દાખલા ૨૮ ના રીત સાથે આની રીત સરખાવી જોવી.)

સુપ્રસિદ્ધ "ગુજરાતી" પત્રમાં શ્રીયુત વિદ્યાર્થી ઉર્ફે પ્રાણશંકર ભાઈ વિ. જગજીવન બધેકા તરફથી **બુદ્ધિવર્ધક સમીકરણ** પ્રકરણ ચાલુ થયું છે. આમાં તેમના તરફથી સમીકરણો અંકગણિતની રીતથી છોડી બતાવવામાં આવે છે અને મારા તરફથી એજ સમીકરણો અક્ષર ગણીત રીતથી છોડી બતાવવામાં આવ્યા છે. "ગુજરાતી" ના અધિપતિ સાહેબે મારી રીત "ગુજરાતી" માં દાખલ થવા આપી છે. એમની અને બધેકા સાહેબની પરવાનગી મેળવી એ સમીકરણો અત્રે દાખલ કર્યા છે. પરવાનગી આપવા માટે એમનો હું ઋણી છું, મારી રીતોને નવી રીતો અથવા બીજ ગણિતની રીતો લખી છે.

બુદ્ધિવર્ધક સમીકરણ નંબર ૧ લાની મારી નવી રીત (ગુજરાતી તા. ૧૩-૧૧-૨૭)

વ્યાખ્યા:—બે સંખ્યાનો ગુણાકાર ૨૪૦ : અને એ બે સંખ્યાની બાદબાકી ૮ તો તે બે સંખ્યા કઈ ?

બીજ ગણિતની રીતઃ—**अ** એક સંખ્યા. **ब** બીજી સંખ્યા માટે **अब** = ૨૪૦ : અને **अ** − **ब** = ૮ : હવે (**अ** − **ब**)^{2} = ૮^{2} માટે **अ**^{2} − ૨ **अ ब** + **ब**^{2} = ૬૪ : હવે

अ^{2} − ૨ **अ ब** + **ब**^{2} = ૬૪ માં
+ ૪ **अ ब** = ૯૬૦ ઉમેરો

अ^{2} + ૨ **अ ब** + **ब**^{2} = ૧૦૨૪ આ બન્ને પદોનું વર્ગમૂળ કાઢો **अ** + **ब** = ૩૨ : હવે **अ** + **ब** = ૩૨ માં
अ − **ब** = ૮ ઉમેરો

૨ **अ** = ૪૦ માટે **अ** = ૨૦ :

હવે **अ** + **ब** = ૩૨ માંથી　　　　**જવાબ** **अ** = ૨૦

अ − **ब** = ૮ બાદ કરો　　　　**ब** = ૧૨

− 　+　 −

---

૨ **बं** = ૨૪　　માટે **ब** = ૧૨

ખાતરી ૨૦ × ૧૨ = ૨૪૦ માટે ૨૦ − ૧૨ = ૮

અટકળથીઃ—૨૪૦ ના એવા અવયવો (Factors) શોધવા કે તેમની વચ્ચેનો અંતર ૮ હોય : ૨ × ૧૨૦ : ૩ × ૮૦ : ૪ × ૬૦ : ૫ × ૪૮ : ૬ × ૪૦ : ૮ × ૩૦ : ૧૦ × ૨૪ : ૧૨ × ૨૦ : ૧૬ × ૧૫ : આમાં ૧૨ અને ૨૦ જોડી એવી છે કે વ્યાખ્યા પ્રમાણે બંધ બેસે છે.

“બુ + સ” નંબર ૨ (ગુજરાતી. તા. ૬–૯–૧૯૨૭)

સિદ્ધાંત કોઇ પણ સમીકરણમાં સરવાળો અને બાદબાકી જાણવામાં આવે છે ત્યારે તે સમીકરણ તરત છૂટી જાય છે.

રીત:—સરવાળો + બાદબાકી ÷ ૨ = મોટી સંખ્યા.

સરવાળો − બાદબાકી ÷ ૨ = નાની સંખ્યા.

વ્યાખ્યા:–એક કાટખૂણ ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ ૬૦ છે અને તેનો કર્ણ = (Hypotenuse) ૧૭ છે તો કાટખૂણો કરનારી બે બાજુઓ કેટલી કેટલી ?

આ દાખલામાં બે બાજુઓના વર્ગોના સરવાળાનું વર્ગમૂળ તે કર્ણ હોય છે. અને કાટખૂણ કરનારી બે બાજુઓના ગુણાકારનું અર્ધ તે ક્ષેત્રફળ હોય છે.

રીત:—કર્ણના વર્ગમાંથી ક્ષેત્રફળ × ૪ બાદ કરતાં બાકીની સંખ્યાનું જે વર્ગમૂળ તે હમેશાં કાટખૂણ કરનારી બે બાજુઓને બાદબાકી છે.

∴ ૧૭ × ૧૭ = ૨૮૯ − (ક્ષેત્રફળ ૬૦ × ૪ =) ૨૪૦ = ૪૯ : હવે ૪૯ નું વર્ગમૂળ ૭ એ બાજુની બાદબાકી.

હવે ૧૭ × ૧૭ = ૨૮૯ : ૨૮૯ × ૨ = ૫૭૮ − (બાદબાકીનો વર્ગ = ૪૯) = ૫૨૯ : તેનું વર્ગમૂળ ૨૩ એ બાજુનો સરવાળો.

માટે ૨૩ + ૭ ÷ ૨ = ૧૫ અને ૨૩ − ૭ ÷ ૨ = ૮ માટે

જવાબ ૧૫ : ૮

"બુ + સ" દાખલો ૩ જો. (ગુજરાતી તા. ૧૩–૧૧–૨૭)

વ્યાખ્યા:—એક કાટખૂણ ત્રિકોણની કાટખૂણો કરનારી બે બાજુઓનો સરવાળો ૪૧ અને કર્ણ ૨૯ તો કાટખૂણો કરનારી બન્ને બાજુઓ કેટલી કેટલી.

આ દાખલામાં સરવાળો આપેલ હોવાથી હવે બાદબાકી જાણવાની જરૂર છે.

રીત:—કર્ણનો વર્ગ × ૨ − કાટખૂણ કરનારી બન્ને બાજુના સરવાળાનો વર્ગ, બાદ જતાં જે શેષ સંખ્યા રહે તેનું વર્ગમૂળ તે બાદબાકી

∴ ૨૯ × ૨૯ × ૨ = ૧૬૮૨ : હવે (૪૧) = ૧૬૮૧ માટે ૧૬૮૨ − ૧૬૮૧ = ૧ આ ૧ નું વર્ગમૂળ ૧ તે બાદબાકી. માટે ૪૧ + ૧ ÷ ૨ = ૨૧ મોટી રકમ અને ૪૧ − ૧ ÷ ૨ = ૨૦ નાની રકમ.

દા૦. ૨ અને દા૦ ૩ ની નવી રીતો : (તા. ૨૭–૧૧–૨૭ ગુજરાતી)

નિયમ ૧ લો : કર્ણ² = લંબ² + પાયો² : કર્ણવાળા આંકમાં કયા કયા બે વર્ગોનો પૂર્ણ સમાસ થાય છે તે જોવું. પછી તે બન્ને વર્ગોના જૂદા જૂદા મૂળ આંક (roots) નક્કી કરવા.

નિયમ ૨ જો:—એ બે મૂળ આંકના ગુણાકારના બમણા તે કાટખૂણ કરનારી એક બાજુ અને નિયમ **૧ લા** પ્રમાણે લાવેલ બે વર્ગોની બાદબાકી તે બીજી બાજુ.

દા૦. ૨ જાની નવી રીત:—૧૭ કર્ણમાં એક વર્ગ ૧૬ અને બીજો વર્ગ ૧ હવે તેના અનુક્રમે વર્ગમૂળ ૪ અને ૧ (નિયમ **૧ લા** પ્રમાણે.)

હવે ૪ × ૧ × ૨ = ૮ : ૧૬ − ૧ = ૧૫ (નિયમ ૨ જા પ્રમાણે.)

જવાબ ૧૫ અને ૮

દા૦ ૩ જાની નવી રીતઃ—૨૯ કર્ણમાં એક વર્ગ ૨૫ અને બીજો વર્ગ ૪.

હવે તેના અનુક્રમે વર્ગમૂળ ૫ અને ૨ (નિયમ ૧ લા પ્રમાણે.) હવે ૫ × ૨ × ૨ = ૨૦ અને ૨૫ − ૪ = ૨૧ : (નિયમ ૨ જા પ્રમાણે.)

જવાબઃ—૨૧ અને ૨૦.

ઉપરના બન્ને દાખલામાં અનુક્રમે ક્ષેત્રફળ ૬૦ અને સરવાળો ૪૧ એમ એ બે આંકોને મહત્વ નથી આપ્યું છતાં જવાબ સાચો લાવી શકાય છે.

હવે જો એ બે આંકોને મહત્વ આપીએ તો નીચેની રીતે જવાબ લાવી શકાય.

દા૦ ૨ જો. બીજ ગણિતની રીતઃ—

अ એક બાજુ, ब બીજી બાજુ. હવે $अ^2 + ब^2 = (१७)^2$ = ૨૮૯ હવે $\frac{अब}{२}$ = ૬૦ ક્ષેત્રફળ માટે ૨ अ ब = ૨૪૦ :

હવે $अ^2 + ब^2$ = ૨૮૯ માં
૨ अ ब = ૨૪૦ ઉમેરો
$अ^2 + २ अ ब + ब^2$ = ૫૨૯
આના વર્ગમૂળ अ + ब = ૨૩

હવે $अ^2 + ब^2$ = ૨૮૯ માંથી
− ૨ अ ब = − ૨૪૦ બાદ
$अ^2 - २ अ ब + ब^2$ = ૪૯
આના વર્ગમૂળ अ − ब = ૭

હવે अ + ब = ૨૩ માં
अ − ब = ૭ ઉમેરો
૨ अ = ૩૦ માટે अ = ૧૫

હવે अ + ब = ૨૩ માંથી
अ − ब = ૭ બાદ
૨ ब = ૧૬ માટે ब = ૮

જવાબઃ—૧૫ અને ૮

દા૦ ૩ જો. બીજગણિતની રીતઃ—

अ એક બાજુ અને ब બીજી બાજુ. હવે अ + ब = ૪૧ અને (अ + ब)^{२} = (૪૧)^{२}: અને अ^{२} + ब^{२} = (૨૯)^{२} હવે अ^{२} + २ अ ब + ब^{२} = ૧૬૮૧ માંથી

अ^{२} + ब^{२} = ૮૪૧ બાદ

— — —

२ अ ब = ૮૪૦ માટે अ ब = ૪૨૦

હવે ૪૨૦ માંથી બબ્બે અવયવો (Factors) ની જેટલી જોડીઓ બને તેટલી બનાવવી.

૨ × ૨૧૦ : ૩ × ૧૪૦ : ૪ × ૧૦૫ : ૫ × ૮૪ : ૬ × ૭૦ : ૧૦ × ૪૨ : ૧૨ × ૩૫ : અને ૨૦ × ૨૧ : આ બધામાંથી એક જોડી એવી શોધવી કે તેમાના બંને અવયવેનો સરવાળો ૪૧ થાય; માટે આમાં છેલ્લી જોડી (૨૦×૨૧) વાળી આપણા કામની છે. માટે **જવાબ** ૨૧ અને ૨૦.

બુ + સ દા૦ ૪ થો. (ગુજરાતી તા. ૨૭-૧૧-૨૭)

વ્યાખ્યાઃ—ભાઇ અને બહેનની ઉમ્મરનો સરવાળો ૩૮ છે. અને બન્નેની ઉમ્મરના વર્ગોનો સરવાળો ૭૨૪ છે. તો તે બન્નેની ઉમ્મર કેટલી ?

રીતઃ—બન્નેની ઉમરના વર્ગો × ૨ – ઉમરના સરવાળાનો વર્ગ જતાં બાકી જે શેષ સંખ્યા રહે તેનુ વર્ગમૂળ તે બન્નેની ઉમરની બાદબાકી. ∴ વર્ગોનો સરવાળો ૭૨૪ × ૨ = ૧૪૪૮ : હવે ૧૪૪૮ – સરવાળાનો વર્ગ ૧૪૪૪ = ૪ : તેનું વર્ગમૂળ ૨ : હવે સરવાળો ૩૮ અને બાદબાકી ૨ માટે ૩૮ + ૨ ÷ ૨ = ૨૦ અને ૩૮ – ૨ ÷ ૨ = ૧૮

જવાબ: ૨૦ અને ૧૮ ભાઈ અને બેનની ઉમ્મર

દા૦ ૪ થાની નવી યાને બીજગણિતની રીત.

(ગુજરાતી તા. ૧૧-૧૨-૨૭.)

રીત:—ભાઇની ઉમ્મર अ અને બહેનની ઉમ્મર ब માટે $अ + ब = ३८$ અને $अ^2 + ब^2 = ७२४$ (વ્યાખ્યા પ્રમાણે)
હવે $(अ + ब)^2 = (३८)^2 = अ^2 + २ अ ब + ब^2 = १४४४$ માંથી
$\pm अ^2 \quad \pm ब^2 = \pm ७२४$ બાદ

$२ अ ब = ७२०$ અથવા $अ ब = ३६०$

હવે अ ब સાથે છે તો તેની કિંમતો જૂદી જૂદી કાઢવા ૩૬૦ ના બબે અવયવોની એકેક જોડી, એવી જેટલી જોડીઓ બની શકે તેટલી બનાવો.

૨ × ૧૮૦ : ૩ × ૧૨૦ : ૪ × ૯૦ : ૫ × ૭૨ : ૬ × ૬૦ : ૮ × ૪૫ : ૯ × ૪૦ : ૧૦ × ૩૬ : ૧૨ × ૩૦ : ૧૫ × ૨૪ : ૧૮ × ૨૦ :: હવે ઉપરની જોડીઓમાથી એક જોડી એવી પસંદ કરવી કે જેના બે અવયવોનો સરવાળો ૩૮ થાય. એવી જોડી ૧૮ અને ૨૦ વાળી છે. માટે **જવાબ** ૨૦ અને ૧૮ ભાઈ અને બહેનની ઉમ્મર.

"બુ + સ" દા૦ ૫ મો. (ગુજરાતી : તા. ૪ : ૧૨ : ૨૭)

વ્યાખ્યા.—બે ચોરસ ક્ષેત્રફળનો તફાવત ૪૦૦ અને તેની દરેક બાજુનો તફાવત ૮ છે, તો તે બન્ને ચોરસની બાજુઓ કેટલી કેટલી ? અર્થાત બે સંખ્યાની બાદબાકી ૮ અને તે જ બે સંખ્યાના વર્ગોની બાદબાકી ૪૦૦.

રીત:—બે સંખ્યા[illegible]ર્ગોના તફાવત ÷ તે જ બે સંખ્યાની બાદબાકી = બે સંખ્યાનો સરવાળો. માટે ૪૦૦ ÷ ૮ = ૫૦ બે સંખ્યાનો સરવાળો અને ૮ એ બે સંખ્યાની બાદબાકી

માટે ૫૦ + ૮ ÷ ૨ = ૨૯ મોટી સંખ્યા અને ૫૦ − ૮ ÷ ૨ = ૨૧ નાની સંખ્યા. ખાતરી ૨૯ × ૨૯ = ૮૪૧ અને ૨૧ × ૨૧ = ૪૪૧ માટે ૮૪૧ − ૪૪૧ = ૪૦૦ અને ૨૯ − ૨૧ = ૮ :

જવાબઃ—૨૯ તે મોટા ચોરસની બાજુ ૨૧ તે નાના ચોરસની બાજુ.

નવી યાને બીજગણિતની રીતઃ--(ગુજરાતી તા. ૧૮ : ૧૨ : ૨૭)

अ એક સંખ્યા, **ब** બીજી સંખ્યા. માટે **अ** − **ब** = ૮ અને $अ^२ - ब^२$ = ૪૦૦ : હવે $(अ - ब)^२ = (८)^२$ માટે

$अ^२ - २ अ ब + ब^२$ = ૬૪ માં

$अ^२ \quad - ब^२$ = ૪૦૦ ઉમેરો.

---

૨ $अ^२$ − ૨ **अ ब** = ૪૬૪ હવે ૨ **अ** (**अ** − **ब**) = ૪૬૪ માટે સમાનતાના બન્ને પક્ષને અનુક્રમે (**अ** − **ब**) અને ૮ થી ભાગવા કારણ (**अ** − **ब**) = ૮ છે માટે ૨ **अ** = ૫૮ માટે **अ** = ૨૯ માટે ૨૯ − **ब** = ૮ માટે − **ब** = − ૨૧ માટે **ब** = ૨૧

જવાબઃ—**अ** = ૨૯ મોટા ચોરસાની બાજુ
ब = ૨૧ નાના ચોરસાની બાજુ.

બુ + સઃ દા૦ ૬ ઠ્ઠોઃ બે ચોરસ ક્ષેત્રના ક્ષેત્રફળનો સરવાળો ૧૦૨૫ છે અને બન્નેના ક્ષેત્રફળની બાદબાકી ૨૨૫ છે, તો તે બન્ને ક્ષેત્રફળની દરેક બાજુની લંબાઇ કેટલી ?

રીતઃ—આગળની માફક જેમકે ૧૦૨૫ + ૨૨૫ ÷ ૨ = ૬૨૫: તેનું વર્ગમૂળ ૨૫: ૧૦૨૫ − ૨૨૫ ÷ ૨ = ૪૦૦ ; તેનું વર્ગમૂળ ૨૦.

જવાબઃ—૨૫ મોટા ચોરસાની બાજુ }
૨૦ નાના ચોરસાની બાજુ } ગુજરાતી, તા. ૧૧–૧૨–૨૭

નવી અથવા બીજગણિતની રીતઃ—**अ** = મોટી બાજુ અને **ब** નાની બાજુ હવે $अ^२ + ब^२$ = ૧૦૨૫ માં

$अ^२ - ब^२$ = ૨૨૫ ઉમેરો

---

૨ $अ^२$ = ૧૨૫૦ હવે $अ^२ = \frac{१२५०}{२}$ = ૬૨૫

હવે $(\text{અ})^2 = ૬૨૫$ માટે $\text{અ} = ૨૫$:

હવે $\text{અ}^2 + \text{બ}^2 = ૧૦૨૫$ માંથી

$\text{અ}^2 - \text{બ}^2 = ૨૨૫$ બાદ

$-\quad+\quad-$

$૨\,\text{બ}^2 = ૮૦૦$ માટે $\text{બ}^2 = ૪૦૦$

માટે $\text{બ} = ૨૦$: **જવાબ;**—૨૫ મોટી બાજુ
૨૦ નાની બાજુ.

શ્રીયુત વિદ્યાર્થી યાને ભાઇ પ્રાણશંકરભાઇની બતાવેલ અંકગણિતની રીત સાથે આ મારી બતાવેલ **અક્ષર**ગણિતની રીત આ દાખલામાં કેટલે દરજ્જે મળતી આવે છે તે સ્પષ્ટ દેખાઈ આવે છે.

"ગુજરાતી" પત્રમાં આટલા સુધી અમારી બન્નેની રીતો બતાવવામાં આવી છે. તે આંહી દાખલ કરી છે. તે માટે **"ગુજરાતી" રાજં** અને શ્રીયુત પ્રાણશંકરભાઇનો આભારી છું. હજુ બુદ્ધિવર્ધક સમીકરણ પ્રકરણ ચાલુ છે. મેં રીતો લખી મૂકી છે પણ જાહેરમાં નથી આવી જેથી મેં એ રીતો હાલે આંહી રજુ કરી નથી. જેથી આ પ્રકરણ અત્રે બંધ થાય છે.

"બુદ્ધિવિલાસ" પ્રશ્ન ૧ લોઃ—

આ પ્રશ્ન "ગુજરાતી" પત્રના તા. ૫ મી સપ્ટેમ્બર ૧૯૨૬ ના અંકમાં પૂછાયો હતો.

વ્યાખ્યા:—એક બગીચામાં પલાંશનું એક અત્યુચ્ચ સીધું વૃક્ષ છે. તેની ઊંચાઇ ૬૦ ફીટ છે. તેના અગ્રભાગપર બે વાંદરાઓ બેઠા છે. આ વૃક્ષના મૂળથી ૪૦ ફીટ દૂર એક ફુવારો છે, ત્યાં એક ચણા કુરમરાવાળો આવ્યો. તેણે પોતાનું થાળું નીચે મૂક્યું અને પાણી પીવા ગયો. વાંદરાઓની નજર ખાવાના થાળ ઉપર પડી.

તેથી એક વાંદરો તે લેવા માટે વૃક્ષ ઉપરથી ઉતરીને તેની પાસે ગયો. બીજો વાંદરો સીધો ઠેકડો મારી કર્ણ માર્ગે (Hypotenuse) નીચે ઉતર્યો. બન્ને વાંદરાઓ સાથેજ થાળ પાસે પહોચ્યા. અને સરખે ભાગે મીઠાઇ લીધી. તો સવાલ એ છે કે વાંદરાએ ઠેકડો કેટલો ઉંચ્ચે માર્યો. કારણ કે ચાલવાનું બન્નેને સમાન છે.

ખુલાસો:—"ગુજરાતી" પત્રના તા. ૧૭ મી અકટોબર ૧૯૨૬ ના અંકમાં નીચે પ્રમાણે ખુલાસો છે:—

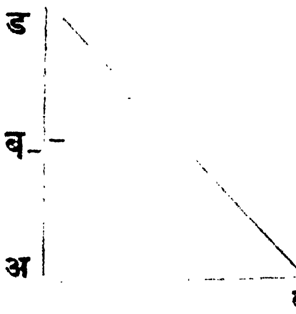
દોહરો.

બમણું વૃક્ષ કર્યા પછી, મેળવ પાયો વીર,
ભાજક તેને જાણવો, રાખીને મન ધીર;
પાયાને ગુણી લમ્બથી, ભાજકથી લે ભાગ,
છલંગ આવે ભાગમાં, વીર નિંદથી જાગ.

પૃષ્ઠ ૫૭૧ માં દા૦ ૨૧૬ મા પણ એજ રીત છે. તેની સરખામણી કરી લેવી.

સ્પષ્ટ રૂપ:—વૃક્ષ ૬૦ × ૨ = ૧૨૦ : ૧૨૦ + ૪૦ પાયો = ૧૬૦ ભાજક. પાયા ૪૦ × ૬૦ લંબ = ૨૪૦૦ ; ૨૪૦૦ ÷ ૧૬૦ = ૧૫ માટે ૧૫ છલંગ : **જવાબ**:—૧૫.

અક્ષરગણિતની રીતઃ—



अ ब = લંબ છે તેની ઊંચાઇ ૬૦ ફીટ. **अ क** = પાયો તેની લંબાઇ ૪૦ ફીટ. **ब** પાસે બે વાંદરા બેઠા છે. એક વાંદરો **ब** બિંદુએથી ઉતરી **अ** પાસે થઇ **क** પાસે જાય છે. બીજો વાંદરો **ब** પાસેથી **ड** સુધી ઊંચી છલંગ મારી **ड** પાસેથી કર્ણરસ્તે **क** પાસે આવે છે, હવે **ब ड क** ની લંબાઇ **ब अ क** ની લંબાઇ જેટલી છે એટલે ૧૦૦ ફીટ છે. હવે સવાલ એ છે કે બીજો વાંદરો જે **ब** બિંદુએથી છલંગ મારી **ड** સુધી ઊંચો જાએ છે માટે **ड** સુધી કેટલા ફીટ થાય.

હવે ઝાડની લંબાઇ માટે ક્ષ ધારો.

હવે કાટખૂણ ત્રિકોણ અ ड क છે એમ સમજો. માટે $(६० + क्ष)^२ + (४०)^२ = (१०० - क्ष)^२$

હવે ક્ષ^२ + ૧૨૦ ક્ષ + ૩૬૦૦ + ૧૬૦૦ = ૧૦૦૦૦ − ૨૦૦ ક્ષ + ક્ષ^२ માટે ૩૨૦ ક્ષ = ૪૮૦૦ માટે ક્ષ = ૧૫.

જવાબઃ-૧૫ ફીટની છલંગ.

તા. ક. ઉપરનો દાખલો આ ગણિતના દા૦ ૨૧૬ ને મળતો છે.

બુદ્ધિવિલાસ પ્રશ્ન ૨ જોઃ-("ગુજરાતી" તા. ૧૨-૯-૨૬)

વ્યાખ્યાઃ-એક નદીની પહોળાઇ ૪૦ વારની છે. તેની ઉપર એક પુલ બાંધવામાં આવ્યો છે. રાત્રીના વખતમાં તે પુલનો ઉપયોગ થતો હોવાથી તેના ઉપર એક દીવો મૂકવાનો ઠરાવ થયો છે. એ પૂલના બે છેડા પર બે થાંભલાઓ ઉભા કરવામાં આવ્યા છે. એક થાંભલો क ૨૨॥ વાર ઉચ્ચો છે અને બીજો થાંભલો ख ૧૫ વાર ઉચ્ચો છે. क ના શિરોબિંદુથી ख ના મૂળમાં એક દોરડું બાંધેલ છે અને ख ના શિરોબિંદુથી क ના મૂળમાં બીજું દોરડું બાંધેલ છે. આ બે દોરાના છેદનબિંદુમાં બત્તી મૂકવામાં આવી છે. તો સવાલ એ છે જે પુલની સપાટીથી બત્તી કેટલી ઉચ્ચી છે અને બત્તીથી થાંભલા કેટલા દૂર છે.

ખુલાસોઃ-"ગુજરાતી" તા. ૨૪-૧૦-૨૬

દોહરોઃ-ગુણાકાર બે સ્થંભનો, સ્થંભયોગથી ભાગ,
લેતાં આવે તેટલો ઉંચો દીપ પ્રમાણ;
જે બાજુના સ્થંભને, પુલની સાથે ગુણ,
સ્થંભયોગથી ભાગ લે, આવે તેટલો દૂર.

રીતઃ- ૨૨॥ × ૧૫ = ૩૩૭॥ એટલે $\frac{૬૭૫}{૨}$: ૨૨॥ + ૧૫ = ૩૭॥ એટલે $\frac{૭૫}{૨}$ હવે $\frac{૬૭૫}{૨}$ ÷ $\frac{૭૫}{૨}$ માટે $\frac{૬૭૫}{૨}$ × $\frac{૨}{૭૫}$ = ૯ વાર ઉંચે જમીનથી બત્તી છે.

હવે ૨૨॥ × ૪૦ = ૯૦૦ : ૨૨॥ + ૧૫ = ૩૭॥ માટે ૯૦૦ ÷ ૩૭॥ માટે $\frac{૯૦૦}{૧}$ × $\frac{૨}{૭૫}$ = ૨૪ વાર મોટા થાંભલાથી બત્તી દૂર.

હવે ૧૫ × ૪૦ = ૬૦૦ : ૬૦૦ ÷ $\frac{૭૫}{૨}$ = $\frac{૬૦૦}{૧}$ × $\frac{૨}{૭૫}$ = ૧૬ વાર નાના થાંભલાથી બત્તી દૂર.

જવાબઃ-જમીનથી ૯ વાર ઊંચે બત્તી.

બત્તીથી ૨૪ વાર દૂર મોટો થાંભલો.

બત્તીથી ૧૬ વાર દૂર નાનો થાંભલો.

તા. ક. આ ગણિતના દા૦ ૨૨૧ ને મળતો આ દાખલો છે.

બુદ્ધિવિલાસ પ્રશ્ન ૩ જોઃ-"ગુજરાતી" તા. ૧૯ મી સપ્ટેમ્બર ૧૯૨૬.

વ્યાખ્યાઃ-જૂના જમાનામાં બાદશાહની સ્વારી દખ્ખણ તરફ જવા નીકળી. રસ્તામાં એક સ્થળે બાદશાહનો તંબુ ઉભો થતો હતો. ત્યારે બાદશાહે તંબુના મધ્ય ભાગમાંના સ્થંભની રેશમની દોરીનું માપ કઢાવ્યું તો તે સ્થંભના શિરોબિંદુથી તે તંબુની આસપાસના ખીલાઓ સુધીમાં ૯૭ ગજ થયું. બાદશાહે જોયું કે સર્વ ખીલાઓ મધ્યસ્થ સ્થંભથી સમાન અંતરે છે. એથી તેમણે વડા મીસ્ત્રીને પ્રશ્ન કર્યો કે આ સ્થંભની લંબાઈ કેટલી છે અને સ્થંભના મૂળથી ખીલાઓ કેટલા દૂર છે. તેના પૂર્ણાંક એકદમ કહો, નહિતર નોકરી પરથી દૂર થાઓ. મીસ્ત્રીએ એકદમ ટુંકામાં ટુંકી રીતે ગણી તેનો શો જવાબ આપ્યો હશે?

ખુલાસો:–" ગુજરાતી " તા. ૨૮ મી નવેમ્બર ૧૯૨૬ ને રોજ.

એ સંખ્યાના વર્ગનો યોગ કર્ણ નિરધાર.
તે સંખ્યા નવ ચાર છે ન કરો કાંઈ વિચાર.
નવથી ચાર ગુણી અને તેની લ્યો બમણાઇ;
તે તો નિશ્ચય થાય છે સ્થંભ તણી ઉંચ્ચાઇ.
નવ ચારના વર્ગનું અંતર કરવું જાણ;
તેહ પ્રમાણે સ્થંભથી ખીલા દૂર પ્રમાણ.

૯ ના વર્ગ	૮૧	} દોરી	૯ × ૪ × ૨ = ૭૨	સ્થંભની ઉંચ્ચાઇ
૪ ના વર્ગ	૧૬		૮૧ – ૧૬ = ૬૫	સ્થંભથી દૂરના ખીલા.
	૯૭			

જવાબ.

આ દાખલામાં એક કાટખૂણ ત્રિકોણ છે એમ સમજો. તેમાં કર્ણની લંબાઇ આપી છે. અને લંબ અને પાયાની લંબાઇ કેટલી તે પૂછે છે.) કર્ણ શોધવાની જે રીતો ઉપર બતાવી તેમાં આ રીત વધુ સરળ છે, કારણ કર્ણ ૯૭ માં કયા બે વર્ગ પૂરા સમાય તે પ્રથમ શોધવાનું છે. તે બે વર્ગ ૮૧ અને ૧૬ છે. પછી તેમના વર્ગમૂળ કાઢવા. તે ૯ અને ૪ છે.)

ઉપરનો દાખલો નીચેની બે રીતોથી થઇ શકે છેઃ—

૧ લી રીત:–કર્ણના બમણા કરી પછી ઇષ્ટાંકથી ગુણો. જે આવે તેને ભાજ્ય કહો. પછી ઇષ્ટાંકના વર્ગમાં ૧ ઉમેરો. જે આવે તેને ભાજક કહો. ભાજ્ય અને ભાજકના પરિણામ રૂપે જે આવે તે લંબ. પછી લંબને ઇષ્ટાંકથી ગુણી તેમાંથી કર્ણ બાદ કરતાં, જે આવે તે પાયો થાય.

રીત:—અત્રે ઇષ્ટાંક ૨$\frac{૧}{૪}$ ધારવા. હવે કર્ણ ૯૭ × ૨ = ૧૯૪: પછી ૧૯૪ × ૨$\frac{૧}{૪}$ = $\frac{૮૭૩}{૨}$ આ ભાજ્ય : $\frac{૯}{૪}$ ના વર્ગ $\frac{૮૧}{૧૬}$: $\frac{૮૧}{૧૬}$ + ૧ = $\frac{૯૭}{૧૬}$ ભાજક.

હવે $\frac{૮૭૩}{૨}$ ÷ $\frac{૯૭}{૧૬}$ = ૭૨ લબ્ધિ તે લંબ : ૭૨ × $\frac{૯}{૪}$ ઇષ્ટાંક = ૧૬૨ :

હવે ૧૬૨–૯૭ = ૬૫ પાયો. જવાબ = ૭૨ લંબ / ૬૫ પાયો. } **જવાબ.**

બીજી રીત:–અત્રે પણ ઇષ્ટાંક ૨$\frac{૧}{૪}$ ધારવો.

કર્ણ ૯૭ × ૨ = ૧૯૪ ભાજ્ય: $\frac{૯}{૪}$ ના વર્ગ $\frac{૮૧}{૧૬}$ + ૧ = $\frac{૯૭}{૧૬}$ ભાજક માટે ૧૯૪ ÷ $\frac{૯૭}{૧૬}$ = ૩૨ લબ્ધિ. માટે ૯૭ – ૩૨ = ૬૫ આ લંબ.

હવે $\frac{૩૨ \times ૯}{૪}$ ઇષ્ટાંગ = ૭૨ પાયો **જવાબ.** ૭૨ લંબ.
૬૫ પાયો.

તા. ક. આ દાખલો, આ ગણિતના દા૦ ૨૧૩ ને મળતો આવે છે.

બુદ્ધિવિલાસ: પ્રશ્ન ૪થો:—" ગુજરાતી ' તા. ૨૬ : ૯ : ૨૮

વ્યાખ્યા:—એક બગીચામાં નિર્મળ પાણીનો કુંડ છે. તેનાથી પૂર્વ દિશા તરફ સાગનું એક ઝાડ છે. તેના મથાળે બુલબુલ રહે છે. કુંડથી અગ્નિખૂણા તરફ એક વાંસ છે. તે સાગથી વધારે દૂર છે. તેને મથાળે એક ભ્રમર છે. કુંડથી દક્ષિણ દિશા તરફ એક લીંબડાનું વૃક્ષ છે. તે વાંસથી વધારે દૂર છે. તેને મથાળે ચકોર પક્ષીની બેઠક છે. કુંડથી નૈઋત્ય ખૂણા તરફ પારિજાતનું ઝાડ છે. તે લીંબડાથી વધારે દૂર છે. તેના પર પોપટ બેઠો છે. કુંડથી પશ્ચિમ દિશા તરફ જાંબુનું વૃક્ષ છે. તેના પર ચાતકની બેઠક છે. કુંડથી વાયવ્ય ખૂણા તરફ આસોપાલવનું ઝાડ છે. તે જાંબુથી વધારે દૂર છે. તેના પર મેનાની બેઠક છે. કુંડથી ઉત્તર તરફ કદંબનું વૃક્ષ છે. તે આસોપાલવથી વધારે દૂર છે. તેના પર સારસ પક્ષીની બેઠક છે. અને કુંડથી ઇશાન તરફ એક આંબો છે. તે આસોપાલવથી વધારે દૂર છે. તેના પર હંસ બેઠો છે. આવી રીતે કુંડથી જૂદે જૂદે અંતરે જૂદા જૂદા આઠ

પક્ષીઓ પોતપોતાના સ્થાન પરથી કુંડપર આવે છે, ત્યારે દરેકને ૫ ફીટ માર્ગ કાપવો પડે છે. તો સવાલ એ છે કે કુંડથી તે તે વૃક્ષનું અંતર કેટલું અને દરેક વૃક્ષની ઉંચ્ચાઈ કેટલી. બન્ને જવાબો પૂર્ણાંકમાં લાવવા.

ખુલાસો:—" ગુજરાતી " તા. ૫-૧૨-૧૯૨૬

સોરઠો:-ઇષ્ટાંક વર્ગમાં એક વધતો કરવો પ્રેમથી,
ભાજક થયો વિશેક, તે ભાજકથી ભાગ લ્યો;
પંખી માર્ગ બમણાઇ, તે ભાજકથી ભાગતાં,
આવે ભાગ તે બાદ મારગમાંથી જાયજો.
શેષ રહે તે ફુટ વૃક્ષ તણી ઉંચ્ચાઇ છે,
ભાગ ઇષ્ટાંકે ગુણ, તે અંતર છે કુંડનું.

(ઉપરના સોરઠાનો અર્થ મૂળ ૨૧૩ દાખલાની રીતમાં સમજાવેલ છે. આંહી ચાર જૂદા જૂદા ઇષ્ટાંક ધારવાથી ચાર લંબ ચાર પાયા જૂદા જૂદા આવશે. પછી લંબની બદલીમાં પાયા અને પાયાની બદલીમાં લંબ કરવાથી આઠ જૂદા **જવાબ** આવશે.)

૧લો જવાબ:—૨ ઇષ્ટાંક : ૨ × ૨ + ૧ = ૫ ભાજક : પછી ૮૫ × ૨ = ૧૭૦ ભાજ્ય માટે ૧૭૦ ÷ ૫ = ૩૪ : ૮૫ − ૩૪ = ૫૧ લંબ = ઉંચ્ચાઇ અને ૩૪ × ૨ = ૬૮ કુંડથી દૂર અથવા પાયો.

૨જો જવાબ:—૬૮ લંબ અને ૫૧ પાયો. (ઉલટાવ્યું)

૩જો જવાબ:—૪ ઇષ્ટાંક : ૪ × ૪ + ૧ = ૧૭ ભાજક : ૧૭૦ ÷ ૧૭ = ૧૦ : ૮૫ − ૧૦ = ૭૫ લંબ અને ૧૦×૪=૪૦ પાયો.

૪થો જવાબ:—૪૦ લંબ અને ૭૫ પાયો. (ઉલટાવ્યું)

૫મો જવાબ:—૪॥ ઇષ્ટાંક : $\frac{૯}{૨} \times \frac{૯}{૨} + ૧ = \frac{૮૫}{૪}$ ભાજક ૧૭૦ ÷ $\frac{૮૫}{૪}$ = ૮ : ૮૫ − ૮ = ૭૭ લંબ : ૮ × ૪॥ = ૩૬ પાયો.

૬ઠ્ઠો જવાબઃ—૩૬ લંબ અને ૭૭ પાયો. (ઉલટાવ્યું)

૭મો જવાબઃ—૧૩ ઇષ્ટાંક : ૧૩ × ૧૩ + ૧ = ૧૭૦ : ૧૭૦ ÷ ૧૭૦ = ૧ માટે ૮૫ – ૧ = ૮૪ ઉચ્ચાઇ = લંબ અને ૧ × ૧૩ = ૧૩ કુંડથી દૂર = પાયો.

૮મો જવાબઃ—૧૩ લંબ અને ૮૪ પાયો. (ઉલટાવ્યું)

આમાં ખુબી એ છે કે ઇષ્ટાંક અપૂર્ણાંક પણ લઇ શકાય. કર્ણના બમણા નિઃશેષ ભાગી શકાય એ મુદ્દો ધ્યાનમાં રાખી ઇષ્ટાંક અપૂર્ણાંક ધારવા.

તા. ક. આ દાખલાની વ્યાખ્યાની ભાષા જો કે જૂદી છે તો પણ તેનો અર્થ આ ગણિતના દા. ૨૧૩ ને આબેહૂબ દરેક રીતે મળતો આવે છે.

બુદ્ધિવિલાસઃ પ્રશ્ન ૬ઠ્ઠોઃ—"ગુજરાતી" તા. ૧૭:૧૦:૧૯૨૬

વ્યાખ્યાઃ—જીવનકાકા કરીને એક પ્રખ્યાત શિલ્પશાસ્ત્રી હતા. તેઓ વિદ્યાવિનોદી હતા પણ ગરીબ જેથી સાદું જીવન ગાળતા. તેમને બે પુત્રો હતા. મોટો પુત્ર વડોદરા કળા ભવનમાં ભણતો હતો. અને નાનો પિતાની સેવા કરી પરંપરા પ્રમાણે પિતાની પાસે શિક્ષણ મેળવતો હતો. બંને પુત્રો શિલ્પ શાસ્ત્રમાં કુશળ હતા. શિલ્પશાસ્ત્રનું ગણિત કોણ સહેલી રીતે કરી શકે છે. તે જોવાની ઇચ્છાથી એક વખત બન્ને પુત્રો બેઠા હતા ત્યારે એક ડાબલીમાં હીરની દોરી અને ૧૨ નાની ખીલીઓ હતી તે બહાર કાઢી. આ હીરની દોરીનું નામ "જીવનદોરી" તેમણે રાખ્યું હતું. દોરીની લંબાઈ ૧૯૮ ફીટની હતી. બંને પુત્રોને તે દોરી અને ખીલીઓ આપી. અને જણાવ્યું કે આ હીરની દોરીથી ચાર કાટખૂણ ત્રિકોણ બનાવો અને ૧૨ ખીલીઓને ખૂણાઓ ઉપર મારવામાં ઉપયોગ કરજો, પણ એટલું ધ્યાનમાં રાખજો કે દરેક કાટખૂણ ત્રિકોણનો પાયો ૧૨ ફીટ હોવો જોઇએ. તેમ જ લંબ (Perpendicular) અને કર્ણ (Hypote-

nuse) પણ પૂર્ણાંકમાં આવવા જોઇએ. ચારે ત્રિકોણની બાજુઓનો સરવાળો ૧૯૮ થવો જોઇએ. તો સવાલ એ છે કે ૧૨ના પાયા ઉપર લંબ અને કર્ણ કેટલા ?

ખુલાસો:—આ પ્રશ્નનો ખુલાસો " ગુજરાતી " પત્રમાં આવ્યો નથી કારણ આ પ્રકરણ ચાલુ કરનારા શ્રીયુત ગણિતશાસ્ત્રી જગજીવનભાઇ નરભેરામ બધેકાએ કોઇ કારણે આ પ્રકરણ બંધ કર્યું છે.

તા. ક. આ દાખલો, આ ગણિતના દા. ૨૧૪ ને મળતો આવે છે. આના ચાર જવાબ આવે તે દા. ૨૧૪ની બીજી રીતમાં બતાવ્યા છે. હવે દરેક ત્રિકોણની ત્રણે બાજુના સરવાળા એકઠા કરીએ તો તેનો માપ ૧૯૮ ફીટ થાય છે. (૧) ૩૭ + ૩૫ + ૧૨ = ૮૪ : (૨) ૨૦ + ૧૬ + ૧૨ = ૪૮. (૩) ૧૫ + ૯ +૧૨ =૩૬. (૪) ૧૩ + ૫ + ૧૨ = ૩૦ માટે ૮૪ + ૪૮ + ૩૬ + ૩૦ = ૧૯૮ ફીટ. **જવાબ.**

બુદ્ધિવિલાસ: પ્રશ્ન ૭મો: " ગુજરાતી " તા. ૨૮મી નવેમ્બર ૧૯૨૬.

વ્યાખ્યા:—સમાન ભૂમિપર એક વાંસ ૪૦ ફીટ ઉંચાઇનો છે. એક વખત પવનના તોફાનથી તે વાંસ એક ઠેકાણેથી ભાંગી ગયો. અને વાંસનું શિરોબિંદુ તે વાંસના મૂળથી ૨૦ ફીટ દૂર જમીનને અડકયું. અને જ્યાંથી ભાંગ્યો તે ભાગ ઉભેલ કટકા સાથે લાગેલ છે. તો સવાલ એ છે જે તે વાંસ મૂળથી કેટલા ફીટની ઉંચાઇએથી ભાંગ્યો. (**જવાબ** ૧૫ હાથ લંબ).

૨૫ ,, કર્ણ.

ખુલાસો:—આ પ્રશ્નનો ખુલાસો " ગુજરાતી " પત્રમાં આવેલ નથી. આ દાખલાની રીત આ ગણિતના દા. ૨૨૦ ને મળતી આવે છે.

બુદ્ધિવિલાસ: પ્રશ્ન ૮મો:—" ગુજરાતી " તા. ૫ મી ડિસેમ્બર ૧૯૨૬.

વ્યાખ્યા:—૨૪ ફીટ ઉંચા તારના થાંભલા નીચે સર્પની રાફડી આવેલી છે. તે થાંભલા પર મેાર આવીને એક વખત બેઠેલેા છે. સર્પ પેાતાણી રાફડીથી બહાર ફરવા ગયેા છે. ચારેા કરી પેાતાના સ્થાનપર આવતા સર્પ સ્થંભથી ૭૨ ફીટ દૂર છે એટલે મયુરની દૃષ્ટિ સર્પપર પડી અને સર્પની દૃષ્ટિ મયુર પર પડી. સર્પ રાફડી તરફ એકદમ દેાડયેા અને મયુર તે સ્થંભ પરથી તીરકસ કર્ણ માર્ગે સર્પ પર આવ્યેા. સર્પની તથા મેારની બન્નેની ગતિ સરખી છે. તેા સવાલ એ છે કે રાફડીથી કેટલા ફીટ છેટે સર્પ પકડાયેા.

ખુલાસેા:—આ પ્રશ્નનેા જવાબ "ગુજરાતી" પત્રમાં આવેલ નથી.

આ દાખલાની રીત આ ગણિતના દા૦ ૨૧૭ ને મળતી આવે છે. **જવાબ:**-૩૨ પાયેા: ૪૦ કર્ણ.

બુદ્ધિવિલાસ: પ્રશ્ન ૯મેા:—"ગુજરાતી" તા. ૧૨-૧૨-૧૯૨૬.

વ્યાખ્યા—જંગલમાં એક વાનર અને વાનરીને રમતાં જેાઇને એક વરૂ તેની પાછળ પડયેા. વાનર અને વાનરી બન્ને ભાગ્યાં નજદીકની બાજુમાં કેાઇ વૃક્ષ ન હેાતું પણ રેલ્વેલાઇનના તારના થાંભલા હતા. તેમાં નજદીકના સ્થંભ તરફ બન્ને દેાડવા લાગ્યાં. ચેામાસાની રૂતુ હેાવાથી સડકની બન્ને બાજુની ખાઇ પાણીથી ભરેલી હતી. ખાઈ એાળંગીને થાંભલા પર ચઢાય એમ ન હતું. કારણ થાંભલેા બરાબર ખાઈના સામા તીર પર હતેા. વાનર જે તીર પર આવ્યેા ત્યાંથી ૧૭ હાથીની છલંગથી સ્થંભના શિરેાબિંદુ પર બેઠેા અને જે સ્થાનેથી વાંનરે છલંગ મારી તેજ સ્થાનેથી વાનરીએ ૧૦ હાથની છલંગ મારી અને વાનરથી ૯ હાથ નીચે તે સ્થંભમાં એક ખીલી હતી તે ખીલી પર બેઠી. વરૂ નિરાશ થઇ પાછેા વળ્યેા તેા સવાલ એ છે કે સ્થંભ કેટલેા ઉંચ્ચેા અને છલંગ મારી ત્યાંથી સીધી લીટીમાં કેટલેા દૂર:

ખુલાસો:–" ગુજરાતી " પત્રમાં આનો ખુલાસો આવ્યો નથી.

આ દાખલાની રીત આ ગણિતના દા૦ ૨૧૩ ને મળતી આવે છે.

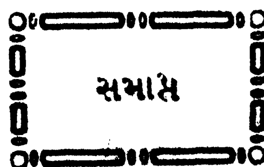
બુદ્ધિવિલાસ: પ્રશ્ન ૧૦મો:—" ગુજરાતી " તા. ૧૯ : ૧૨ : ૨૬

વ્યાખ્યા:—એક ત્રિકોણવાડીની ત્રણ બાજુઓ અનુક્રમે $૫૦\frac{૧}{૨}$ $૬૭\frac{૧}{૩}$: અને $૪૪\frac{૮}{૯}$ વાર છે. તેની દરેક બાજુએ સરખે અંતરે ફાનસ મૂકવા છે. અને દરેક ખૂણે એકજ ફાનસ મૂકવાનો છે, તો ઓછામાં ઓછા કેટલા ફાનસનો ઓરડર તજો ગામની ગ્લાસ ફેકટરીને આપવો જોઇએ.

ખુલાસો:—આનો ખુલાસો " ગુજરાતી " પત્રમાં આવેલ નથી.

આ દાખલાની રીત નીચે પ્રમાણે થાય છે. (રીત:–દ૦ ભાજકની)
$૫૦\frac{૧}{૨} = \frac{૧૦૧}{૨}$: $૬૭\frac{૧}{૩} = \frac{૨૦૨}{૩}$: $૪૪\frac{૮}{૯} = \frac{૪૦૪}{૯}$:

હવે $\frac{૧૦૧}{૨} : \frac{૨૦૨}{૩} : \frac{૪૦૪}{૯}$ ના દ૦ ભાજક $\frac{૧૦૧}{૧૮}$ વાર આવે એટલે અંતરે ફાનસ મૂકવાના છે હવે ત્રિરાશિથી $\frac{૧૦૧}{૨}$ વાર લાંબી બાજુમાં $\frac{૧૦૧}{૨} \times \frac{૧૮}{૧૦૧} = ૯$ ફાનસ: $\frac{૨૦૨}{૩}$ વાર લાંબી બાજુમાં $\frac{૨૦૨}{૩} \times \frac{૧૮}{૧૦૧} = ૧૨$ ફાનસ અને $\frac{૪૦૪}{૯}$ વાર લાંબી બાજુમાં $\frac{૪૦૪}{૯} \times \frac{૧૮}{૧૦૧} = ૮$ ફાનસ: આમ ત્રણ બાજુમા $૯ + ૧૨ + ૮ = ૨૯$ ફાનસ જોઇએ પણ વ્યાખ્યામાં કહ્યું છે કે ત્રણે ખૂણા પર એકેક ફાનસ રાખવી માટે ૩ ફાનસ બાદ કરવાના જેથી **જવાબ** $૨૯ - ૩ = ૨૬$ ફાનસ



અગાઉથી ગ્રાહક થનારાના મુબારક નામો.

શ્રી કોટડી (મહાદેવપુરી) કચ્છ

શેઠ શ્રી પ્રેમજીભાઇ ચંદા : શેઠ શ્રી રણછોડદાસભાઇ જેઠમલ :

શેઠ શ્રી કાનજીભાઇ જાધવજી મોનાણી : શેઠ શ્રી ગોવિંદજીભાઇ માવજી ::

શેઠ પુરૂષોત્તમ ઉમરશી : શેઠ શામજીભાઇ દેવસીં : શેઠ ભગવાનજીભાઇ જેઠા અને શેઠ લાલજીભાઇ સુંદરજી એ દરેકની દશ દશ પ્રત : શેઠ નેણસીભાઈ દેવસી: રા. રા. પોષ્ટ માસ્તર સાહેબ પ્રભાશંકર જે. વોરા. અને શેઠ ખટાઉભાઇ કુંવરજી એ દરેકની પાંચ પાંચ પ્રત :

શેઠ પ્રાગજીભાઈ સુંદરજી, શેઠ લીલાધરભાઈ સુંદરજી, શેઠ રણછોડદાસ ભીમજી, ઠકર ગોવિંદજીભાઈ મોરારજી, ઠકર જયરામભાઇ પ્રેમજી સોનાવાળા, શાહ હીરજીભાઈ માલસી. શાહ મૂળજીભાઇ કાનજી એ દરેકની બબે પ્રત.

ઠકર કુંવરજીભાઇ મૂળજી : ઠકર વિઠ્ઠલદાસભાઇ જયરામ. ઠકર ધારસીભાઇ મૂળજી પટેલ, કમ્પૌન્ડર દયારામભાઈ શરજી ઠકર, સોની રામજીભાઈ ખટાઉ, શાહ રાયસીંભાઈ ભીમજી, શાહ વેલજીભાઈ ઉમરસીં : એ૦ વી૦ સ્કૂલના મહેતાજી ફુલશંકર રેવાશંકર પટણી : એ દરેકની એકેક પ્રત.

કોટડા (રોહાવાળા)

શેઠ શ્રી ખીમજીભાઇ નાગજી :

રા૦ છબીલદાસ ફુલજી દવે; મહેતા કેશવલાલ ત્રંબકલાલ છવનશક્તિ ફ્રીરીડીંગ રૂમ એન્ડ લાયબ્રેરી હસ્તે ડૉ. ગોપાલજીભાઈ પ્રાગજી કોઠારી એ દરેકની એકેક પ્રત :

કેરા

શેઠ પી૦. એ૦. ડોસલ. એ૦. વી૦. સ્કૂલ ૧ પ્રત.

કોઠારા

રા૦ માસ્તર લક્ષ્મીશંકર ભગવાનજી રાવળ ૧ પ્રત.

કરાચી

રા૦ મોરારજીભાઈ વિશનજી લ્હેર ૧ પ્રત.

કુંઢેલા Via વડોદરા

શાહ ફુલચંદ મથુરભાઈ ૧ પ્રત.

કેશોદ

મે. પ્રભાતસિંહજી જાલમસિંહજી રાયજાદા ગામ સોંદરડા; પ્રાગજી-ભાઇ રામજી નથવાણી; જોશી વિઠ્ઠલજીભાઈ શામજી શાતા એ દરે-કની એકેક પ્રત.

કુકમા

૧ પ્રત લાલજીભાઈ હરજી પરમાર વિદ્યાર્થી.

કાઝીપેટ દખણ

૧ પ્રત મેસર્સ ત્રીકમજી પુંજા એન્ડ સન્સના જનરલ મેનેજર

ખેડા

૧ પ્રત શ્રી. હ. એમ. હાઇસ્કૂલ (લાયબ્રેરી)

ગઢસીસા

૧ પ્રત દામોદરભાઇ દેવજી મહેતા દરબારી સ્કૂલના હેડમાસ્તર સાહેબ.

કોટેશ્વર

૨ પ્રત પૂજ્ય પીરશ્રી વનરાજ ગરજી, જાગીરદાર.

જરીઆ

શેઠ શ્રી દેવજીભાઈ દયાળ ઠકર ઑન૦ માજીસ્ટ્રેટ. ૧૦ પ્રત

જખૌ

૧ પ્રત રા૦ રા૦ વૈવટદાર સાહેબ દોલતરામભાઈ અમરજી મહેતા.

૨ પ્રત મેસર્સ જીવરાજ બુકડીપો.

તેરા

૧૦ પ્રત શેઠ શ્રી ચરણદાસભાઇ વિશનજી : ૭ પ્રત શેઠ શ્રી ભવાનજીભાઇ અરજણ ખીમજી : ૧ પ્રત ભાઈ વિઠ્ઠલદાસ મોરારજી જોશી : ૧ પ્રત પંડિત શ્રી પુરુષોત્તમભાઈ લાલજી ખટરીઆ જ્યોતિષ

શાસ્ત્રાધ્યયનશાળા. ૧ પ્રત પંડયા નરભેરામભાઈ કાનજી આસીસ્ટંટ મહેતાજી : ૧ પ્રત વૈદ્યરાજ કરસનદાસભાઈ ખેરાજ : ૧ પ્રત ડૉકટર સાહેબ હેમરાજભાઇ નેમીદાસ શાહ. એચ૦. એમ૦. બી૦ : ૧ પ્રત. રા૦ કલ્યાણજીભાઈ હરિરામ જોશી. દરબારી રિસીવર સાહેબ.

દોહદ (પંચમહાલ)

૧ પ્રત રા૦. રા૦. એસ૦. એ૦. પારેખ સાહેબ હેડમાસ્તર.

નલીઆ

૧ પ્રત જોશી પુરૂષોત્તમભાઇ જેઠાભાઇ : ૧ પ્રત જોશી વિઠ્ઠલ-દાસભાઇ શરજી : ૧ પ્રત જોશી વેલજીભાઇ મૂળજી : ૧ પ્રત રા૦, રા૦. ડૉકટર સાહેબ મણીશંકરભાઈ ગોવિંદજી. જોશી ; ૧ પ્રત રા૦. કમ્પૌન્ડર જેઠાભાઇ નથુભાઇ ઠકર.

નેત્રા

૧ પ્રત શ્રી શેઠ હરિરામભાઇ ભીમજી એ૦. વી. સ્કુલ

નખત્રાણા

૧ પ્રત શેઠ વિશરામભાઇ રામજી દાવડા.

નારાયણ સરોવર

૧ પ્રત વેલજીભાઈ વિશનજી વાસુ.

નાગ્રેચા

૧ પ્રત પટેલ મગનભાઈ હીરજી શાહ.

નરેડી

૧ પ્રત મહેતાજી લક્ષ્મીશંકરભાઇ ચત્રભોજ

નારાણપુર

૧ પ્રત મહેતાજી કેશવજીભાઇ પ્રાગજી

બાડા

૧ પ્રત મહેતાજી તુળજારામભાઇ કેશવજી ભટ્ટ

બાલદીઆ

શેઠ રાસીદભાઇ કાનજી વેરસી ખોજા : નામદાર એચ૦. એચ૦ આગાખાન લાયબ્રેરી : મહેતાજી કાનજીભાઇ ગોપાલજી ભોજક :

ઉપાધ્યાય એચરભાઇ મેઘજી : કણબી હરજીભાઈ મેઘરાજ દરેકની એકેક પ્રત :

બાલીસાણા (ઉત્તર ગુજરાત)

રા૦ ડાહ્યાભાઇ ધનજીભાઇ શાહ ઝરોદ : રા૦ ખેમાભાઈ અમરદાસ પટેલ : રા૦ ચિમનલાલભાઈ મોહનદાસ શાહ : ઇશ્વરભાઇ ગણેશભાઇ પટેલ : રા૦ હરજીવનદાસભાઈ વહાલાભાઇ પટેલ : રા૦ નાનાલાલભાઇ વિઠ્ઠલદાસ શાહ : રા૦ ભોગીલાલભાઇ હિંમતલાલ શાહ. એ૦. વી૦ સ્કુલમાં ફર્સ્ટ આસીસ્ટંટ : રા૦ વીરચંદભાઇ કડવાભાઇ પટેલ : રા૦ મંગળભાઇ મંછાભાઇ પટેલ : રા૦ દેવચંદભાઈ રામજી પટેલ : એ દરેકની એકેક પ્રત.

બિદ્દા

૧ પ્રત જોશી લક્ષ્મીનારાયણ લાલજી સારસ્વત નુખ હરિઆ માણેક

બાયઠ

૬ પ્રત શા. લખમશીભાઇ હીરજી દંઙ.

ભુજ

૭ પ્રત શેઠ માનસંઘભાઇ કચરા : ૫ પ્રત પૂજ્ય મુરબ્બી શ્રી ઉપાધ્યાય શ્રી પદમ મેરૂજી જાગીરદાર મોટી પોશાળવાલા : ૫ પ્રત પૂજ્ય અધિકારી શ્રી બાલકૃષ્ણ મહારાજ: ૧ પ્રત મુરબ્બી ભાઈશ્રી મેઘજીભાઇ જેઠુભાઇ : ૧ પ્રત દીર્ઘાયુભાઈ ગોવિંદજીભાઇ જેઠુભાઇ : ૧ પ્રત દીર્ઘાયુભાઇ દયારામ દામજી પોષ્ટ ઓવરસીઅર : ૧ પ્રત દીર્ઘાયુભાઇ દેવકરણભાઈ દામજી : ૧ પ્રત દીર્ઘાયુભાઇ બચુભાઇ નરસી : ૧ પ્રત ભાઇ પ્રાગજીભાઇ ત્રીકમજી કન્ટ્રાકટર : ૧ પ્રત દીર્ઘાયુ ભાઇ ભગવાનજીભાઇ ખીમજી જોશી : ૧ પ્રત રા૦ રા૦ હીરજીભાઇ ગોકરસી ઠક્કર બી૦ એ૦ : ૧ પ્રત રા૦ રા૦ છગનલાલભાઇ ઉત્તમચંદ ઠક્કર. બી૦ એ૦ એલ૦ એલ૦ બી૦ : ૧ પ્રત મોરારજીભાઇ વજેશંકર વૈદ્ય : ૧ પ્રત જોશી પ્રાગજીભાઇ કાનજી : ૧ પ્રત શેઠ લખમશીભાઈ મનજી કલકત્તાવાળા : ૧ પ્રત રા૦ રા૦ ઝવેરીલાલભાઇ મૂળશંકર અંતાણી : ૧ પ્રત રા૦ ગૌરીશંકરભાઇ મૂળશંકર અંતાણી : ૧ પ્રત

રા૦ રા૦ હરિપ્રસાદભાઇ ગુલાબરાય વૈદ્ય: ૨ પ્રત રા૦ રા૦ ડે૦ એ૦ ધ૦ મોરારજીભાઈ વેલજી મહેતા.

ભુજપુર

૧ પ્રત પૂજ્ય મુનિશ્રી લક્ષ્મીચંદજી મહારાજ: ૨ પ્રત શ્રી અચળ ગચ્છાધિપતિ જૈનાચાર્ય ભટ્ટાર્કશ્રી જિનેંદ્રસાગર સૂરીશ્વરજી મહારાજના શિષ્ય ક્ષમાનંદજી.

માંડવી

૨ પ્રત વીરજીભાઈ કેશવજી: ૧ પ્રત વેારા અબ્દુલ હુસેનભાઇ જાફરજી સીલેમાનજી અંગ્રેજી દવા વેચનારા: ૧ પ્રત ભટ લીલાધરભાઈ રામજી: રા૦ રા૦ ડેા૦ સા૦ ઇશ્વરલાલભાઇ. વી. એાઝા. એમ૦ બી૦ બી૦ એસ૦ આંખના ખાસ ડેાકટર અને ધી ચરક હેાસ્પિટલના ચીફ સર જયન પ્રત ૧૦) દશ.

મઢ

૧ પ્રત રા૦ રા૦ કારભારી સાહેબ જટાશંકરભાઇ કાલીદાસ જોશી:
૧ પ્રત રા૦ મહેતાજી માણેકલાલભાઈ નારાયણજી અંતાણી.

મુંદરા

૧૦ પ્રત શેઠ શ્રી ઇબજીભાઇ શિવજી: ૨ પ્રત રા૦ વકીલ સાહેબ રતનસીંભાઇ લાલજી: ૧ પ્રત રા૦ વકીલ સાહેબ અલીભાઈ અજાન: ૧ પ્રત રા૦ કમ્પૌન્ડર લખમીદાસભાઇ જગજીવન જોશી

ભાવનગર

૧ પ્રત શ્રીયુત અમૃતલાલ જોશી: ૧ પ્રત શ્રીયુત ઠાકરસીંભાઇ પુરૂશેાત્તમ કંસારા શામળદાસ કેાલેજ: ૧ પ્રત પ્રાણશંકરભાઇ જગજીવન બધેકા:

અંજાર (રેલડીઆ મેારાવાળી)

૧ પ્રત પૂજ્ય મુનિશ્રી બાલ વિજયજી મહારાજ: ૧ પ્રત શેઠશ્રી ખીમજીભાઇ હંસરાજ:

મોથાળા

૧ પ્રત માસ્તર સાહેબ વિશનજીભાઈ દયારામ: ૧ પ્રત શા. માસુભાઈ વરસંગ:

બસરા અસાર

૧૦ પ્રત શેઠશ્રી મુસાભાઇ ઇબ્રાહિમ બેતાણી C/o મેસર્સ મહમદ ઇશાક એન્ડ કો૦ બસરા એન્ડ બગદાદ

રામાણીઆ

૧૦ પ્રત ડૉકટર સાહેબ રામજીભાઈ રણસી શાહ : ૧ પ્રત મેતા રેવાશંકરભાઇ ઇચ્છાશંકર :

વલસાડ

૧ પ્રત રા૦ રા૦ રમણભાઇ હરિભાઈ દેશાઈ.

વિઢ-કચ્છ

૧ પ્રત માસ્તર સાહેબ પ્રાણશંકરભાઇ લાધારામ

વાંકુ

૧ પ્રત શેઠશ્રી ગોપાલજીભાઇ રામજી પલણ : ૧ પ્રત ડૉ૦ દયાળજીભાઇ જાદવજી જનાણી : ૧ પ્રત શાસ્ત્રી હરજીવનભાઇ ભવાનજી જોશી, ૧ પ્રત દીર્ગાયુભાઈ લખમીદાસ હંસરાજ બેટવાલા.

સુથરી

નામદાર ઠાકોર સાહેબ ખાનજીભાઇ પ્રાગજી જાગીરદાર

શેઠશ્રી હીરાચંદભાઇ હીરજી ખેતસી ખીઅસી : શેઠ રતનસીભાઇ માણેકચંદ : ૨૦ પ્રત શેઠ વાલજીભાઇ લધા : ૧૦ પ્રત શા. ખીમજીભાઇ આણંદજી પીર : ૫ પ્રત શેઠ વિશનજીભાઇ શિવસીંહ : ૫ પ્રત શેઠ વિશનજી દેવજી કારાણી : ૫ પ્રત શેઠ જેઠાભાઈ લધા : ૫ પ્રત આણંજીભાઇ માલસી : ૨ પ્રત શેઠ હબીબભાઇ જમાલ ખોજા : ૧ પ્રત રા૦ માસ્તર સાહેબ નાનાલાલભાઇ દયાશંકર વૈશ્નવ : ૧ પ્રત શાહ માણેકજીભાઈ ટોમાભાઇ : ૨ પ્રત શા. દામજીભાઇ માલસી : ૧ પ્રત શા. ખેતસીભાઇ જીવરાજ : ૧ પ્રત શા. વેલજીભાઈ મણસી : ૧ પ્રત શા. ધેલાભાઇ દેવરાંધ : ૨ પ્રત શા વેલજીભાઇ ખેતસી : ૧ પ્રત શા. હેમરાજભાઈ ભારમલ : ૧ પ્રત શા. દામજીભાઇ માઠણ : ૧ પ્રત શા. દામજીભાઇ રાયસી :

સાઠેરા

શેઠશ્રી રાયચંદભાઇ જીવરાજ

સીનુગરા.

૧ પ્રત ઠક્કર મકનજીભાઇ રામજી.

એબેડી

૧ પ્રત રા૦ ભગવાનજીભાઈ મનજી બારોટ જૈનબંધુ આશ્રમ

સણોસરા

૧ પ્રત સણોસરા મહાજન હસ્તે શા. ત્રેલાભાઇ મૂળજી.

અલપાઇ અંદર

જોશી હરિરામભાઇ ઉમરસી : નંદલાલભાઈ એચ. મહેતા : કામેશ્વરભાઇ ગોપાલજી વાગડીઆ : રતનસીભાઇ ગોવિંદજી : ધરમશીભાઇ વાઘજી : મથુરાંદાસભાઇ ગોપાલજી : જાદવજીભાઇ હરિદાસ દ્વારકાંદાસભાઈ ખટાઉ : ખટાઉભાઈ ખીમજી : રામજીભાઇ માધવજી : ગોવિંદજીભાઈ શામજી : જેઠાભાઇ નાનજી આસર એ દરેકની અકેક પ્રત :

આસંબીઆ મોટા

૧ પ્રત ઠક્કર મૂળજીભાઇ વાઘજીભાઈ દામજી

૧ પ્રત જોશી ગંગારામ કલ્યાણજી ગામ ગોણીઆસર

આરીખાણા

૧ પ્રત શા. વિશનજીભાઇ લાલજી

અંગીઆ

૧ પ્રત કણબી કાનજીભાઇ નારાયણજી

અંજાર

રા૦ પ્રભાશંકરભાઇ નારાયણજી સ્કૂલના મહેતાજી.

રા૦ રા૦ ન્યાયાધિશ સાહેબ લક્ષ્મીશંકરભાઈ જયશંકર

રા૦ વકીલ અલીમામદ જુસબ

રા૦ વકીલ તુલસીદાસભાઇ કૃપારામ

રા૦ વકીલ વલ્લભજીભાઇ દયારામ શુકલ, એ દરેકની અકેક પ્રત.

ભચાઉ

૧ પ્રત રા૦ રા૦ ન્યાયાધિશ સાહેબ પ્રભુરામભાઇ જેઠાલાલ શાહ.

મનોરંજક ગણિતનું શુદ્ધિપત્ર

પાનું.	લીટી.	અશુદ્ધ.	શુદ્ધ.
૬	૨૭	સ્વભાન ભૂલા.	સ્વભાન-ભૂલા
૯	૨૦	પોતાના	પોતાની.
૯	૨૧	સદોપદેશ	સદુપદેશ
૯	૨૬	મહષિ	મહર્ષિ
૧૦	૫	ક્રમવાર	ક્રમવાર
૧૦	૯	ખોલી	ખાલી
૧૦	૨૪	આક	આંક
૧૧	૨૬	લે	લ્યો
૧૨	૧૭	સમાયલા	સમાયેલા
૧૪	૧૧	લેવાઇ	લેવાઈ
૧૪	૧૬	મહેષ વગેરે	વધારાનું છે
૧૪	૨૫	પાતળ	પાતાળ
૧૫	૫	ખણ	ખાણ
૧૫	૫	સ્વદેજ	સ્વેદજ
૧૫	૮	ઉત્જન	ઉત્પન્ન
૧૫	૧૦	ત્રેત્રા	ત્રેતા
૧૫	૧૯	રએલા	થએલા
૧૮	૨૧	નૈઋત્ય	નૈઋત્ય
૧૮	૨૧	નૈઋતિ	નૈઋતિ
૧૯	૧૮	ૐ ભગવતાય નમઃ	ૐ શ્રીભગવતે નમઃ
૨૧	૩	૧ યુનીટ	વધારાનું છે.
૨૪	૨૨	૮૪	૪
૩૩ દા૦ ૨૦ મો! ૪.		૫૬	૫ × ૬

પાનું.	લીટી.	અશુદ્ધ.	શુદ્ધ.
૩૪	૩	૩૪૦૦	૩, ૪, ૦, ૦,
૩૪	છેલ્લી	પંચાવનં	પંચાવન
૩૮	૬	બીજીને	બીજાને
૪૦	૧	૪૪૩૨	૪૦૩૨
૪૦	૧૩	ત્રિરાસી	ત્રિરાશિ
૪૨	દા. ૨૪–૫.	સાતમે ઝાડ	સાતમે દિવસે
૪૩	દા. ૨૫–૧.	રેાપવવાનેા	રેાપાવવાનેા
૪૪	૩	૯૫	૪૯૫
૪૫	દા. ૨૭–૧૦	લખવા	વધારાનું
૫૪	૧૦	અન્ન	અન્ને
૬૨	છેલ્લી	(૩×૨×=૧૨)	(૩×૨×૨=૧૨)
૬૭	૧૧	૨ વધ્યા ૧૬	૨ વધ્યા = ૧૬
૭૧	૧૯	૬ ને અલગ કરેા	૯ ને અલગ કરેા
૭૨	છેલ્લી	ત્યારની	તેની
૭૩	૩	દરેક	તે દરેક
૭૪	૩	જાડી	જોડી
૭૭	૪	૨૫૯૨૫૪૦૭૦૧	૨૫૯૨૫૪૦૭૪૧
૮૦	મૂળ ૪	નવઘાતઃ ૨૦૨૧૪૮ દશઘાતઃ ૪૦૮૫૦૬	૨૬૨૧૩૪ ૧૦૪૯૫૭૬
૮૧	(૧૧)૪	૧૪૬૩૧	૧૪૬૪૧
,,	રીતઃ ૧૦	ઉભેા પણ	ઉભેા રહે પણ
૯૦	૧૫	પછી આવ્યા	આવ્યા, પછી
૯૧	આંકડાની હાર ૮ મી	૬×૬×૫	૬×૬×૬
૯૩	૩ જા ખંડમાં	૨×૪	૨×૪ ૨
૯૪	૧૮	તેા આવ્યા	આવ્યા
૯૬	૨	૨૯૮	૨૮૮

પાનું. લીટી.		અશુદ્ધ.	શુદ્ધ.
૧૦૧	૮ મા સ્થાનની ભરતી	૬ (૬×૪×૩)	૬ (૭×૪×૩)
,,	એજ ત્રીજી હાર	૫૪૦ ૨૮૮	૫૪૯+૨૮૮
૧૦૨ :	૯ મા સ્થાનની ભરતી :	૨૦૨ વધી :	૨૦૩ વધી
૧૦૨ :	૧૦ સ્થાનની ભરતી : ૨ જી હાર	૬ ($૫^૨$×૨):	૩ ($૫^૨$×૨)
૧૦૭ : ૧૫ :	સંબંધી શબ્દ પછવાડે જોડી 3 અને 4 એમ વાંચવું		
,, ૧૬ :	જોડી 4 અને 5 પહેલાં ચોથી જોડી ૪ અને ૫ તેની સંબંધી વાંચવું.		
૧૨૦	દા. ૪૧ મો. પ્રશ્ન (૨)	૪૫૪૫૪૫×૪૫૩૫	૪૫૪૫૪૫×૪૫૪૫
,,	મારજીનમાં	૧૮	૧૮૯ (ટોટલ)
૧૨૩	દા. ૪૨ મો	મારજીનમાં જવાબમાં એકમસ્થાને ૧ છે તે ૯ જોઇએ	
૧૨૫	રીત–જવાબ	(૪)= ૭૬૩	(૪) = ૭૬૩૨
૧૨૫	રીત–જવાબ	(૫)= ૪૩૮૬	(૫) = ૪૩૯૬
૧૩૧	છેલ્લીથી ઉપર	૨ ÷ = ૧	૨ ÷ ૨ = ૧
૧૩૫	ઉદા૦ ૮ મું. ૨ જી રીત	૨ × ૨૫	૨ × ૩૫
૧૩૭	ચોથી રીત	૩૩૧૩૩૩	૩૩૩૩૩૩
,,	૫ મી રીત બીજી હાર	૧૧૧૧૧૧	૨૨૨૨૨૨
,,	૮ મી રીત	૧૧૧૧૧૨	૧૧૧૧૧૧
,,	,, ,, બીજી હાર	૧૧૧૧૧૧	૨૨૨૨૨૨
,,	,, ,, ,,	૧૦૧૯૧	૧૦૧૦૧
,,	,, ,, ,,	૩૩૩૩૩૯	૩૩૩૩૩૩
,,	૧૦ મી રીત ,,	૩૩૩૩૩૮	૩૩૩૩૩૩
૧૪૦	વધારો.	ગુણક અને ફલની વચ્ચે	આ = નિશાની
૧૪૪	મારજીનમાં	જવાબ ૨૩૬૩	જવાબ ૨૩૬૪
૧૪૭	૧૦	૨૫	૨૪
૧૫૪	મારજીન ૨ જી રીત	જવાબ ૭૧૫૨૬૨	૭૧૫૨૬૩
૧૫૬	૧	૦૫૭	૬૫૪

પાનું.	લીટી.	અશુદ્ધ.	શુદ્ધ.
૧૫૭	૨ જા પારાની ૨ જી લીટી	રથીકારવાની	સ્વીકારવાની
,,	ઉદા૦ ૯ મું	૧ બાકી રહ્યા	૨ બાકી રહ્યા
૧૬૩	રીત : (૪)	—૧૦૦	=૧૦૦
૧૬૪	૧૫	બીજા કોઠામાં	ત્રીજા કોઠામાં
૧૬૫	૬	૫૭૧૨૦+૨	૫૭૧૨૦÷૨
,,	દા. ૭૫ મો	૭૮÷૩	૭૮+૩
૧૬૬	ખુલાસો ૨ લીટી	૫×૬	૫+૬
૧૬૭	૪	૨ પશ્ન	૨ પ્રશ્ન
૧૭૫	૫	પૃષ્ઠ ૧૭૦	પૃષ્ઠ ૧૬૯
,,	૭	(૩ × ૧૫ = ૧૫ આદિ)	(૩ × ૫ = ૧૫ આદિ)
,,	૧૬	૨૦ × ૫૦ = ૧૦૦	૨૦ × ૫ = ૧૦૦
૧૭૬	૬	પૃષ્ઠ ૧૬૯	પૃષ્ઠ ૧૬૯
,,	છેલ્લી	૨૭૦૫	૧૭૦૫
૧૭૭	છેલ્લી	=લીટી	લીટી=
૧૮૪	૨૨	વાપરવા	વાપર્યા

૧૯૧ અને ૧૯૦ છે તે બદલે ૧૯૦ અને ૧૯૧ જોઇએ.

૧૯૬ દાખલો ૯૨ મો છે ત્યાં દાખલો ૯૩ મો જોઇએ.

૨૧૭	ઝ્રાને :	૭૯૮૮૦	૭૯૯૮૦
,,	સાતમાને	૭૯૯૮૯	૭૯૯૮૦
૨૧૮	ખુલાસો ૫ માને	૨૫૯૯૬૦	૧૫૯૯૬૦
૨૨૧	ખુલાસો ૬ ઠ્ઠાને	૫૬૩૫૪૪૯૯	૫૬૩૫૪૯૯
૨૨૬	૩	૬૭૨૦૮૮૬૪	૬૭૧૦૮૮૬૪
૨૨૭	ખુલાસો ૩	૧૧૬૨૨૬૧૪૧૭	૧૧૬૨૨૬૧૪૬૭
૨૨૮	૯	કરવા	કરવો
૨૩૫	છેલ્લી	૯૩૨૧૨	૯૩૩૧૨

પાનું.	લીટી.	અશુદ્ધ.	શુદ્ધ.
૨૫૦	દા૦ ૧૦૫ ખુલાસેા છેલ્લી લીટી	પેાંચે	પહેાંચે
૨૫૨	૧૫	૧૪	૧૩
૨૬૭	દા૦ ૧૧૬ લીટી ૫	તેઓએ	તેઓ
,,	,, ,, ૬	લગાવી	ધરાવી
૨૬૮	૨	પડયા	પડયેા
૨૭૯	છેલ્લી	ત્રીજા	એ શબ્દ ન જોઇએ
૨૮૦	૧	ભાગના	ત્રીજા ભાગના
૨૯૦	૬	પાશે	પાસે
૨૯૮	૩	એ૦૪	એ૦૮
૨૯૮	૧૦	૫૧/૧૦	૫૧/૨૦
૩૨૧	૧૧	કૃપા કરી પેાતાની :	કૃપા કરી બનાવી પેાતાની
૩૩૨	વીસેા જંતર દાખલેા ૧૪૨ માં છે તે બદલ દા. ૧૪૩ માં જોઇએ		
૩૫૩	દા. ૧૫૫ મેા લીટી ૨	ટેાળ્યા	તેાળ્યા
૩૭૦	બેડી નંબર ૭	૨૯૬	૮૯૬
૩૭૫	૧૩	૬૧ + ૪	૬૧ × ૪
૩૮૦	૧૮	૧૪૪	૧૪૫
૩૮૩	છેલ્લાં પારાગ્રાફ ૩ જી લીટી	દરેવાજે	દરવાજે
૪૧૦	૧૩	**स्वोध्र्धे : तदन्त्यं :**	**स्वोध्र्द्धे : तदन्त्यं**
૪૧૧	૨: ૩: ૪: ૫:	**त्यजेत: स्यात्: उध्र्धः हारेण :**	**त्यजेत: स्यात् : ऊध्र्द्ध: हरेण**
૪૧૧	૧૩	ગણીએ	ગુણીએ
૪૧૭	૧૩	**समपर्वातियो:**	**समपर्वातितयो:**
૪૩૧	૧૯	ધારે	ધારેા

પાનું.	લીટી.	અશુદ્ધ.	શુદ્ધ.
૪૩૨		૪) ૫ (૧ ૪ — ૪	૪) ૫ (૧ ૪ — ૧
,,		$\frac{૫૫}{૯}$	$\frac{૫૯}{૯}$
૪૩૬	૧૫	૧૦૦ રહ્યા	— ૧૦૦ રહ્યા
૪૩૯	૪	૬૮૫ ફ્વ	૬૮૫ ફલ
,,		૩) ૫ (૧ ૧ — ૨	૩) ૫ (૧ ૩ — ૨
૪૪૦	૮	**नक्षणला**	**तक्षणला**
૪૪૩	અન્વય	**गुणैकदं**	**गुणौक्यं**
૪૪૮	૩	લઘુત્તતં	લઘુત્તમ
૪૪૯	૮	કવવામાં	કરવામા
૪૫૧	૫	૧ = ૬૦૦ ૧ = ૨૦૦	૧૬૦૦ ૧૨૦૦
૪૫૫	રીત-૩	$\frac{૮ ક્ષ + ૪૦૦}{૧૧}$ = ન	$\frac{૮ ક્ષ + ૪}{૧૧}$ = ન
૪૫૬	૨૦	બીજી ગણિત	બીજ ગણિત
૪૫૯	૬	૧૯ ફીટ	૧૧ ફીટ
૪૮૦	(૩૧)	ફી = ૮	ફી = ૬
૪૮૪	(૬૩)	ફી = ૧૯	ફી = ૧૦
૪૮૫	(૬૮)	ફી = ૫	ફી = ૭
૪૮૬	(૭૪)	ફી = ૩	ઊ = ૧

પાનું.	લીટી.	અશુદ્ધ.	શુદ્ધ.
૪૮૮	૨	જવાભ	જવાબ
,,	ખુલાસો ૫	સમીકરણે	સમીકરણ
,,	,, ૭	૨૦ ય	૧૦ ય
૪૯૨	(૪ થો)	(૧૬ ૦૮ ૦૧)	(૧૬ × ૦૧)
૪૯૩	ખુલાસો ૩	$\frac{ય}{૪}$	$\frac{ન}{૪}$
૪૯૫	૧૦	રયા	રહ્યા
૪૯૮	છેલ્લી	૨૫ ન	૨૫ ક્ષ
૫૦૯	ખુલાસો: ૧ :	આપે છે	આવે છે
૫૧૨	અટકળ: ૧ :	કારણ કારણ	કારણ
૫૧૫	બાદબાકીની બાદ રકમ	ન	૨ ન
,,	ખુલાસો: ૩ :	$\times \frac{૩}{૨}$ ય	$+ \frac{૩}{૨}$ ય
૫૩૯	વધુ ખુલાસો: ૧૦	(૯ + ૯ + ૧ + ૧)	(૯ + ૯ + ૧ + ૮૧)
૫૪૪	ખુલાસો: ૨ :	જગાત	જકાત
૫૪૬	ખુલાસો: ૩ :	૯ ક્ષ + = $\frac{૮૧}{૪}$	૯ ક્ષ + $\frac{૮૧}{૪}$
૫૪૭	ખુલાસો: ૨ :	$(ક્ષ)^૨$	$(\frac{ક્ષ}{૮})^૨$
૫૫૦	૬	$\frac{૬૨૫}{૨૪} = \frac{૪૦૦ + ૬૨૫}{૬૪}$:	$\frac{૬૨૫}{૨૪} = \frac{૨૪૦૦ + ૬૨૫}{૬૪}$
૫૫૩	૨	૬૪ ૬૪ ક્ષ	૬૪ ક્ષ
,,	અંકગણિતથી. ૬ :	રકમ વર્ગ છે	રકમના વર્ગ છે.
૫૫૬	દા. ૨૦૯ મો: ૨ :	એક સંખ્યાના	એ સંખ્યાના
૫૫૭	૫	$(\frac{૪૫}{૨})$	$(\frac{૪૫}{૨})^૨$
,,	૬	$\frac{૬૨૫}{૪}$ (નિયમ ૨ જો)	$= \frac{૬૨૫}{૪}$
,,	૬	હવે $\frac{૬૨૫}{૪}$	$\sqrt{\frac{૬૨૫}{૪}}$
,,	ખુલાસો: ૨ :	માટે ક્ષ	માટે $ક્ષ^૨$
૫૫૯	૬	Hypotonuse	Hydotenuse
૫૬૦	દા. ૨૧૧ મો રીત ૨ :	સરવાના	સરવાળાના
૫૬૧	૧લી રીત ૧ :	..૨૫–૧૬	૨૫ : ૨૫–૧૬

પાનું.	લીટી.	અશુદ્ધ.	શુદ્ધ.
૫૬૧	૧લી રીત : ૪ :	૨૫—૯	૨૫ : ૨૫—૯
૫૬૭ :	: ૩ :	$(૨૦)^૨ + (૨૯)^૨$	$(૨૦)^૨ + (૨૧)^૨ = (૨૯)^૨$
૫૬૮	ત્રીજો પારાગ્રાફ	———	હવે ઇષ્ટાંક ૩ ધારો
,,	,, : ૧ :	$(૩)^૩$	$(૩)^૨$
૫૬૯	: ૨ :	૧૪૪ × ૨ = ૭૨	૧૪૪ ÷ ૨ = ૭૨
૫૭૧	: વ્યાખ્યા : ૨	ભૂળથી	મૂળથી
,,	,, : ૭ :	બીજા વાંદરાએ	બીજો વાંદરો
૫૭૪	૧	કર્ણ ૨૭	કર્ણ ૧૭
૫૭૫	રીત : ૪	૨ ક્ષ	$૨ ક્ષ^૨$
,,	દા : ૨ ૨૦ : રીત : ૨	૧૨ હાથ ૧૨ હાથ	૧૬ હાથ ૧૬ હાથ
૫૭૬	આકૃતિ	૧૨ પાયો	૧૬ પાયો
૫૮૨	રીત : ૬	$\frac{૫૫+૫૬}{૨}$	$\frac{૫૫ \times ૫૬}{૨}$
૫૮૪	૭	અંકગણિતથી	અંકગણિતની
,,	૯	ગણીત	ગણિત
૫૮૬	રીત ૩	(૪૧)	$(૪૧)^૨$
૫૯૦	દા. ૬ : ૪	રાત	રીત
૫૯૧	૨	૫ ફીટ	૮૫ ફીટ
૬૦૦	૩	પોતાણી	પોતાની
જીવનચરિત્ર			
૯	: જન્મ ૪	સ્વયંવમાની	સ્વયંમાની
૧૦	,, છેલ્લી	અધારી	અંધારી
૧૩	૯	ચાલવ	ચાવલ
૧૭	૧૬	લોકલીઆના	કોકલીઆના
૩૩	૧૮	ફ્રી દવાખાનું	ફ્રી દવાખાનું
૩૫	૧૦	તે	ત